NAZIONALE
B. Prov.
XVIII
221
NAPOLI
BIBLIOTECA
VITT. EM. III

26-9-8

BIBLIOTECA PROVINCIALE
Armadio

Palchetto
Num.° d' ordine

116
5-10

B Pw
XVIII
291-295

642343

DIZIONARIO

ENCICLOPEDICO

DELLE MATEMATICHE

DELLI SIGNORI

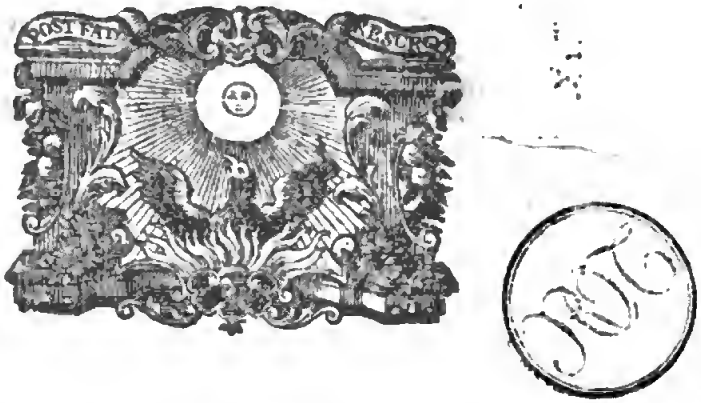
AB. BOSSUT, LA LANDE ec.

TRADUZIONE DAL FRANCESE

Arricchita d' Annotazioni ed Aggiunte

DEL TRADUTTORE ITALIANO

TOMO PRIMO.



PADOVA M. DCCC.

NEL SEMINARIO APPRESSO TOMMASO BETTINELLI

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

NOTA

Di tutti gli Autori che hanno lavorato in questo Dizionario, con le lettere colle quali si sono segnati al fine di ciascheduno degli articoli, che loro appartengono. Alcuna volta i nomi sono scritti per intiero. Il Sig. De la Lande è stato egli solo l'Autore di tutta la parte dell'Astronomia.

Il Sig. d'Alembert . . . . . (O.)
Il Sig. Ab. Bossut. . . . . . (L. B.)
Il Sig. De la Lande . . . . . (D. L.)
Il Sig. Marchese di Condorcet . . . . . (M. D. C.)
Il Sig. Charles . . . . . (T.)
Il Sig. Castillon, padre . . . . . (J. D. C.)
Il Sig. Castillon, figlio . . . . . (F. D. C.)
Il Sig. Giovanni Bernulli . . . . . (J. B.)
Il Sig. Ab. De la Chapelle . . . . . (E.)
Il Sig. Dargenville . . . . . (K.)
Il Sig. Diderot.
Il Sig. Rallier des Ourmes.

L' EDITORE ITALIANO.

L' Enciclopedia Metodica dividendo le Materie in Claſſi, ci ha preſentato in vatj Dizionarj quanto d' importante in ogni Scienza ed Arte gli uomini più celebri hanno penſato nei ſecoli antecedenti, e nel preſente: e tra li Dizionarj, degni della grand' Opera di cui ſono parte, quello ſpezialmente delle Matematiche tanti pregi in ſe raccoglie, che ſi dovea a giuſta ragione renderne l' uſo più eſteſo, recandolo nella noſtra Lingua Italiana. Dodeci Autori, di varie Nazioni, i più illuſtri di tutta l'Europa, concorſero coi loro ſtudj indefeſſi a renderlo in ogni ſua parte completo, onde foſſe cortiſpondente ai lumi d' un ſecolo, nel quale le Matematiche ſono ſtate portate al più alto grado di perfezione. L' Aritmetica, la Geometria, l' Analiſi niente laſciano deſiderare ai principianti di neceſſario e di utile, niente ai provetti d'alto e di ſublime, che non ſia in eſſo Dizionario con tutta preciſione eſpoſto. Le Scienze Fiſiche, nelle quali le Matematiche hanno portata la loro certezza, vi ſono trattate con tutta l' eſattezza ed evidenza. La Meccanica colle leggi del moto e delle forze, colla deſcrizione delle macchine, dell' uſo di eſſe, e dei loro mirabili effetti: l' Idrodinamica colle proprietà dei fluidi, e coi più ingegnoſi ritrovati inſervienti allo ſpettacolo e agli uſi dell' acque: l' Aſtronomia colle oſſervazioni celeſti, col corſo dei Pianeti, coll' invenzione degl' iſtromenti, coll' applicazione delle ſcoperte, alla miſura del tempo, alla navigazione, e ad altri oggetti intereſſanti, rendono queſto Dizionario per le diverſe materie ricco e vaſto, per la ſcienza ſublime, per gli uſi utile ed importante. La Storia ne accreſce l' ornamento ed il pregio: vi ſono dipinti i principj, i progreſſi, lo ſtato in cui queſte

Scien-

Scienze furono anticamente preſſo i Caldei, gli Egizj, i Greci, i Romani, gli Arabi, e nei tempi moderni, preſſo le colte Nazioni d' Europa: vi ſono commemorati gli uomini più diſtinti e ſingolari d' ogni ſecolo, e l' occaſione, e i modi dei loro ritrovati; il che, oltre le utili ſcoperte, preſenta agli Oſſervatori un quadro dilettevole e meraviglioſo dell' induſtria e dell' ingegno umano. Tutte queſte materie diviſe in tanti articoli ſeparati, a guiſa dei Dizionarj, ſono poi raccolte inſieme ed ordinate da una Tavola poſta in fine, la quale diſtribuiſce e diſpone gli articoli nel modo con cui devono eſſere ſucceſſivamente letti, per avere un' iſtruzione metodica in ogni claſſe delle materie ad eſſa appartenenti: onde haſſi a un tempo ſteſſo e un Dizionario perfetto, e un Libro ſcientifico e completo di tali ſtudj. Abbiamo creduto che un' Opera di tanto pregio doveſſe eſſer fatta comune anche nella noſtra Lingua. Se eſſa viene accolta col ſolito favore donato ad altri noſtri Dizionarj, noi abbiamo colto il frutto delle noſtre fatiche e dei noſtri voti.

DISCORSO PRELIMINARE

DEL SIGNOR AB. BOSSUT.

IL ſolo nome di Matematiche, che nella ſua etimologia vuol dire *Iſtruzione*; *Scienza*, dipinge in una maniera giuſta e preciſa la nobile idea che di eſſe deveſi formare. In fatto, elleno altro non ſono che una ſerie di principj, di ragionamenti e di concluſioni, ſempre accompagnate dalla certezza e dalla evidenza, ch' è il proprio carattere delle ſcientifiche cognizioni.

Già ſi ſa che le Matematiche hanno per iſcopo di miſurare, o, per dir meglio, di comparare le grandezze; come, per eſempio, le diſtanze, le ſuperficie, le velocità, ec., e ſi dividono in *Matematiche pure*, *ed in Matematiche miſte*, in altro modo chiamate *Scienze Fiſico-Matematiche*.

Le Matematiche pure conſiderano la grandezza in una maniera ſemplice, generale ed aſtratta: ed in tal modo eſſe hanno il felice vantaggio di eſſere fondate ſulle primordiali nozioni della quantità. Queſta claſſe comprende, 1°. l' Aritmetica o l' Arte di contare. 2°. La Geometria, che inſegna a miſurare l' eſtenſione. 3°. L' Analiſi, ſcienza delle grandezze in generale. 4°. La Geometria miſta, che combina la Geometria ordinaria con l' Analiſi.

Le Matematiche miſte prendono ad impreſtito dalla Fiſica una o molte eſperienze incontraſtabili, ovveramente ſuppongono nelli corpi una qualità principale e neceſſaria; poi col mezzo di ragionamenti metodici e dimoſtrativi, eſſe deducono dal principio ſtabilito delle concluſioni evidenti e certe, come quelle che le Matematiche pure deducono immediatamente dagli aſſiomi e dalle definizioni. Appartengono a queſta ſeconda claſſe, 1°. la Meccanica, ſcienza dell' equilibrio e del moto dei corpi ſolidi. 2°. L' Idrodinamica, che conſidera l' equilibrio ed il moto dei corpi fluidi. 3°. l' Aeuſtica, oſſia la teoria del ſuono. 4°. L' Ottica, oſſia la Teoria del moto della luce. 5°. L' Aſtronomia, ſcienza del moto delli corpi celeſti.

Ho qui poſto in ordine le varie parti delle Matematiche, come mi parve meglio, per dimoſtrare ad un tratto la ſerie loro reciproca nello ſtato, in cui preſentemente ſi trovano. Ma queſt' ordine non è in tutto conforme al loro ſviluppamento ſtorico, perchè il caſo, e le particolari circoſtanze hanno dato ſpeſſo luogo a far delle ſcoperte; perciò la filiazione naturale non è ſtata coſtantemente oſſervata.

Egli è veriſimile che la prima origine delle Matematiche ſia tanto antica quanto le ſocietà e le leggi. Gli uomini eſſendoſi radunati, ed eſſendo ciaſcuno obbligato a provvedere alla ſua ſuſſiſtenza ed alla ſua conſervazione, ſenza poter

fare attentato alcuno sulla possessione altrui, il bisogno industrioso trovò presto certamente le pratiche, almeno informi, di alcune arti di prima necessità, come quelle di fabbricare delle capanne, di regolar l'ordine delle stagioni, di misurare i campi ec. Ora tutte queste cognizioni appartengono in fondo alla Meccanica, all'Astronomia, alla Geometria ec. Ma non furono da principio che frutto dell'esperienza o di una cieca pratica. L'assiduità che richiedevano i lavori della campagna, non permisero agli uomini ad alzarsi con idee generali e riflessive. Il circolo dei loro bisogni confinava quello dei loro pensieri. Insensibilmente l'ineguaglianza dei beni tra loro si stabilì. Alcuni avendo fatto acquisto di una specie di superfluo, si diedero all'ozio, più conforme alla debolezza della nostra natura che il lavoro penoso e spesso anche distruttore. Allora il tormento della noja, attaccato all'inazione, portò il moto e la inquietudine nello spirito umano, eccitò la sua curiosità, ingrandì la sfera delle sue idee, e diede un impulso alle arti ed alle scienze. A questo mobile possente, si unì lo stimolo degli onori e delle ricompense accordate in tutti i paesi agli uomini che si distinguono per i loro talenti. Il canto, così antico quanto il mondo, ed una rozza poesia quasi della stessa data, presero una forma più varia e meno barbara. Vi furono degli Oratori, dei Poeti, dei Pittori, degli Architetti e degli Scultori. Si osservarono li fenomeni della natura, e si vollero conoscere le cause. La Geometria ristretta da prima alla misura dei campi, allargò i suoi limiti e si estese a degli usi fondati su teorie meno elementari. L'Astronomia, della quale i Pastori della Caldea, nel mezzo delle loro piacevoli occupazioni, aveano gettato i fondamenti, si arricchì di nuove osservazioni e di strumenti propri per renderle più esatte. Tutte le parti delle Matematiche fecero successivamente delli progressi. Essi sarebbero stati più rapidi, se l'ambizione degli uomini e tutti li flagelli della guerra, ch'ella si strascina dietro, non avesse spesso oscurato la fiaccola del genio, per un lungo corso di secoli: ma come un fuoco nascosto sotto la cenere, riprese il suo splendore in tempi più felici; e così a gradi si eresse l'edifizio delle scienze.

Tutti li popoli di qualche considerazione dell'antico mondo hanno amato e coltivato le Matematiche. Quelli che in tal genere più si distinsero, sono li Caldei, gli Egizj, i Chinesi, gli Indiani, i Greci, i Romani, gli Arabi, e nelli tempi moderni, le nazioni occidentali dell'Europa. Quanto agli Americani, essi non avevano che le Arti meccaniche le più necessarie per la vita, e nessuna teoria delle Scienze aveano prima della loro comunicazione con gli Europei. La loro naturale inclinazione non li porta alle speculative cognizioni, e ne fu anche impedimento la servitù in cui furono ridotti. Non si può che formar qualche congettura sullo stato delle scienze prima del diluvio. Subito dopo questo grande avvenimento l'uman genere avendo cominciato ad accrescersi, ed a dividersi sulla superficie della terra, i Caldei si occuparono nell'osservare i corsi degli astri, e così pure gli Egiziani nell'Africa. Le prime cognizioni di tutti questi popoli non si sparsero, e non passarono di età in età che per la semplice strada della tradizione. Così se ne perdette la maggior parte e non ne restò che la fama.

Li Chinesi cominciarono a darsi alle scienze quasi tosto che formato aveano un corpo di popolo; e quest'epoca monta alla più alta antichità. I primi loro Sovrani formarono un Tribunale espressamente destinato per insegnar le Matematiche, e gli altri l'hanno conservato: tuttavia non fecero mal che molto piccioli progressi. Citerò un esempio della loro Astronomia, che, sotto un cielo il più adatto per le osservazioni, non fece alcun progresso fino al giorno di oggi, ed è nello stato qual era quella degli Europei al tempo di Ticone Brahe. Attaccata

super-

ſuperſtizioſamente alle antiche loro inſtituzioni, la Chineſe nazione ſembra priva di quella inquieta attività che cerca il nuovo, e produce le ſcoperte.

Lo ſteſſo è degli Indiani: anche preſſo di loro le ſcienze ſono molto antiche; eſſi hanno conoſciuto, molti ſecoli prima dell' era Criſtiana; i tempi delle rivoluzioni del ſole e della luna; ſapeano predire l' eccliſſi; alcuni autori attribuirono loro il ſiſtema della noſtra numerazione aritmetica; ſi crede che Pittagora ſia andato nell' India ad apprendere il dogma della Metempſicoſi: al preſente ſono meno iſtrutti delli Chineſi.

In que' tempi lontani, ne' quali le cognizioni umane cominciavano ad accreſcerſi, i Preti, o Magi dell' Egitto erano, per così dire, li depoſitarj univerſali. Il Commercio avendo aperto delle comunicazioni tra i popoli dell' Oriente, veniano da tutte le parti ad iſtruirſi nell' Egitto. Vi concorrevano molti Filoſofi Greci, tra i quali, Taiete di Miileto, e Pittagora di Samo. Ritornato in Grecia, Talete (*a*) ſparſe i principj della Geometria, della Fiſica, dell' Aſtronomia. Pittagora ebbe l' ambizione dei Conquiſtatori: geloſo di eſtendere l' impero delle Scienze, pensò (*b*) di fondare in Italia una Scuola, che in breve tempo acquiſtò una tale celebrità, ch' egli contava dei principi, e dei legislatori fra li ſuoi diſcepoli.

La Scuola di Aleſſandria (*c*) quaſi tutta compoſta di Matematici Greci, conſervò per molti ſecoli il guſto e lo ſtudio delle ſcienze nel loro paeſi. Tolomeo Lago l' aveva introdotta, al quale, nello ſmembramento degli ſtati conquiſtati da Aleſſandro, era toccato il Regno dell' Egitto. I ſuoi Succeſſori fondarono, a di lui eſempio, una immenſa Biblioteca, nella quale radunarono con grandi ſpeſe tutti i libri che poterono acquiſtare.

L' alta idea che ordinariamente ſi ha delli Romani, preoccupa l' immaginazione a tal ſegno, che non ſi può penſare, ſenza meraviglia, alla loro mediocrità nelle Matematiche. Rivali e bene ſpeſſo vincitori dei Greci nell' eloquenza, nella poeſia, e nella ſtoria, in quelle non ſono che ſcolari, o commentatori. Il taiento di parlare e ſcuotere l' immaginazione, conduceva alla gloria ed alle dignità: eſſi ſtimavano poco le cognizioni aſtratte e ſpeculative, che il genio coltiva nel ſilenzio: quelle cognizioni aggradivano, che eccitaſſero gli applauſi della moltitudine.

Sorprende all' oppoſto il vedere gli Arabi ed i Perſiani, cento e cinquant' anni dopo Maometto, darſi alle lettere, alle ſcienze, e produrre particolarmente dei grandi Aſtronomi. Unisco inſieme queſti due popoli, perchè in fatto, quando cominciarono a civiliizzarſi, erano ſommeſſi alla ſteſſa Religione ed alli Sovrani ſteſſi.

Finalmente, al rinaſcere delle lettere e dell' arti in Europa, ai tempi de' Medici, i Matematici preſero a vicenda un rapido moto; ed i progreſſi che hanno fatto da queſt' Epoca fino ai noſtri giorni, formano per eſſe una nuova età: noi non poſſiamo predirne la durata: ma qualunque rivoluzione poſſano ſoffrire le ſcienze, ſarà queſt' età riguardata ſempre come la più briliante di tutte, per l' importanza delle ſcoperte fatte, e ſpecialmente per quella del calcoli *differenziale ed integrale*.

Il Sig. di Montucla ha ſcritto la ſtoria delle Matematiche dalla loro origine fino

(*a*) An. prima di G. C. 590.
(*b*) An. prima di G. C. 540.
(*c*) An. prima di G. C. 320.

fino al principiar di questo secolo, con una diligenza e profondità, che gli assicura la stima e la riconoscenza di tutti i dotti. Non si è ristretto a far conoscere le fatiche e la vita dei grand'uomini, dei quali parla: egli monta fino alla sorgente delle invenzioni; ne sviluppa lo spirito e li progressi; ed instruisce il lettore, soddisfacendo alla curiosità.

Il mio scopo è di semplicemente indicare qui le principali scoperte che si sono fatte nelle Matematiche. Io le riferisco a quattro periodi successivi: Il primo si estende dalla loro origine fino al tempo degli Arabi; il secondo fino al decimo sesto secolo; il terzo fino alla nascita dell'analisi Infinitesimale; il quarto fino alli nostri giorni. Io seguirò, per quanto mi sarà possibile, l'ordine istorico: evitando di troppo sminuzzare le differenti parti del mio racconto, e dando ad ognuna di esse il corpo e l'estensione che può concedere la natura del soggetto, e la cronologica successione delle cognizioni.

PRIMO PERIODO.

ARITMETICA.

In questo Quadro, l'Aritmetica v'ha primieramente per la sua antichità ed usi. Niente di più chiaro e più elementare che l'idea del *numero*: appena l'uomo apre gli occhi, può contare le dita, gli alberi, che lo circondano, le pecore della sua greggia, ec. Questi calcoli, se si può dar loro questo nome, da prima si fecero col semplice soccorso della memoria: poi per facilitarli ed estenderli di più, si fece uso di picciole palle infilzate in un cordone, come i grani di una corona. L'invenzione della scrittura fece fare un nuovo passo all'Aritmetica: si segnarono sulle tavole coperte di polvere i caratteri destinati a rappresentar i numeri; ed in tal modo si potevano eseguire dei calcoli più estesi.

Tutte le nazioni, se si eccettuino gli antichi Chinesi, ed una popolazione oscura, della quale Aristotele fa menzione, hanno distribuito i numeri in periodi, ciascheduno composti di dieci unità. Quest'uso non ad altro si può attribuire che a quello, in cui naturalmente si ha nell'infanzia, di contare sulle dita, che sono dieci. Gli antichi si sono egualmente accordati a rappresentar i numeri con lettere dell'alfabeto. Si distinguevano i differenti periodi delle decine con accenti, con li punti si univano le lettere numerali, come presso li Greci, o con differenti combinazioni di lettere numerali, come presso li Romani. Tutte queste nozioni, e principalmente quelle delli Romani, erano molto composte ed incomode, quando trattavasi di esprimere numeri considerevoli.

Racconta Strabone nella sua *Geografia*, che alli suoi tempi si attribuiva l'invenzione dell'Aritmetica, come quella della scrittura, alli Fenicj. Questa opinione potè in fatto trovare altrettanta facilità a stabilirsi, quanto che i Fenicj furono i più antichi commercianti del mondo, e perciò dovettero naturalmente perfezionare una scienza, della quale il commercio ne fa un uso continuo; ma li primi principj si erano conosciuti molto prima dagli Egiziani.

Si legge in molti autori, che Pittagora aveva fatti molti progressi nelle combinazioni delli numeri: essi aggiungono, che la sua immaginazione viva e portata allo spirito di sistema, attaccava delle virtù misteriose a certe proprietà di queste combinazioni; ma non si parlò che per congettura: quanto egli ha scritto su di questo argomento, si perdette; ed il tempo non ha rispettato che la sua tavola della moltiplicazione. Siccome l'Aritmetica da prima fu una scienza molto ristretta, gli

au-

antichi in generale non l'hanno coltivata che a cagione delle ſue applicazioni alle altre parti delle Matematiche. Aggiungiamo che il loro modo di preſentare i numeri non era molto vantaggioſo per fare delle ſcoperte che richiedevano dei calcoli aſtratti e complicati.

L'Aritmetica non preſe una forma ſemplice e comoda che tra le mani degli Arabi, come più eſpreſſamente oſſerveremo nel ſecondo periodo.

GEOMETRIA.

Si danno molte origini, più o meno veriſimili alla Geometria. La maggior parte degli autori credono ch'abbia avuto origine nell'Egitto. Come, per eſempio, Erodoto, il primo che fra gli antichi abbia ſcritto la ſtoria in proſa: mentre prima non ſi ſcriveva che in verſi; tutto era abbellito e snaturato dalle finzioni della poeſia. Aſcoltiamo quanto egli ne dice, dietro a quanto aveva imparato egli ſteſſo nelli ſuoi viaggi a Tebe ed a Menfi (*a*): „ Mi aſſicurano, che „ Seſoſtri aveva diviſo l'Egitto tra tutti li ſuoi ſudditi, ed aveva dato a ciaſcheduno un'eguale porzione di terra in quadrato, col carico di pagare ogni anno, „ un proporzionato tributo: ſe la porzione di alcuni foſſe diminuita dal fiume, „ ſi preſentavano al Re, eſponendogli quanto era accaduto nella ſua poſſeſſione; „ toſto il Re mandava ſopra quel luogo ad eſaminare e miſurare l'eredità, per „ ſapere quanto doveva diminuire, e non far pagare il tributo, che ſecondo „ quanto era rimaſto di terreno. Io credo, ſoggiunge Erodoto, che da queſto „ prendeſſe origine la Geometria, e che poi paſſaſſe alli Greci „. Se, come opinano molti cronologiſti, Seſoſtri è lo ſteſſo che il Re Seſac, il quale fece guerra con Roboamo figlio di Salomone, l'origine della Geometria non precederebbe che di mille anni circa l'era Criſtiana. Queſt'Antichità non è baſtante, per render ragione delli progreſſi che pare abbia fatto l'Aſtronomia prima del tempo di Seſoſtri, mentre non ſi potè paſſare dalla ſterile contemplazione delli cieli ad un corpo di cognizioni legate e ſeguenti, che col mezzo dell'Aritmetica e della Geometria.

I maggiori progreſſi dell'antica Geometria li dobbiamo alli Greci, ed alli Matematici della ſcuola di Aleſſandria. Io confondo ſempre gli ſtudj degli uni e degli altri. Talete di Mileto fu il primo a dimoſtrare l'uſo della circonferenza del cerchio per la miſura degli angoli. Egli determinò l'altezza delle piramidi dell'Egitto, per mezzo dell'eſtenſione dell'ombra loro, metodo fondato ſulla teoria delle linee proporzionali, o delli triangoli ſimili. Pittagora è tenuto come l'inventore della bella proprietà che ha il quadrato dell'ipotenuſa nel triangolo rettangolo, di eſſere eguale in ſuperficie alla ſomma delli quadrati delli due altri lati. Alcuni autori hanno ſcritto che nell'inebbriamento della gioja che gli causò queſta ſcoperta, ſacrificò cento buoi alle Muſe per ringraziarle di averlo iſpirato sì bene; ma ſi ha fatica nel conciliar queſto fatto con la riſtretta fortuna del Filoſofo, e più ancora con le ſue idee religioſe ſulla traſmigrazione delle anime.

Sarebbe difficile il fare un'alquanto eſatta numerazione degli antichi Filoſofi Greci, i quali hanno accreſciuto il dominio della Geometria. Contentiamoci di oſſervare in generale, ch'eſſi hanno trovato quaſi tutte le propoſizioni, che compon-

(*a*) Erodoto lib. II.

pongono quello che si chiama anche al giorno di oggi *Elementi* di questa scienza. Ella fece (a) in due secoli, così grandi progressi nella Grecia, che al tempo di Platone si gittarono le fondamenta della teoria delle sezioni coniche.

Platone stesso è guardato come il primo che abbia osservato la formazione di queste curve. Alcuni Geometri della sua scuola, come Aristeo, Eudosso, Mnemo, e suo fratello Dinostrato cominciarono a scoprire le loro proprietà. In breve si ebbe l'occasione di applicarle a due problemi celebri nell'antichità.

Uno di questi problemi aveva per oggetto la duplicazione del cubo, od il modo di fare un cubo doppio di un altro. Era questa un'antica tradizione nella Grecia, che gli Ateniesi avessero irritato Apollo, ed egli avesse mandato la peste nel loro paese, e che l'oracolo del tempio di Delo, consultato sul mezzo di far cessare questo flagello, aveva risposto: *raddoppiate l'altare di Apollo*. L'oracolo disegnava in tal modo un picciolo altare d'oro, di forma cubica, che Apollo aveva in Atene e del quale certamente non era contento. Il problema fu tosto proposto a tutti li Geometri della Grecia. Al tempo di Platone fu più calorosamente agitato. Si cercò per lungo tempo di risolverlo, senza far uso di altri strumenti che il regolo ed il compasso: perchè le operazioni in tal modo eseguite erano le sole che si riguardassero come geometriche; ma questo mezzo non riuscì, nè poteva riuscire. Esaminando la questione in tutti gli aspetti, li Geometri riconobbero che se si poteva trovare due medie proporzionali tra il lato del cubo dato ed il doppio di questo lato, la prima di queste due linee sarebbe il lato di questo ricercato cubo. D'allora essi diressero le loro meditazioni verso questo fine. Platone determinò le due medie proporzionali, col favore di un particolare strumento da lui inventato; ma questo metodo supponeva la descrizione di una curva del terz'ordine, e non aveva questo carattere di semplicità sì preziosa in Geometria, specialmente presso gli antichi. Degli altri Geometri proposero altri mezzi soggetti a simili inconvenienze. Finalmente, Mnechmo trovò che le due medie proporzionali potevano essere considerate come le ordinate di due sezioni coniche, che costruite secondo le condizioni del problema si tagliavano in due punti propri a risolvere il problema. Ridotta così la questione, diede origine alla celebre teoria dei *luoghi geometrici*, delli quali sì gli antichi che il moderni hanno fatte tante applicazioni. Non si trattava più, per metterla in pratica, che d'immaginare degli strumenti semplici e comodi per segnare le sezioni coniche, cosa che mai non fu difficile. La soluzione di Mnechmo fu tosto semplificata: si conobbe che in luogo d'impiegare due sezioni coniche, potevasi contentar di combinare un circolo con una sola sezione conica. I Geometri proposero ancora successivamente molte altre curve per l'oggetto stesso: come la *Concoide* di Nicomede, la *Cissoide* di Diocle, ec.

L'altro problema da noi indicato, consiste a dividere un angolo in tre parti eguali. Dopo aver imparato dalla geometria elementare a tagliare un angolo in due parti eguali, si doveva naturalmente cercar di tagliarlo in tre parti, od anche in un qualunque rapporto. Si trovò che il problema della trisezione dipendeva dalli principj analoghi a quelli della duplicazione del cubo, e che poteva costruirsi o coll'intersezione delle due sezioni coniche, e con l'intersezione di un circolo con una sezione conica.

Eu-

(a) Av. prima di G. C. 350.

Enclide, geometra della ſcuola di Aleſſandria, conobbe (*a*) un progetto, la di cui eſecuzione è ſtata utiliſſima al progreſſo della ſcienza, in cui ſi occupava. Egli radunò in un corpo d'opera le propoſizioni della geometria elementare, che per lo avanti erano iſolate e ſparſe negli ſcritti delli primi Inventori; ne aggiunſe un gran numero, e ne formò in queſta unione i ſuoi famoſi *Elementi*. Di quindici libri de' quali ſono compoſti, non ne ſono che undici ne' quali l'autore propriamente tratta della Geometria: gli altri contengono una teoria generale delle proporzioni, e li principali caratteri dei numeri, ſieno commenſurabili, o no.

Per rendere tutta la dovuta giuſtizia a queſt'opera eccellente, qualche volta ſi bramerebbe che non aveſſe adoperato troppe definizioni e diviſioni ſcolaſtiche, e troppo ſcrupolo nel dimoſtrare le coſe chiare da loro ſteſſe. Pare che il metodo ſottile e puntiglioſo delli greci Sofiſti abbia cercato fino di penetrare nelle ſcienze eſatte. Forſe conviene attribuire a queſta cauſa le difficoltà che Tolomeo Filadelfo Re dell'Egitto provava nello ſtudio delle Matematiche. Ributtato da tali difficoltà, richieſe un giorno ad Euclide ſe in di lui favore poteva appianarle. Il Filoſofo riſpoſe ingenuamente: *No, Principe, non v'è una ſtrada particolare per i Re.*

Le proprietà del circolo formano una parte conſiderevole della geometria elementare. Quando ſi ſeppe quadrare le figure rettilinee, ſi cercò anche di quadrare il circolo, che ſi può riguardar come un poligono regolare di una infinità di lati: si riconobbe toſto che la ſuperficie di queſta curva è eguale alla metà del prodotto della circonferenza per il raggio; e così, per trasformarla in un quadrato, biſognava cominciar a determinare il rapporto della circonferenza al raggio od al diametro. Il geometra Dinoſtrate aveva immaginato una curva che averebbe dato la ſoluzione di queſto problema ſe ſi aveſſe potuto coſtruirla in una maniera certa, e ſenza andare a taſtone: per tal ragione la ſi chiamò la *quadratrice*: ma ella è del numero delle curve *meccaniche*, e realmente non dà ſoccorſo alcuno per l'oggetto ch'ella riguarda. E' già dimoſtrato, negli elementi di Euclide, che le circonferenze di due circoli ſono come i diametri, e che le loro ſuperficie ſono come i quadrati delli diametri: ma l'autore non inſegna a comparare la circonferenza col diametro. Archimede, il più grande Geometra dell'antichità e poſteriore d'incirca un mezzo ſecolo ad Euclide, ſcoprì (*b*) il rapporto di queſte due linee, ſe non rigoroſamente, almeno in una maniera che ſi avvicina ed è riſtretta tra limiti conoſciuti: il metodo ch'egli adopera è il primo eſempio di un problema riſolto per approſſimazione: eſempio tanto utile e ſpeſſo imitato. Inſcrivendo e circoſcrivendo al circolo un ſeguito di poligoni regolari, di cui il numero dei lati andava con doppia progreſſione, e ſpingendo il numero delli termini di queſta progreſſione fino al novantaſei, fece vedere che ſe ſi rappreſenta il diametro per 7, la circonferenza è preſentata da un numero aſſai poco minore che 22. La quadratura eſatta e rigoroſa del circolo è anche ai dì d'oggi lo ſcoglio delli Geometri, o per dir meglio di quelli che ſono quaſi ſtranieri nella geometria; perchè, allora quando ſi conoſce il vero punto della difficoltà, non ſi ſente brama di occuparſi in tal ricerca. Senza particolarizzare le numeroſe ſcoperte geometriche di Archimede, dirò ſoltanto che le più importanti ſono la proporzione della ſfera

(*a*) An. prima di G. C. 300.
(*b*) An. prima di G. C. 250.

col cilindro circoſcritto, la quadratura della parabola, la coſtruzione della ſpirale, e la maniera di condurre le tangenti. Egli ſommamente pregiava la prima; perchè ordinò che ſi ſegnaſſe ſul ſuo ſepolcro una sfera inſcritta in un cilindro, con li numeri, ch' eſprimono i rapporti di queſti due ſolidi.

La Teoria delle ſezioni coniche, quantunque avanzata al tempo di Euclide, non entrava (*a*) nel piano dell' opera ſua. Un altro Geometra della ſcuola di Aleſſandria, Apollonio, nato a Pergea nella Panfilia, di queſta teoria fece un dotto trattato. Egli ſviluppa tutte le proprietà delle ſezioni coniche rapporto ai loro aſſi, ai loro diametri, alle loro tangenti. Egli dimoſtra queſti Teoremi, in oggi sì conoſciuti, ed allora sì rimarcabili, che nell' *elliſſe* od *iperbole*, *il parallelogrammo fatto di due diametri conjugati, è eguale al rettangolo fatto intorno di due aſſi*; e che *la ſomma o la differenza delli quadrati di due diametri conjugati è eguale alla ſomma od alla differenza dei quadrati di due aſſi*. Egli riſolve molte queſtioni concernenti le più grandi o le più picciole linee che ſi poſſono condurre da certi punti o circonferenze di ſezioni coniche, ec. Queſt' opera porta da per tutto l' impronta di un genio inventore; così ottenne l' autore ancora vivente il ſoprannome di *Grande Geometra*. Apollonio in fatto fu ſuperiore a tutti li ſuoi contemporanei, e s' egli non toglie ad Archimede il primo poſto tra li Geometri antichi, egli è certamente ſicuro del ſecondo.

Nelle frequenti applicazioni che facevano gli antichi della Geometria alla pratica, compreſero preſto il biſogno, e cercarono il mezzo di conoſcere un triangolo, con la relazione dei ſuoi lati e delli ſuoi angoli; queſto è l' oggetto della trigonometria rettilinea; ſicchè queſto ramo di Geometria pratica è antichiſſimo. Siccome ella è utile ſpecialmente all' Aſtronomia, così deve i ſuoi progreſſi ripetere dalli Geometri che fecero uno ſtudio particolare di queſta ſcienza.

Il trattato *delle sferiche* di Teodoſio è un pezzo prezioſo dell' antica Geometria (*b*). L' Autore eſamina in generale, in queſt' opera, le proprietà che hanno gli uni rapporto agli altri, i circoli che le formano tagliando una sfera con qualunque ſi ſieno piani. La maggior parte delle propoſizioni ch' egli dà, ſembrano preſentemente evidenti al primo colpo d' occhio; ma non doveano eſſer poſte in un libro Elementare; quindi ſi vede che gli antichi Geometri ſi davano a dimoſtrar tutto rigoroſamente. Queſt' opera è ſtata nel ſuo tempo, una introduzione eccellente alla *Trigonometria ſferica*.

Sulla fine del quarto ſecolo (*c*), dopo l' era Criſtiana, Pappo di Aleſſandria diede le ſue collezioni matematiche: opera commendabile per eſſere ſparſa di dottrina, e per l' analiſi che ſi trova di un gran numero di trattati che ora ſono perduti. Egli ci rappreſenta ad un di preſſo lo ſtato dell' antica Geometria. Si trova nella prefazione la notizia di un famoſo Teorema che il Padre Guldin Geſuita inventò dopo, prima che queſto luogo della Prefazione di Pappo foſſe ſtampato. Queſto Teorema porta, che *le figure o li ſolidi prodotti dalla circonvoluzione di una linea o di una ſuperficie, ſono in ragione compoſta della linea o ſuperficie generatrice e delle circonferenze deſcritte dai loro centri di gravità*.

L' antica Geometria (*d*) ha pure alcune obbligazioni a Proclo, Capo della Scuo-

(*a*) An. prima di G. C. 200.
(*b*) An. prima di G. C. 60.
(*c*) An. di G. C. 400.
(*d*) An. di G. C. 450.

Scuola Platonica, ſtabilita in Atene. Egli incoraggì i dotti col ſuo eſempio e con li ſuoi ammaeſtramenti; egli laſciò ſul ſuo primo libro di Euclide, un commentario che contiene molte utili oſſervazioni, ſpettanti alla ſtoria ed alla metafiſica della Geometria. Egli ebbe per ſucceſſore nella ſua Scuola, *Marino*, Autore di una introduzione alli *dati* di Euclide. Poi viene *Iſidoro di Mileto*, ed *Antemio*, entrambe abili Geometri e Meccanici: *Eutocio* Commentatore di Archimede, *Dioele*, inventore della Ciſſoide, ec. Io non mi eſtendo ſu delli frammenti che non danno alcuna rimarcabile ſcoperta.

ASTRONOMIA.

In ogni tempo lo ſpettacolo del Cielo e del moto delli corpi ſparſi in queſta eſtenſione immenſa hanno attratto gli ſguardi degli uomini; ma, come abbiamo già oſſervato, l'Aſtronomia non cominciò a divenire una vera ſcienza, che allora quando ſe le applicò l'Aritmetica e la Geometria: dunque non può ella eſſere ammeſſa che nel terzo poſto per antichità.

I primi uomini regolarono il tempo ſulli moti del ſole e della luna. Da prima ſi aveva ſcoperto che nel moto diurno che moſtra di portar tutti gli aſtri dall'oriente in occidente, il ſole e la luna cangiavano continuamente ſito rapporto alle ſtelle, mentre che queſte reſtavano alle ſteſſe riſpettive diſtanze le une dalle altre. Si aveva pure oſſervato che il ſole e la luna partono da un punto del Cielo: e vi ritornano dopo avere compito una rivoluzione intera da occidente in oriente; che queſti moti allora erano ineguali tra loro, e che la luna faceva alquanto più di dodici giri, mentre che il ſole ne faceva un ſolo. Allora ſi diviſe l'anno, od il tempo della rivoluzione ſolare in dodici Meſi, ognuno dei quali comprendeva ad un di preſſo una rivoluzione lunare.

Se ſi ſta a quanto riferiſce Giuſeppe nelle ſue *Antichità Giudaiche*, i Patriarchi doveano eſſere molto verſati nell'Aſtronomia; mentr' eſſi aveano riconoſciuto, a quello che dice, che il ſole e la luna eſſendo ſuppoſti corriſpondere allo ſteſſo ſito del Cielo, per una certa Epoca, dovranno corriſpondere di nuovo dopo uno ſpazio di ſei cento anni. Dall'altra parte, ſi legge nell' *Almageſto* (*a*) di Tolomeo, che quelli che chiamavanſi gli antichi Aſtronomi nel tempo d' Ipparco, aveano trovato per un lungo ſeguito di oſſervazioni di eccliſſi lunari, che il moto della luna era ineguale tanto in longitudine che in latitudine, e che l' apogeo ed il perigeo ſcorrevano ſucceſſivamente tutti li ſegni del zodiaco. Aveano cercato di comprendere tutti queſti moti in periodi formati di un numero eguale di Meſi ineguali; Ipparco rettificò queſti periodi ſulle antiche oſſervazioni le più eſatte, e finalmente giunſe a far cadere, ſu dell' Epoche fiſſe e determinate, i moti del ſole e della luna, il moto dell' apogeo e del perigeo, e la ſucceſſione dell' eccliſſi lunari in egual numero. Si vede che queſte teſtimonianze fanno rimontare ad un alta antichità l'Aſtronomia; ma biſogna confeſſare che il periodo, citato da Giuſeppe, e quello ſteſſo che Tolomeo attribuiſce ad Ipparco, ſembrano appoggiati ſu fondamenti poco ſolidi. Eſſi ſuppongono, in tempi oſcuri, un troppo gran numero di oſſervazioni, ed oſſervazioni eſattiſſime: ſicchè la maggior parte degli Aſtronomi le riguardano sì l'une che le altre come controverſe.

(*a*) Parola derivata dall' arabo che vuol dire *grande compoſizione*.

Io non mi perderò di vantaggio ſu tali erudite tenebre; la gloria di ſcoprirle appartiene al celebre Iſtorico dell'Aſtronomia; io mi reſtringo alli fatti più veri, e più notabili.

Si accorda molto generalmente nel riguardare li Caldei, e toſto dopo gli Egiziani, come i primi inventori dell'Aſtronomia. Altri Autori moderni attribuiſcono queſta gloria alli Chineſi, perchè gli antichi ſcrittori della China parlano di due fenomeni Aſtronomici, che in conſeguenza ſi pretende che ſieno ſtati oſſervati: il primo è una congiunzione di cinque pianeti, che ſi pone tra gli anni 2513, e 2437; il ſecondo, un' eccliſſe del ſole, accaduta nel 2155. Io conto gli anni, rimontando dopo l'Era Criſtiana. Eſaminiamo brevemente la forza di queſte prove.

Il calcolo Aſtronomico dimoſtra che non vi fu la congiunzione di cinque pianeti nell'intervallo delli tempi indicati. Il Sig. Kirc, celebre Aſtronomo, ha trovato per verità (*a*) che l'anno 2449, li 28 Febbrajo, Saturno, Giove, Marte, e Mercurio ſi erano incontrati in un lato ſteſſo del Cielo, tra il XI° ed il XVIII° grado delli peſci; che nel tempo ſteſſo, il ſole, e la luna erano in congiunzione, verſo il XVIII° grado dell'Acquario, e che Venere era verſo il XV° grado del Capricorno. Ma queſto fenomeno non può eſſere preſo per una congiunzione di cinque pianeti, ſenza dare a queſta parola un ſenſo ſforzato ed arbitrario; ſarà meglio certamente credere che gli antichi Autori Chineſi hanno parlato a caſo di una congiunzione di cinque pianeti, e non dopo aver fatto delle oſſervazioni. Quanto all'eccliſſe dell'anno 2155, li Miſſionarj Matematici hanno trovato che li Chineſi non l'aveano oſſervata, ma l'avevano calcolata molto tempo dopo.

A parere del Sig. Mairan, e del Sig. Guignes, la maggior parte delle leggi e degli uſi, il genere di ſcrittura, le arti, e le ſcienze delli Chineſi, ſono dovute ad una Colonia dell'Egitto, che giunſe loro mille cinque cento, o mille ſei cento anni prima dell'era Criſtiana (*b*).

Mentre che i dotti perfezionavano l'Aſtronomia, il biſogno o la cupidigia li faceva ſervire all'eſtenſione del commercio. Li Fenicj, tanto intraprendenti quanto induſtrioſi, ſi poſero a far le oſſervazioni celeſti per condurſi nei loro viaggi, e ne ſeppero trarre un tal ſoccorſo, che portarono il commercio in paeſi lontaniſſimi, ſi reſero padroni del mare, paſſarono lo ſtretto di Gibilterra, e fondarono molte colonie ſulle coſte del Mediterraneo e dell'Oceano (*c*).

Talete portò dall'Egitto e dalla Fenicia nella Grecia la ſcienza degli Aſtri. Egli fece conoſcere alli ſuoi concittadini la teoria dei moti del ſole e della luna, egli ſpiegò loro la ragione delle ineguaglianze dei giorni e delle notti; egli inſegnò loro pure l'arte di predire l'eccliſſi del ſole e della luna, e poſe egli ſteſſo queſt'arte in pratica in una eccliſſe che accadde poco tempo dopo. La fama del ſuo ſapere, e le coſe ſtraordinarie che inſegnava, gli attraſſero un gran numero di diſcepoli, che contribuirono a vicenda a perpetuare e ad eſtendere la ſteſſa dottrina. Uno dei più illuſtri allievi di Talete fu il Filoſofo Anaſſimandro, al quale deveſi l'idea di rappreſentare il Cielo ſtellato ſulla ſuperficie di un globo. Si attribuiſce

(*a*) *Miſcellanea Berolinenſia*, tomo III, pag. 165.
(*b*) Lettere del Sig. de Mairan e del P. Parennin.
(*c*) Sig. Caſſini, Origine e progreſſo dell'Aſtronomia *ant. Mem. dell' Accad.* tom. VIII.

buiſce anche a lui l'eſſere ſtato il primo a far uſo del gnomone; e ſi pretende che ſe ne ſia ſervito a Sparta per determinare l'obliquità dell'ecclittica, li ſolſtizj, e gli equinozi.

La ſcuola fondata da Pittagora in Italia, ſi diede allo ſtudio ſpecialmente dei moti celeſti. Si dice che queſto Filoſofo e li ſuoi primi diſcepoli vedendo che le ſtelle cangiavano di altezza rapporto ad un viaggiatore che cangia di poſto ſenſibilmente ſulla ſuperficie della terra, concluſero che queſta ſuperficie non era un ſemplice plano, come a prima viſta lo pare, ma ch'era curva e formata a guiſa di una sfera. Pittagora ebbe un'altra idea, varia e più ſingolare di queſta per quel tempo. Egli giudicava che il ſole foſſe immobile nel centro del noſtro mondo, e che la terra giraſſe intorno a queſto aſtro. Ma, ſiccome queſta idea ſi opponeva apertamente alla teſtimonianza degli occhi, ed alli pregiudizj popolari, ſi contentò d'inſegnarla in ſegreto alli ſuoi diſcepoli; ſia che per non poterla affermare con un numero ſufficiente di oſſervazioni, egli la riguardaſſe come una ſemplice congettura, ſia ch'egli temeſſe, col pubblicarla, di eſponerſi alla pubblica deriſione ed alla perſecuzione. In tutti i ſecoli ſe ne hanno avuto degli eſempj: ſi ſa che il filoſofo Anaſſagora fu accuſato di empietà, e condannato al bando, per aver detto che il ſole era una maſſa di materia infiammata: alcuni autori aggiungono ch'egli non iſcappò dal ſupplicio ſe non per il credito di Pericle ſuo diſcepolo ed amico (*a*).

Nelli primi tempi dell'Aſtronomia, avevaſi cercato di diſtinguere le parti del Cielo, diſtribuendo le ſtelle in gruppi o *coſtellazioni*. La cognizione della picciola orſa, ove trovaſi la ſtella polare, è antichiſſima. I Fenici da eſſa dirigevano il loro corſo. I Greci ſteſero e perfezionarono la diviſione del cielo ſtellato, ora accreſcendo il numero delle coſtellazioni, ora dando loro dei nomi che ſervivano a facilmente conoſcerle. Queſti nomi erano tratti dalla mitologia, o dalla raſſomigliauza reale o ſuppoſta, delle coſtellazioni con certi animali. Una immaginazione brillante ed ingegnoſa dilettava con l'auſterità ed aridità del ſoggetto. Per eſempio, le Plejadi che così ſi chiamano per la loro moltitudine, erano le figlie di Atlante, e della ninfa Plejone: elle ſono accompagnate dalla coſtellazione di Orione, brillante per la ſua grandezza e luce: da queſto fingevaſi che Orione foſſe un gigante che perſeguitava le Plejadi, e che voleva tentare il loro onore. Tutto il cielo dei Greci era pieno d'alluſioni ad avvenimenti favoloſi od iſtorici.

Si diſputò molto tra i dotti ſulla origine e diviſione del zodiaco. L'opinione più accreditata è, che li Greci hanno ſtabilito l'ordine e la nomenclatura delle coſtellazioni che lo componeva al tempo di Taiete.

Li cinque pianeti Saturno, Giove, Marte, Venere, e Mercurio ſi conobbero diſtintamente ad un dipreſſo verſo il tempo ſteſſo; ma non ſi cominciò ad oſſervarli con una certa preciſione, che circa 300 anni prima di G. C. Gli antichi avea-

(*a*) Anaſſagora inſegnava che il Sole era una maſſa di materia tutta affatto di fuoco e più grande del Peloponneſo. Ma queſta non fu la vera cauſa della ſua accuſa. egli ſi era reſo ſoſpetto con la dottrina ch'egli ſpacciava ſulla Provvidenza e fu accuſato dalli nemici del partito di Pericle. Pericle ſteſſo, dice il Sig. Bayle, ſi era reſo ſaſpetto di ateiſmo per eſſere ſtato inſtruito da un tal maeſtro. Così Diagora avendoſi allontanato dal comune, coll'inſegnare apertamente l empietà, fu accuſato d'irreligione; egli fuggì. gli Ateniеſi poſero a prezzo la ſua teſta; eſſi fecero promettere a ſuono di tromba un talento a chiunque lo uccideſſe; e due a chi lo conduceſſe loro vivo; e fecero ſcolpire queſto decreto ſu di una colonna di rame. Tutti ſanno il deſtino di Socrate, e di molti altri che furono accuſati e condannati dalli Greci nelli giorni più belli di Atene. *Ved.* il Dizion. del Sig. Bayle a queſto Articolo.

aveano anche offervato molte comete; ma come eſſe non facevano che brevi apparizioni, e ſpeſſo erano accompagnate da quelle lunghe *code*, o ſtraſcichi di luce, che ſpaventavano gli occhi e l'immaginazione, così non erano riguardate come aſtri, ma come ſemplici meteore, ſegni della collera celeſte, o annunziatori di qualche grande e funeſto avvenimento. L'Aſtronomia delle comete è una ſcienza affatto moderna. Pure Seneca ha avuto il merito di comprendere ch'elleno potevano eſſere dei corpi ſolidi, ſimili alli pianeti, e che un giorno ſi giungerebbe a conoſcere i loro moti.

I primi Aſtronomi Greci cercavano ardentemente di ſcoprire il rapporto ch'eſiſte tra i moti del ſole e della luna. In fatto queſto era un problema della maggiore importanza. La diviſione del tempo per le rivoluzioni lunari era molto comoda per regolare gli affari civili e religioſi; ma non aveva lo ſteſſo vantaggio per l'ordine delle ſtagioni, che dipende dal corſo del ſole, ed al quale biſognava aſſoggettare le ſemine, primo biſogno della ſocietà.

Metone, ed Euttemone, Aſtronomi Atenieſi conobberó (*a*), dietro alle oſſervazioni, l'idea di ſtabilire il moto del ſole e della luna in un periodo o ciclo di 19 anni, dodici dei quali erano compoſti di dodici lunazioni, e li ſette altri di tredici, che in tutto formavano due cento trentacinque lunazioni. Queſta ſcoperta, che moſtrava allora di unire alla ſemplicità la maggior eſattezza, ebbe un tale ſucceſſo ed un tal applauſo nella Grecia, che ſi fece ſcolpire in lettere d'oro ſu tavole di bronzo l'ordine del periodo, dal che è venuto il nome di *numero d'oro*. Pure egli aveva realmente il difetto di anticipare circa dieci ore ſulle rivoluzioni ſolari, ed in circa ſette ore e mezza ſulle rivoluzioni lunari; il che produce alfine di tre o quattro cicli un errore ſenſibile per il tempo della luna piena. Callippe, che viveva circa cent'anni dopo Metone provò di correggere queſto difetto, formando un nuovo ciclo di ſettanta ſei anni, da' quali toglieva un numero al fine di queſto tempo; così queſto periodo era compoſto di quattro cicli Metoniani, tre de'quali comprendevano 6940 giorni, ed il quarto ſoltanto 6939 giorni. Sebbene più eſatto che quello di Metone, egli anticipava nulla oſtante ancora di qualche coſa, ſul moto del ſole e della luna; fu poi perfezionato da altri Aſtronomi: ma biſogna conoſcere, con una ſufficiente preciſione i moti del ſole e della luna, e perciò gli antichi non mai hanno potuto formare un calendario perfetto.

Ad eſempio delli Fenicj, molti altri popoli intrapreſero delle navigazioni e dei viaggi in lontani paeſi. Così, li Greci, inſtrutti dai loro Aſtronomi, hanno oſato, dopo un lungo tempo, darſi al mare, ed andarono a fondare in lontani luoghi molte celebri colonie; come quella di Marſiglia, di Taranto, di Sicilia, ec.

Favoreggiando il commercio l'Aſtronomia ne ritraſſe il vantaggio di diffonderſi da tutte le parti. Noi abbiamo il vanto di contare per noſtri padri gli antichi Galli, nel numero di quel popoli i quali hanno avuto in venerazione queſta ſcienza. Giulio Ceſare dice, nelli ſuoi *Commentarj*, che li Druidi, fra le iſtruzioni che davano alla gioventù, inſegnavano particolarmente quanto aſpetta al moto degli aſtri, ed alla grandezza del cielo, e della terra, cioè l'Aſtronomia, e la Geografia. Se li Galli non ci hanno laſciato delle oſſervazioni, o ſe il tempo le ha diſtrutte, ſappiamo almeno ch'erano verſatiſſimi nella navigazione, perchè al parere

(*a*) An. prima di G. C. 431.

rere dei Caſſini (*a*), aveano fondato delle Colonie ſulle coſte della Spagna, ſul Ponto Euſino, ed in molti altri luoghi.

Un celebre Aſtronomo, nato in Marſiglia, Pitea, oſſervò (*b*) l'altezza meridiana del ſole al tempo delli ſolſtizj, col mezzo del gnomone. L'oggetto di queſta oſſervazione era ſemplicemente per oſſervare la latitudine di Marſiglia: alcuni Aſtronomi moderni hanno voluta farla ſervire per provare una diminuzione nell'obliquità dell'ecclittica.

Pitea eſteſe i ſuoi viaggi molto lontano verſo il polo artico per l'oceano occidentale. A miſura ch'egli ſi avanzava verſo il nord, oſſervava un progreſſo nelle diminuzioni delle notti nel ſolſtizio della ſtate. Giunto eſſendo all'iſola di *Thule*, vide che il ſole ſi levava quaſi appena dopo eſſere tramontato; il che accadde nell'Islanda, e nelle parti ſettentrionali della Norvegia, dal che ſi concluſe che Pitea aveva penetrato in queſti paeſi. Gli antichi che li guardavano come inabitabili, trattarono le relazioni di Pitea come favoloſe; ma i naviganti moderni hanno giuſtificato queſto Filoſofo, e gli hanno aſſicurato la gloria di avere ſcoperto dei paeſi prima incogniti, e di avere diſtinto i climi con le differenti lunghezze delli giorni e delle notti.

Il guſto di Aleſſandro per le Scienze, e ſpecialmente la brama di far conoſcere alla poſterità i paeſi, nei quali aveva portato le ſue conquiſte, fu vantagioſiſſima per l'Aſtronomia (*c*). Ariſtotele ſcriſſe molte opere per ordine di queſto principe. In quella che ha per titolo *de Cœlo*, prova la forma ſferica della terra, con la rotondita dell'ombra ch'ella getta ſulla luna nell'eccliſſi, e per il cangiamento che pare che arrivi alle altezze delle ſtelle a miſura che ſi ſi allontana o ſi ſi approſſima al poli. Il libro *de Mundo*, che ſi attribuiſce allo ſteſſo Filoſofo, contiene una deſcrizione molto eſatta dell'antico mondo, il quale diviſe l'autore in tre parti, l'Europa, l'Aſia, e l'Africa. Ma il maggior favore, che reſe Aleſſandro alle Scienze, fu di far miſurare li paeſi del ſuo dominio con un'eſattezza che non ſe ne aveva eſempio. Non ha voluto che baſtaſſe di ſtabilire le diſtanze dei luoghi ſulla ſtima delli viaggiatori, come ſi aveva ſempre praticato, ma che ſi miſuraſſe ciaſcheduno in particolare. Ha voluto di più che ſi oſſervaſſe la poſizione degli oggetti terreſtri riguardo alle parti del cielo. Calliſtene fu incaricato di queſt'ultimo lavoro. Eſſendo giunto in Babilonia, raccolſe le oſſervazioni aſtronomiche, che li Caldei aveano fatte, al parere di molti Autori, per lo ſpazio di 1903 anni.

Non diſſimuleremo che non eſiſte prova alcuna che le oſſervazioni dei Caldei montino sì alto, od almeno che le più antiche ſieno ſtate fatte con molta eſattezza da trovare dei riſultati ſicuri. L'Aſtronomia Caldea non è ben conoſciuta, che dopo l'era di *Nabonaſſar* primo Re di Babilonia, che comineiò a regnare l'anno 746 prima di G. C.

Le Scienze continuarono a creſcere rapidamente preſſo li Greci, nelli due o tre primi ſecoli che ſeguirono la morte di Aleſſandro. Le liberalità delli nuovi Re dell'Egitto andavano a cercare in tutti li paeſi del mondo i dotti più famoſi, e li conducevano in Aleſſandria. Conone fece molte oſſervazioni, che non ſono giunte fino

(*a*) Origine dell'Aſtronomia.
(*b*) An. prima di G. C. 380.
(*c*) An. prima di G. C. 330.

fino a noi. Aristillo e Timocari determinarono (*a*) la declinazione delle stelle fisse, e resero in tal modo un vantaggio essenziale alla Geografia ed alla Navigazione. Il celebre Eratostene fece innalzare (*b*) nel portico del museo di Alessandria, del quale egli era bibliotecario, quelle *Armille* sì famose presso gli antichi, e delle quali gli Astronomi di Alessandria si servirono per fare una quantità immensa di osservazioni.

Egli fu il primo che intraprese a calcolare la circonferenza di un gran circolo della terra. Avendo osservato che a Siene nell' alto Egitto, il sole nel mezzodì, al solstizio della state, rischiarava un pozzo in tutta la sua profondità, e corrispondeva per conseguenza al suo zenit, stabili in Alessandria, ch'è quasi sullo stesso meridiano di Siene, un segmento sferico, e traforato, portante uno stilo verticale, la di cui estremità corrispondeva al centro della curva del segmento: ed egli trovò, con questo istrumento, che a mezzodì, nel solstizio della state, vi volevano circa 7 gradi $\frac{1}{7}$, che il sole non toccasse il zenit d' Alessandria. Così, l'arco compreso tra Siene ed Alessandria era di questa quantità. Dall' altra parte, la distanza di queste due città si trovò essere di 5000 stadj. Dietro a questi elementi, la circonferenza intiera di un gran circolo della terra dovette essere circa 250000 stadj. Se si suppone, con qualche autore moderno, che lo stadio di Eratostene sia di 104 $\frac{1}{100}$ tese, questo valore farà di 11403 leghe, in ragione di 2282 tese per lega. Secondo Plinio, la circonferenza della terra è di 252000 stadj romani, il che, in ragione di 95 tese per lo stadio romano darebbe 10452 leghe. La misura della terra, presa nei nostri tempi, dà circa 9000 leghe. Io non ho bisogno di osservare che il metodo di Eratostene non era suscettibile di una grande precisione, e che li risultati delli moderni meritano la preferenza.

Ipparco, nato nella Città di Nicea, nella Bitinia, tiene (*c*) fra gli antichi Astronomi ad un di presso lo stesso posto di Archimede tra i Geometri. Egli cominciò ad osservare a Rodi, e poi andò a stabilirsi in Alessandria. Una delle sue prime occupazioni fu di rettificare la lunghezza dell' anno, che prima di lui si credeva di 365 giorni 6 ore. Egli l' abbreviò di circa 5 minuti. Diminuzione che non era bastante, perchè si sa ora che la lunghezza dell'anno è d' incirca 365 giorni 5 ore 49 minuti; ma Ipparco con li dati de' quali si doveva servire, non poteva approssimarsi di più alla verità. Almeno ha somministrato alli moderni un mezzo di perfezionare questo elemento essenziale dell' Astronomia.

Le sue ricerche sul moto del sole lo condussero ad un' altra importantissima cognizione. Egli trovò che questo astro impiegava quasi 9 giorni di più a scorrere la parte settentrionale della sua orbita, che la meridionale; d'onde conchiuse che la terra non era collocata nel centro dell' orbita solare. Determinò l'eccentricità di quest' orbita e la posizione della linea degli apsidi, in una maniera che molto si accosta alla verità. Fece una simile osservazione sull' orbita lunare. Ridusse li moti del sole e della luna in *tavole*, le prime che si sieno conosciute in questo genere. Il suo disegno era di formar anche delle tavole per li moti di cinque altri pianeti; ma non trovando basi sufficientemente esatte nelle osservazioni conosciute al suo tempo, abbandonò questo lavoro.

Fece

(*a*) An. prima di G. C. 185.
(*b*) An. prima di G. C. 276.
(*c*) An. prima di G. C. 140.

Fece anche una ſcoperta, capace ella ſola d' immortalario. Con la comparazione delle ſue oſſervazioni con quelle di Ariſtillo e di Timocari, riconobbe che le ſtelle aveano un moto lento che moſtrava di portarle dall' occidente in oriente, circa un grado in 70 anni; in modo che li punti equinoziali doveano fare, nel ſenſo oppoſto, una rivoluzione intiera in 25200 anni. Secondo le moderne determinazioni, la preceſſione media degli equinozj è di 50 ſecondi per anno, il che corriſponde ad un grado in 72 anni.

Queſto Aſtronomo infaticabile intrapreſe, nell' occaſione di una nuova ſtella che comparve al ſuo tempo, una delle più grandi opere che abbiano mai tentato gli uomini di fare; cioè la numerazione, e la configurazione di tutte le ſtelle, per mettere la poſterità in iſtato di riconoſcere ſe il numero delle ſtelle era fiſſo, e ſe conſervavano ſempre tra loro la ſteſſa poſizione. Egli andò molto avanti con queſto immenſo lavoro. Plinio lo riguardò come un Dio, per avere oſato di formare un tal diſegno: *così*, eſclama egli, *Ipparco ha laſciato il cielo in eredità a quelli che ſi trovano degni di poſſederlo.*

La parallaſſi del ſole, dal che dipende la miſura della diſtanza in cui noi ſiamo da queſto aſtro, non ſi conobbe che imperfettamente dagli antichi Aſtronomi. Ipparco tentò di determinarla, coll' impiegar l' Eccliſſi della luna, ed altri elementi de' quali avrebbe biſognato conoſcere la quantità con ſomma eſattezza. Non dobbiamo dunque eſſere ſorpreſi, ſe in una così delicata queſtione, li riſultati delli ſuoi calcoli ſono lontani da una preciſione, alla quale i moderni, ajutati da ottimi iſtrumenti, non ſono che tardi arrivati.

La brevità di queſto diſcorſo mi aſtringe di paſſare ſotto ſilenzio altre opere d' Ipparco, come ſono le ricerche ſul Calendario, e ſul Calcolo trigonometrico.

Egli fu ſeguito da molti Aſtronomi, che ſenza eguagliare il ſuo genio ed il ſuo ſapere, ſi occuparono utilmente per aſſodare li fondamenti della Scienza ed accreſcerla. Gli uni fecero delle nuove oſſervazioni ſulla poſizione delle ſtelle; gli altri perfezionarono la teoria delli pianeti. Molti ſcriſſero ſu varj rami dell' Aſtronomia.

Si cita con elogio, in queſto numero, il Filoſofo Poſſidonio, quel famoſo Stoico, che in una viſita reſagli da Pompeo a Rodi per aſcoltare una delle ſue lezioni, eſſendo colpito da un fiero acceſſo di gotta, laſciò ſcappare involontariamente queſto grido della natura, affocato ben ſubito dall' orgoglio filoſofico: *Dolore! tu non mi vincerai, nè mai confeſſerò che tu ſia male* (*a*).

Giulio Ceſare merita pure di eſſer poſto tra gli Aſtronomi, per un ſaper reale e per il ſervizio preſtato al Calendario romano. Egli chiamò Soſigene di Aleſſandria in Roma, per cooperare unitamente a lui alla riforma di queſto calendario, che, dopo Numa Pompilio, ſuo primo autore, era caduto in una tal confuſione, che li meſi d' inverno corriſpondevano all' autunno, e quelli di Primavera all' inverno, ec. Eſſi fiſſarono la durata dell' anno a 365 giorni 6 ore; e dopo avere ſuppoſto che l' anno 708 di Roma ſarebbe di 14 meſi per riſtabilire l' ordine delle ſtagioni, eſſi regolarono in modo che in avvenire aveſſe alternativamente tre anni di 365 giorni, ed uno di 366 per l' intercalazione di un giorno tra il 6 e il 7 delle calende di Marzo, ovvero contando due giorni per uno nelle calende, fece dare il nome di *biſeſtile* a queſto anno. Queſto nuovo calendario aveva ancora eſſo molti difetti, che gli Aſtronomi moderni hanno ſtudiato di correggere.

(*a*) An. prima di G. C. 60.

Sotto il regno di Nerone fioriva Menelao (*a*), che fu nel tempo ſteſſo un gran Geometra, ed un gran Filoſofo. Egli aveva ſcritto un trattato *delle corde*, il quale è perduto: ma ci reſta il ſuo Trattato *delli triangoli ſferici*: opera molto inſtruttiva, in cui l'Autore ſpiega la formazione di queſti triangoli, ed il metodo *trigonometrico* per riſolverli nel maggior numero di caſi neceſſarj alla pratica dell'antica Aſtronomia.

Siamo giunti a Tolomeo, uomo di un immenſo ſapere (*b*). Alcuni lo fanno naſcere a Peluſia, altri a Tolemaide; venne di buon ora in Aleſſandria ove fece li ſuoi ſtudj. La poſterità gli dev'eſſere grata per avere traſmeſſo, nel ſuo Almageſto, tutte le antiche oſſervazioni da cui dipende la teoria del moto delli pianeti. I ſuoi predeceſſori ſi erano applicati a determinare l'ordine del noſtro mondo planetario. Specialmente cercato ſi aveva di conoſcere il ſito che la terra tiene nell'Univerſo, ſe ella ne occupa il centro, come dovrebbeſi credere per quello che appare, o s'ella giri fra gli ſpazj celeſti, come aveva penſato Pittagora. Dopo molte conteſtazioni, ſi accordarono quaſi unanimi a guardar la terra come immobile nel centro del mondo, ed a far girare intorno ad eſſa, in queſt'ordine, Mercurio, Venere, il Sole, Marte, Giove, e Saturno. Tolomeo adottò queſto ſiſtema, e per l'autorità che ſi aveva acquiſtato in Aſtronomia lo fece ricevere e paſſare alla poſterità ſotto il nome di *Siſtema di Tolomeo*: autorità per vero dire troppo imponente in queſto incontro, perchè ella ſervì a rattenere per molti ſecoli le ragioni che moſtrato avrebbero il difetto di queſt'ordine.

Tolomeo confermò la Teoria d'Ipparco ſul moto del ſole e della luna. Egli determinò, con nuove oſſervazioni le eccentricità delle orbite di queſti due aſtri; oſſervò di più nel moto della luna, un'altra ineguaglianza, ed è quella che dipende dalle differenti poſizioni di queſto pianeta rapporto al ſole, e che ſembra, per così dire, che dilati, e contragga alternativamente l'orbita lunare.

Fu meno fortunato, allora quando, giudicando che Ipparco aveſſe attribuita una troppo grande celerità alla retrogradazione delli punti equinoziali, egli riduſſe queſto moto ad un grado in cent'anni; perchè queſta ipoteſi ſi allontana molto più, per difetto, dal riſultato degli Aſtronomi moderni, che quello d'Ipparco non ſi allontana per eccеſſo.

I pianeti nelli loro corſi preſentano molti aſpetti alla terra. Ora vanno nello ſteſſo ſenſo che noi: ora appariſcono di arreſtarſi ed ora d'eſſer retrogradi. Tolomeo procura di ſpiegare tutti queſti moti con una moltitudine di cerchj concentrici, od eccentrici, incaſſati gli uni entro gli altri, e che formano una tal confuſione, che Alfonſo X, Re di Lione e di Caſtiglia, ſoprannomato l'Aſtronomo, perſuaſo della verità di queſto ſiſtema, che a fatica poteva intendere, non potè trattenerſi un giorno di dire: *ſe Dio mi aveſſe chiamato al ſuo conſiglio nel tempo della creazione, io gli avrei dato delli buoni avvertimenti ſul moto degli aſtri*: detto piacevole e che le moderne oſſervazioni hanno aſſolto dall'empietà, ed hanno rivolto contro il ſiſtema che l'aveva attirato all'impazienza.

Vi è anche una grand'opera di Tolomeo, la ſua *Geografia*, in cui ſi trova l'eſecuzione di un progetto dato da Ipparco di fiſſare la poſizione delli luoghi terreſtri con la *latitudine* e la *longitudine*. Queſta bella idea, adottata al preſente da tutti,

(*a*) An. di G. C. 55.
(*b*) An. di G. C. 115.

tutti ; unisce la Geografia con le osservazioni celesti, e ne forma una vera Scienza. Tolomeo ha dato anche la prima Teoria delle projezioni, delle quali se ne fa uso nella costruzione delle carte geografiche. Se allora cadde in molti errori sulla situazione delle città, e delli paesi, de' quali parla, conviene riflettere che il rendere perfetta la Geografia è il lavoro del tempo ; che in quello, in cui visse Tolomeo non si conosceva che una picriola parte dell' antico continente ; e che oggi ancora, sebbene l' Astronomia sia incomparabilmente più estesa, restano delle incertezze sulla posizione di un' infinità di luoghi nelli due emisferi.

Da Tolomeo fino agli Arabi (*a*), non si conta fra li Greci alcun' Astronomo di un certo ordine, se non lo fosse Teone di Alessandria, che viveva sul finire del quarto secolo, e del quale ci resta un commentario sull' Almagesto di Tolomeo. Si sa già la bellezza, la dottrina, ed il fine tragico della di lui figlia Ipazia.

ACUSTICA.

La quarta parte delle Matematiche, per ordine di tempo, è l'Acustica: non la Teoria generale delli suoni (perchè questa scienza appartiene alli moderni) ma la *Musica*, ch' n' è un ramo principale, e che considera li suoni nei loro rapporti con gli altri suoni.

Si sa che il suono è prodotto in generale per lo scuotimento comunicato ad un corpo elastico e trasmesso da questo corpo all' aria circondante che lo porta alle orecchie. Così, per esempio, si sente un suono, quando si batte una campana con un martello, quando si tocca una corda di violone, quando si soffia in un tubo di un flauto, ec. Il suono ha maggior pienezza o forza, quanto il corpo sonoro è più duro, più elastico, ed è più violentemente agitato.

Allora quando le vibrazioni di un corpo sonoro si succedono inegualmente e senza ordine alcuno, ne risulta un seguito di suoni irregolari od un semplice strepito che non può essere l'oggetto di alcuna teoria. Li suoni che la musica combina, devono seguirsi con intervalli eguali, e la loro unione forma un' armonia che alletta l' orecchio. Non importa, quanto ai rapporti, ch'essi hanno tra loro, che gli urti, da' quali l' orecchio è colpito, sieno forti o deboli, la sola differenza che proviene da questa ineguaglianza, è che ogni suono individuale ha più o meno d'intensità, senza cangiare di natura.

Li suoni gravi e li suoni acuti si distinguono gli uni dagli altri, per il numero delle vibrazioni del corpo sonoro in un dato tempo. Vi sieno due corde di violone egualmente tese, ma d' ineguale lunghezza, e tali, che in un dato tempo, una ne faccia due vibrazioni mentre l'altra ne fa una : il suono prodotto dalla prima sarà all' ottava del suono prodotto dalla seconda. Li otto tuoni o note della musica sono comprese nell' intervallo di questi due suoni : il che fa dire, ch' essi sono all' ottava l' uno dall' altro.

Si riguarda Pittagora, come quello che, fra gli antichi, fu il primo a determinare i rapporti numerici delli suoni musicali. Molti scrittori raccontano, che, passando un giorno d' avanti una bottega di un fabbro che batteva un pezzo di ferro su di una incude, egli sentì con sorpresa delli suoni che si accordavano con intervalli di quarta, di quinta, e di ottava. Riflettendo sulla causa di questo fenomeno,

(*a*) An. di G. C. 410.

giudicò che dipendeſſe dal peſo delli martelli; egli li fece peſare, e trovò che nel riportare li ſuoni prodotti dalli martelli ad uno ſteſſo ſuono preſi per unità, i peſi che producono la quarta, la quinta e l' ottava alta, erano tra loro come le frazioni $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$. Da là, dicono, ritornato alla ſua caſa, ha voluto in tal modo verificare queſta prima eſperienza: egli attaccò orizzontalmente ad un punto fiſſo una corda che fece paſſare per un cavalletto, e la caricò di differenti peſi; egli la fece vibrare, e trovò che li peſi, relativi alla quarta, alla quinta, ed alla ottava erano tra loro come quelli delli martelli. Per apprezzare l'eſattezza di queſto racconto, convlene ſapere che in generale il numero delle vibrazioni che fa in un dato tempo una corda di uniforme groſſezza e teſa da un peſo è proporzionato alla radice quadrata di queſto peſo diviſa per la lunghezza della corda. Col mezzo di queſto Teorema ſi vede che la lunghezza di tre corde della ſteſſa uniforme groſſezza, e teſa dallo ſteſſo peſo, dà la quarta, la quinta, e l' ottava alta, che ſono tra loro come le tre frazioni $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$; ma per fare rendere la quarta, la quinta, e l'ottava in alto ad una ſteſſa corda, caricandola di differenti peſi, biſognerebbe che queſti peſi foſſero tra loro come li numeri $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{4}$. Vi è dunque un errore o nelli rapporti che Pittagora ha trovato per li peſi delli martelli, o nella maniera con cui gli Storici hanno eſpoſto le ſue eſperienze. Certamente ſi averà creduto che li tre peſi differenti che, ſtendendo una ſteſſa corda, danno la quarta, la quinta e l'ottava, foſſero tra loro come le lunghezze delle tre corde differenti egualmente teſe, e daſſero queſti tre ſteſſi ſuoni, il che non è poi vero. Ma egli è certo che queſte prime idee di Pittagora ſono ſtate la vera ſorgente della teoria della muſica. Io non particolarizzerò di più queſto ſoggetto, perchè la muſica così propriamente detta non prende che pochi ajuti dalle Matematiche. Ma nel ſeguito parlerò della Teoria geometrica delle corde vibranti, e del moto dell' aria in un tubo; Teoria nata ſolo in queſti tempi.

MECCANICA.

Se l' antichità della Meccanica foſſe fino da quando ſi cominciò a far uſo per neceſſità delle leve, o di altre ſemplici macchine, coſto che ſi ha voluto coſtruire delle capanne, e degli ſtrumenti dovuti per i lavori, ec. forſe rimonterebbe a molto prima che alcun' altra parte delle Matematiche. Ma queſti uſi non erano fondati ſu dei principj dimoſtrati. La teoria della Meccanica non ha cominciato ad eſſere conoſciuta che tardi. Noi vediamo, da alcuni ſcritti di Ariſtotele, che queſto Filoſofo, e con più ragione tutti li ſuoi predeceſſori non aveano che delle nozioni confuſe ed anche falſe ſulla natura dell'equilibrio e del moto.

Statica.

Archimede fu il primo a ſtabilire i veri principj della Statica. Egli trovò la proprietà generale del centro di gravità, e fiſsò la poſizione di queſto punto nel triangolo, nella parabola, nel cono, ec. Fece vedere che due peſi in equilibrio all' eſtremità di una bilancia con braccia ineguali, erano reciprocamente proporzionali alle loro diſtanze dal punto di appoggio; dal che ne riſultava tutta la teoria della leva. Se gli attribuiſce anche la ſcoperta di molt' altre macchine ſemplici, come la carrucola, il piano inclinato, la vite. Si conoſce la macchina idraulica ſpirale, chiamata ordinariamente *la vite di Archimede*. La ſtoria ci fa ſapere ch' egli inventò una grande quantità di macchine compoſte.

La

La Meccanica era allora talmente ristretta, che Archimede fece molto stupire Gerone Re di Siracusa, suo parente, allora quando gli disse, che con una leva ed un punto fisso nel cielo egli solleverebbe il globo della terra. Questa proposizione altro non è che un'evidente conseguenza dell'equilibrio della leva; e che crescendo una delle braccia della leva ed applicando sempre lo stesso peso alla sua estremità, il peso applicato all'altro braccio che non cangia, deve crescere con lo stesso rapporto come il braccio variabile.

Se Archimede non fosse stato il primo Geometra del suo secolo, egli averebbe potuto, con questo grande titolo di gloria, vivere e morire nell'oscurità: egli si acquistò la più alta considerazione con le sue macchine. Così giudica il volgo. In fatto può egli apprezzare le speculazioni del genio, e non dev'egli riservare il suo omaggio per quello ch'espone alli suoi sensi ed alla sua immaginazione gli effetti sisici i più imponenti ed inauditi? Archimede era molto lontano di pensare così. Si vedrà certamente con piacere quanto Plutarco dice a questo proposito, nella vita di Marcello. Dopo avere raccontato che nell'assedio di Siracusa, un Ingegnere Romano, chiamato *Appio*, faceva giuocar molte macchine per atterrar le mura della Città, egli si espresse così: „ Archimede non si curava di „ tutto questo, come non fosse niente in paragone delle macchine da lui inven„ tate, non che egli ne facesse altrimenti caso nè conto, nè che le facesse come „ capi d'opera per far pompa del suo spirito: perchè erano, la maggior parte, „ giuochi di Geometria, ch'aveva fatti imbattendosi in modo di passatempo, „ ad istanza del Re Gerone, il quale l'aveva pregato di richiamare alquanto la „ Geometria dalla speculazione delle cose intellettuali all'azione delle corporali e „ sensibili, e fare che la ragione dimostrativa fosse alquanto più evidente e più „ facile da comprendersi dal popolo, ponendola con l'esperienza materiale all'uti„ lità pubblica „.

In seguito di questo passo Plutarco fa la storia del lungo ritardo che posero le machine di Archimede nella presa di Siracusa: „ e tuttavia, segue egli, Archi„ mede ebbe il cuore sì alto, e l'intendimento sì profondo; e teneva nascosto un „ tesoro di tante invenzioni geometriche, ch'egli non si degnò mai di lasciare „ scritto per il modo di dirigere tutte le macchine di tal sorta, per le quali si „ acquistò allora gloria e fama, non di essere dotato di scienza umana, ma di „ un sapere divino: così riputando tutta questa scienza d'inventar, e comporre „ macchine, e generalmente ogni arte, che reca qualche utilità nel ponerla in „ uso, vile, bassa e mercenaria, impiegò il suo spirito ed il suo studio a scrivere „ soltanto cose di tale sublimità e bellezza, che non fossero in verun modo mesco„ late con la necessità. Mentre quanto egli ha scritto sono geometriche proposi„ zioni che non hanno nulla a fare con le altre, qualunque esse si sieno, purchè „ il soggetto che trattano, combatti con la dimostrazione: dando loro il soggetto, „ la bellezza, e la grandezza; e la dimostrazione la prova sì bella, che non lascia „ nulla a dire, con una forza e facilità maravigliosa: perchè non si saprebbe tro„ vare in tutta la Geometria di più difficile nè di più profondo, scritto in modo „ più semplice e con più chiari termini, e con più facili principj, che quel„ li ch'egli ha inventato „.

Il giudizio di Archimede sull'eccellenza della Geometria, doveva estendersi egualmente sulla Meccanica razionale e teorica; perchè le verità ch'egli dimostra, sono così certe, così intellettuali, e qualche volta così profonde, come quelle della Geometria pura. Ma non è concesso di ponere sulla linea stessa la Meccanica pratica, perchè un uomo, ch'era nel tempo stesso un grande Geometra ed un gran

Mac-

Macchiniſta, ce lo vieta in una maniera ſi poſitiva: pure ella richiede ſpeſſo molto ſpirito ed invenzione, e certamente un Macchiniſta del primo ordine ha il primo luogo ſopra un Geometra ordinario.

Gli antichi non hanno aggiunto niente alla teoria data da Archimede della Statica; ma eſſi ne hanno fatto l'applicazione ad un gran numero di macchine ingegnoſiſſime, per li varj biſogni della ſocietà. Specialmente ſono da ammirarſi le loro machine militari.

Riguardo alla ſcienza del moto, ella è intieramente dovuta alli moderni.

IDRODINAMICA.

La Meccanica dei fluidi non ſarebbe altro che un ramo di quella dei ſolidi, ſe ſi poteſſe determinare la figura, il numero e le maſſe degli atomi elementari, che compongono un fluido, e poſcia ſommettere alle leggi generali della Meccanica gli ſforzi, che queſti atomi eſercitano gli uni ſu gli altri, in virtù del peſo, o della preſſione di qualche agente eſteriore. Ma queſto modo di trattare la queſtione ci è interdetto, perchè non abbiamo li dati neceſſari; ed allora la complicazione di queſti dati condizionali ci condurrebbe a calcoli inſormontabili colla forza dell' analiſi. Così, per iſtabilire li principj dell' Idrodinamica, ſiamo coſtretti a chiamare in ſoccorſo dalla Meccanica le cognizioni ſperimentali di qualche proprietà primitiva delli fluidi, dalla quale poi ſi poſſano dedurre tutte le altre. Queſta nuova difficoltà è cagione che gli antichi hanno fatto ſolamente delli progreſſi nell' Idroſtatica, od in queſta parte dell' Idrodinamica, che conſidera l' equilibrio delli fluidi, ed anche di queſto ſiamo debitori ad Archimede.

Idroſtatica.

Nel ſuo libro *de humido inſidentibus*, egli prende per baſe che le particole di un fluido ſuppoſte eſſendo eguali, ed egualmente peſanti e poſte le une a lato delle altre, quella, la quale è meno preſſata, è tacciata dalle altre: dal che ne riſulta che, per l'equilibrio, ogni molecula deve ſoffrire in ogni ſenſo un' eguale preſſione. Egli applica queſto principio all' equilibrio di un corpo ſolido ondeggiante ſu di un fluido; fa vedere che il volume della parte tuffata è al volume totale del corpo, come il peſo ſpecifico di queſto corpo è a quello del fluido; egli riſchiara queſta teoria con diverſi eſempj tratti dall'equilibrio di un cono, o di una paraboloide poſta ſull'acqua. La propoſizione VII. del primo Libro di queſt' opera ſerve a dimoſtrar facilmente che due corpi di egual volume, più peſanti di un fluido, nel quale ſono ſommerſi, perdono delle parti eguali del loro peſo. Io cito queſto Teorema, perchè ſ'opinione delli Matematici ſi è che Archimede ne faceſſe uſo per iſcoprire la frode di un Orefice di Siracuſa, che doveva formare per il Re Gerone una corona di oro puro, ed egli vi aveva frammiſchiato dell'argento. Si congettura con molta veriſimiglianza, ch'egli formaſſe in queſta maniera due maſſe, l'una d'oro, l'altra di argento, ciaſcheduna eguali in volume alla corona, e che avendo poi trovato che in pieno la corona peſava meno che la maſſa d'oro, e che più la maſſa d'argento, determinò la proporzione del frammiſchiamento con un calcolo aritmetico conoſciuto ora da tutti. Alcuni Autori aggiungono ch' egli era nel bagno quando ſe gli preſentò alla mente queſta idea, e ch' egli traſportato dalla gioja, ſenza riflettere di trovarſi ignudo, ſi miſe a correre per le ſtrade di Siracuſa, gridando: *Io l'ho trovato, io l'ho trovato.*

Cte-

Ctesibio ed Erone suo discepolo, Matematici della scuola di Alessandria, inventarono (*a*) molte macchine idrauliche, il giuocar delle quali dipendeva dal peso e dalla forza dell'aria: tali sono il sifone curvato, le trombe, la fontana di compressione, che anche ora si chiama *la fontana di Erone* ec. Ma essi attribuivano gli effetti di queste macchine ad un preteso orrore della natura per il vacuo. La Fisica degli antichi era piena di queste qualità occulte. Si trasportavano le idee di affezione o di odio dal mondo morale al mondo fisico: tutto era simpatia od antipatia nella natura, e si credeva di avere spiegato un fenomeno, quando si poteva riferirlo all'uno od all'altro di questi principj.

Idraulica.

Un Geometra romano, *Sesto Giulio Frontino*, conosciuto comunemente sotto il nome di *Frontino*, ha avuto alcune teoriche nozioni sul moto delli fluidi (*b*). La sua qualità d'ispettore delle pubbliche fontane di Roma, sotto gl'Imperatori Nerva e Trajano, ci ha procacciato il suo libro *de Aquæductibus Urbis Romæ commentarius*, che tratta del moto dell'acque, che scorrono nelli canali, o scappano dagli orificj dei vasi che le contengono. Egli ha veduto che l'acqua versata da una data cannella è altrettanto maggiore, quanto questa cannella corrisponde ad una più grande altezza del fluido: considerazione semplicissima, e pure trascurata ancora da alcuni fontanieri moderni; egli comprese anche che un canale destinato a deviare in parte l'acqua di un acquidotto, deve avere secondo le circostanze, una posizione più o meno obliqua rapporto al corso del fluido; egli fa dell'altre osservazioni vere su questa materia; ma non si trova alcuna geometrica precisione nelli suoi risultati; egli neppure ha conosciuto la vera legge delle velocità, relativamente alle altezze delli serbatoj.

Si crede che la scoperta delli mulini ad acqua appartenga al fine del VI secolo; ma si faceva uso a caso della forza dell'acqua, ed erasi molto lontano dal sapere valutarla con una sicura esattezza.

OTTICA.

Pare che la scuola Platonica abbia conosciuto li primi principj dell'Ottica, cioè la propagazione della luce in linea retta, e l'eguaglianze degli angoli d'incidenza e di riflessione. Non si deve fermarsi sulle spiegazioni fisiche che gli antichi, e particolarmente Aristotele, hanno dato dei fenomeni della visione. Si troverebbe portato all'eccesso l'abuso delle qualità occulte.

La cognizione delli vetri ardenti è anteriore anch'essa al tempo da noi indicato. Eccone la prova tratta dalla prima scena dell'atto secondo delle *Nuvole* di Aristofane: questo è un dialogo tra Socrate e Strepsiade, vecchio rozzissimo e stupido, il quale, come dice egli, ha trovato un mezzo di non pagare i suoi debiti (*c*): Streps. *Hai tu veduto presso li Droghieri quella bella pietra trasparente, con la quale si accende il fuoco?* Soc. *Non vuoi forse dirmi del vetro?* Streps. *Sì.* Soc.

(*a*) An. prima di G. C. 130.
(*b*) An. di G. C. 100.
(*c*) An. prima di G. C. 444.

Soc. *Or bene! che ne farai?* Streps. *Quando mi fi darà un assegnamento, io prenderò questa pietra, e ponendomi al sole, farò liquefare di lontano tutti gli scritti di assegnamenti.* Questa scrittura era segnata sulla cera, che copriva una materia più solida. L' effetto, del quale parla Strepsiade, poteva essere operato con la rifrazione, o la riflessione: ma li principj di Ottica fanno tosto vedere che uno specchio concavo, per rifrazione, ed un vetro convesso, per riflessione, non hanno qui la conveniente proprietà. Nel presentare al sole un vetro concavo per riflessione, il foco sarebbe stato posto in alto; ciò che averebbe richieduto per l' assegnazione una posizione molto incomoda, e della quale non è da presumersi che Strepsiade abbia voluto parlare; ma se si suppone che si abbia fatto uso di un vetro convesso per rifrazione, il foco sarà stato al basso; e così l' effetto di cui parla Strepsiade si spiegarebbe in un modo semplice e naturale.

Reca stupore, dopo una sì chiara prova dell' antichità delli vetri ardenti, che Cartesio e molti altri moderni abbiano posto in dubbio l' opinione generalmente ricevuta, che Archimede se ne abbia servito per abbruciare la flotta dei Romani, nell' assedio di Siracusa. La incredulità loro derivà dalla presunzione nella quale erano che Archimede avesse adoperato degli specchi concavi, per riflessione: del qual mezzo si è dimostrata la insufficienza. In fatto, perchè uno specchio di tale specie formasse un foco che agisse ad un tratto di distanza di 150 piedi, bisognerebbe che il raggio della sfericità fosse di 300 piedi. Ora come mai eseguire, con una certa precisione, dei vetri di una sì picciola curva? Allora, nello specchio di un sì lungo foco, li raggi del sole non potrebbero riguardarsi come paralleli; e la loro divergenza distruggerebbe presso che del tutto l' effetto della convergenza prodotta dallo specchio. La combinazione di molti specchi concavi non toglie questo inconveniente o non fa che presentarne dei nuovi. Ma il problema cangia affatto natura, se si suppone che Archimede abbia impiegato degli specchi privi di ogni curvatura o che formino de' piani perfetti; perchè allora si conosce facilmente che molti vetri piani possono essere disposti tra loro in tal maniera che portino i raggi del sole sullo stesso punto, e formino un foco capace di bruciare le legna, ed anche di liquefare i metalli. Dunque il fatto degli specchi di Archimede è possibile: ma poi è accaduto? Se si consultano li monumenti storici, si troverà che molti antichi Autori, come Diodoro di Sicilia, Erone, Pappo, ec. hanno scritto che veramente Archimede appiccò fuoco alla flotta de' Romani con dei vetri ardenti. Egli è vero che le opere, nelle quali essi ne parlano, ora sono perdute; ma esistevano ancora nel duodecimo secolo, mentre Zonara, e Tzetze, scrittori di quel tempo, ne citano i passi che versano su questa questione. Antemio, illustre Matematico ed Architetto, il quale viveva al tempo di Giustiniano I, e di cui il Sig. Dupuis dell' Accademia Reale delle Belle Lettere ci ha lasciato delli preziosi avanzi, non si contenta di attestare questo fatto, ma ne spiega la teoria ed il meccanismo di questi specchi.

In vano potrassi obbiettare che Polibio e Tito Livio non facciano menzione alcuna degli specchi di Archimede. Il silenzio di questi Storici non è che una prova puramente negativa, la quale deve cedere alle asserzioni positive e contrarie a quelle, delle quali abbiamo parlato.

Mi pare che le testimonianze di Zonara e di Tzetze debbano avere qui ad un di presso lo stesso peso che avrebbero quelle degli antichi scrittori, sulli quali essi si appoggiano. Dopo avere raccontato che Archimede aveva bruciato la flotta delli Romani col mezzo delli raggi solari, uniti e riflessi dal liscio di uno specchio, Zonara aggiunge che a questo esempio Procio bruciò, con degli specchi di bron-

bronzo, la flotta di Vitaliano, il quale assediava Costantinopoli, sotto l'impero di Anastasio l'anno 514. di G. C.. Tzetze entra a particolarizzare di più su gli specchi di Archimede; egli ne spiega così la costruzione. „ Allora quando Mar„ cello ebbe allontanato il suoi vascelli a segno, Archimede fece giuocare uno „ specchio esagono composto di molti altri più piccioli, ciascheduno dei quali „ aveva 24 angoli, e che si potevano muovere con l'ajuto delle loro commessure „ e certe lame di metallo; egli pose questo specchio in modo ch' era tagliato nel „ mezzo dal meridiano del verno e della state, in modo che li raggi del sole, „ ricevuti da questo specchio venendo a spezzarsi, accendessero un gran fuoco, che „ riducesse in cenere li vascelli delli Romani, sebbene fossero lontani di molto „. Questo passo indica, come si vede, il modo, con cui le parti dello specchio giravano per prendere la conveniente posizione, la diretta esposizione in cui era rapporto al sole, e finalmente la distanza alla quale portava il fuoco.

Il Padre Kircher Gesuita dice, nella sua opera che ha per titolo: *Ars magna lucis & umbra*, ch'egli aveva fatto costruire, secondo la descrizione di Tzetze, uno specchio composto di molti vetri piani, i quali riflettendo tutti la luce del sole in uno stesso punto, producevano un considerabile calore. Il Sig. di Buffon ha eseguito in grande quest' esperienza, ed in tal modo ha provato gli effetti degli specchi di Archimede. Nel 1747, egli fece costruire dal Sig. Passemant uno specchio da riflessione, composto di 168 vetri piani, mobili, e che si potevano far giuocare tutti ad un tempo, o soiamente in parte. Col mezzo di questa unione, egli bruciò nel mese di Aprile e con un sole molto debole il legno a 150 piedi di distanza; fece liquefare del piombo a 140 piedi; il che basta per dimostrare la realità della scoperta di Archimede.

Vi è nella successione delle cognizioni umane una fatalità che non ci conduce giammai alle più utili, se non facendole ultime. Gli antichi che sapevano far uso con tanto buon successo della proprietà dei vetri nel bruciare, non sapevano adoperarli con più importanza per ingrandire gli oggetti e dare ajuto alla vista. L' invenzione degli occhiali da ponere sul naso si è soltanto fatta presso la fine del secolo XIII. Quella degli astronomici canocchiali o telescopj è ancora più recente di 300 anni circa. Seneca dice, nel suo primo libro delle Questioni Naturali, che *le picciole lettere vedute a traverso di una palla di vetro, piena di acqua, sembrano più grosse*. Ma gli antichi, svlati per la pessima loro Fisica sulla visione, non hanno posto riflesso sulla natura di questo fenomeno, e non hanno tratto alcuna conseguenza per la costruzione delli canocchiali. I vetri convenienti per formare tali strumenti devono essere o di una grandissima sfera, l' uso della quale sarebbe incomodissimo e quasi impossibile, o di piccolissime porzioni di grandi sfere; il che è facile ad usarsi, anzi in fatto se ne fa uso: ma questo suppone l' arte di tagliare i vetri: arte incognita agli antichi, che sapevano soltanto soffiare il vetro, e formarne dei vasi.

ANALISI.

La comune opinione si è, che gli Antichi non avessero nozione alcuna dell'Analisi, ossia di quella Scienza, che insegna combinare insieme le grandezze considerate in uno stato di astrazione e di generalità. Egli è certo che l' algoritmo dell' Analisi, cioè, l' arte di eseguire i calcoli algebraici, ed in particolare di risolvere l' equazioni, era loro ignota. Ma, nel leggerli attentamente, si scopre facilmente come possedevano una specie di Analisi geometrica, simile a quella delli

moderni. Se ne trovano delle traccie negli ſcritti di Platone: ella ſi moſtra in una maniera ancora più chiara in quelli di Archimede; mentre, per eſempio, quando egli ſi propone nel ſuo Trattato *de Sphæra & cylindro*, *prop.* VII, di tagliare una sfera per un piano, in modo che li due ſeguenti ſieno tra loro in un dato rapporto, egli ragiona ſulle grandezze incognite come ſu quelle che ſi ſono date: e con un ſeguito di conſeguenze tratte dalle proprietà della sfera, giunge ad una proporzione, che eſſendo tradotta in calcolo algebraico, dà toſto l'equazione del terzo grado, dalla qual dipende la ſoluzione del problema. Ma egli era ancora molto lontano dalla parte tecnica del calcolo algebraico, e dalli differenti uſi, de' quali egli è ſuſcettibile.

Diofanto, Geometra della ſcuola di Aleſſandria, dev' eſſere riguardato, in certo modo, come l'inventore dell'Algebra (*a*): almeno ſi trova, nelle ſue opere, delli calcoli ch'egli eſeguiſce in una maniera analoga al metodo che al preſente ſi tiene per riſolvere l'equazioni del primo grado, ed anche quelle del ſecondo. Egli aveva ſcritto tredici libri *di Aritmetica*, tre de' quali ſi ſono perduti: quelli che reſtano, contengono delle queſtioni di una ſpecie particolare ed in quel tempo aſſolutamente nuova. Per eſempio, l'autore inſegna a dividere un numero quadrato in due altri quadrati; a trovare due numeri, la ſomma dei quali ſia a quella dei loro quadrati, in un dato rapporto; a trovare due quadrati, la differenza dei quali ſia eguale ad un dato quadrato, ec. L'arte ch'egli uſa per riſolvere queſti problemi, è ingegnoſiſſima e ſottiliſſima: che fu poi eſteſa, e perfezionata dalli moderni.

II. PERIODO.

Le Matematiche ſoggette, come tutte le umane iſtituzioni, a delli moti periodici di elevazione, di mediocrità, e di debolezza, ſi ſoſtennero nell'Egitto e nella Grecia, con la maſſa delle verità di cui ſucceſſivamente ſi arricchirono, e col diletto attaccato a tal genere di ſtudio. Una tempeſta ſi ſollevò contro d'eſſe in quelli climi, verſo la metà del Secolo VII. I ſucceſſori di Maometto, pieni dell'entuſiaſmo che loro inſpirava una nuova Religione tutta guerriera, eſtendendo le loro conquiſte dal fondo dell'oriente fino alla parte meridionale dell'Europa, poſero a guaſto l'Arabia, la Perſia, le iſole di Cipro, di Rodi, di Candia, e della Sicilia, l'Egitto, la Libia, ed il regno delle Spagne. Queſta guerra ſanguinoſa portò agli eſercizj del genio il colpo più terribile che aveſſero mai provato. Gli artiſti ed i dotti radunati da tutte le parti nel Muſeo di Aleſſandria furono vergognoſamente ſcacciati. Alcuni rimaſero le vittime della violenza delli conquiſtatori: altri andarono a traſcinar in lontani paeſi il reſto di una vita ſciagurata. Si diſtruſſero i luoghi e gli ſtrumenti che avevano ſervito a fare tante belle oſſervazioni. Finalmente quel depoſito prezioſo di cognizioni umane, la biblioteca dei Re di Egitto, che aveva già ſofferto un incendio ſotto Giullo Ceſare, fu intieramente data alle fiamme dagli Arabi. Il Califfo Omar ordinò che ſi bruciaſſero (*b*) tutti quei libri, *perchè*, diceva egli, *ſe ſono conformi all'Alcorano, ſono inutili; e ſe ſono contrarj devono eſſere abborriti ed annientati:* ragionamento ben degno di un fanatico mal diſciplinato guerriero.

Pare

(*a*) An. di G. C. 350.
(*b*) An. di G. C. 641.

Pare che la ſorte delle Scienze, attaccata e diſtrutta nel centro del loro Impero, ſia aſſolutamente diſperata. Ma queſta ſteſſa viciſſitudine che produce tante ſciagure e tanti delitti, conduce anche qualche volta a delle rivoluzioni vantaggioſe al genere umano. Tale fu il cangiamento che ſi fece ben preſto nelli coſtumi degli Arabi. Queſti popoli, come tutti quelli dell' oriente, avevano avuto in altro tempo alcune cognizioni delle Scienze e particolarmente dell' Aſtronomia. Se il fanatiſmo di una Religione ſanguinaria ſoffocò da prima queſti germi preziosi, egli non eſtinſe il principio da cui erano emanati. Allora quando queſte differenti Nazioni furono ſtanche di ſterminarſi ſcambievolmente, la loro ferocia ſi raddolcì, e l' ozio della pace richiamò gli ſpiriti attivi degli Arabi ad oggetti più reali e più aggradevoli delle diſpute ſulli dogmi dell'Alcorano. Appena ſcorſe un ſecolo e mezzo dopo la morte di Maometto, che cominciarono a coltivare da loro ſteſſi le Arti e le Scienze che avevano voluto annientare. Ebbero toſto dei Poeti, degli Oratori, delli Matematici, ec. Si contano in queſto numero delli Califfi preſſo gli Arabi, e poi molti Imperatori preſſo li Perſiani, allora quando queſti ultimi popoli ſi ſepararono dalli primi.

Scienza preſſo gli Arabi.

Tutte le parti delle Matematiche più o meno attraſſero la loro attenzione. Il ſiſtema della noſtra numerazione Aritmetica è una ſcoperta per ſempre memorabile che ci viene da eſſe. Egli ha, ſopra tutti quelli degli antichi, il vantaggio della chiarezza e della ſemplicità. Si ſa, che con dieci caratteri, alli quali ſi fanno occupare dei poſti quanto varj ſi vogliono, ſi può eſprimere con un modo il più facile e comodo un numero immenſo per la moltitudine delle ſue unità. Alcuni Scrittori pretendono che gli Arabi abbiano preſo queſta idea dagl' Indiani. Le ragioni, che ci danno, non mi pajono molto convincenti. Senza cercar di rifiutarle, mi contenterò di oſſervare, che noi dobbiamo immediatamente agli Arabi l' Aritmetica, come la uſiamo anche al giorno d' oggi. Il celebre Gerbert, che fu poi Papa col nome di Silveſtro II, riportò queſta ſcienza dalla Spagna, ove allora dominavano gli Arabi, ed egli la ſparſe nel reſto dell' Europa, verſo l' anno *960*.

Gli Arabi traſſero dallo ſtudio continuo delli Matematici Greci li principj delle altre Scienze, nelle quali queſti erano divenuti tanto eccellenti. Muniti di tali cognizioni, divennero gli emuli dei loro Maeſtri, e ſi poſero in iſtato di commentarli. Euclide, Archimede, ed Apollonio furono le guide loro principali nella Geometria, e nella Meccanica. La Trigonometria ha loro dell' eſſenziali obbligazioni. Eſſi hanno dato al calcolo Trigonometrico la forma che ancora preſentemente egli ha, almeno quanto ſpetta alli principj. Eſſi hanno ſoſtituito l' uſo *delli ſeni* a quello delle *corde*, che prima ſi adopravano, ed in tal modo reſero più ſemplici e più comode le operazioni della Geometria pratica.

Cardan attribuiſce a queſto ſteſſo popolo l' invenzione dell' Algebra così propriamente detta. Si ha veduto che Diofanto aveva indicato il metodo per riſolvere l' equazioni del primo, e del ſecondo grado. Gli Arabi lo ſvilupparono, e ſi crede che foſſero pervenuti a riſolvere fino l' equazioni del terzo grado. In fatto ſi ha nella Biblioteca di Leiden un manoſcritto Arabo, in cui l' Autore dà, per quanto veniamo aſſicurati, l' Algebra *dell' equazioni cubiche*, oſſia la riſoluzione delli problemi ſolidi.

L' Aſtronomia è la ſcienza, che gli Arabi hanno più coltivato, e nella quale

hanno fatto più numeroſe ſcoperte. Niente eguaglia la magnificenza degli oſſervatorj, e degli ſtrumenti ch' eſſi fecero coſtruire per li progreſſi di queſta ſcienza.

Tra li ſuoi differenti rami, la teoria del ſole li occupò per lungo tempo. Eſſi non hanno tardato molto a riconoſcere che Tolomeo aveva trovato o ſuppoſto troppo grande l'obliquità dell'Ecclittica. Flamſteed riporta, nella ſua ſtoria celeſte, la ſerie dei loro ſtudj ſu queſto: ſi vede che continuamente ſi accoſtano alla verità; e finalmente circa in capo a 700 anni, eſſi giunſero a determinare l'obliquità dell' Ecclittica con l' eſattezza ſteſſa ad un di preſſo, che la diedero le migliori moderne oſſervazioni: riſultato altrettanto più ſorprendente, quanto che non avevano, come noi, il ſoccorſo dei canocchiali.

Noi non citeremo qui che li principali Aſtronomi Arabi; e fra queſti diſtingueremo li Califfi che lo meritano, perchè gli eſempj dei Sovrani che illuminano gli uomini, hanno un' autorità, che la giuſtizia, e l' intereſſe devono celebrare.

Si trova nel numero delli primi Aſtronomi Arabi il Califfo Abou-Giaſar ſoprannomato *Almanſor*, oſſia il *Vittorioſo* (*a*). Queſto era un Principe Filoſofo ed applicato, che dava all'oſſervazione degli aſtri tutto il tempo che li doveri del Regno gli concedevano di diſporre.

Poco tempo dopo viveva Alfragan, il quale ha laſciata una ſpecie di commentario ſull' Almageſto di Tolomeo.

Il Califo Aaron-al-Raſchild (*b*) ſi dilettava della Meccanica e dell' Aſtronomia: in una celebre ambaſciata ch' egli inviò nel 807 a Carlo Magno, gli fece dono di un orologio di un ingegnoſiſſimo macchiniſmo: ſuonava le ore con certe palle che alternativamente cadevano in un vaſo di bronzo; dodici Cavalieri ſi preſentavano a dodici porte, e le chiudevano ſeguendo il numero dell' ore ſcorſe. Queſta macchina fece ſtupire l' Europa che d' altro non ſi occupava che nella guerra ed in puerilità grammaticali.

Il ſuo ſecondo figlio Almamon che regnò dopo ſuo fratello (*c*), fece progreſſi più che li ſuoi predeceſſori ſull' iſtruzione delle Scienze. Egli era ſtato ammaeſtrato da un Medico Criſtiano; e ſi adoperò, per quanto potè, per inſpirare il guſto per gli ſtudj nei ſuoi ſudditi. Oſſervò egli ſteſſo l'obliquità dell' Ecclittica, ed il ſuo riſultato è già più eſatto che quelli degli antichi Aſtronomi. Fece miſurare nella pianura di Sinjar, fuile ſponde del Mar Roſſo, l' eſtenſione di un grado della terra. Per mala ventura non ſi conoſce bene il rapporto della noſtra teſa con la miſura arabica, e s' ignora fino a qual ſegno queſto valore ſi accorda con quello ch' è ſtato preſo in queſti ultimi tempi. Pieno di ſtima per le opere dei Greci, Almamon fece tradurre quanto di loro poteva avere. Alcuni Autori ſoſtengono anche, che in un Trattato di pace, nel quale egli impoſe leggi a Michiele il balbo, eſige che ſe gli daſſero molti manoſcritti greci, che poſſedevano gl' Imperatori di Coſtantinopoli. La Città di Bagdad, ſituata quaſi nello ſteſſo ſito dell'antica Babilonia, fu da lui accreſciuta ed abbellita, e divenne il ſoggiorno delli Califfi. Vi erano in queſta Città ſcuole per tutte le ſcienze, ed una in particolare per l'Aſtronomia. Almamon portò nei ſepolcro la gloria di eſſere ſtato un Principe umano, ſaggio, e dotto più di ogni altro che abbia occupato il Trono delli Califfi.

Uno dei ſuoi ſudditi, Thebit-ebn-Chora, ſi diſtinſe nell' Analiſi e nell'Aſtronomia.

(*a*) Almanſor cominciò a regnare nel 754, morì nel 775.
(*b*) Raſchild cominciò a regnare nel 786, morì nell' 809.
(*c*) Almamon cominciò a regnare nell' 813, morì nell' 833.

mia. Si citano particolarmente le ſue ricerche ſulla durata dell'anno. Egli ſi pensò di riportar il moto del ſole, non alli punti equinoziali, che ſono mobili, ma alle ſtelle fiſſe; e giunſe a determinare la lunghezza dell'anno ſiderale, quaſi tale come è al giorno di oggi. Queſta eſattezza potè eſſere l'effetto dell'arte ch' egli ebbe dall' impiegare, e dal combinar inſieme le migliori oſſervazioni. In tal modo forſe ſi può attribuire in parte ad un felice accidente, mentre Tolomeo, la dottrina del quale era comunemente dagli Arabi ſeguita, aveva alquanto imbrogliato gli elementi della queſtione.

Albategnio, Principe Arabo, diede degl' importanti vantaggi all' Aſtronomia (*a*). Le tavole della luna e del ſole, che Tolomeo aveva formate, parendogli che foſſero difettoſe, poſe ogni diligenza per correggerle, e ne fece di nuove, le quali per molto tempo ſono ſtate giuſtamente celebri. Egli determinò in un modo eſattiſſimo l'eccentricità dell' orbita ſolare. Che ſe non giunſe alla ſteſſa preciſione col ſuo calcolo della lunghezza dell' anno, fu perchè confidò troppo nelle oſſervazioni di Tolomeo, e traſcurò di comparare immediatamente le ſue con quelle d'Ipparco. Egli fu il primo a riconoſcere che l'apogeo del ſole, riguardato prima come immobile, aveva un picciolo moto proprio, ſecondo l'ordine delli ſegni, il che fu confermato dalle moderne oſſervazioni. Finalmente, compreſe il difetto della teoria di Tolomeo ſulla preceſſione degli Equinozj; trovò, come Ipparco, che il moto apparente delle ſtelle fiſſe da occidente in oriente, era di un grado in 70 anni. Si ſa ch'egli era Governatore della Siria, e che fece le ſue oſſervazioni parte in Antiochia, e parte in Aratto, Città della Meſopotamia.

Scienze nella Spagna.

Gli Arabi portarono il guſto delle Matematiche in tutti li paeſi ſommeſſi alla loro potenza. Eſſe fiorirono per lungo tempo nella Spagna. Si trova Arſachel, il quale fece alcune correzioni alle tavole di Albategnio (*b*). Se gli attribuiſce la Raccolta intitolata: *Tabulæ Toledanæ*. Se, come ſi crede, egli ha ſcoperto, nel moto del ſole, certe ineguaglianze, le quali poi ſi ſono confermate con le oſſervazioni moderne, e con la teoria Newtoniana, egli deve eſſere tenuto per un Aſtronomo eſattiſſimo, e diligentiſſimo.

Alhazen viveva anch'egli nella Spagna (*c*); egli laſciò un Trattato di Ottica, in cui ſi trova il primo ſaggio della teoria, che ſi è data della refrazione e del crepuſcolo. Si pretende ch'altro non abbia fatto ſe non tradurre o commentare un'opera che Tolomeo aveva ſcritto ſulla ſteſſa materia: opera citata da altri Scrittori Arabi, ed ora perduta. Qualunque coſa ſiaſi, egli è certo che gli antichi e Tolomeo ſteſſo non avevano riguardo all'effetto delle refrazioni nelle oſſervazioni aſtronomiche; ed almeno Alhazen ha la gloria di averne indicato queſto effetto.

Averroè, celebre Medico di Cordova, abbreviò e comentò l'Almageſto di Tolomeo (*d*). Egli era dottiſſimo, al ſuo tempo, nella Fiſica, nella Medicina, e nelle Matematiche.

Li Criſtiani, che dal X ſecolo, avevano cominciato a ſcacciare gli Arabi da

(*a*) An. di G. C. 879.
(*b*) An. di G. C. 1080.
(*c*) An. di G. C. 1100.
(*d*) An. di G. C. 1110.

da alcune parti della Spagna, non si degnarono d'instruirsi da questi Mori, la Religione dei quali essi abborrivano. Quando Alfonso X Re di Castiglia (*a*), ha voluto stabilire nel suo Regno una specie di Collegio, o di Liceo, per i progressi dell'Astronomia, fu costretto di conferire la principal direzione a degli Arabi: egli osservò ed anche calcolò egli stesso unitamente a loro. Questo lavoro comune produsse le famose *Tavole Alfonsine*, più esatte e più complete di tutte le precedenti. Lo studio dell'Astronomia si mantenne per qualche tempo nella Castiglia, dopo la morte di Alfonso.

Gl'interessi dell'ambizione, ai quali niente resiste, finirono di rompere ogni comunicazione tra li Cristiani e li Mori, e spinsero la Spagna nelle tenebre più folte. A misura che le vittorie delli primi si moltiplicarono, le Scienze andavano declinando: esse finalmente perirono (*b*), allorchè il dominio dei Mori terminò nella Spagna, con la perdita di Granata: avvenimento per sempre deplorabile, se la Religione Cristiana non ne avesse profittato, mentre si è estesa sulle rovine del Maomettismo.

Scienze presso li Persiani.

Ritorniamo in Oriente: noi vedremo li Persiani, che fino allora non avevano formato che un solo popolo con gli Arabi, scuotere il giogo dei Califfi, verso la metà dell'XI secolo, senza abbandonare lo studio delle Scienze. L'Astronomia fu sopra tutto l'oggetto della loro curiosità. Gli antichi Persiani, dal regno di *Dario Occo*, contavano il tempo con le rivoluzioni solari. Supponevano l'anno un poco troppo lungo. Quando ricevettero le leggi dagli Arabi, l'uso che avevano i vincitori, di contare con le rivoluzioni lunari, lo preferò anche i vinti. Ma li Persiani ripresero il loro antico costume, tosto che furono liberi. Allora l'Astronomo *Omar-Cheyam*, per istabilire il calendario persiano, introdusse un sistema d'intercalazione, che viene ad essere lo stesso come se avessero supposto l'anno di 365 giorni, e vi fossero aggiunti otto giorni nello spazio di trenta tre anni: sistema fondato su delle ingegnosissime combinazioni, e che molto si accostano alla verità.

Un rapido conquistatore, *Holagu-ilecon-Kan*, figlio di Gengiskan, avendo soggiogato la Persia, verso l'anno 1254, non mostrossi d'altro occupato, che di rianimare il gusto delle Scienze, e specialmente quello dell'Astronomia, nella quale era versatissimo. Fece costruire, nella Città di Maraga, vicina alla Tauride, un osservatorio, ove radunò un gran numero di Astronomi, e di questi diede la presidenza a *Nassir-Eddin*, il più celebre tra quelli. Questa società formava una specie di Accademia, tanto più florida, perchè aveva un grande incoraggiamento da un Principe tanto magnifico. Nassir-Edin compose molte opere, tra le quali una Teoria sulli moti celesti, un Trattato sull'Astrolabio, e sulle Tavole Astronomiche, ch'egli chiamò *ilecaliques* per lasciare un monumento di sua riconoscenza verso il suo benefattore. Si racconta che *Holagu*, sentendosi vicino al suo fine, si fece trasportare in mezzo dei dotti, e volle rendere gli ultimi sospiri fra le loro braccia, riguardandoli come suoi figli, e come li veri eredi della sua gloria.

Il

(*a*) Alfonso cominciò a regnare nel 1252, morì nel 1284.
(*b*) An. di G. C. 1492.

Il ſuo eſempio fu ſorpaſſato da un Principe della ſteſſa nazione, dal famoſo *Ulug-Beigh*, nipote di Tamerlano. Non ſolo Ulug-Beigh incoraggiò le Scienze come Sovrano: ſi conta anzi anch'egli nel numero delli più dotti del ſuo ſecolo. Stabilì nella Città di Samarcanda, Capitale del ſuo Impero, una numeroſa aſſemblea, od Accademia di Aſtronomi, e fece coſtruire per il loro uſo gli ſtrumenti più grandi e più perfetti che ſi foſſero veduti. Egli s'informava di tutti i loro lavori; ed oſſervava anch'egli aſſiduamente. Alcuni Storici riferiſcono, che per determinare la latitudine di Samarcanda, impiegò un quarto di circolo, i raggi del quale eguagliavano l'altezza del Tempio di Santa Soffia di Coſtantinopoli, la quale è circa 180 piedi romani; ma la coſtruzione di un sì grande quarto di circolo è fiſicamente impoſſibile; vi è ogni apparenza di credere che queſti iſtorici, ignari dell'Aſtronomia, abbiano preſo un ſemplice gnomone per un quarto di circolo.

Ulug-Beigh compoſe molte opere. Particolarmente ſi cita il ſuo Catalogo delle ſtelle, e le ſue Tavole aſtronomiche, sì celebri per tutto l'oriente. Egli fu il primo a determinare l'obliquità dell'Ecclittica con una preciſione quaſi eguale a quella che danno gli ſtrumenti e le moderne oſſervazioni. Li talenti e le virtù di queſto Principe meritavano gli omaggi di tutta la terra: egli fu aſſaſſinato dal ſuo proprio figlio, in età di 58 anni (*a*).

Le turbolenze che cominciarono a deſolare la Perſia poco tempo dopo la morte di Ulug-Beigh, e che poi non fecero che creſcere, eſtinſero inſenſibilmente il guſto delle Scienze in quel paeſi. Deteriorarono in modo, che al preſente l'Aſtronomia dei Perſiani non è più, per così dire, che un ammaſſo di viſioni di Aſtrologia giudiciaria, ed appena ſanno eſſi calcolare rozzamente una eccliſſe.

Scienze preſſo i Chineſi.

La China non ci dà alcuna rimarcabile ſcoperta nel periodo da noi conſiderato. L'Aritmetica, e la Geometria di queſta nazione rimaſero ſempre imperfettiſſime; niuna teoria nuova: niuna intereſſante applicazione ſulli principj della Meccanica. Noi troveremo, per verità, che li Chineſi hanno molto oſſervato gli aſtri: ma tutte le loro oſſervazioni verſano ſu gli oggetti più comuni dell'Aſtronomia, come le eccliſſi, le poſizioni delli pianeti, le altezze ſolſtiziali del ſole, le occultazioni delle ſtelle della luna, ec. Non ſi vide ſortire alcun riſultato importante per il progreſſo della ſcienza. Dobbiamo ſoltanto rimarcare che l'Imperatore *Kobilai*, il quinto ſucceſſore di Gengiskan nella China, e quello che fondò la Dinaſtia degl' Iven nel 1271, fu un gran protettore dell'Aſtronomia. Egli era fratello di Holagu-ilecon-Kan, ed aveva quaſi lo ſteſſo guſto. Stabilì per capo del Tribunale delle Matematiche *Co-cheon-King*: oſſervatore diligente, che portò nell'Aſtronomia Chineſe una preciſione, alla quale non s'era ancora arrivato. Ma queſta luce non fu che paſſaggera. L'Aſtronomia Chineſe ricadette nel ſuo primo languore; e non ſi rialzò alquanto che circa un ſecolo dopo, ſotto gl'Imperatori di una nuova Dinaſtia, che diedero la direzione del Tribunale delle Matematiche, a degli Aſtronomi Maomettani.

Scien-

(*a*) An. di G. C. 1449.

Scienze presso gl' Indiani.

Noi faremo ancora più brevi sulla Storia delle Scienze presso gl' Indiani nello stesso tempo. Essi non sapevano, come negli altri tempi, che li principj più semplici, e più elementari dell' Astronomia. Oggi ancora appena sanno calcolare le eccliss in una maniera alquanto esatta.

Scienze presso li Greci moderni.

I dotti, che nella distruzione della scuola di Alessandria si erano rifugiati nella Grecia, contribuirono tosto a mantenere lo studio delle Matematiche. Ma, nello stato di abbandono, in cui erano ridotte, doveano necessariamente inclinare di continuo verso la loro rovina. Pure li Greci mostrarono, in questo tempo di decadenza, alcune scintille del genio che aveva animato Archimede, Apollonio, Ipparco, ec. Abbiamo già citato Zonara, e Tzetze, parlando degli specchi ardenti di Archimede. Si deve ancora citare con più distinzione Moscopulo, che fece, un poco prima della metà del XV secolo, l'ingegnosa scoperta delli *quadrati magici*. La presa di Costantinopoli da Maometto II, nel 1453, fu l' epoca della total rovina delle Matematiche nella Grecia.

Scienze presso li Cristiani.

Sebbene li Cristiani occidentali abbiano da prima mostrato in generale per lungo tempo un sommo allontanamento dalle Scienze, tuttavi s' incontrano fra loro in questo periodo di tempo alcuni che meritano di essere notati o per l' estensione delle loro cognizioni, relativamente ai tempi nei quali fiorirono, o per prove di un genio da loro fatte.

Bussola.

Io non citerò nel numero delle invenzioni che devono far onore agli Europei, quella della Bussola, puro effetto del caso, o di qualche circostanza che s' ignora. La proprietà della calamita, di attrarre il ferro, era cognita agli antichi Greci, nelli tempi fino di Talete: è stata conosciuta anche dalli Chinesi più di 300 anni prima di G. C.; ma non si sapeva, prima del cominciar del secolo XII, che una pietra di calamita sospesa o galeggiante sull' acqua col mezzo del sovero, si dirigesse sempre verso il nord da un lato stesso: e meno ancora si sapeva che un ago di ferro calamitato avesse la stessa virtù. Pare, dalle opere di Guy di Provenza, uno delli nostri Poeti del secolo XII, che li *Marini Francesi* sieno stati li primi a far uso della Bussola per dirigere il corso delli vasselli, e ch'egli le abbia dato il nome di *Marinetta*. L' uso di sospendere l'ago calamitato su di un perno è fra noi antichissimo. Pure gl' Italiani, gli Alemanni, gl' Inglesi ci contrastano la scoperta della Bussola. Queste reciproche pretensioni possono essere sostenute, sia perchè egli è possibile che si trovi la stessa cosa in diversi siti, sia perchè la Bussola essendo stata successivamente perfezionata, le nazioni che hanno contribuito a questo, ognuna per sua particolare utilità hanno creduto potere attribuirsi la totalità dell' invenzione. S' egli è vero, come pretendono molti Storici, che li Chinesi abbiano fatto servire la Bussola per la navigazione prima degli Europei,

Digitized by Google

ropei, essi sono stati però almeno ristretti ad una rozza pratica; perchè il metodo costante di far galleggiare la calamita sull' acqua non è comparabile col tenerla sospesa su di un perno.

Nel secolo XIII, l' Imperatore Federico II (*a*), nel mezzo di una vita agitatissima, e fra guerre continue, fondò l' università di Napoli, coltivò egli stesso le Scienze e le Belle Arti, compose alcune opere, e fece tradurre dal greco in latino quelle di Aristotele, e l' Almagesto di Tolomeo.

Questo secolo stesso produsse molti dotti nelli nostri climi. Si citano, tra gli altri, Vitellione, ed il Francescano Ruggero Bacone.

Il primo nato in Polonia, stabilitosi in Italia, ha lasciato (*b*) un Trattato di Ottica in dieci libri: quest' opera non è altro, in fondo, che quella di Alhazen, ma più chiara e più metodica.

Ruggero Bacone conserva ancora la celebrità ch' egli ebbe alli suoi tempi: Scrisse un gran numero di opere in varj tempi stampate. Si distingue fra queste il suo Trattato di Ottica, che contiene varie osservazioni, ed allora nuove, sulla refrazione astronomica, sulle apparenti grandezze degli oggetti, sulla straordinaria grossezza del sole, e della luna, veduta sull' orizzonte, nel luogo delli fochi sferici ec. Alcuni Inglesi, un poco troppo prevenuti in favore di Bacone, loro compatriota, hanno creduto vedere in questo trattato, che l' Autore avesse cognizione degli occhiali, ed anche delli telescopj. Ma il Sig. Smith, Inglese, più imparziale e giudice irrefragabile, distrusse questa opinione, dopo l' esatta discussione delli passi che recavano. Si è voluto anche attribuire a Bacone la scoperta della polvere da cannone: in fatto, essendo egli un grande Chimico del suo tempo, toccò e conobbe gli effetti del salnitro; ma realmente ella è posteriore di alcuni anni. Fu perseguitato dalli suoi confratelli, accusato di magia, servato in prigione, e costretto, per sortirne, di provare che non aveva mai avuto commercio col diavolo. Era nato nel 1214, e morì nel 1294.

L' invenzione degli occhiali è negli ultimi anni del XIII secolo. La si deve agl' Italiani. Abbiamo prove sicure che li primi canocchiali sono stati fatti da un certo Religioso Domenicano, chiamato *Alessandro di Spina*, il quale morì in Pisa nel 1313.

Il XIV secolo, presso le Nazioni occidentali dell' Europa, fu un tempo d' ignoranza e di barbarie per li Matematici. Si vedono comparire molti Alchimisti, alcuni Letterati stimabili e degli scolastici. Il Re Carlo V fondò la Biblioteca delli Re di Francia; incoraggì le arti e le belle lettere; ma le Matematiche furono quasi generalmente trascurate. Esse non producevano che un picciolo numero di Astronomi, tutto il merito dei quali era di aver fatto alcune osservazioni isolate. Si aggiunga però, che verso la metà di questo secolo, Giacomo *de' Dondi*, Veneziano, la di cui famiglia ancora sussiste, si acquistò una somma riputazione nella Meccanica e nell' Astronomia, con la costruzione di un orologio che segnava le ore, il corso del sole, quello della luna e degli altri pianeti, li mesi e le feste dell' anno (*c*).

(*a*) Federico II cominciò a regnare nel 1226, morì nel 1250.
(*b*) An. di G. C. 1260.
(*c*) L' inventore della macchina, di cui si parla, non è stato Giacomo Dondi, ma Giovanni suo figlio, non Veneziano ma Padovano, di una molto illustre famiglia, nella quale vi sono ancora dei dotti che molto si distinguono nelle scienze e nelle lettere. Giovanni Dondi fu celebre per il suo sapere e pea l' amicizia ch' egli ebbe con Francesco Petrarca. La macchina, ch' egli inventò, ha dato alla sua famiglia il nome di Dondi dall' Orologio.

Noi si avanziamo verso tempi più felici. Il XV secolo è fecondo di dotti, e soprattutto di Astronomi. Egli si apre con un moto che si fece nell'Algebra. Leonardo da Pisa viaggiò nell'Arabia; apprese li principj dell'Algebra e venne a spargerli nell'Italia. Scritto aveva su questa Scienza e sulla Geometria delle opere che non furono mai impresse, ma utilissime per li suoi tempi. Nel fine di questo secolo stesso ne pubblicò di simili. Nel 1494, un Francescano, chiamato *Luca di Borgo*, che dopo avere viaggiato per lungo tempo in oriente, era divenuto Professore di Matematica in Venezia, fece stampare gli *Elementi di Euclide* in Italiano, ad uso delli suoi discepoli; il che molto contribuì a formare delli Geometri. Poco tempo dopo, egli pubblicò un trattato di Algebra, intitolato *De summa Arithmetica & Geometrica*. Si avevano in questo Trattato le regole ordinarie dell'Aritmetica ed alcune invenzioni dovute agli Arabi, come per esempio, le regole delle falsе posizioni. L'Algebra vi è portata fino alla risoluzione dell'equazioni del secondo grado; si pretende che *Luca di Borgo* non si sia staccato molto dagli Arabi, e neppure da Leonardo di Pisa, sebbene gli sia stato posteriore.

In tutti questi tempi l'Astronomia è stata la scienza più coltivata. Ella ebbe delle obbligazioni a *Giovanni Gmunden*, che ne fece professione nell'Università di Vienna, verso l'anno 1406, ed al famoso Pietro Dailli, che propose al Concilio di Costanza (*a*) alcuni mezzi di riformare il Calendario, e di conciliare il moto del sole con quello della luna.

Il Cardinale di Cusa è celebre presso li dotti, per (*b*) avere intrapreso di far rivivere il sistema delli Pittagorici sul moto della terra.

Purbachio (*c*) ed il suo discepolo *Regiomontano* sono tenuti come li Ristauratori o li due più grandi Promotori dell'Astronomia del secolo XV. Il primo dopo avere per lungo tempo viaggiato onde apprendere commerciando coi dotti un'ampia cognizione dell'Astronomia, di cui ne aveva imparati li principj sotto Giovanni Gmunden, andò a stabilirsi in Vienna, dove le beneficenze dell'Imperatore Federico II, lo aveano chiamato, e dove succedè nel posto che Giovanni Gmunden aveva occupato nell'Università. Allora intraprese un'opera utile e necessaria: cioè una buona traduzione dell'Almagesto di Tolomeo; perchè tutte quelle che si aveano in latino, erano zeppe di falsità per l'ignoranza delli traduttori di Astronomia. Egli non sapeva nè il greco nè l'arabo; ma la perfetta intelligenza del soggetto gli bastò a correggere quelle cattive traduzioni, ed a procurarsi, almeno quanto al senso, la vera opera di Tolomeo. Poco dopo scrisse, in favore de' suoi Discepoli, varj trattati sull'Aritmetica, la Geometria, le altezze solstiziali del sole, la descrizione, e l'uso degli orologi portatili, il calcolo del grado d'ogni parallelo, relativamente al grado dell'equatore, ec. Siccome egli univa alle cognizioni teoriche l'abilità della mano, costruì egli stesso degli strumenti utili alla gnomonica, e delli globi celesti, sulli quali era segnato il moto delle stelle in longitudine, da Tolomeo fino all'anno 1450. Egli determinò, con le sue proprie osservazioni, l'obliquità dell'ecclittica; fece varie correzioni alla teoria del moto delli pianeti, che le antiche Tavole rappresentavano in un modo molto difettoso; finalmente, egli introdusse alcune abbreviature nel calcolo trigonometrico.

La

(*a*) An. di G. C. 1414.
(*b*) An. di G. C. 1430.
(*c*) Nato nel 1421, morto nel 1451.

La maggiore sua gloria ella è di avere formato Regiomontano (*a*). Eglino insieme hanno osservato in Vienna, per dieci anni. Dopo la morte di Purbachio, il secondo passò a Roma, per poter apprendere facilmente il greco, mentre era avido di sapere di tutte le scienze. Il suo progresso in tale studio fu sì felice, che in pochissimo tempo tradusse dal greco in latino li *Conici* di Apollonio, li *Cilindrici* di Sereno, le opere di Tolomeo, le *Questioni meccaniche* di Aristotele, le *Pneumatiche* di Erone, ec. Egli corresse sul testo greco l'antica versione di Archimede, fatta da Giacomo di Cremona. Non si confinò nel tradurre; fu anche Autore originale di molte opere eccellenti. Il suo Trattato di Trigonometria è osservabile in particolare, perchè vi si trova un bel metodo, ed il primo che si sia dato, per risolvere, in generale, un triangolo sferico qualunque sia, allora quando si conoscono li tre angoli o li tre lati; il che era in quel tempo un' sommo sforzo di genio e d' invenzione. La riputazione di Regiomontano determinò il Senato di Norimberga a chiamarlo in quella Città. Ivi si formò un osservatorio munito di eccellenti strumenti perfezionati od inventati da lui stesso, e con li quali fece delle osservazioni che lo posero in istato di rettificare e di estendere le antiche sue Teorie. Molti Astronomi avevano attribuito, da alcune osservazioni male interpretate delle quali egli dà la descrizione, un moto irregolare nelle stelle, ora diretto verso l' oriente, ed ora in senso contrario: Regiomontano refutò questa opinione. Nel 1472, egli ebbe occasione di osservare una cometa, il di cui moto, da prima lento, in breve si accelerò talmente, che scorse verso il suo perigeo più di 30 gradi in 24 ore; ella trascinossi dietro una coda di più di 30 gradi di lunghezza.

Il Papa Sisto IV, volendo fare che si riformasse il Calendario, invitò Regiomontano ad andare a Roma per tal effetto; gli fece magnifiche promesse; lo nominò anche al Vescovado di Ratisbona. Regiomontano partì; ma dopo qualche Mese di soggiorno in Roma, morì in età di 40 anni. Si sparse un rumore che li figli di *Giorgio di Trebizonda*, uno delli traduttori di Tolomeo e di Teone, l' abbiano fatto avvelenare, perchè aveva pubblicato molti errori nell' opera del padre loro.

Nel partire da Norimberga, lasciò Regiomontano un allievo molto abile a seguire le sue viste, ed aggiungerne di nuove; e' fu *Waltero* (*b*), ricco Cittadino, che fece costrnire tutti gli strumenti immaginati da Regiomontano, e che dopo la morte del suo maestro continuò ad osservare il Cielo per 40 anni. La serie delle sue osservazioni, che presentano delli fenomeni di ogni sorta, è un tesoro prezioso per gli Astronomi. Per mala ventura l' Astronomia pratica non aveva allora la perfezione che le hanno poi procurato li canocchiali di approssimazione, e la più scrupolosa ricerca nella costruzione degli strumenti. Si rimprovera al Waltero di essere stato poco comunicativo ed esclusivamente avere tenuto per sui li manoscritti di Regiomontano, delli quali egli ne fu depositario.

Navigazione.

Dopo la scoperta della Bussola, la navigazione sempre ajutata dall' Astronomia, si perfezionò sempre più, e si aperse un campo ben esteso. Gli antichi, che

(*a*) Nato nel 1436, morto nel 1476.
(*b*) Nato nel 1430, morto nel 1504.

non avevano alcun mezzo di conoscere ad ogn' istante la posizione del vàsello sul globo, di rado osavano perdere di vista le rive del mare. La Bussola levò quest' ostacolo; e si può ora intraprendere sicuramente delli viaggi a traverso li mari come a traverso le terre. Nel 1420, il Principe Enrico, figlio di Giovanni I, Re di Portogallo, andò a cercare nell' oceano delli nuovi paesi; egli scoperse l' isola di Madera; poi tornando verso l' oriente ed il mezzodì, scorse una parte della costa occidentale dell' Africa. Egli ebbe una quantità d' imitatori: sono note le spedizioni di *Vasco di Gama*, di *Cristoforo Colombo*, di *Americo Vespuccio*, e di molti altri: questo però non è il luogo di parlarne. Per segnare la strada che il vassello doveva scorrere, e per dirigerlo in fatto dietro a questa strada, il Principe Enrico s' immaginò le carte marine conosciute sotto il nome di *Carte piane*. L' uso delli globi terrestri era antichissimo: quello delle carte, più recente, aveva la preferenza, dopo che Tolomeo e gli Arabi aveano dato delli metodi geometrici per proporre li circoli della terra da porsi su d' una superficie piana. Enrico, che voleva segnare con linee rette li varj rombi delli venti di un vassello, non poteva far uso di queste carte, e fu costretto d' immaginarsi un' altra costruzione. Egli suppose che li meridiani fossero espressi con rette parallele, e li circoli paralleli all' equatore con altre linee rette parallele perpendicolari alle prime; segnò sulla carta la rosa delli venti; poi, per segnare la strada del vassello che suppone che segna lo stesso rombo del vento, condusse dal luogo della partenza al luogo dell' arrivo una linea retta, e credette che la linea delli venti parallela a quella, adempisse l' oggetto proposto. Ma queste carte non possono servire che per picciole estensioni del globo. Alloraquando gli spazj sono considerabili, i gradi delli cerchi paralleli all' equatore non possono essere rappresentati da un circolo all' altro, con linee eguali, come suppone l' autore; mentre si sa che le circonferenze di questi circoli diminuiscono continuamente dall' equatore alli poli. Di più, la strada, con uno stesso rombo di vento, non è in questa stessa costruzione, una semplice linea retta, se non lo fosse nelle due ipotesi ristrettissime nelle quali il vassello seguisse sempre lo stesso meridiano o lo stesso parallelo. Si compresero tosto questi inconvenienti, e nelli due secoli seguenti vi si trovò il rimedio.

III. PERIODO.

I progressi, che le nazioni occidentali dell' Europa hanno fatto nelle Scienze, dopo il secolo XVI fino a noi, superano talmente quelli degli altri popoli, che io non mi tratterrò più che dei primi nel seguito di questo discorso. In fatto che sono le astronomiche osservazioni delli Chinesi o degl' Indiani a fronte di tutte le belle ricerche, delle quali hanno gli Europei moderni arricchito la Geometria, l'Analisi, la Meccanica, ec.? Vi è un' essenziale differenza tra la Storia del mondo politico, e quella del mondo dotto: nella prima, ogni giorno accade qualche avvenimento grande o picciolo che bisogna scrivere, per dare un corpo alla cronologia; nella seconda, in cui gli avvenimenti sono le nuove verità, se una scoperta viene a legarsi con una teoria più estesa e più importante, ella perde la sua esistenza individuale, e si può escluderla senza scrupolo dal quadro generale delle umane cognizioni.

Tutte le Scienze si sono accresciute nell' intervallo di tempo, che qui ci occupa. L' Algebra particolarmente fece prima della metà del XVI secolo un passo, nel quale anche presentemente si è fermata. Ella ebbe un successo di altro genere:

lo

lo ſpirito delle ſue operazioni, applicato all'Aritmetica, fece ſcoprire nelli numeri molte proprietà che non mai ſi averebbero dedotte dalla loro immediata formazione. Io comprenderò, ſotto il nome generico di Analiſi, i progreſsi dell'Algebra e quelli dell'Aritmetica.

Analiſi.

Dopo che ſi vide l'opera di *Luca di Borgo*, ſi poſſedè perfettamente il metodo di riſolvere l'equazioni delli due primi gradi. Ma il paſſo alli gradi ſuperiori era difficile. L'Italia ebbe la gloria di dare ſu queſto una nuova eſtenſione all'Algebra.

Cardano (*a*) riporta, nel ſuo libro, intitolato: *De Arte Magna*, e pubblicato nel 1545, che Scipione Ferrei, Profeſſore di Matematica in Bologna, fu il primo a dare la formula per riſolvere le equazioni del terzo grado; che circa trent'anni dopo, un Veneziano, chiamato Florido, inſtrutto di queſta ſcoperta dal ſuo Maeſtro Ferrei, propoſe a Niccola Tartaglia (*b*), celebre Matematico di Breſcia, diverſi problemi, la ſoluzione de' quali dipende da queſta formula; e che Tartaglia, meditando ſu queſti problemi, giunſe a trovare. In un altro ſito, Cardano fece la confeſsione, che ſulle ſue iſtanti preghiere, Tartaglia gli comunicò queſta ſteſſa formula, ma ſenza aggiungere la dimoſtrazione; e che avendo trovato queſta dimoſtrazione, col ſoccorſo del ſuo Diſcepolo, Luigi Ferrari, giovane di una ſomma penetrazione, credette di dover dare il tutto al pubblico. Ma Tartaglia fu poco contento del procedere di Cardano; preteſe eſſere ſtato egli ſolo l'inventore di tal formula; ſoſtenne che Fiorido neppure la conoſceva, e che Cardano era colpevole nel tempo ſteſſo d'infedeltà e di piagio, per avere pubblicato una formula a lui confidata ſotto ſigillo di ſecretezza ed alla quale non aveva diritto alcuno.

La riſoluzione dell'equazioni del quarto grado ſeguì toſto quella dell'equazioni del terzo. Noi ſappiamo anche da Cardano che Luigi Ferrari fece queſta nuova ſcoperta. Il ſuo metodo, in oggi conoſciuto da tutti gli Analiſti, conſiſte in diſponere li termini dell'equazione del quarto grado, in modo che aggiungendo ad ogni membro una ſteſſa quantità, queſti due membri poſſano riſolverſi col metodo del ſecondo grado; Soddisfacendo a queſta condizione, ſiamo condotti ad un'equazione del terzo grado: in modo che la completa riſoluzione del quarto grado è legata con quella del terzo, e le difficoltà di queſto appartengono egualmente anche all'altro.

Io diſsi le *difficoltà*: in fatto vi è nel terzo grado un caſo ch'è divenuto la tortura di tutti gli Analiſti, e che per tal ragione, ſi chiama *caſo irreducibile*. Queſto caſo abbraccia le equazioni in cui le tre radici ſono reali, ineguali ed incommenſurabili tra loro. Allora le formule, che le rappreſentano, comprendono delle parti immaginarie, e da prima ſi crederebbe che queſte eſpreſsioni foſſero immaginarie, ſe un attento eſame della loro natura non impediſſe di precipitare il ſuo giudizio. Tartaglia e Cardano non oſarono pronunciar niente ſu di queſto.

L'ul-

(*a*) Nato nel 1501, morto nel 1576.
(*b*) Nato nel 1479, morto nel 1557.

L' ultimo si pose soltanto a risolvere alcune particolari equazioni che mostravano di avervi rapporto, e dove per caso svanì la difficoltà.

Raffaello Bombelli Bolognese, alquanto posteriore a Cardano, fu il primo a far vedere, nella sua Algebra stampata nel 1579, che le parti della formula che rappresenta una radice nel caso irreducibile, formavano con la loro unione, un risultato reale. Questa proposizione era allora un paradosso; ma il paradosso disparve, quando si vide, con la dimostrazione del Bombelli, che le quantità immaginarie, comprese nelli due membri della formula, doveano necessariamente distruggersi per l'opposizione delli segni, i quali elleno rappresentavano. Si comprende come una tal osservazione era importante. Poi fu dimostrata in molte maniere; ma per quanti sforzi si sieno fatti onde ottenere direttamente ed in termini finiti, nel caso irreducibile, le radici sotto una forma sbarazzata d' immaginarii, non vi si è fin ora potuto giungere. Il solo progresso che si abbia fatto in questa Teoria si è di poter rappresentare le radici con formule reali affatto approssimate, o con linee che la Geometria insegna a determinare.

Naturalmente si può pensare che li metodi per il terzo ed il quarto grado, devono estendersi più lontano, o far nascere almeno nuove viste sulle forme delle radici nelli gradi superiori al quarto. Ma se si eccettuano l' equazioni, che con trasformazioni di calcolo si riducono nell' ultima analisi al quarto grado, l' arte di risolvere in rigore l' equazioni non ha fatto progresso alcuno dopo gli studj da noi citati degl' Italiani.

Maurolico (*a*), Abbate di *Santa Maria dal Porto*, in Sicilia, profondo in tutte le parti delle Matematiche, si diede ad un altro ramo del calcolo analitico, allora quasi incognito: quest' era la somma di molte serie di numeri, come la serie di numeri naturali, quella dei loro quadrati, quella delli numeri triangolari, ec. Egli diede, su questo argomento delli Teoremi notabili per la sottigliezza dell' invenzione e la semplicità delli risultati.

Si vede che noi rendiamo giustizia volentieri alli dotti stranieri. La stessa equità richiede che si attribuisca a Vieta (*b*), uno degl' illustri nostri compatrioti, la gloria di avere reso generale l' Algoritmo dell' Algebra, e di avere fatto molte importanti scoperte. Prima di lui non si risolvevano che dell' equazioni del genere di quelle, le quali si chiamano *equazioni numeriche*: si rappresentava l' incognita con un carattere particolare, o con una lettera dell' alfabeto; le altre quantità erano delli numeri assoluti. Egli è vero che il metodo poi applicato ad una equazione poteva essere egualmente applicato ad un' altra simile equazione. Ma era da desiderarsi che tutte le grandezze indistintamente fossero rappresentate con caratteri generali, e che tutte le applicazioni particolari di un ordine stesso fossero non altro che semplici traduzioni di una stessa formula generale. Vieta procurò questo vantaggio all' Algebra, introducendo le lettere dell' alfabeto per rappresentare ogni sorta di grandezze conosciute od incognite: notazione facile e comoda, tanto perchè l' uso delle lettere ci è molto familiare, quanto perchè una lettera può esprimere indifferentemente un peso, una distanza, una velocità, ec. Egli stesso fece molto uso felicemente di questo nuovo algoritmo. Tali sono, per esempio, li mezzi ch' egli dà di trasformare un' equazione in un' altra, le radici della quale sieno

(*a*) Nato nel 1494, morto nel 1575.
(*b*) Nato nel 1540, morto nel 1603.

ſieno maggiori o più picciole di una quantità arbitraria; di moltiplicare o di dividere le radici per qualunque numero, ec. Queſte differenti preparazioni lo conducono ad un metodo ingegnoſo e nuovo per riſolvere l'equazioni del terzo e del quarto grado. Finalmente, in mancanza di una riſoluzione rigoroſa dell' eqnazioni di tutti li gradi, egli dà nna riſoluzione approſſimata: ella è fondata ſu di queſto principio, che una equazione qualunque ſiaſi non è che una potenza imperfetta dell' incognita; e l' autore impiega, ad un di preſſo le ſteſſe maniere, come per trovare, per approſſimazione, le radici delli numeri che non ſono potenze perfette. Se al preſente noi abbiamo delli mezzi più ſemplici e più comodi per arrivare allo ſteſſo fine, tuttavia ſi devono ſtimare queſti primi sforzi di un genio.

Gl' Ingleſi fecero, poco tempo dopo Vieta, delle ſcoperte intereſſanti nell' Algebra. Harriot (*a*), in un' opera intitolata: *Artis Analytica praxis*, radunò quanto era ſtato ſcritto di più importante ſu queſta Scienza, e vi aggiunſe molte coſe nuove. Egli ſemplifica le nozioni del Vieta, ſoſtituendo le lettere minuſcole alle majuſcole, ed alcuni nuovi ſegni per abbreviare il diſcorſo; fu il primo ad immaginarſi di ponere ad uno ſteſſo lato tutti li termini di un' equazione, onde potè diſtintamente vedere (il che l' Analiſta Franceſe non ha fatto che indicare in una maniera confuſa), che in ogni equazione, il coefficiente del ſecondo termine è la ſomma delle radici preſe con ſegni contrarj: che il coefficiente del terzo è la ſomma delli prodotti delle radici preſe due a due, ec. A lui ſiamo debitori di avere oſſervato che tutte l' equazioni, le quali paſſano il primo grado, poſſono eſſere riguardate, come prodotte dalla moltipilcazione dell' equazioni del primo grado: in modo, chè ſoſtituendo al luogo dell' incognito uno delli valori dati da queſte equazioni componenti, la totalità delli termini dell' equazione propoſta diviene eguale a zero. Queſti Teoremi hanno facilitato la completa riſoluzione di molte equazioni.

L' Inghilterra ha prodotto un' altra Teoria analitica ingegnoſiſſima e di molta importanza per li ſuoi uſi: quella dei logarilmi. Ognuno ſa che vi ſono, per li calcoli numerici, quattro regole principali; l' addizione, la ſottrazione, la multiplicazione, e la diviſione. Le due prime ſono ſempre facili a porſi in pratica, e baſta una mediocre attenzione per facilmente eſeguire i calcoli ch' eſſe preſcrivono. Non è così delle altre: eſſe eſigono ſpeſſo delle lunghe operazioni, faticoſe, e nelle quali poſſono facilmente ſcorrere degli errori. Oſſervandoſi la corriſpondenza reciproca della progreſſione geometrica e della progreſſione aritmetica, ſi conobbe che nel paſſaggio da nno all' altro termine, la progreſſione geometrica impiega la multiplicazione o diviſione egualmente che la progreſſione aritmetica impiega l' addizione, o la ſottrazione. Quindi il Barone di Neper Scozzeſe, s'immaginò (*b*) di coſtruire delle Tavole, ovvero delli numeri corriſpondenti gli uni agli altri, ſeguendo le leggi della progreſſione geometrica, e della progreſſione aritmetica: con queſto mezzo egli riduſſe tutti li calcoli a ſemplici addizioni e ſottrazioni: idea bella che rende degl' immortali ſervigi a tutte le parti delle ſcienze, e ſpecialmente all'Aſtronomia. Neper iſteſſo, Enrico Brigg, Ulacq, Gardiner, ec. hanno diritto alla riconoſcenza della poſterità.

Neſ-

(*a*) Nato nel 1560, morto nel 1621.
(*b*) An. 1614.

Neſſuno ha più contribuito alli progreſſi dell' analiſi, quanto l'illuſtre Carteſio (*a*). La natura gli aveva dato il genio e l' ardire neceſſario per paſſare per tutti li confini delle cognizioni umane. Egli inſegnò agli uomini, col ſuo *Metodo*, l' arte di cercare la verità; aggiunſe l' eſempio al precetto nelle ſue opere di Matematica. La gloria ch' egli ſi acquiſtò con queſt' opere non perirà giammai, perchè le verità da lui ſcoperte ſono di tutti li tempi; ma non ſi può diſſimulare che la maggior parte delli ſuoi ſiſtemi filoſofici, nati dalla ſua immaginazione, e contraddetti dalla natura, non ſiano già ſpariti, e non abbiano prodotto altro vantaggio che di abolire l' Ariſtoteliciſmo. L' Algebra gli è debitrice di molte importanti ſcoperte. Egli introduſſe nelle multiplicazioni reiterate di una ſteſſa lettera la notazione delle potenze pegli eſponenti, il che ſimplifica il calcolo, ed è ſtato il germe del Metodo per potere ſviluppare le quantità radicali in ſerie. Gli Analiſti, che l' avevano preceduto, non conoſcevano l' uſo delle radici negative nell' equazioni, ed eſſi le rigettarono come inutili. Egli fece vedere ch' eſſe ſono egualmente reali, egualmente proprie a riſolvere una queſtione che le radici poſitive, la diſtinzione che deveſi ponere tra le une e le altre non avendo altro fondamento, che la differente maniera di vedere le quantità, delle quali eſſe ſono li ſimboli. Egli inſegnò conoſcere in una equazione, che non contiene che radici reali, il numero delle radici poſitive e quello delle radici negative, con la combinazione delli ſegni che precedono li termini dell' equazione; il Metodo *delle indeterminate*, traveduto dal Vieta, fu ſviluppato dal Carteſio, che ne fece una chiara applicazione e diſtinta alle equazioni del quarto grado; dimoſtra che l' equazione generale di queſto grado è il prodotto di due equazioni del ſecondo, ch' egli aſſetta de' coefficienti *indeterminati*; e con la comparazione delli termini di queſto prodotto con quelli della propoſta equazione, arriva ad un' equazione riducibile al terzo grado, la quale dà li coefficienti incogniti. Queſto metodo ſi applica ad un' infinità di problemi, in tutte le parti delle Matematiche.

Io qui non farò menzione di molti dotti Algebriſti, che poco tempo dopo la morte del Carteſio eſteſero ed anche perfezionarono li ſuoi Metodi. Ve ne è tuttavia uno che merita una particolare attenzione; queſto è il celebre Hudde (*b*), Borgomaſtro di Amſterdam, che pubblicò nel 1658, nel commentario dello Schooten ſulla Geometria del Carteſio, un metodo ingegnoſiſſimo per riconoſcere ſe un' equazione di un grado qualunque contenga molte radici eguali, e per determinare queſte radici.

Paſcal (*c*) ſi aprì nell' Analiſi una nuova ſtrada, col ſuo famoſo *Triangolo aritmetico*. Queſto è una ſpecie di albero genealogico, nel quale, col mezzo di un numero arbitrario, ſcritto ſulla punta del triangolo, l'Autore forma ſucceſſivamente e in modo più generale tutti li numeri figurati, determina li rapporti che tra loro hanno li numeri di due caſe qualunque ſieno, e le differenti ſomme che devono riſultare dall' addizione delli numeri di uno ſteſſo ordine preſo in quel ſenſo che ſi vorrà. Egli fa poi molte applicazioni intereſſanti di queſti principj. Quella in cui egli determina le parti, che ſi devono ſtabilire tra due giocatori, i quali giocano in più parti, merita ſopra tutto eſſere oſſervata, mentr' ella ha dato origi-

ne

(*a*) Nato nel 1596, morto nel 1650.
(*b*) Morto vecchiſſimo nell' an. 1704.
(*c*) Nato nel 1623, morto nel 1662.

ne al calcolo delle probabilità, nella Teoria del giuochi dipendenti dal caſo. Alcuni Autori hanno attribuito *gli elementi* di queſto calcolo ad Huguens (*a*), che pubblicò nel 1657, un eccellente Trattato intitolato *de Ratiociniis in ludo aleæ*; ma Huguens avverte egli ſteſſo, con una modeſtia degna di sì grand' uomo, che queſta materia era già ſtata agitata tra li più grandi Geometri della Francia, e che non ha pretenſione alcuna di eſſerne l'inventore. In fatto, ſi vede, dalle lettere di Paſcal e di Fermat (*b*), impreſſe nell' opere di queſt' ultimo, che li principj del Triangolo aritmetico erano ſparſi in Francia fino dall' anno 1654, ſebbene le opere, nelle quali Paſcal li ſpiega in particolare, non ſieno comparſe in iſtampa che dopo la morte dell' Autore.

Nel tempo che Paſcal a Parigi ſi applicava alla natura delli numeri figurati, Fermat a Toloſa ne ſcopriva molte belle qualità, ſeguendo un altro metodo. Queſti due grand' uomini ſpeſſo s' incontravano nelli riſultati delle loro ricerche. In vece che una ſimile concorrenza alteraſſe l' amicizia, che la conformità degli ſtudj aveva fatto naſcere tra loro, ſenza eſſerſi mai veduti, promiſcuamente ſi reſero giuſtizia con un abbandono tale, che dalla mediocrità non può mai eſſere conoſciuto.

La predilezione del Fermat, per le ricerche numeriche ſpecialmente ſi rivolſe ſulla Teoria delli numeri primi, che non era ſtata ancora eſaminata, ed in cui fece delle profonde ſcoperte. Si ſa che ogni numero non è che un rapporto con l' unità della numerazione; ma è ſpeſſo difficile di riconoſcere ſe queſto rapporto è ſemplice, o s' egli è prodotto dalla moltiplicazione di molti altri. Fermat ſtabilì delli caratteri generali e diſtintivi, proprj a far conoſcere, in un' infinità di occaſioni, li numeri che hanno delli diviſori, da quelli che non ne hanno. L' analiſi di Diofanto eſercitò pure il ſuo genio. Bachet di Meziriac (*c*), Editore e commentatore del Geometra greco, aveva già riſolto molti nuovi problemi dipendenti dalla dottrina del ſuo Autore: Fermat portò più di lontano la materia ſteſſa. Tutte queſte ricerche ſono ſtate eſteſe e perfezionate da delli grandi Geometri moderni.

Nel 1655, Wallis (*d*) pubblicò, in Inghilterra, la ſua *Aritmetica degl' infiniti*; opera piena di genio, l'oggetto della quale era, come quella del Triangolo aritmetico, di ſommare differenti ſerie di numeri. Con queſto metodo, ſi quadrano le curve, quando le ordinate ſono eſpreſſe da un ſolo termine; così ſi poſſono quadrare le curve a ordinate compleſſe, ſviluppandone queſte ordinate in ſerie, delle quali ogni termine è un monomio. Qui ſotto noi parleremo della diſputa che l'autore ebbe con Paſcal ſulla Cicloide. Wallis era un profondo Analiſta. La notazione delle radicali per degli eſponenti frazionarj, e quella degli eſponenti negativi ſi devono a lui. Carteſio non aveva impiegato gli eſponenti che per le potenze intiere e poſitive.

Il cammino della verità eſſendo continuamente interrotto da ſcogli, ne' quali la debolezza dello ſpirito umano viene ad urtare, non ſi ſaprebbe bene moltiplicare i mezzi di ſcanſarli, o di approſſimarſi al fine, allora quando non è poſſibile di rigoroſamente giungervi. Tale è il vantaggio che procura la Teoria delle frazioni con-

(*a*) Nato nel 1625, morto nel 1695.
(*b*) Nato nel 1590, morto nel 1663.
(*c*) Nato nel 1577, morto nel 1638.
(*d*) Nato nel 1616, morto nel 1703.

continue, allorchè una frazione irreducibile è espressa da troppo grandi numeri perchè si possa applicarla alla pratica, sotto la sua forma immediata. Ella sostituisce ad un' espressione complicata, un' espressione semplice ed ad un dipresso equivalente. Questa Teoria, della quale il Lord Brounker (*a*) aveva dato gli elementi, fu estesa e perfezionata dall' Huguens: ella è stata poi applicata a molti usi importanti.

Tutti questi rami particolari dell' analisi non facevano perdere di vista il problema della risoluzione generale dell' equazioni. Newton, allora giovane, la cercò per lungo tempo. Egli non la trovò; ma fino d' allora estese notabilmente li confini dell' Algebra. Egli diede un metodo per iscomporre, allora quando è possibile, una equazione in fattori commensurabili: metodo che si estende a tutti li gradi, e la pratica del quale è così semplice quanto mai si possa desiderare. Egli somma le potenze tutte delle radici di un' equazione; egli insegna l' arte di estraere le radici delle quantità in parte commensurabili, in parte incommensurabili; egli insegnò a formare delle serie infinite, per trovare in una maniera approssimata le radici dell' equazioni numeriche e letterali di tutti li gradi, ec. La maggior parte di queste ricerche sono state rischiarate e commentate in molte opere moderne.

Geometria Pura.

Nel cominciar del Secolo XVI, l' antica Geometria fu coltivata in Europa con un successo che sempre più andava aumentandosi. Si presero per guide li Geometri greci, la maggior parte dei quali furono tradotti in latino od in italiano. Lo studio dell' antiche lingue allora era molto in uso, moltiplicava gli oggetti e li mezzi di apprendere.

Si cita Werner (*b*) come un dotto Geometra. Nel 1522, pubblicò a Norinberga alcuni Trattati, che appartengono quasi tutti alla Teoria delle sezioni coniche.

Tartaglia e Maurolico, delli quali abbiamo già parlato, furono utili alla Geometria, non solo come traduttori di molt' opere antiche, ma altresì come Autori. Il primo ha composto un Trattato italiano, intitolato: *dei Numeri e Misure*, nel quale si trova per la prima volta la determinazione dell' *area* di un triangolo, col mezzo delli suoi tre lati, e senza il concorso della perpendicolare abbassata dall' uno delli suoi angoli sul lato opposto. Il secondo ha scritto su molti argomenti: Il suo Trattato delle Sezioni Coniche è osservabile per la chiarezza ed eleganza che vi è sparsa. Il Sig. de la Hire non ha fatto poi, che amplificare ed applicare a del nuovi usi il Metodo del Geometra Siciliano.

Non dobbiamo lasciar di parlare di Nonio (*c*), nato in Portogallo, autore di molte opere stimatissime, ed a cui specialmente si deve la suddivisione delle picciole parti di uno strumento con linee trasversali, ordinariamente chiamate *Divisione di Nonio*.

Commandin (*d*), che per altro non si può porre se non nel ordine delli Com-

(*a*) Nato nel 1620, morto nel 1684.
(*b*) Nato nel 1468, morto nel 1528.
(*c*) Nato nel 1492, morto nel 1577.
(*d*) Nato nel 1509, morto nel 1575.

Commentatori, merita almeno una lode non comune, per avere bene eſteſo gli Autori da lui tradotti, e per avere riſchiarato i luoghi difficili con note eſatte e preciſe. Pubblicò anche in latino Euclide, Archimede, alcune opere di Tolomeo, le Pneumatiche di Erone, la Geodeſia del Geometra Arabo Mehemet di Badat ec.

Il celebre Ramus (*a*) non ha fatto ſcoperta alcuna nelle Matematiche: i ſuoi elementi di Geometria e di Aritmetica ſono mediocri; ma fu benemerito delle ſcienze, e per il ſuo zelo nel diffonderle, e per il ſacrifizio che fece del ſuo ripoſo, della ſua fortuna, e fino della ſua vita.

Io mi aſtengo di citar molti altri Geometri che ſcriſſero dell' opere utili per i loro tempi, ma poco profondi, ed ora quaſi intieramente obbliati. Nominerò ſoltanto *Pietro Mezio*, *Adriano Romano* e *Ludolfo-van-Ceulen*, che calcolarono in una maniera più approſſimante che non ſi aveva fatto fino allora, il rapporto della circonferenza al diametro. Quello del 355 al 113, dato da Mezio s'approſſima in ſingolar modo alla verità, riguardo al piccolo numero delle cifre, con le quali egli è eſpreſſo.

Geometria Miſta.

Si trova nelle opere del Regiomontano, del Tartaglia e del Bombelli alcuni problemi di Geometria, riſolti coi mezzo dell' Algebra. Ma queſte ſoluzioni iſolate, e nelle quali s' impiegano, in ogni caſo particolare, delli ſemplici numeri per eſprimere le linee conoſciute, non erano fondate ſu di un metodo regolare e generale di applicare l' Algebra alla Geometria. Vieta fu il primo a dare un tal metodo. I mutui ſoccorſi che queſte due Scienze ſi preſtano, furono per il noſtro autore la ſorgente di molte importanti ſcoperte. Per eſempio, egli oſſervò che ogni equazione del terzo grado, che contiene, in generale, od una ſola radice reale e due immaginarie, o tre radici reali; la radice reale, nel primo caſo, ſi trova col duplicare il cubo; e le tre radici reali, nel ſecondo, con la triſezione dell' angolo. Non ſi deve neppure obbliare che e' non aveva che un' idea confuſa delle radici negative, e che Carteſio ha cominciato egli a farle conoſcere diſtintamente.

Gli elementi della dottrina delle *Sezioni angolari* ſono pure d' invenzione del Vieta. Si ſa che l' oggetto di queſta Teoria ſi è di trovare l' eſpreſſioni generali delle corde, o delli ſeni, con una ſerie di archi moltiplicati gli uni ſu gli altri: e reciprocamente, l' eſpreſſioni degli archi, quando ſi conoſcono le corde o il ſeni; ella ſi è accreſciuta tra le mani di Ermann, Giacomo Bernulli ed Eulero.

Ordinariamente il Carteſio ſi riguarda come l' Inventore dell' applicazione dell' Algebra alla Geometria: veramente ſu queſto ſe gli accorda più di quanto egli può pretendere; ma realmente egli ha fatto di queſto metodo un uſo sì felice, sì originale e sì eſteſo, che ſi è potuto obbliare li diritti delli ſuoi preceſſori, ed attribuirgli tutta la ſcoperta intiera. Egli ſtabilì, ſu queſto ſoggetto, i più luminoſi principj; cominciò con la ſoluzione di un problema, in cui tutti li Geometri antichi ſi erano arenati, e che ſi può in tal modo riportare: *dateſi di poſizione tre linee, o quattro linee, ec. trovare un punto dal quale ſi poſſa condurre altrettante altre linee, tali ch' eſſe facciano con le prime degli angoli dati, e che il*

(*a*) Nato nel 1501, morto nel 1572.

rettangolo formato ſu due di queſte linee pure tirate da uno ſteſſo punto, abbia un rapporto dato col quadrato della terza, ſe non ne ha che tre; ovvero col rettangolo delle due altre, s' egli ne ha quattro, ec. Ma quello che appartiene aſſolutamente al Carteſio e che gli farà ſempre un onore immortale, ſi è di avere applicato l' Algebra alla Teoria delle linee curve. Egli riguarda una curva come prodotta per le eſtremità di una ſerie di linee variabili, che corriſponde ad altre linee variabili; e, dopo avere formato un' equazione ch' eſprime la legge, ſecondo la quale queſte due ſerie di linee variano le une per rapporto alle altre, egli coſtruiſce la curva; ſeguita egli il ſuo cammino nello ſpazio; determina le ſue tangenti, le ſue perpendicolari, ed in generale tutte le affezioni che la caratterizzano. Queſto metodo riuniſce ſotto ad uno ſteſſo punto di viſta la ſemplicità e la generalità. Così, per eſempio, una ſteſſa equazione del ſecondo grado, tra l' aſciſſa, e l' ordinata combinate con delle quantità coſtanti, può rappreſentare, in generale, la natura delle tre ſezioni coniche: così li valori, e li rapporti delle quantità coſtanti determinano l' equazione da eſprimere, nelli caſi particolari, una parabola, una elliſſe, od una iperbole.

Si deve ancora al Carteſio la maniera di ſtabilire e di coſtruire le curve di doppia curvatura, col diſegnarle ſu due piani perpendicolari tra loro, ov' eſſe formino delle curve ordinarie, che hanno un' aſciſſa ed un' ordinata comune.

Di tutti li problemi ch' egli riſolve nella ſua Geometria, neſſuno gli diede tanto piacere, per quanto dic' egli ſteſſo, quanto il ſuo metodo per condurre le tangenti ad una curva. Queſto metodo dà le tangenti col mezzo delle perpendicolari alli punti del contatto. L' Autore finge che da un qualunque punto preſo ſull' aſſe della curva, ſi deſcriva un circolo il quale tagli la curva almeno in due punti; egli cerca l' equazione ch' eſprime i luoghi delle interſezioni; ſuppone poi che il raggio del circolo diminuiſca fino che due interſezioni vicine venghino a coincidere. Allora li due raggi corriſpondenti non ne formano che un ſolo il quale è perpendicolare alla curva; e la queſtione è ridotta a formare, dopo queſti elementi, un' equazione, che contiene due radici eguali. Inoltre propoſe Carteſio un altro metodo per le tangenti: egli prende qui fuori della curva, e ſul prolungamento del ſuo aſſe, un punto, intorno al quale fa girare una linea retta che taglia la curva almeno in due punti: egli fa coincidere li due punti d' interſezione coll' aſſoggettare l' equazione delle interſezioni a contenere due radici eguali. Si vede che li due metodi ſono fondati ſullo ſteſſo principio, e l' uno e l' altro ſono ingegnoſi, ſebbene meno ſemplici e meno diretti di quello del calcolo differenziale.

Fermat aveva trovato, prima che ſi vedeſſe la Geometria del Carteſio, il ſuo metodo per determinare li *maxima*, e li *minima* nelle quantità che da prima creſcono, e poi decreſcono; o che cominciano a diminuire, poi vengono accreſcendo: egli porta ſu queſta oſſervazione, che di qua e di là dal punto del *maximum* e del *minimum* vi ſono due grandezze eguali. Fermat cerca l' eſpreſſioni di queſte grandezze, egli l' eguaglia tra loro; e ſupponendo poi che l' intervallo delle due grandezze ſia infinitamente picciolo, egli trova un' equazione che moſtra il *maximum* od il *minimum*. Si determinano facilmente con queſto mezzo, le tangenti delle curve, conſiderando una tangente come una ſecante, e facendo ſvanire l' intervallo compreſo tra le due ordinate, che corriſpondono alli due punti d' interſezione. Queſto ſteſſo principio è, come ſi vede, la baſe del calcolo differenziale, che Fermat non ha però trovato, perchè biſognava di più ſottomettere il metodo ad un algoritmo del calcolo regolare, e sbarazzato da tutte le operazioni ſuperflue.

Noi

Noi riportiamo alla Geometria mista molte opere che si pubblicarono nell' ultimo secolo, prima della nascita del calcolo differenziale ed integrale: non perchè i metodi che si adoperano, sieno fondati sul calcolo algebraico, ma perchè sono sempre almeno diretti dallo spirito di questo calcolo.

Uno delli più originali si è la Geometria degli *Indivisibili* del Cavalleri (*a*). Il metodo degli antichi per determinare le superficie e le solidità delli corpi aveva l'inconveniente di esigere maggiori artifizj: bisognava inscrivere e circonscrivere delli poligoni in una figura, e cercare il limite del rapporto tra l' ultimo poligono inscritto e l'ultimo poligono circonscritto. Cavalleri sen va più direttamente al suo fine: egli guarda li piani come formati da somme d'un numero infinito di linee; li solidi, come somme d'un infinito numero di piani; egli prende per principj che li rapporti di queste somme fino all' infinito di linee, e di piani sono gli stessi che quelli delli piani, o delli solidi. Questa nuova Teoria dà senza fatica la soluzione non solo dei problemi dell' antica Geometria, che di loro natura gli sono sommessi, ma ancora di molti altri di un genere più difficile.

Pare che il metodo degl' indivisibili, sul quale la Geometria del Cavalleri è fondata, non fosse ignoto in Francia, allorchè sortì la sua opera: mentre, poco prima di quest' Epoca, Roberval (*b*) aveva fatto uso di un simile metodo per determinare la superficie della cicloide, e li solidi ch' ella produce girando, sia d' intorno alla sua base, sia d' intorno al diametro del suo circolo generatore.

Alcuni anni dopo, Torricelli (*c*) diede questi Teoremi concernenti la cicloide come da lui inventati. Roberval lo ha voluto far passare per plagiario; ma si giudica, per il giro delle dimostrazioni del Torricelli, ch'egli sia giunto dal canto suo alle stesse verità come il Roberval, l'opere del quale probabilmente non averà neppure vedute.

Cartesio, e Fermat risolsero un problema allora difficilissimo sul soggetto della stessa curva: essi insegnarono il modo di condurre le sue tangenti.

Un Geometra delli Paesi Bassi, Gregorio di San Vincenzo (*d*), si acquistò riputazione nelle Matematiche, con un'opera con la quale egli cercò la quadratura del circolo, che poi non trovò, ma che riempì di esatte Teorie e profonde sulla misura delli solidi di differenti corpi formati dalla rivoluzione delle sezioni coniche.

Beaune (*e*) amico e commentatore del Cartesio propose un problema che ha dato origine al celebre *metodo inverso delle tangenti*. Questo problema consiste nel trovare una curva tale, che l'ordinata sia alla sottangente, come una linea data è alla parte dell'ordinata, compresa tra la curva ed una linea, che tagliando l' ordinata, fa con l'asse un angolo conosciuto. Cartesio ne indica la costruzione, e molte proprietà della curva determinata.

Wallis aveva conosciuto, ed indicato li principj della rettificazione delle curve, ma senza farne uso. Un Geometra, pieno della sua dottrina, Guglielmo Neil, sviluppò questo principio (*f*), e ne fece l' applicazione alla seconda parabola cubica,

(*a*) Nato nel 1598, morto nel 1647.
(*b*) Nato nel 1602, morto nel 1675.
(*c*) Nato nel 1608, morto nel 1647.
(*d*) Nato nel 1584, morto nel 1667.
(*e*) Nato nel 1601, morto nel 1658.
(*f*) An. 1656.

bica, in cui il cubo dell'ordinata è proporzionato al quadrato dell'aſciſſa: eſempio primo di una curva rettificata.

La cicloide cominciò ad eſſere alquanto traſcurata dalli Geometri, allora quando Paſcal la riproduſſe ſulla ſcena nel 1658, e propoſe delli nuovi problemi ſu queſta curva, promettendo delli premj a quelli che li riſolveſſero. Queſti problemi conſiſtevano a trovar la miſura ed il centro di gravità di un ſegmento qualunque ſia di cicloide, le dimenſioni e li centri di gravità delli ſolidi, quarti di ſolidi ec., che un ſimile ſegmento produce girando intorno dell'aſciſſa o dell'ordinata. Huguens quadrò il ſegmento compreſo dalla ſommità fino al quarto di diametro del circolo generatore; Sluze (*a*) miſurò la ſuperficie della curva con un metodo elegantiſſimo; Wren (*b*) determinò la lunghezza, ed il centro della gravità dell'arco cicloidale, compreſo dalla ſommità fino all'ordinata; e le ſuperficie delli ſolidi prodotti dalla rivoluzione di queſt'arco. Fermat e Roberval, ſul ſemplice annunzio delli Teoremi del Geometra Ingleſe ne trovarono le dimoſtrazioni. Ma tutte queſte ricerche non corriſpondono almeno del tutto alle queſtioni del Programma. Così non furono ſpedite al concorſo. Wallis ed il P. Lallovere, Geſuita, furono li ſoli, che avendo trattato tutti li propoſti problemi, preteſero il premio. Ma Paſcal dimoſtrò ed all'uno, ed all'altro che ſi erano in molti punti ingannati. Egli ſolo diede la vera e completa ſoluzione delli ſuoi problemi; ne aggiunſe molti altri che compirono di ſtabilire la ſua ſuperiorità in Geometria, e di perfezionare la Teoria della cicloide.

Barrow (*c*) ebbe una bella idea, e che ſi può guardare come un nuovo paſſo verſo l'analiſi infiniteſimale, formandone il *ſuo triangolo differenziale*, per condurre le tangenti delle curve. Si ſa che queſto triangolo ha per lati l'elemento della curva, e quelli dell'aſciſſa e dell'ordinata. Il metodo del Barrow è quello del Fermat, ſemplificato e generalizzato per molte viſte; egli dà facilmente le tangenti delle curve, le ordinate delle quali ſono razionali; ma queſto ancora non è il calcolo differenziale.

Un altro ramo della Geometria occupò Sluze, che la portò al più alto grado di eleganza; e fu la coſtruzione dell'equazioni per i luoghi geometrici.

La Teoria delle ſviluppate, che Ugenio pubblicò nel 1673, nel ſuo Trattato *de Horologio Oſcillatorio*, ſarà ſempre riguardata come una delle più grandi ſcoperte della Geometria. Una curva eſſendo data, ſi forma un'altra curva, conducendovi dalla prima un ſegnito di perpendicolari che toccano la ſeconda: ovvero reciprocamente, eſſendo data una curva che ſi forma con una ſerie di linee rette, che la toccano, ſi determina la curva che taglia perpendicolarmente tutte queſte tangenti. Così giunſe Ugenio a rettificare molte curve; egli trovò la bella proprietà che ha la cicloide di produrre, ſviluppandoſi, una cicloide eguale e ſimile, poſta in una ſituazione roveſcia. Gli uſi della Teoria delle ſviluppate, in tutte le parti delle Matematiche ſono innumerabili.

Gl'Ingleſi continuarono ad arricchire la Geometria di molte rimarcabili novità. Brouncker diede una ſerie infinita per rappreſentare la ſuperficie dell'iperbole: Niccola Mercatore giunſe anch'egli alla ſteſſa ſcoperta. Wallis aveva inſegnato da mol-

(*a*) Nato nel 1613, morto nel 1685.
(*b*) Nato nel 1631, morto nel 1723.
(*c*) Nato nel 1630, morto nel 1677.

molto tempo a quadrare le curve, le ordinate delle quali ſono delli monomj; il ſuo metodo ſi applica egualmente alle curve, che hanno per ordinate delle quantità compleſſe elevate a delle potenze intiere, e poſitive, facendo lo ſviluppamento di queſte potenze, con gli ordinarj principj della moltiplicazione. Egli ha voluto eſtendere così queſta Teoria alle curve che hanno delle ordinate compleſſe e radicali, cercando d' interpolare per queſto caſo delle nuove ſerie alle ſerie della prima ſpecie; ma non vi potè riuſcire. Newton ſormontò la difficoltà; egli fece di più; riſolſe il problema in una maniera retta e molto più ſemplice, col mezzo della formula, ch' egli trovò per ſviluppare in una ſerie infinita, una qualunque potenza di un binomio qualunque ſia l' eſponente della potenza, intiera o rotta, poſitiva o negativa. La ſerie infinita che da ciò ne riſulta, per la quadratura del circolo, fu trovata in un' altra maniera da Giacomo Gregori. Queſto ſteſſo Geometra formò molte altre ſerie curioſiſſime: in un' opera ch' è reſtata manoſcritta, ma che ſe n' è conſervato il riſtretto, dà egli la tangente, e la ſecante per l' arco, e reciprocamente l' arco per la tangente, o per la ſecante: egli forma due ſerie per trovare immediatamente il logaritmo della tangente, o della ſecante, quando è dato l' arco; e reciprocamente il logaritmo dell' arco, per quello della tangente o della ſecante: finalmente egli applica queſta Teoria delle ſerie alla rettificazione dell' elliſſe, e dell' iperbole.

L' uſo delle ſerie nella Geometria fece anche delli progreſſi in Allemagna. Leibnitz dà un metodo per trasformare una ſuperficie curvilinea in un' altra, le di cui parti, ſuppoſte eguali a quelle della prima, aveſſero allora una figura ed una poſizione, tali che ſi poteſſero applicare alla quadratura di queſta ultima curva li metodi del Mercatore, e del Wallis.

Aſtronomia.

Noi troviamo in queſto periodo una quantità di Aſtronomi, fra li quali vi ſono delli genj del primo ordine.

Queſto titolo ſi conviene a Copernico (*a*), che qui ſi preſenta dei primi. Sebbene nato nel 1472, egli non potè tutto darſi al ſuo guſto per l' Aſtronomia ſe non nell' anno 1507. La ſpiegazione delli moti celeſti ſecondo il ſiſtema di Tolomeo, aveva colpito la ſua ragione. Egli trovò un imbarazzo ed una oſcurità, che non poteva conciliare con la ſemplicità delle leggi ordinarie della natura. Sapendo già, che li Pittagorici aveano traſportato dal ſole alla terra il moto di rivoluzione nell' ecclittica, e che altri Filoſofi antichi, laſciando la terra nel centro del noſtro mondo planetario, gli aveano attribuito fino d' allora un moto di rotazione intorno al ſuo aſſe, per ſpiegare le viciſſitudini delli giorni, e delle notti; egli combinò inſieme queſte due idee, e rimaſe convinto, con una lunga ſerie di meditazioni, che la terra aveva in fatto queſto doppio moto. Allora le direzioni, le ſtazioni, e le retrogradazioni delli pianeti ſi ſpiegavano con una facilità, che faceva ſtupore a lui ſteſſo. Egli riſpoſe, in un modo vittorioſo, alle principali obbiezioni che ſi poteano opporgli; quelle che laſciavano qualche nuvola, furono tolte poi con le oſſervazioni ſteſſe, come egli aveva predetto. Tutta la ſua dottrina è ſpiegata nel famoſo ſuo Libro *de revolutionibus caleſtibus*, compoſto verſo l' an-

(*a*) Nato nel 1472, morto nel 1543.

l'anno 1530, ma che non pubblicò se non nel 1543 : l'autore morì lo stesso giorno che ricevette il primo esemplare intieramente stampato.

Noi con pena vediamo Ticone Brahè (*a*) aver sacrificato i suoi lumi, e forse l'intima sua persuasione a delle considerazioni che non pajono fatte per averlo a scuotere; ma perdoniamogli in favore delle numerose osservazioni e scoperte, delle quali egli ha arricchito l'Astronomia. Rendendo egli alla terra la pretesa sua immobilità, faceva circolare intorno ad essa prima la Luna, poi il Sole, che portava nella sua sfera di rivoluzione gli altri pianeti Mercurio, Venere, Giove, e Saturno. Spiegò anche in una maniera molto soddisfacente le apparenze delli fenomeni celesti in quel tempo incogniti. Dissi *incogniti in quel tempo*, perchè la Teoria dell' *aberrazione* della luce delle stelle fisse non lascia oggi più dubitare, che la terra giri intorno al sole. Ma Ticone era allora troppo illuminato per non riconoscere che il suo sistema urtava le leggi della Meccanica quasi tanto, quanto quello di Tolomeo. La sua vera gloria si è di essere stato un eccellente osservatore, e di avere gettato li fondamenti delle nuove Teorie Astronomiche, o con li suoi studj, o con quelli delli suoi discepoli e cooperatori, ch' egli si aveva presi nella sua picciola Città di Uranibourg. Egli determinò più esattamente che fino allora non si era fatto, il moto delli pianeti: quello che si conosce della luna, sotto il nome di *variazione*, è una delle sue scoperte. L'Astronomia delle comete, che pone questi astri nel numero delli pianeti, e che studia di calcolare le loro orbite, prese origine nelle sue mani.

Noi non obblieremo Guglielmo IV (*b*), Langravio di Hassia-Cassel, contemporaneo di Ticone. Questo Principe fece fabbricare nella sua Capitale un Osservatorio che arricchì dei migliori strumenti in allora conosciuti; ed osservò egli stesso la posizione di molte stelle, e le altezze solstiziali del sole nel 1585, e 1587.

Riforma del Calendario nel 1582.

Questo tempo è anche celebre per la riforma del Calendario. Li disordini introdotti nella maniera di regolare la festa di Pasqua fra li Cristiani, richiedeva che vi si porgesse rimedio, ed effettivamente vi si occupò per un secolo. Quest' opera fu compiuta nel 1582, sotto il Pontificato di Gregorio XIII. Si sa che li Giudei celebravano la loro *Pasqua* il decimo quarto giorno del *primo Mese*, cioè, del Mese in cui la luna piena arrivava il giorno stesso dell' equinozio, od il giorno che immediatamente lo seguiva. Nella primitiva Chiesa, si aveva stabilito che la Pasqua delli Cristiani, instituita in memoria della resurrezione di G. C. fosse celebrata la prima Domenica che cadeva dopo la Pasqua dei Giudei, perchè Gesù Cristo era resuscitato in quel giorno; ma spesse volte v'era imbarazzo a fissarlo, ed ordinariamente si faceva a caso. Il Concilio tenuto a Nicea nel 325, supponendo che l'equinozio della primavera accadesse li 21 Marzo, aveva allora ordinato che si regolasse il Mese lunare e l'età della luna dietro il ciclo di Metone; ma in questa disposizione vi erano due piccioli errori astronomici, gli effetti dei quali, accumulati in una serie di secoli, erano divenuti sensibilissimi. L'equinozio

(*a*) Nato nel 1546, morto nel 1601.
(*b*) Nato nel 1532, morto nel 1592.

zio di primavera che nel 325 cadeva li 21 Marzo, nel 1582 cadde nelli 11 di detto Meſe; e dall'altra parte l'età della luna non cadeva ſecondo le ſuppoſizioni del ciclo Metoniano. Gregorio XIII, con una Bolla data nel Meſe di Marzo del 1582, tolſe tutto ad un tratto 10 giorni dal Meſe di Ottobre, per ricondurre l'equinozio di Primavera alli 21 di Marzo dell'anno ſeguente; e fiſsò le correzioni che eſigevanſi per l'avvenire, la preceſſione degli Equinozj e le ineguaglianze del moto della luna, che ſi cominciava a meglio conoſcere. Il nuovo Calendario dopo avere ſofferto molte contraddizioni, ſpecialmente dalla parte delli Proteſtanti, è in oggi uſato in tutti li paeſi Criſtiani; ma è ancora ſoggetto a delle imperfezioni. Non ſi può negare che la ſua forma non ſia al ſommo complicata ed incomoda. Sarebbe da deſiderarſi che ſi abbandonaſſe queſto apparato di Epatte e di lettere Dominicali, per quanto ſi creda ingegnoſo, e ſi determinaſſe immediatamente col calcolo aſtronomico ordinario la feſta di Paſqua, e le altre feſte mobili; il che puoſſi far eſattamente ſenza veruna difficoltà.

Keplero (*a*) dotato di un genio profondo, e guidato dalle oſſervazioni di Ticone, ſi è immortalato per avere ſoſtituita l'ellifſi al circolo, nelli moti planetarj, e per avere ſcoperto queſte due celebri leggi che ſono la baſe della Fiſica celeſte moderna, ed in particolare, della Teoria Newtoniana: 1°. che li pianeti deſcrivono intorno al ſole delle aree proporzionali alli tempi: 2°. che li quadrati del tempo delle rivoluzioni delli pianeti ſono come li cubi delle loro diſtanze medie dal ſole.

Teleſcopio o Canocchiale Aſtronomico.

L'invenzione del Teleſcopio fatta nel cominciar del ſecolo XVII, e che ſi attribuiſce più verſimilmente a Giacomo Mezio padre di Adriano Mezio, del quale parlato abbiamo, ſervì non ſolo a perfezionare l'antica Aſtronomia, ma altresì a ſcoprire negli ſpazj celeſti delli nuovi corpi, che la ſemplice viſta non poteva diſtinguere. Munito di queſto ſtrumento il Galileo (*b*) ſcoperſe prima di ogni altro nel 1610 i ſatelliti di Giove. Riconobbe con lo ſteſſo mezzo le faſi di Venere, che ſono quaſi ſimili a quelle della luna, e ſtabilì con molte oſſervazioni ſulli pianeti, una preciſione fino allora incognita.

Progreſſi della Diottrica.

Se la ſcoperta del Teleſcopio fu, come ſi crede, l'effetto del caſo, ella diede almeno l'origine a delle ricerche ſulla refrazione della luce, che fecero di queſto ramo dell'Ottica una ſcienza tutta nuova. *Antonio de Dominis* (*c*), Arciveſcovo di Spalatro, Capitale della Dalmazia, abbozzò la Teoria dell'arco celeſte, perfezionata in ſeguito, e portata all'ultimo grado di preciſione e di evidenza. Snellio (*d*), Matematico Olandeſe, ſcoprì che allora quando un raggio paſſa da un mezzo all'altro, cangia di direzione in modo che in ogni caſo eſiſte un rap-

(*a*) Nato nel 1571, morto nel 1631.
(*b*) Nato nel 1564, morto nel 1642.
(*c*) Nato nel 1561, morto nel 1615.
(*d*) Nato nel 1571, morto nel 1626.

porto costante proporzionale alli seni degli angoli d'incidenza e di refrazione. L'opera, in cui egli stabilisce questa osservabile proprietà della refrazione, non è mai stata pubblicata. Cartesio ha dato sotto l'aspetto da noi indicato, lo stesso Teorema, senza citare Snellio: dal che qualche Francese ha concluso ch'egli n'era stato l'inventore: ma Ugenio asficura che Cartesio aveva letto li manoscritti dello Snellio.

Si crederebbe da prima che la refrazione della luce dipendesse, come quella delli corpi solidi, dalla resistenza delli mezzi; ma questa idea, sì naturale in apparenza, si trova falsa. Un raggio luminoso che passa da un mezzo ad un altro più denso, si avvicina alla perpendicolare condotta alla superficie che separa li due mezzi, in vece di allontanarsi, come dovrebbe fare, s'egli fosse deviato dalla sua direzione per la resistenza del mezzo, perchè una più grande densità deve produrre una più grande resistenza. Cartesio volendo assomigliare la refrazione della luce a quella delli corpi solidi, spiegò il primo fenomeno in un modo, che provò le più vive contraddizioni da parte di molti Geometri suoi Contemporanei. Fermat, tra gli altri, la combattè con ragioni che senza essere assolutamente perentorie, la resero almeno molto dubbiosa. Provò di risolvere egli stesso la questione con un'altra vista. Gli antichi aveano supposto, che un raggio mosso sempre in uno stesso mezzo, va da un punto all'altro per il cammino più breve, dal che ne risulta che nel caso della refrazione l'angolo di riflessione doveva essere eguale all'angolo d'incidenza. Fermat credette che per la refrazione, il raggio che passa da un mezzo all'altro, dovesse fare il totale cammino per *il tempo più breve*; ed in fatto concluse da ciò, che da un mezzo raro, ad un mezzo denso, il raggio si approssimerebbe alla perpendicolare. La stessa metafisica condusse poi Leibnitz a rendere questo problema sotto ad un altro punto di vista. Egli pretese che il raggio di luce dovesse prendere da un mezzo all'altro *il cammino più facile*, computando questa facilità dalla ragione inversa composta della lunghezza del cammino, e della densità del mezzo. Ma tutte queste soluzioni, fondate sulle leggi delle cause finali, sono molto ipotetiche e spessissimo illusorie. Un esame appoggiato sulla Geometria e la Meccanica ha bandito dalla Fisica queste spiegazioni, ed ha fatto trovare nella Teorla generale dell'attrazione la vera causa della refrazione della luce.

Microscopio.

A misura che si avanzava l'Ottica, ella dava delli nuovi strumenti utili alle Scienze. In questo numero vi è il Microscopio, che ben presto si pose in uso per fare una gran quantità di osservazioni di Fisica, e d'Istoria naturale, nelle quali la vista ha bisogno essenzialmente di essere ajutata con li soccorsi dell'arte.

Corone, parelj, parasseleni.

Come si spiega ora felicemente ogni fenomeno dell'arco celeste, così pure si riesce a spiegare quelli delle corone, delli parelj, e delli parasseleni. Non mi fa d'uopo di dire che le corone sono degli anelli circolari di luce, che qualche volta si vedono fra il giorno intorno al Sole, e fra la notte intorno alla luna; li parelj delli falsi Soli, o delli Soli apparenti intorno al vero; e così li parasseleni delle false lune. Questi fenomeni furono scoperti in tutti i tempi; ma si è cominciato so-

folamente nell' ultimo ſecolo ad oſſervarli eſattamente. Benchè Ariſtotele, e Cardano dieciotto ſecoli più tardi diſſero, che non ſi vedono mai più di due parelj nel tempo ſteſſo, pure realmente oſſervando attentamente ſe ne vedono ſpeſſo un maggior numero. Per eſempio, ſi videro cinque Soli a Roma li 29 Marzo 1629; ſette a Danzica li 20 Febbrajo 1661, ec. Ora egli è probabile, dice Ugenio, che ſi ſieno veduti, in un sì picciolo numero di anni, ſei o ſette parelj nel tempo ſteſſo, e che lo ſteſſo fenomeno non ſi ſia mai veduto negli tempi anteriori? Certamente un tempo non ſi riguardava, come veri parelj, che li due parelj laterali, che in fatto ſono li più conſiderabili, e non ſi faceva attenzione agli altri, come più deboli e più languidi. Carteſio ſi poſe a ſpiegare tutte queſte apparenze: ma la ſua ſpiegazione era alquanto vaga, ed anche falſa in certe viſte. Ugenio le rettificò, e ſommiſe la materia ad una Teoria luminoſa e convincente. In generale neſſuno ha più di lui contribuito a perfezionare le differenti parti dell' Ottica.

L' Aſtronomia ſempre più avanzava. Nel 1631, Gaſſendo (*a*) vide Mercurio ſopra il ſole, e queſta fu la prima oſſervazione di queſto genere. Orocclo (*b*) ne fece una ſimile rapporto a Venere nel 1639. Morin (*c*) indicò la maniera di riſolvere il famoſo problema delle longitudini, col mezzo delle oſſervazioni Aſtronomiche; e per fare queſte oſſervazioni con più eſattezza, propoſe di applicare un canocchiale al quarto di cerchio, idea malamente attribuita a degli Aſtronomi poſteriori. Evelio (*d*), oltre un gran numero di oſſervazioni ſulle macchie del ſole; e ſull' eccliſſi, dà un' eccellente deſcrizione della figura della luna; egli perfezionò di più la Teoria delle Comete, ec. Io potrei citare molti altri Aſtronomi diſtinti, ſe non foſſi coſtretto ad eſſer breve.

Quarto Satellite di Saturno. Anello di Saturno.

Dopo quarant' anni ſi cercò, ſe ad eſempio della terra, e di Giove, gli altri pianeti aveſſero delli ſatelliti. Nel 1655, Ugenio ne ſcoprì uno a Saturno, quello che oggi è il quarto nell' ordine delle diſtanze da queſto pianeta. Poco dopo egli fece una ſcoperta molto importante. Galileo aveva riconoſciuto, col ſoccorſo del teleſcopio, le principali apparenze che produce una ſpecie di anello che circonda Saturno; ma non potè aſſegnare la vera cauſa, nè predire eſattamente le faſi. Altri Aſtronomi non ebbero ſucceſſo migliore. Finalmente Ugenio, con l' ajuto di un eccellente canocchiale da lui ſteſſo fatto, trovò (*e*) che l' anello di Saturno era un corpo ſolido, ſottile, ſtaccato da queſto pianeta, ed inclinato ſul piano dell' ecclittica. Delle nuove oſſervazioni gli diedero il mezzo di ſviluppare meglio queſta Teoria, e ſtabilire la verità con tutta evidenza.

Mentre che le Scienze, appoggiate ſulla Geometria e l' oſſervazione, progredivano sì rapidamente, la ragione abbandonata a ſe ſteſſa, o traviata dalla Metafiſica, non iſcuoteva che a fatica il giogo di certe chimeriche opinioni. Per eſempio, ſi credeva in quel tempo, che il numero delli pianeti principali, e quello delli pianeti ſecondarj doveſſe eſſere eguale. Ugenio ſteſſo n'era sì perſuaſo,

(*a*) Nato nel 1591, morto nel 1655.
(*b*) Nato nel 1619, morto nel 1641.
(*c*) Nato nel 1583, morto nel 1635.
(*d*) Nato nel 1611, morto nel 1688.
(*e*) Nell' anno 1659.

che dopo avere trovato un ſatellite a Saturno, il che ſtabiliva l'eguaglianza di cui parliamo, non temette di avanzare che il ſiſtema planetario era completo, e che non ſi doveva più ſperare di vedere nell'avvenire delli nuovi ſatelliti. Pure il celebre Domenico Caſſini (*a*) ſcoprì ancora ſucceſſivamente quattro ſatelliti a Saturno; il 3°., il 5°., il 1°., ed il 2°. Egli ſi aveva già acquiſtata la riputazione di un grande Aſtronomo, che ſi ſoſtenne ed accrebbe durante la ſua lunga carriera.

L'Accademia delle Scienze di Parigi, ſtabilita nel *1666*, non ſi confinò a coltivarle quietamente nel recinto di quella Città. Molti delli ſuoi membri intraprefero lunghi viaggi, con l'intenzione principalmente di perfezionare l'Aſtronomia. Si fecero ogni ſorta di oſſervazioni; ſi ſtudiò la Teoria delle refrazioni che alterano continuamente la poſizione degli aſtri per lo ſpettatore; ſi determinò le parallaſſi delli pianeti, dalle quali dipendono le dimenſioni delle loro orbite. Malgrado le diligenze che ſi uſarono, non ſi potè allora fiſſare con una certa preciſione la parallaſſi del ſole: la ſi trovò d'incirca dodeci ſecondi; le oſſervazioni fatte alli noſtri giorni non vanno molto di ſopra di otto ſecondi.

Miſura di un grado del Meridiano.

L'Abbate Piccard (*b*), Aſtronomo diſtinto per la ſua eſattezza nella ſcelta ed uſo degli ſtrumenti proprj per le oſſervazioni, ſi impiegò nella miſura della terra, oggetto eſſenziale per la Navigazione, e per la Geografia. Tutti li mezzi che li Greci, gli Arabi, ed anche molti Aſtronomi moderni avevano impiegato per queſta miſura, non erano ſuſcettibili di una preciſione ſoddisfacente. Il ſolo Fernel, Medico di Enrico II, ſeguendo un metodo incertiſſimo, tuttavia aveva determinato per una ſpecie di caſo, ad un dipreſſo il valore eſatto di un grado della terra. Piccard miſe in pratica, in queſta ricerca, delle operazioni conformi alle leggi dell'Aſtronomia, e della Geometria. Egli miſurò (*c*) l'arco celeſte, compreſo tra Sourdon, in Piecardia, e Malvoiſine, nelli confini del Gatineſe, e di Aurepoix; poi, con la comparazione di queſta miſura, con quella dell'arco terreſtre, determinata col mezzo d'una ſerie di triangoli che ſi legano gli uni con gli altri, ed il primo dei quali era ſtabilito ſu di una baſe conoſciuta, egli concluſe che la longitudine del grado terreſtre era di 57,060 teſe, e la circonferenza intiera del maſſimo cerchio della terra di 20,541,600 teſe.

Figura della terra.

Si attribuiva generalmente alla terra la forma di una ſfera perfetta. Ma queſta ipoteſi in rigore non era vera. Un'eſperienza che Richer (*d*) fece a Cayenna, diede origine ad una nuova Teoria ſu queſto ſoggetto, ed a tutte le grandi operazioni fatte in queſto ſecolo nel comparare li riſultati con quelli della natura. Queſto diligente Aſtronomo trovò (*e*), che biſognava diminuire circa una linea ed

(*a*) Nato nel 1625, morto nel 1712.
(*b*) Morto nel 1682.
(*c*) An. 1670.
(*d*) Morto nel 1696.
(*e*) An. 1672.

ed un quarto la lunghezza del pendulo che batteva li ſecondi a Parigi, per fargli battere egualmente li ſecondi a Cayenna. Dopo molte diſcuſſioni ſulla cauſa di queſto fenomeno, ſi riconobbe finalmente che non ſi poteva ſpiegarlo che colla diminuzione della gravità, andando dalli poli verſo l'Equatore Ma queſta diminuzione del peſo, egli ſteſſo come la ſpiega? Huguens oſſervò che in virtù del moto della rotazione della terra intorno al ſuo aſſe, la forza centrifuga doveva diminuire la gravità dal polo fino all'equatore; che queſto effetto aveva avuto luogo nella formazione del globo terreſtre; e che per conſeguenza queſto globo aveva dovuto prendere la forma di una ſferoide appianata verſo li poli. Newton era giunto dal canto ſuo alla ſteſſa concluſione. Eſſi allora diſcordavano ſulla figura della ſferoide e ſulla quantità dell'appianamento, perchè eſſi avevano impiegato nel determinarlo, degli elementi che non erano affatto gli ſteſſi. Tutte le miſure moderne hanno verificato il fondo di queſta Teoria, cioè lo ſchiacciamento della terra verſo il polo.

Propagazione ſucceſſiva della luce.

La ſcoperta della propagazione ſucceſſiva della luce, è quaſi dell'Epoca ſteſſa. Dopo che ſi conobbero li ſatelliti di Giove, ſi è applicato diligentemente a determinare i loro moti; e Domenico Caſſini, era giunto a coſtruire delle Tavole che rappreſentavano con molta eſattezza le loro rivoluzioni, e le loro eccliſſe cagionate dall'ombra di Giove. Frattanto Roemer (*a*) che oſſervava continuamente il primo ſatellite, ſi accorſe che nell'eccliſſi ſortiva dall'ombra, in certi tempi, alcuni minuti più tardi o più preſto che non avrebbe dovuto fare. Di più, nel comparar queſti tempi gli uni con gli altri, riconobbe che il ſatellite ſortiva più tardi dall'ombra, allora quando la terra col ſuo moto annuale ſi allontanava da Giove, e più preſto quando ella ſi avvicinava. Da queſto egli fece (*b*) una congettura ingegnoſa, bentoſto rivolta in dimoſtrazione, che il moto della luce non è iſtantaneo, e ch'ella impiega un certo tempo per arrivare dal corpo luminoſo all'occhio dell'Oſſervatore. Secondo li ſuoi calcoli primi, ella deve mettere circa undici minuti a ſcorrere il ſemidiametro dell'orbita terreſtre; trovò poi che la velocità di queſto fluido era alquanto più grande. Alcun fenomeno non è più rimarcabile di queſto nella Fiſica celeſte, nè più eſſenziale, come elemento, ſulle Teorie Aſtronomiche; egli aſſicura la immortalità al nome di Roemer.

Ad ogni paſſo che fa una Scienza, le arti acceſſorie, ſpecialmente quelle che ſono utili alla ſocietà, prendono delli proporzionati accreſcimenti. La Navigazione e la Gnomonica hanno così provato l'influenza dei progreſſi dell'Aſtronomia.

Navigazione.

Riſtringendo ſempre l'uſo delle carte piane a rappreſentare delle picciole eſtenſioni delli terreni, ſi poteva ſcanſare l'inconveniente, ch'eſſe hanno di eſprimere con linee ineguali li gradi delli due circoli paralleli che terminano la carta Nord

e

(*a*) Nato nel 1644, morto nel 1710.
(*b*) Anno 1676.

e Sud, e dare la conveniente proporzione all'espressioni di questi gradi. Gerardo Mercatore, Geografo delli Paesi Bassi, ne fece (*a*) la osservazione per allora molto semplice e molto elementare. Edoardo Wright, lo stesso, di cui ci restano delle Astronomiche osservazioni fra quelle di Oroccio, sviluppò l'idea del Mercatore, o per dir meglio, vide la questione sotto di un nuovo punto di vista. Avendo osservato che il raggio di un parallelo, andando dall'equatore al polo, diminuisce nella stessa ragione che accresce la secante della latitudine, propose di costruire delle carte dietro a questo principio. Si chiamarono *Carte ridotte*. L'invenzione è ingegnosa: s'introdussero esse nella Marina verso l'anno 1630. Si calcolarono poi delle Tavole per perfezionare la Teoria, e la pratica. La *Loffodromia*, ossia la strada che tiene il vascello sulla superficie del globo, con lo stesso rombo di vento, è una curva di doppia curvatura. Sulla carta ridotta, ella è una curva ordinaria, la lunghezza della quale è tanto più facile a calcolare, quanto più nella pratica il problema si semplifica. Giammai il vascello non segue una stessa Loffodromia in un lungo viaggio; perchè tutti li mari sono interrotti da isole, o da continenti; ed inoltre si cangia spesso di direzione, sia per cercare delli venti favorevoli, sia per evitare degli scogli, ec. La strada intiera del vascello è dunque composta di molte parti di Loffodromie differenti; ed ognuna di queste parti, considerata separatamente, può confondersi nella maggior parte dei casi, senza sensibile errore, con la semplice linea retta.

La Navigazione riceve un nuovo ajuto dall'Astronomia, appropriandosi l'uso di più istrumenti per dirigere la via del vascello dietro l'osservazione degli Astri. Ma a cagione della continua mobilità del vascello le osservazioni nel Mare hanno dovuto essere per lungo tempo imperfette.

Gnomonica.

L'arte di costruire delli quadranti è antichissima. Niente in fatto non era di più naturale e di più utile, che cercar di conoscere la posizione del sole sopra dell'orizzonte, per ogni istante del giorno; e non si stette molto a scoprire che un mezzo Meccanico semplicissimo, per far questo, era di segnar la strada dell'ombra che getta su di un piano qualunque sia un corpo opaco esposto al sole. Si fece anche, dopo questa idea stessa, delli quadranti illuminati dalla luna o dalle stelle. L'invenzione delli quadranti solari è di Anassimandro, secondo Diogene Laerzio, e di Anassimene secondo Plinio. Vitruvio, che viveva al tempo di Augusto, fa una lunga numerazione di quadranti fatti da diversi Filosofi, ma egli non ne spiega li principj teorici. Non si cominciò a trovare se non negli Scrittori del decimo sesto secolo la Scienza della Gnomonica. Si crede che Munster (*b*), ed Oroncio Fineo (*c*), sieno stati li primi che ne pubblicarono delli Trattati. Il Padre Clavio, Gesuita (*d*), pubblicò nel 1581, un Trattato stimabile al sommo di Gnomonica; Si sono poi scritte tante simili opere, che il particolarizzarle sarebbe cosa inutile, e fastidiosa.

Pro-

(*a*) Anno 1550.
(*b*) Nato nel 1489, morto nel 1552.
(*c*) Nato nel 1494, morto nel 1555.
(*d*) Nato nel 1537, morto nel 1612.

Proſpettiva.

Si trova anche negli Autori del decimo ſeſto ſecolo ridotta la Proſpettiva in arte ſcientifica. La Proſpettiva è sì eſſenziale alla Pittura, che gli antichi non hanno potuto mancare di conoſcerla almeno in pratica. *Vitruvio* entra, ſu queſto argomento, in particolarità che provano che li Greci aveano portato queſta pratica molto lontano. Ma ſembra che *Pietro Delburgo* in Italia, ed *Alberto Durer* (*a*) in Allemagna, ſieno ſtati li primi che abbiano dato delle regole preciſe, e ſicure per mettere gli oggetti in proſpettiva. Nel 1600, *Guido Ubaldi* (*b*) trattò queſt' arte in una maniera conforme alli principj della Geometria, e dell'Ottica.

Meccanica.

La Meccanica ſtatica, quanto alla Teoria, non fece progreſſo alcuno da Archimede fino al decimo ſettimo ſecolo. Soltanto s'inventarono di quando in quando delle macchine ingegnoſiſſime, fondate ſulli principj di queſta ſcienza. Stevin (*c*) Matematico Fiammingo pare ſia ſtato il primo che abbia dato il vero rapporto del peſo alla potenza per un corpo in equilibrio ſu di un piano inclinato. Egli ha trattato molte altre queſtioni di Statica. Li mezzi ch'egli impiega per determinare le condizioni dell' equilibrio tra molte forze, le direzioni delle quali concorrono in un punto ſteſſo, tornano in fondo al famoſo principio del parallelogrammo delle forze; ma non pare ch'egli ne abbia compreſo l'importanza, e la fecondità.

Nel 1592, Galileo compoſe un Trattatello di Statica, ch'egli ridùſſe a queſto principio: *Abbiſogna ſempre la ſteſſa quantità aſſoluta di potenza, per alzare un peſo di due libbre all'altezza di un piede, o per levare un peſo di una libbra all'altezza di due piedi;* dal che era facile concludere, che in tutte le macchine in equilibrio, le forze che ſi combattono, ſono reciprocamente proporzionate agli ſpazj ch'eſſe tendono a ſcorrere nel tempo ſteſſo. Carteſio impiegò poi queſto ſteſſo principio per determinare nella più ſemplice maniera, e più chiara le condizioni dell' equilibrio per tutte le macchine ſemplici.

La Teoria del moto, incognita agli antichi, deve la ſua origine al Galileo. Io non parlo del moto uniforme, perchè li principj ſono sì ſemplici, sì elementari, che la più picciola attenzione baſta per comprenderli. Ma la Scienza del moto variato, e quella delle leggi, ſecondo le quali molti corpi agiſcono gli uni ſugli altri per l'urto od in altra maniera, erano ignorate allora quando Galileo aprì queſta nuova carriera, e ſi coprì di una gloria, che non cede a quella che meritoſſi con le ſue Aſtronomiche ſcoperte.

Nel veder a cadere una pietra, giudicò facilmente che il ſuo moto non era uniforme, e che ſi accelerava di più in più, perchè la pietra, la di cui maſſa reſta ſempre la ſteſſa, urta con un colpo altrettanto più forte, quanto da maggior altezza ella cade. Ma biſognava trovare la proporzione ſecondo la quale queſto moto

(*a*) Nato nel 1471, morto nel 1518.
(*b*) Nato nel 1553, morto nel 1627.
(*c*) Morto nel 1635.

moto si accelera. Galileo pensò che ogni molecula, della quale è composto un corpo, era ella stessa un picciolo corpo; che tutti questi piccioli corpi elementari essendo supposti eguali, la gravità li spingeva egualmente, o dava loro delle velocità eguali, e che finalmente i colpi della gravità si rinnovavano sempre in quantità eguali in parti eguali e successive di tempo. Dal che ne risulta, che il moto delli corpi gravi dev' essere uniformemente accelerato. Tutte l' esperienze hanno confermato questa idea, la quale è divenuta una legge fondamentale della Meccanica. Per buona sorte Galileo non aveva preoccupata l' immaginazione di alcun sistema sulla causa della gravità: perchè, s' egli avesse creduto, per esempio, come alcuni delli Filosofi suoi successori, che li corpi sono spinti verso il centro della terra dagl' impulsi di una materia sottile ambiente, sarebbe andato lungi dal vero, mentre tali impulsi non sarebbero stati proporzionali alle masse.

Fra li Filosofi che adottarono e commentarono la Teoria del Galileo sulla caduta delli gravi, devesi distinguere il Torricelli (*a*), suo Discepolo, che pubblicò nel 1644, un' opera elegantissima, intitolata: *De motu gravium naturaliter accelerato*.

Leggi del moto.

Le leggi della comunicazione del moto non erano ancora state esaminate. Cartesio le cercò, e credette di averle trovate. I suoi principj metafisici l' aveano condotto a supporre ch' esiste sempre la stessa quantità assoluta di moto nel mondo. Così, secondo lui, allora quando due corpi si urtano, la somma dei loro moti, dopo l' urto, è eguale alla somma dei loro moti prima dell' urto. Ma la proposizione non è vera che nel caso, in cui li due corpi vanno nello stesso senso, prima dell' urto; ella è falsa quando li due corpi vengono ad incontrarsi l' uno con l' altro; perchè allora la somma delli moti, dopo l' urto, è eguale non alla somma, ma alla differenza delli moti prima dell' urto. Cartesio dunque non ha incontrato la verità che per li moti diretti nello stesso senso; e si è ingannato per gli altri.

Nel 1661, Ugenio, Wallis e Wren, ognuno da se, scoprirono le vere leggi dell' urto delli corpi, e senza aversi nulla comunicato (mentre le prove si erano stabilite). La base delle loro ricerche fu questo si è, che nella mutua percussione di molti corpi, la quantità assoluta del moto del centro di gravità è la stessa sì dopo come avanti dell' urto; il che comprende la prima proposizione del Cartesio, e rettifica la seconda. Di più: allora quando li corpi sono elastici, la respettiva velocità è la stessa tanto dopo come avanti dell' urto.

Qualche tempo dopo la Meccanica fece un nuovo passo più grande ancora di quello, del quale abbiamo parlato. Ugenio, nel suo Trattato de *Horologio Oscillatorio*, estese (*b*) la Teoria della caduta delli gravi al moto curvilineo, e risolse il celebre problema *del centro dell' oscillazione del pendulo composto*, in cui Cartesio, e molti altri grandi Geometri di quel tempo si erano occupati infruttuosamente. Nell' esame particolare del moto delli gravi lungo un arco della cicloide, trovò questa osservabile proposizione (la quale basterebbe ella sola per immortalarlo): che

(*a*) Nato nel 1608, morto nel 1647.
(*b*) Anno 1673.

che un corpo grave ſcorrendo un arco di Cicloide roveſciata giunge ſempre alla verticale in tempi eguali, da qualunque punto ſi ſupponga ch' egli parta. La ſua Teoria delli centri di oſcillazione è ſtata la ſorgente di quella Claſſe numeroſa ed intereſſante di problemi, nei quali ſi tratta di determinare li moti, che prendono molti corpi, i quali agiſcono l'uno ſull'altro per verghe, o fili, o in una equivalente maniera: Egli ſi valſe di un principio veriſſimo, e tuttavia contraſtato da delli dotti Geometri, perchè tale è in generale la ſorte delle nuove verità, il legame delle quali con le verità conoſciute è difficile a formarſi. Queſto principio porta che, *ſe, allora quando il centro di gravità di un pendulo compoſto è diſceſo da un qualunque punto fino alla linea verticale, che paſſa per il punto di ſoſpenſione, tutti li peſi, dei quali egli è compoſto, vengono a ſubito ſtaccarſi, e che ciaſcuno di eſſi rimonta allora verticalmente con la velocità ch' egli ha in quel momento; il centro di gravità del ſiſtema rimonterebbe preciſamente all' altezza, da cui il centro di gravità del pendulo compoſto è diſceſo*. Egli poi divenne celebre, ſotto il nome di *Principio della conſervazione delle forze vive*.

Queſt' opera ſteſſa dell' Ugenio contiene la Teoria delle ſviluppate e quella delle forze centrali nel circolo. Applicando queſte due Teorie alle leggi aſtronomiche del Keplero ſi vide naſcere tutto il ſiſtema della gravità univerſale. Ugenio ha preparato tutti li materiali; Newton ha innalzato l'edifizio.

Idroſtatica.

Si arriva da Archimede fino a Stevin, ſenza incontrare alcuno che abbia ſcritto ſulla Teoria dell' Idroſtatica, o che abbia almeno aggiunto qualche verità intereſſante a queſta Teoria. Il Geometra Flamand determinò la preſſione delli fluidi contro le ſuperficie che li ſoſtengono: egli prova ch' ella è ſempre come il prodotto della baſe per l'altezza; ma ſebbene egli abbia conoſciuto, e dimoſtrato eſattamente le principali propoſizioni dell' Idroſtatica, non ha però fatto ſentire il reciproco legame. Il primo trattato metodico e veramente originale, che li moderni abbiano pubblicato ſull' Idroſtatica, è quello dell' *equilibrio dei liquori* di Paſcal. L' Autore dimoſtra in una maniera rigoroſa ed uniforme le proprietà dell' equilibrio delli fluidi: egli riſolve tutte le difficoltà che certe propoſizioni poſſono ancora offrire: tale, per eſempio, era allora il famoſo paradoſſo, il quale al preſente non lo è più; che un filetto di acqua, ed una colonna cilindrica, premendo dalla medeſima altezza, un fondo ſteſſo, eſercitano delle preſſioni eguali.

Il peſo dell'aria, ignorato dagli antichi, lo era ancora dal Galileo, anche molto tempo dopo ch' egli ebbe trovato la Teoria dell' accelerazione delli gravi. Non vi è apparenza che dopo l'invenzione delle trombe, fino a queſto Filoſofo ſi abbia avuto l'idea o l'occaſione di ponere lo ſtantuffo nella tromba aſpirante, ad un' altezza ch' eccedeſſe quella di trenta due piedi ſopra al ſerbatojo: altrimenti non ſi avrebbe trovato la difficoltà che fu propoſta al Galileo dalli Fontanieri di Coſimo de' Medici, gran Duca di Firenze. Qualunque coſa ſia, ſi deve ad un' eſperienza tentata da queſti operai, la ſcoperta, o più eſattamente, un' evidente dimoſtrazione del peſo dell' aria. Eſſi aveano coſtrutto una tromba aſpirante, dove avrebbe biſognato che l'acqua ſi alzaſſe, ſotto lo ſtantuffo, più di trenta piedi di altezza; e vedendo ch' ella ricuſava di paſſare trenta due piedi, eſſi ne dimandarono la ragione al Galileo. L'onore della Filoſofia non permetteva di differire la riſpoſta. Gli antichi attribuivano l'aſcenſione dell' acqua ſulle trombe, all' orror della natura per il vacuo. Galileo indicò queſta cagione alli Fontanieri, aggiun-

gendo, per rapporto al caſo preſente, che l'orrore della natura per il vacuo, ceſſava, quando l'acqua era giunta all'altezza di trenta due piedi. Queſta ſpiegazione fu riguardata come un oracolo, e neſſuno ſi azzardò di contraddirla. Ma, riflettendovi meglio, Galileo ſoſpettò che queſt'orrore della natura per il vacuo, e queſto limite che gli aveva dato non erano che chimere. Per allora di più non fece; e ſebbene cominciaſſe a conoſcere il peſo dell'aria con eſperienze di un'altro genere, non ebbe idea d'impiegare qui queſto agente.

Torricelli ſuo diſcepolo, pensò che il peſo dell'acqua poteva mettere qualche oſtacolo alla ſua elevazione nelle trombe: idea ſemplice e bella, incompatibile col ſiſtema dell'orrore del vacuo; mentre perchè mai il peſo dell'acqua averebbe egli riſtretto la forza di queſt'orrore? In conſeguenza, egli fece con uno ſtrumento, del quale il Barometro ordinario ne porta la forma, e la ſua origine, un'eſperienza analoga a quella delle trombe: egli trovò che il mercurio, il di cui peſo è quattordici volte più grande che quello dell'acqua, ſi teneva ad un'altezza quattordici volte minore. Allora Torricelli concluſe che li fenomeni erano prodotti dalla ſteſſa cauſa; poi, facendo un nuovo paſſo, confermò che queſta cauſa era il peſo dell'aria.

Li partigiani inveterati del ſiſtema dell'orrore del vacuo, oppoſero alcuni dubbj alla ſpiegazione di Torricelli; ma queſti dubbj furono intieramente diſſipati dalla celebre eſperienza di Puy di Domme, preſſo a Clermont in Auvergna, eſperienza eſeguita dal Perier, dopo il progetto che Paſcal, ſuo cugino, gli aveva dato, ed in cui ſi vide per la prima volta il mercurio abbaſſarſi nel Barometro, a miſura che ſi alzava lungo alla montagna, ove la colonna dell'aria diminuiva di altezza e di peſo.

Idraulica.

Noi dobbiamo ancora al Torricelli gli elementi della Scienza del moto delli fluidi. L'oſſervazione che un getto di acqua ſortendo da una picciola canna, si slancia verticalmente quaſi all'altezza del ſerbatojo, gli fece giudicare che la velocità del fluido, nel ſortire dalla canna, era la ſteſſa di quella di un corpo grave che cade dalla ſteſſa altezza; e che per conſeguenza le velocità dello ſgorgamento ſotto differenti cariche di acqua, ſegulvano la ragione ſudduplicata delle altezze, preſcindendo della reſiſtenza degli oſtacoli. L'eſperienza conferma queſta idea che fu accolta da tutti li dotti, e che ſerve ancora al dì d'oggi di baſe alla Teoria, per li ſgorgamenti de' fluidi da' piccioli orifizj; ma quando gli orifizj ſono alquanto grandi, il problema richiede altre conſiderazioni. Il Teorema del Torricelli, e le conſeguenze ch'egli ne trae, fanno parte della ſua opera, *de motu gravium naturaliter accelerato*, da noi già citata.

Queſto Teorema dà lume a molte opere ſu di queſta materia. In queſto numero, noi diſtinguiamo il *Trattato del moto dell' acque* del Mariotte. Egli contiene molt'eſperienze in grande ſul moto dell'acque, e molte viſte che hanno contribuito al progreſſo dell'Idraulica pratica.

Fiſica celeſte

Nel tempo, in cui le ſcoperte del Galileo, ſul moto, cominciavano a rivolgere a queſta parte gli ſtudj dei dotti, Carteſio pensò di ſpiegare con le leggi della Meccanica il moto generale che traſcina li pianeti dall'Occidente in Oriente.

te. Gli antichi riguardavano il cielo, come composto di orbite solide, e movibili, ciascuna delle quali portava seco il pianeta che le era attaccato. Si vede l'orribile confusione, o, per dir meglio, l'impossibilità assoluta di tutti questi moti, specialmente nel sistema di Tolomeo. Cartesio trasportò nel Cielo il meccanismo infinitamente più semplice di una barca galleggiante su di un fiume e portata dalla corrente: egli pensò che li pianeti nuotassero in un vasto vortice che girava da Occidente in Oriente, in tal maniera però, che nel vortice generale si trovassero per ogni pianeta delle particolari correntie che tagliassero l'ecclittica sotto differenti obliquità. Questa idea verisimile ed imponente, sedusse molti Filosofi illustri, che se ne dichiararono pubblicamente difensori. In quel tempo si era poco avanzato nella Teoria del moto delli solidi, e delli fluidi, per intraprendere di commettere questo ad un critico esame, fondato su di questa Teoria: ella si è anche sostenuta per lungo tempo contro le più forti obbiezioni; finalmente, ella dovette soccombere sotto i terribili colpi ricevuti dall'Astronomia, e dalla Meccanica, che ne spezzò le leggi fondamentali.

IV. PERIODO.

Di tutte le scoperte che si sono fatte nelle Scienze, non ve ne è alcuna più importante, nè più feconda nelle applicazioni, di quella dell'analisi infinitesimale. A quest'Epoca le Matematiche cangiarono aspetto; problemi indissolubili cogli antichi metodi, e de' quali non se ne avrebbe avuto neppure idea, si sono facilmente risolti; tutta la massa delle Scienze prese moto e nuove forze tendenti perpetuamente a continuarla e ad accrescerla.

Si sa che l'analisi ordinaria confronta le grandezze finite. Nell'analisi infinitesimale, certe grandezze si suppongono accrescere o diminuire di quantità infinitamente piccole, e si propone di trovare, o con la relazione delle grandezze, quella dei loro elementi, o con la relazione degli elementi, quella delle grandezze. Si vede che uno di questi problemi è inverso all'altro. Il primo è l'oggetto del calcolo *differenziale*, o del metodo diretto delle flussioni; il secondo quello del calcolo *integrale* o del metodo inverso delle flussioni. Data una qualunque funzione, si può trovare l'elemento o la differenziale; ma non si può rimontar sempre egualmente da una differenziale all'integrale, sia per l'imperfezione dell'arte, sia perchè certe differenziali sono puramente fittizie, e nulla hanno d'integrale. Così, il calcolo differenziale, considerato in se stesso ed indipendentemente dalle applicazioni che si possono fare, è intieramente trovato: il calcolo integrale non lo è ancora che in parte, e sempre più riceve nuovi accrescimenti.

Fermat, Cartesio, Pascal, e Barrow aveano preparato l'origine dell'analisi infinitesimale. Nel 1684, Leibnitz (*a*) pubblicò, negli atti di Lipsia, li principj, la notazione, e l'algoritmo di questo nuovo genere di calcolo; e ne fece vedere l'uso per risolvere generalmente li problemi delle *tangenti* e quello delle *massime* e *minime* fra le ordinate delle curve: problemi alli quali li metodi conosciuti non si applicano se non in un numero di casi assai limitato.

Tre anni dopo, Newton (*b*) diede li suoi *principj Matematici della Filosofia*

(*a*) Nato nel 1646, morto nel 1716.
(*b*) Nato nel 1642, morto nel 1727.

naturale. Tutte le grandi queſtioni della Meccanica e dell' Aſtronomia ſono riſolte, o intrapreſe in queſt' opera. L' Autore trattò profondamente la natura e le proprietà del moto nelle ſezioni coniche. La Teoria delle forze centrali dell' Ugenio generalizzata ed applicata alle leggi Aſtronomiche del Keplero, inſegnò al Geometra Ingleſe, che li pianeti ſono tratti verſo il ſole, con una forza reciprocamente proporzionale alli quadrati delle loro diſtanze da queſt' aſtro, e che queſt' attrazione modificata od alterata dalla forza centrifuga, produce il loro moto ellittico. Ma ſiccome in queſto ſiſtema, la gravità dev' eſſere univerſale e reciproca tra tutti li pianeti, Newton procurò ancora di determinare le ineguaglianze, che il moto ellittico di ciaſcuno di eſſi deve ſubire in virtù delle attrazioni ch' egli prova dalla parte degli altri. Così pure egli abbozzò, ſecondo gli ſteſſi principj, la ſpiegazione del fenomeno delle Maree, e quella della preceſſione degli equinozj. In tutte queſte ſublimi ricerche, Newton pare che ſi abbia preſo il piacere di naſcondere il metodo che lo direſſe; egli è avaro eſtremamente di parole nelli luoghi, ove ſarebbero più neceſſarie. Così la ſua opera reſtò per molto tempo in una ſpezie di oſcurità. Non ſi cominciò a ſtudiarlo e ad intenderlo che nel principio di queſto ſecolo: allora ſi vede che la chiave del Newton era la nuova analiſi, o, come dicono gl' Ingleſi, il metodo delle fluſſioni.

La maniera tenuta dal Newton in queſto metodo, prova ch' egli la deve tutta a ſe ſteſſo. Quando acquiſtò eſſa, preſſo i dotti, lo ſplendore che doveva darle la ſua utilità, ſi arrogò l' invenzione eſcluſiva, ſenza voler ammettere Leibnitz a parte. Io eſaminerò i loro reciprochi diritti; ma per ſeguire l' ordine ſtorico mi convien prima eſporre il progreſſo delle idee che Leibnitz aveva gettato negli atti di Lipſia.

Nel *1686*, egli ebbe una diſpura con li Carteſiani ſulla miſura delle forze e ſulli vantaggi ch' eſſi attribuivano all' analiſi ordinaria, per la riſoluzione delli problemi di Geometria e di Meccanica. Queſta diſputa degenerò in breve in ſottilità Metafiſiche. Non potendo forzare li ſuoi Avverſarj in tali diviſioni, Leibnitz propoſe loro come una sfida, e come un mezzo di terminare la queſtione, di trovare la curva *iſocrona*, cioè, una curva tale che un corpo grave, nello ſcorrerla, ſi approſſimi all' orizzonte, d' altezze ineguali in tempi eguali. Il loro ſilenzio confuſe la vaſtità delle loro pretenſioni. Ugenio, ſtraniero allora in tali querele, giudicò il problema degno della ſua applicazione, egli lo riſolſe, e pubblicò nel *1687*, le proprietà della curva ricercata, ſenza aggiungere le dimoſtrazioni. Leibnitz, dopo avere per lungo tempo atteſa la riſpoſta delli Carteſiani, diede nel *1689*, la ſoluzione e l' analiſi del ſuo problema; e per offrir loro, diceva egli, *la patiglia*, propoſe loro di trovar la curva *iſocrona paracentrica*, in cui le approſſimazioni eguali doveano farſi, non più verſo l' orizzonte, come nel primo caſo, ma verſo un punto fiſſo. Lo ſteſſo anno, egli applicò il ſuo *calcolo* a delle ricerche concernenti il moto delli pianeti, e la reſiſtenza delli mezzi.

Queſti primi raggi dell' analiſi del Leibnitz, colpirono fieramente i due illuſtri fratelli Giacomo (*a*) e Giovanni (*b*) Bernulli. Il primo (Giacomo) già celebre per molte opere di Geometria, di Meccanica, e di Fiſica, aveva inizato il ſuo fratello nelle ſteſſe cognizioni. Tutti due ſi appropriarono talmente la Geometria

(*a*) Nato nel 1654, morto nel 1705.
(*b*) Nato nel 1667, morto nel 1748.

tria degl' infinitamente piccioli, e ne fecero un sì gran numero di applicazioni importanti e difficili, che siamo a loro tenuti quanto al Leibnitz stesso. Tutti due sono stati successivamente Professori di Matematica a Basilea loro patria; e la scuola loro può essere comparata a quella di Alessandria per il merito degli Allievi da loro fatti.

Nel porsi in questa carriera nuova Giacomo Bernulli diede (*a*) una soluzione elegantissima del problema della curva isocrona: egli trovò, come il Leibnitz, ed Ugenio, che questa curva era la seconda parabola cubica. Prese egli da ciò occasione di proponere anche un problema, che Galileo inutilmente aveva altre volte proposto: cioè di trovare la curva, che forma la *catenaria*, cioè, un filo perfettamente flessibile, attaccato nelle sue estremità a due punti fissi.

Fin tanto che si occupavano in questo, egli pubblicò (*b*) due Memorie, nelle quali determina le lunghezze delle due famose curve, la spirale parabolica, e la spirale logaritmica; gli spazj ch' elle occupano; e li solidi ch' esse producono, girando intorno di una linea data di posizione. Di più, siccome la spirale logaritmica e la loxodromia hanno la proprietà analoga di tagliare sotto degli angoli eguali, l'una i raggi del circolo, l'altra li meridiani della terra; Giacomo Bernulli esaminò su questo molte curiose questioni, relative alle longitudini, ed alla navigazione. Queste due Memorie contengono li primi saggi del calcolo integrale alquanto sviluppati. Leibnitz fece anche delle osservazioni interessanti sulla costruzione, gli usi, e la projezione della curva loxodromica.

Il problema della catenaria diede luogo allo stesso Giacomo Bernulli di esaminare molte altre curve che la natura ci pone continuamente sotto agli occhi: tali sono, per esempio, quella che forma una vela gonfiata dal vento, quella di un' arco teso, quella di una lama elastica, un' estremità della quale fosse attaccata solidamente ad un piano, e l'altra estremità portasse un dato peso, ec. Fece (*c*) egli vedere che la vela gonfiata da un vento orizzontale si curvarebbe come la catenaria; e che se questa vela stessa fosse gonfiata da un fluido che pesasse su di ella verticalmente, ella formerebbe la curva *elastica*. La soluzione di questi problemi, e principalmente l' analisi della curva elastica sono di una ricerca profonda. Giovanni Bernulli cercò la curva della vela nell' ipotesi del vento orizzontale, e giunse allo stesso risultato del suo fratello.

Viviani (*d*), Geometra Italiano, propose nel 1692, il problema della volta *emisferica quadrabile*; vi era questione sul forare una cupola in pieno arco, di quattro finestre eguali, in modo che il resto della superficie della cupola fosse assolutamente quadrabile. Il giorno stesso che Leibnitz e Giacomo Bernulli ricevettero il programma del Viviani, risposero alla sua questione in molti modi; e certamente li Geometri della stessa scuola avrebbero fatto lo stesso, se fosse giunto sì presto alla loro cognizione. Ma dobbiamo aggiungere che la propria soluzione del Viviani, fondata sul metodo sintetico degli antichi è lodevole per la sua semplicità. Egli dimostra che si scioglie il suo problema, elevando perpendicolarmente alla base dell' emisfero quattro cilindri che si toccassero due a due, e le di cui basi toccassero, con la loro circonferenza, quella della base dell' emisfero.

La

(*a*) Anno 1690.
(*b*) Anno 1691.
(*c*) Anno 1692.
(*d*) Nato nel 1622, morto nel 1703.

La Geometria degl'infinitamente piccioli si accrebbe sempre più; ella molto doveva principalmente alli fratelli Bernulli. Un problema proposto dal minore, ed era *di trovare una curva tale che tutte le sue tangenti terminate all' asse, fossero in ragione data con le parti dell' asse comprese tra la curva e le sue tangenti*, contribuì alli progressi del metodo per integrar l' equazioni differenziali. Egli fu risolto dall' Ugenio, Leibnitz, Giacomo Bernulli e dal Marchese dell' Hopital (*a*). In tale occasione Ugenio rese una testimonianza altrettanto più onorevole alli nuovi calcoli, quanto che questo grand' uomo avendo fatto molte sublimi scoperte, senza questi calcoli, poteva essere dispensato dal celebrarne li vantaggi: egli confessò *che con sorpresa vedeva, e con ammirazione l' estensione e la fecondità di quest' arte: che da qualunque parte girava lo sguardo ne scopriva delli nuovi usi, e che finalmente egli concepiva un progresso ed una speculazione infinita.*

La curva *isocrona paracentrica*, della quale Leibnitz aveva dimandato la natura, pareva che fosse obbliata dalli Geometri. Certamente essi si erano arrestati dalla difficoltà d' integrare l' equazione differenziale, alla quale ella conduce, allora quando si riporta questa curva a delle coordinate perpendicolari tra loro. Finalmente, Giacomo Bernulli, prendendo per ascisse delle linee che partono da un punto fisso, e le ordinate parallele tra di esse giunse, (*b*) ad una equazione in cui le indeterminate erano separate. Suo fratello, che aveva cognizione di questa soluzione, ne trovò un' altra alquanto più semplice in apparenza, ma quanto al fondo la stessa: Leibnitz era giunto dopo lungo tempo a delli risultati simili; ma egli li teneva nascosti, per lasciare agli altri Geometri il tempo ed il placere di trovarli.

Si vede dal commercio letterario del Leibnitz e di Giovanni Bernulli, che nell' anno 1694, questi due grandi Geometri aveano inventato, ciascheduno da per se, questo ramo particolare di analisi nuova, la quale si chiama il *calcolo esponenziale*. Leibnitz ha la anteriorità della data nella scoperta; ma Bernulli vi giunse pure da se stesso, e pubblicò nel 1697, le regole e l' uso di questo genere di calcolo, e si crede ordinariamente che ne sia stato il primo inventore.

Li principj del calcolo differenziale, sparsi da tutte le parti coi Giornali, furono uniti (*c*) in un corpo dal Marchese dell' Hopital, che vi aggiunse molte cose nuove. Questo libro intitolato, *Analisi degl' infinitamente piccioli, per intelligenza delle linee curve*, contiene il calcolo differenziale e li suoi usi per determinare le tangenti delle curve, le loro maggiori o minori ordinate, li punti d' inflessione, e di riflesso contrario ai raggi delle sviluppate, e le proprietà di queste curve conosciute in ottica, sotto il nome di *catastiche*, sia per riflessione, o per refrazione. Fu accolta quest' opera con un universale applauso, e l' Autore si vide posto quasi sulla stessa linea del Leibnitz, del Newton e delli Fratelli Bernulli.

Egli godrebbe ancora di tutta la sua gloria, se la riconoscenza avesse potuto impedire che la vanità rivendicasse delli diritti incerti o meno esagerati. Giovanni Bernulli era venuto a Parigi nel 1692, ed il Marchese dell' Hopital l' aveva condotto nella sua terra di Ourques, dove passarono quattro mesi intieri a studiare insieme la Geometria degl' infinitamente piccioli. Ben presto il Marchese dell' Hopital fu in caso di risolvere i grandi problemi che li Geometri si proposero;

(*a*) Nato nel 1661, morto nel 1704.
(*b*) Anno 1696.
(*c*) Anno 1696.

ſero ; e ſi oſſerva che Giovanni Bernulli non laſciava ſcappare occaſione alcuna di celebrarlo nelli Giornali, cogli elogi più magnifici. Appena ebbe egli chiuſi gli occhi, che Giovanni Bernulli richiamò in varj tempi, e per gradi, quaſi tutta l'analiſi degl'infinitamente piccioli. L'invidia, che giunge a perſeguitare fino i morti, applaudì a queſta ſpecie di macchia impreſſa alla memoria di un uomo sì celebre; la morale condannò Giovanni Bernulli, che coſtretto da ſolide ragioni a tacere i ſuoi ſervigi ſcientifici che poteva aver reſi al Marcheſe dell'Hopital, ſi credette allora ſciolto dalli ſuoi impegni, e che gli foſſe permeſſo ſcuotere le ceneri di un generoſo benefattore, uomo di un ſapere profondo e forſe ſoltanto un po'troppo ambizioſo degli onori e della riputazione che giammai non ſi acquiſta ſenz'onta e pericolo alcuno, che con li propri ſuoi ſtudj, e lavori.

Torniamo a Giovanni Bernulli, come Geometra (*a*): egli ſi propoſe di trovare la curva *Brachiſtocrona*, cioè la curva che deve deſcrivere un corpo grave per arrivare nel minor tempo poſſibile da un punto all'altro, non eſſendo queſti due punti ſituati ſulla ſteſſa linea verticale. A primo colpo d'occhio, ſi crederebbe che la linea retta, come il cammino il più corto da un punto all'altro, debba eſſere anche il cammino della più veloce diſceſa: ma ſi arreſta nel vedere, che in una curva deſcritta da un punto all'altro, il mobile può toſto diſcendere più verticalmente, e per conſeguenza acquiſtare una maggiore velocità, che non farebbe lungo ad un ſemplice piano inclinato, il che produce una compenſazione capace di far giungere il corpo più prontamente ſeguendo la linea curva, che ſeguendo la linea retta. Il ſolo calcolo deve decidere la queſtione. Ora coll'applicare il metodo degl'infinitamente piccioli, ſi trovò che la linea della più veloce diſceſa era un arco della cicloide; nuova ſingolariſſima proprietà di queſta curva, che le ricerche del Paſcal e dell'Ugenio aveano già reſa sì celebre. Leibnitz riſolſe il problema lo ſteſſo giorno che gli fu noto; ed il giorno dopo inviò la ſoluzione a Giovanni Bernulli, pregandolo di non affrettarſi a pubblicarla, non più che la ſua propria, affine di dare agli altri Geometri il tempo di eſercitarſi ſu d'una sì bella queſtione. In queſto intervallo, oltre le ſoluzioni del Leibnitz e di Giovanni Bernulli ne comparvero altre tre, gli Autori delle quali furono Newton, il Marcheſe dell'Hopital, e Giacomo Bernulli. Quella del Newton comparve anonima nelle *tranſazioni Filoſofiche* di Londra, ma Giovanni Bernulli conobbe la mano dalla quale veniva, *tanquam*, dic'egli, *ex ungue Leonem*. Il Marcheſe dell'Hopital ebbe molta difficoltà a trovare la ſua; il che pare altrettanto più ſorprendente, potendoſi riſolvere facilmente il problema con un metodo che impiega egli ſteſſo, quando cerca (*b*) la ſtrada che deve ſeguire un viaggiatore per arrivare nel minor tempo poſſibile da un luogo all'altro, traverſando due campagne, ov'egli trova delle reſiſtenze che fanno variare le velocità in un dato rapporto; perchè ſe ſi riguarda le due campagne, come li due elementi di una curva, e ſe ſi ſuppone conformemente alla Teoria della caduta delli gravi, che le velocità del mobile, lungo ad una qualunque ſiaſi curva, ſieno come le radici quadrate delle ſue diſtanze, da una linea orizzontale fiſſa, egli vi pervenirà all'iſtante coll'equazione differenziale della cicloide. Ma queſta oſſervazione non prova niente in favore della pretenſione di Giovanni Bernulli ſul Libro degli infinitamente piccioli, perch'egli non l'ha fat-

(*a*) Anno 1697.
(*b*) Analiſi degl'inf. pic. *Art.* 59.

fatta; e le due soluzioni ch'egli ha date successivamente del suo problema, sono fondate su di altri principj. Giacomo Bernulli stette così qualche tempo senza pubblicare la sua soluzione: cercandola egli si era elevato a delli problemi di una speculazione ancora più profonda, ch'egli da prima volle risolvere e che poi propose alli Geometri. Suo fratello avanzò alcune maligne riflessioni su di questa pretesa lentezza: egli certamente si sarebbe astenuto, se preveduto avesse ch'egli l'avrebbe usata per preparargli de' dispiaceri, altrettanto più amari, quanto che ad un talento superiore per la Geometria, egli aveva la debolezza di aggiungervi un amor proprio portato all'eccesso, che non è perdonabile se non ad un uomo mediocre.

Era già molto tempo che la mala intelligenza regnava tra li due Fratelli. Il minore era già stato nominato Professore delle Matematiche a Groninga, nel 1695, e indi non più conservarono tra loro particolari relazioni; essi non si parlarono se non che nelli Giornali, ed erano per proporsi li più difficili problemi. Leibnitz tenendo la bilancia tra loro, era, per così dire, l'anima dei loro lavori: egli l'incoraggiva continuamente con lodi e pubbliche e private; mostrava egli di essere più interessato della lor gloria, che della sua propria.

Finalmente vennero essi ad un'aperta rottura. Uno forse voleva troppo conservare quel tuono di superiorità che gli aveva dato il diritto della nascita, e la qualità d'institutore del suo Fratello nelle Matematiche; l'altro dimenticavasi delle leggi della riconoscenza, ed anche ogni riguardo che doveva non dirò già semplicemente alli legami del sangue, ma ad un uomo illustre e moderato, occupato nella Scienza, e sempre pronto a rispondere alle questioni, che se gli proponessero. Giacomo Bernulli, che da molto tempo importunavan gli attacchi e le critiche del suo antico allievo, prese l'occasione di vendicarsi in una forte maniera, ma utile nel tempo stesso alla Geometria, proponendo alli dotti e specialmente al Fratello, con la promessa di un premio, il problema generale degl'isoperimetri. Dimandò una curva, tale che le qualunque potenze delle sue ordinate o delli suoi archi, formassero sull'asse delle ascisse un maggiore spazio, che non farebbero delle simili potenze delle ordinate o degli archi di ogni altra curva di egual contorno e costrutte sulla stessa ascissa. La proprietà che ha il circolo di comprendere sotto un dato contorno un *maximum* di spazio, non deve essere, come si vede, che un corollario particolarissimo della generale soluzione.

Tosto che Giovanni Bernulli ricevè questo programma, si affrettò di fare stampare nelli Giornali, il risultato di una soluzione ch'egli assicurava che soddisfarebbe, applaudindo a se stesso di non avere impiegato che *due o tre minuti per tentare, cominciare, e compire tutto il mistero*, e richiedendo altamente il premio dal suo Fratello promesso. Ma Giacomo Bernulli che non trovò questo risultato conforme al suo, fece anch'egli stampare un *avviso*, in cui sosteneva che il metodo di suo Fratello era difettoso: accordò egli ancora qualche tempo alli Geometri per cercare la vera soluzione; e se nessuno la dava, impegnavasi a tre cose: 1°. *d'indovinare giustamente l'analisi di suo Fratello*. 2°. *qualunque fosse, farne vedere delli parallogismi*. 3°. *di dare la vera soluzione del problema in tutte le sue parti*: aggiungendo *che se si trovasse alcuno che molto s'interessasse pell'avanzamento delle Scienze, e proponesse qualche premio per ogni uno di questi articoli, egli s'impegnerebbe di perdere altrettanto se non lo appagasse nel primo; il doppio se non soddisfacesse al secondo; ed il triplo se mancasse al terzo*.

Questa fraterna ammonizione constrinse Giovanni Bernulli di rivedere il suo metodo; riconobbe che in fatto si era ingannato in qualche cosa, ed attribuì il

suo

fuo errore alla troppa fua fretta. Inviò fulli Giornali una differente foluzione, per certe viſte, dalla prima, ma ſenza prendere un tuono più modeſto. Al ſuo ſcritto Giacomo Bernulli riſpoſe laconicamente in queſti termini: *Prima di pubblicare la mia riſpoſta alle ſoluzioni di mio Fratello, io lo pregai di ripaſſare tutta di nuovo l' ultima ſua, d' eſaminarne attentamente tutti li punti, e dire di nuovo poi ſe va bene: gli dichiarai che dopo di avere anch' io data la ſteſſa, i preteſti di troppa fretta non ſaranno più ammeſſi.* Ma queſto avvertimento ed un' altra ſimile oſſervazione, alquanto più eſteſa, non fecero impreſſione alcuna ſu di Giovanni Bernulli, che ſoſtenne che la ſeconda ſoluzione era buona in tutti li punti.

Quaſi nel tempo ſteſſo s' impreſſe una lettera di Giacomo Bernulli a Varignon, nella quale l'Autore, aggiungendo lo ſcherzo alla diſcuſſione, ſpiegò un' analiſi difettoſa in ſeſteſſa, od almeno delle falſità raddrizzate con delle altre falſità faceano arrivare, in certi càſi, ad una vera concluſione; e trovava col mezzo di queſt' analiſi, le ſteſſe eqnazioni di ſuo Fratello; dal che congetturava, che ſecondo tutte le apparenze elleno erano così emanate. Queſta imputazione poſe Giovanni Bernulli fuori di lui ſteſſo, e gli ſe' cacciar fuori un torrente d' ingiurie contro di ſuo Fratello, ch' io mi guarderei bene di ripeterle.

La querela non poteva eſſere terminata che da degli arbitri. Giovanni Bernulli lo richieſe; egli era già ſicuro dell' approvazione del Leibnitz, che certamente eſaminato non aveva la materia con la dovuta attenzione. Dal ſuo canto Giacomo Bernulli conſentì che Leibnitz, Newton, ed il Marcheſe dell' Hopital ne foſſero giudici; purchè ſe gli daſſe tutto il tempo di parlare. Il proceſſo andò in lungo. Nel 1701, Giovanni Bernulli inviò all' Accademia delle Scienze di Parigi la ſua ſoluzione in un involto, che non doveva eſſere aperto che dopo che il ſuo Fratello aveſſe pubblicato il ſuo Metodo. Queſto diede nel 1704 l' analiſi e la ſoluzione completa delli ſuoi problemi: prodigo di ſagacità e d' invenzione, morì l' anno ſeguente, in età di cinquant' anni.

Il metodo di Giovanni Bernulli comparì nelle Memorie dell' Accademia per l' anno 1706. Egli era in fatto difettoſo, come Giacomo Bernulli lo aveva ſempre ſoſtenuto; ed ecco in che conſiſteva l' errore.

In tutti li problemi dello ſteſſo genere di quello *della più veloce diſceſa*, ove ſemplicemente ſi tratta di adempiere la condizione del *minimum* o del *maximum*, baſta di applicare queſta condizione a due elementi conſecutivi della curva, per trovarne l' eqnazione differenziale. Ma in quelli ne' quali ſi è coſtretto di adempiere tutte in un tempo due condizioni, l' una che una certa proprietà ſia la ſteſſa, l' altra che una ſeconda proprietà ſia un *minimum* od un *maximum*, biſogna impiegare tre elementi conſecutivi della curva: o ſe non ſi vuole impiegarne che due, biſogna impiegare le due funzioni propoſte, con delli coefficienti coſtanti, aggiungere inſieme li prodotti, ed allora la ſomma riſultante ſi riporta alli problemi del primo genere (*a*). Queſto è quanto Giovanni Bernulli non oſſervò, e gli fece fare delle falſe ſoluzioni, eccetto nelli caſi, nei quali una curva non può ſoddisfare all' una delle due propoſte condizioni, ſenza ſoddisfare nel tempo ſteſſo all' altra. Giacomo Bernulli aveva conſiderato li tre elementi della curva; ed in tal modo era giunto ad un' eſatta e completa ſoluzione.

(*a*) *Vedi* l' opera del Sig. Eulero, intitolata: *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes.*

La forza della preoccupazione impedì per lungo tempo che Giovanni Bernulli riconoscesse la verità, e le rendesse omaggio. Finalmente, egli riprese questa materia nel 1718; convenne ch' egli erasi ingannato; ed abbandonò li suoi primi metodi, ne diede un' altro nel quale impiegò, come suo Fratello, tre elementi della curva, e dalla quale ne trasse, in una semplicissima maniera, le vere equazioni del problema.

Ne risulta da quanto abbiamo esposto, che Giacomo Bernulli ebbe un vantaggio distinto sopra suo Fratello, nella questione degl' isoperimetri. Ma, bisogna ricordarsi che questo, nella lunga sua carriera, non ha cessato di arricchire le Matematiche, e di estenderne i limiti. Tutti due furono genj sublimi. Senza pretender di decidere della preminenza tra loro, credo che Giacomo fosse più profondo, Giovanni più flessibile, ed uno di quegli spiriti che girano indifferentemente su tutti gli oggetti. Il primo ha dato più opere, come la Teoria delle spirali, il Problema della curva elastica, quello degl' isoperimetri, ed il libro *de Arte Conjectandi*, che appartiene a lui solo, ed in cui fece uso di un genio veramente originale. Il secondo abbracciò tutte le parti della Matematica; egli aveva un' arte particolare di proporre e di risolvere delli nuovi problemi: qualunque soggetto si presentasse alle sue ricerche, vi entrava prontamente, e non mai ne trattò alcuno, senza dimostrarlo chiarissimamente, e senza fare qualche importante scoperta. Io paragono Giacomo Bernulli al Newton, e Giovanni Bernulli al Leibnitz.

Nel proporre il problema degl' isoperimetri, Giacomo Bernulli ne aveva aggiunto un altro: cioè di trovare, fra tutte le cicloidi di una stessa origine, e costituite su di una stessa base orizzontale, quella che un corpo grave deve seguire per arrivare, nel minor tempo possibile ad una linea verticale data di posizione. Giovanni Bernulli la risolse facilmente, e le diede anche più generalità: alla semplice linea verticale, egli sostituì una qualunque curva, e fece vedere che la cicloide della minore discesa era quella che tagliava questa curva in angolo retto. La sua soluzione era fondata sulle proprietà della curva *sincrona*, la natura della quale è di tagliare una infinità di cicloidi, o di curve simili, in modo che gli archi sieno scorsi in tempi eguali. Resta tuttavia una difficoltà. La curva sincrona è facile a segnarsi con punti; ma, per trovar l' equazione differenziale, bisognava sommettere al calcolo, ed alla legge della continuità il passaggio di una qualunque siasi delle curve tagliate, alla curva contigua. Giovanni Bernulli vi potè giungere: egli lo dichiarò con lettere al Leibnitz, che superò la difficoltà (*a*), e che diede, in tale incontro, un' estensione importantissima all' analisi infinitesimale; intendo parlare del metodo di differenziare *de curva in curvam*, facendo variare il parametro. La risposta del Leibnitz colpì di gioja e di ammirazione Giovanni Bernulli, che tosto sviluppò questa idea, e ne fece molte interessanti applicazioni. Essi convennero insieme di tenere nascosto il metodo, fino che se ne fossero serviti per un tempo sufficiente. Leibnitz stesso non lo ha mai pubblicato; perchè egli si estendeva soltanto ad aprire sovente delle nuove strade, ed abbandonava volentieri agli altri il piacere di estenderle e di perfezionarle. Si vede nelle Opere Postume di Giacomo Bernulli, che aveva pure trovato anch' esso un metodo simile, e lo aveva adoperato per risolvere li problemi proposti da suo Fratello nella.

(*a*) Vedi *Leibnitii & Joan. Bernulli commercium epistolicum*. Tom. I., pag. 119.

nella disputa sugli isoprimetri: egli si contentò di dare le sue soluzioni sotto delle lettere trasportate, volendo evitare ogni divisione, prima che l'affare degli Isoperimetri fossi terminato.

Ommetto molti altri problemi meno interessanti per tale oggetto, quantunque difficilissimi per quel tempo. Tale è, per esempio, quello della curva di *eguale pressione*, proposto nel 1700, da Giovanni Bernulli e risolto dal Marchese dell' Hopital.

In questa lizza di combattimenti scientifici, che durò per più di trent' anni, non si vide a comparire Varignon (*a*), che pure si teneva in Francia per un grande Geometra. Ma confessiamo senza dubitare: sebbene la Hire, Sauveur, Lagni, ec., riconoscessero la sua superiorità, egli era lontano dall'eguagliare il Leibnitz, Newton, li Fratelli Bernulli ed anche il Marchese dell' Hopital. Tuttavia non si può negare che non sapesse molto, ed avesse facilità negli studj. Il suo progetto *di una nuova Meccanica*, e la maniera industriosa con cui applica il parallelogrammo delle forze alle leggi dell' equilibrio, gli fecero sempre onore. Egli fu uno delli primi ad estendere, e commentare il libro del Newton. Egli possedè in singolar modo l'arte di generalizzare i metodi, e di consumare, per così dire, un soggetto. Per disavventura le generali sue soluzioni non contengono quasi mai altre difficoltà, che quelle delle particolari soluzioni date dagli altri Geometri: il che faceva dire scherzando a Giovanni Bernulli, quando aveva risolto qualche problema nuovo e difficile: *il Sig. Varignon lo generalizzerà*.

Questo scherzo mostrava essere spesso rinnovato e forse più giustamente anche applicato. I mezzi di accrescere le nostre cognizioni ed avvicinare le une alle altre essendo al presente molto varj ed estesi, nulla vi è di più raro, fra li dotti, che questa facoltà di spirito, che mostra qualche volta d' immaginare, mentre che realmente altro non fa che imitare ed amplificare. Ella è l' appannaggio di certi nomini studiosi, che privi affatto di genio, trovano negli scritti degl' inventori, alcune idee accessorie, e poco sviluppate che si appropriano, ed alle quali essi hanno l'arte di dare l' apparenza di novità. La natura accorda loro ordinariamente una opinione avvantaggiosissima di loro stessi, ed il segreto d' aspirare in parte alla mediocrità od alla ignoranza. Ma il giusto apprezzatore del merito corregge questo errore, ponendo ciascheduno al suo posto, e riguardando indifferentemente i vasti edifizj del calcolo, innalzati sull' altrui fondo, che non presentano se non un ammasso di formule insignificanti, inutili al progresso dell' Analisi, e destinati soltanto a coprir le pagine di un infelice libro.

Disputa tra il Leibnitz ed il Newton sulla scoperta della nuova Analisi.

Pare che la nuova Geometria offra un alimento sufficiente alla umana curiosità, e che non avrebbe dovuto contentarsi di coltivar in pace questo campo inesauribile di ricchezze. Ma quanto più questo oggetto è grande, altrettanto più l' orgoglio, sempre pronto ad estendere il suo Impero, fe' suscitare tra li Leibnitz ed il Newton una questione sulli diritti dell' invenzione del metodo; e bisogna confessare che se li moti di questa passione possono mai essere scusabili, essi

(*a*) Varignon nacque nel 1654, morì nel 1722.

lo ſono qui, per l' importanza della ſcoperta, di cui ſi volle conoſcere il vero Autore.

La prima ſcintilla della guerra fu eccitata da Fazio di Duiller, Genoveſe, ritirato in Inghilterra, lo ſteſſo, che poi diede uno ſtrano ſpettacolo di pazzia, volendo pubblicamente riſuſcitare un morto nella Chieſa di S. Paolo di Londra, ma che allora era ſano di teſta ed aveva anche riputazione tra li Geometri. Spinto da una parte dagl' Ingleſi, dall' altra da un perſonale riſentimento contro il Leibnitz da cui pretendeva avere ricevuto troppo deboli ſegni di ſtima, ſi pensò di dire in un picciolo Trattato ſulla curva *della più veloce diſceſa*, e ſul ſolido *della minore reſiſtenza*, che comparve nel 1699, che Newton era ſtato il *primo* inventore delli nuovi calcoli; ch' egli parlava così per l' onore della verità e quiete di ſua coſcienza; e che laſciava ad altri la cura di decidere quanto il Leibnitz, *ſecondo* inventore, poteva avere preſo dal Geometra Ingleſe. Leibnitz a queſto attacco impreveduto fece una moderata riſpoſta e ſufficiente per diſtruggere un' aſſerzione azardoſa e ſpoglia di prove.

Qualche tempo dopo, Keil rinnovò l' accuſa del Fazio. Leibnitz riſpoſe, che Keil, ch' egli fino d' allora chiamava un uomo *Dotto*, era troppo nuovo per dare un giudizio certo di coſe accadute dopo un gran numero di anni, e che ſi riportava ſu queſto allo ſteſſo Newton. Keil ritornò alla queſtione, ed in una lettera indirizzata ad Hansloane Secretario della Società Reale, non più ſi contentò di dire che il Newton ne fu il primo inventore: fece chiaramente intendere che il Leibnitz, dopo avere tratto il metodo dagli ſcritti del Newton, ſe lo era appropriato, applicandovi ſolamente una nozione particolare, il che era come, in termini equivalenti, taſſarlo da plagiario. Leibnitz ſdegnato di una tale imputazione, fece delle vive lagnanze con la Società Reale, e chieſe altamente che ſi reprimeſſero gli ſchiamazzi di un uomo ſconſiderato, che attaccava ſenza ragione ed impudentemente la ſua riputazione e la ſua buona fede. La Società Reale nominò delli Commiſſarj per eſaminare tutti gli ſcritti che appartenevano a queſto ſoggetto, e li pubblicò, nel 1712, col rapporto dei Commiſſarj, ſotto queſto titolo: *commercium Epiſtolicum de Analyſi promota*. Senza eſſere aſſolutamente affermativa, la concluſione del rapporto, fu, che Keil non aveva calunniato il Leibnitz. Io oſſerverò che Newton allora era preſidente della Società Reale, e s' egli moſtrato aveſſe deſiderio, averebbe potuto far inclinare la bilancia in ſuo favore.

La Società Reale non aveva nè il diritto, nè l' intenzione di giudicare il proceſſo ſenza appello; e dopo ch' ella fece ſtampare le opere a queſto relative, laſciò la libertà di diſcuterle, e dire il ſuo parere. Io dimando dunque la permiſſione di liberarmi da queſto eſame: io porterò tutta l' imparzialità di cui poſſo eſſere capace. Leibnitz ed il Newton mi ſono indifferenti; non ho ricevuto da eſſi, ſe poſſo far uſo di un' eſpreſſione di Tacito, *nè beneficenze, nè ingiurie*. La ſublimità del loro genio eſige un profondo omaggio; ma deveſi avere maggior riſpetto alla verità.

Newton ottenuto avendo dalla natura una intelligenza ſuperiore, e nato nelli tempi di Harriot, Wren, Wallis, e Barrow, che aveano già reſo floride le Matematiche in Inghilterra, ebbe di più il vantaggio di ricevere, nella ſua infanzia, le lezioni del Barrow all' Univerſità di Oxford. Tutte le forze del ſuo genio egli impiegò in queſti ſtudj: e ne ottenne prodigioſi ſucceſſi. Fontenelle applicò a lui quanto Lucano aveva detto del Nilo: *che non può l' uomo vederlo nè debole nè naſcente*. In età di venticinque anni egli aveva già gettato le fondamenta delle grandi Teorie che poi l' hanno reſo sì famoſo. Leibnitz, minore in età di quattro anni,

anni, non trovò in Allemagna che delli ſoccorſi mediocri per poterſi iſtruire. Egli, per così dire, ſi formò da ſe ſteſſo. Il ſuo genio attivo ed intraprendente, da una memoria ſtraordinaria ſecondato, abbracciò tutti li rami delle umane cognizioni: Letteratura, Storia, Poeſia, Diritto delle genti, Scienze eſatte, Fiſica, ec. Queſta moltiplicità di guſto nuocque neceſſariamente alla rapidità delli ſuoi progreſſi in ciaſchedun genere. Egli per ciò non appaleſoſſi per un grande Matematico che ſette od otto anni dopo il Newton.

Queſti due grandi uomini poſſedevano la nuova Analiſi molto prima di pubblicarla. Se l'eſſer primo nel pubblicare porta la primazia dell'invenzione, Leibnitz avrebbe guadagnato la cauſa: ma queſto non è baſtante per dar ſentenza certa: conviene ſalire a delli fatti ſuperiori, appoggiati ſu delli titoli autentici.

Il *commercium epiſtolicum* contiene prima, in data dell'anno 1669, molte belle ſcoperte analitiche del Newton. Nell'opera intitolata, *de Analyſi per æquationes numero terminorum infinitas*, oltre il metodo per riſolvere le equazioni per approſſimazione, delle quali qui ſi tratta, Newton inſegna a quadrare le curve che hanno, per ordinate, dell'eſpreſſioni monomie, o l'unione di molti monomj; ed allora quando le ordinate ſono delle radicali compleſſe, egli riduce la queſtione al primo caſo, ſviluppando l'ordinata in una ſerie infinita di termini ſemplici, col mezzo della formula del binomio, il che alcuno ancora fatto non aveva. Sluzo e Gregori aveano trovato, ciaſcheduno da ſe, un metodo per le tangenti. Newton in una lettera a Collins, in data 10 Decembre 1672, prova che anch'egli l'aveva trovato: egli lo applicò all'eſempio ſenza aggiungervi la dimoſtrazione: diſſe in ſeguito ch'egli non è che un corollario di un altro metodo generale ch'egli aveva per condurre le tangenti, quadrare le curve, trovare le loro lunghezze, ed i loro centri di gravità, ec. ſenza eſſere arreſtato dalle quantità radicali, come lo fu Hudde nel ſuo metodo per li *maſſimi* e li *minimi*. Gl'Ingleſi vedeano chiaramente il metodo delle fluſſioni nelli due caſi ſcritti dal Newton; ma li Geometri delle altre Nazioni non penſavano così. Convenendo che lo ſviluppamento delle radicali in ſerie è un paſſo conſiderabile fatto dal Newton, eſſi non poſſono fare a meno di non riconoſcere, che li metodi del Fermat, del Wallis e del Barrow poteano ſervire a trovar li riſultati concernenti le quadrature delle curve, che Newton contentoſſi di dare, ſenza moſtrar la via ch'egli ha tenuto. Eſſi confeſſano che queſte due opere contengono una vaga indicazione del metodo delle fluſſioni; indicazione forſe baſtante per moſtrare che Newton allora poſſedeva i primi principj di queſto metodo, ma troppo oſcuri per farli intendere al lettore. E quello che rende verſimile una tal congettura, ſi è, che Oldenbourg, Secretario della Società Reale, inviando (10 Luglio 1673) a Sluze un eſemplare del metodo di queſto per le tangenti, che fu ſtampato in Londra, riporta un frammento della lettera del Newton, in cui dopo aver detto che queſto metodo appartiene veramente a Sluze, Newton aggiunge così: *Quanto alli metodi* (intende di dire di quello di Sluze e del ſuo), *eſſi ſono gli ſteſſi, quantunque io li credo tratti da differenti principj. Tuttavia non ſo ſe li principj di Sluze ſieno così fecondi quanto li miei, che ſi eſtendono all'equazioni affette delli termini irrazionali, ſenza che ſia neceſſario cangiar le forme.* Avrebbe egli parlato con tanta riſerva, e non detto ſchiettamente che il metodo dello Sluze, e quello delle fluſſioni, erano differenti, ſe aveſſe poſſeduto l'ultimo in un grado tanto perfetto, come poi ſi ha preteſo? La modeſtia può giungere fino a naſcondere la verità? Ma comunque ſia la coſa, Leibnitz non vide queſti due ſcritti del Newton, nè potè trarne alcun lume prima di aver trovato il ſuo calcolo differenziale. Queſto è un punto importante,

che

che li difensori del Leibnitz non hanno fino ad ora abbastanza discusso, e di cui sono per dare le prove dimostrative.

Leibnitz venne in Francia nel 1672, dopo essere stato alle Università dell' Allemagna, dove si era occupato nel diritto e nella storia. Egli era tuttavia iniziato nelle Matematiche, mentre nel 1666, aveva pubblicato un Libretto su di alcune proprietà delli numeri. Egli passò a Londra nel principio del 1673; vide Oldenbourg, e formarono insieme un commercio di lettere. In una di queste lettere, scritta da Londra stessa ad Oldenbourg, Leibnitz espose che avendo trovato una maniera di sommare certe serie col mezzo delle loro differenze, se gli era presentato questo metodo di già stampato in un Libro del Muton, Canonico di S. Paolo di Lione sulli diametri del sole e della luna; che d' allora s'immaginò un' altra maniera ch'egli spiegò, di formare le differenze e di concludere le somme delle serie: ch'egli è in istato di formare una serie di frazioni, li numeratori della quale sono l' unità, e li denominatori sono, o li termini della serie delli numeri naturali, o quelli della serie delli numeri triangolari, ec. Tutte queste ricerche sono ingegnose, e mostrano avere un rapporto, almeno lontano, col calcolo differenziale.

Dopo qualche mese di soggiorno in Londra, Leibnitz ritornò a Parigi, ove strinse amicizia col Ugenio, che gli aprì li misterj della più astrusa Geometria. Tosto trovò la serie, che dà, per la quadratura del circolo, un' espressione analoga a quella data dal Mercatore per la quadratura dell' iperbole. Egli la comunicò all' Ugenio, che ne fece dei grandi elogj, e ad Oldenbourg, il quale gli rispose che il Newton aveva già trovato delle cose simili, non solo per il circolo, ma altresì per ogni sorta di curve, e ne inviò dei saggi. In fatto, la Teoria delle serie era avanzatissima da quel tempo in Inghilterra; e sebbene il Leibnitz dal canto suo ne sia penetrato molto avanti, tuttavia egli sempre riconobbe che gl'Inglesi, e particolarmente il Newton, lo aveano preceduto e sorpassato in questo ramo dell' analisi; ma questo non è il calcolo differenziale, e gl' Inglesi hanno mostrato una troppo evidente parzialità cercando di unire insieme questi due oggetti.

Ascoltiamo e pesiamo la storia che Leibnitz fa della sua scoperta del calcolo differenziale. Egli racconta che unendo le sue antiche osservazioni sulle differenze delli numeri, alle sue nuove meditazioni di Geometria, trovò questo calcolo l' anno 1676; che ne fece delle maravigliose applicazioni alla Geometria; ch' essendo costretto, in questo stesso tempo, di ritornare in Annover, egli non ha potuto seguire intieramente il filo delle sue meditazioni; che tuttavia cercando *di far valere* la sua nuova scoperta, passò per l' Inghilterra, e per l' Olanda; che si fermò qualche giorno a Londra, dove conobbe Collins, il quale gli mostrò molte lettere del Gregori, del Newton, e di altri Matematici, li quali versavano particolarmente sulle serie. Dopo questa riferta, parerebbe che il Leibnitz, volendo spargere *la sua nuova scoperta*, fino d' allora avrebbe fatto conoscere il calcolo differenziale in Inghilterra. Si aggiunga, che in una lettera del Collins al Newton delli 5 Marzo 167$\frac{4}{5}$, è detto che Leibnitz nel Mese di Ottobre 1676, *aveva lasciato a Collins qualche scritto* (*a*), del quale tosto il Newton ebbe degli estratti o delle copie. Collins non descrive la natura di questi *scritti*, nè se ne trova vestigio nel *commercium*

(*a*) Questo passo e molti altri lunghi pezzi di tal lettera sono stati soppressi nel *Commercium Epistolicum*: vegganli per esteso nelle Opere del Wallis, Tom. III, pag. 646.

cium epistolicum. Ma se il racconto del Leibnitz è fedele, o se la sua memoria non l'ha ingannato, quando ha detto ch' egli 'possedeva il calcolo differenziale prima di questo secondo viaggio in Inghilterra, gli sopraggiunse certamente qualche ragione particolare di tenere ancora nascosta la sua scoperta, contro il progetto che si era formato da prima *di farlo valere*; perchè in questa lettera stessa, Collins ne riporta un' altra del Leibnitz ad Oldenbourg, scritta da Amsterdam, li $\frac{10}{20}$ Novembre 1676, nella quale il Leibnitz propose di costruire delle Tavole di formule, tendenti a perfezionare il metodo dello Sluze, in vece di spiegare od almeno d'indicare il calcolo differenziale, come più speditivo e più comodo di molto. Gl'Inglesi hanno dunque avuto ragione di dire che nel suo passaggio per Londra, nel 1676, Leibnitz non insegnò loro il calcolo differenziale; ma essi doveano riconoscere che la stessa lettera prova, con l' ultima evidenza, che neppur egli nulla apprese da loro su di questo soggetto. In fatto, se, com' essi l'hanno poi detto, avessero a lui dato cognizione del metodo delle flussioni, non sarebbe egli caduto in pazzia nell' osar di proponere, un mese dopo, al Secretario della Società Reale, i mezzi di perfezionar il metodo dello Sluze, senza nulla dire di un altro metodo molto più semplice che gli fosse stato insegnato in Inghilterra? Così delle due cose l'una: o Leibnitz non vide nel mese di Ottobre 1676 l' opera *de Analysi per æquationes*, e la lettera del Newton, del 10 Dicembre 1672: o s' egli vide queste due opere, non ne trasse alcun soccorso, niente più delli Geometri Inglesi, che avevano avuto tutto il tempo di meditarle. Li suoi Avversarj non hanno giammai detto formalmente ch' egli ebbe veduto l' opera *de Analysi per æquationes*; essi si sono contentati di avanzare ch' egli veduto aveva la lettera del 10 Dicembre 1672; ma questa lettera è sì vaga e sì oscura, che la loro asserzione, fosse pur vera, non prova niente contro al Leibnitz.

Non vi sono in tutto questo affare che tre opere veramente decisive; cioè, 1°. una Lettera del Newton ad Oldenbourg delli 24 Ottobre 1676; lettera comunicata l' anno seguente al Leibnitz. 2°. La risposta che Leibnitz fece ad Oldenbourg, li 21 Gingno 1677, relativamente a questa lettera. 3°. Lo scolio che accompagna la proposizione VII del Libro II, *delli principj Matematici* del Newton, opera pubblicata nel 1686.

La lettera del Newton contiene, indipendentemente dalle differenti ricerche su tali oggetti, che abbisognò di porre qui a lato, molti Teoremi i quali hanno per base il metodo delle flussioni; ma egli ne nasconde le dimostrazioni; si contenta egli di dire di averle tratte dalla soluzione di un problema generale annunziato da lui enigmaticamente sotto lettere trasportate, e tale n' è il senso: *essendo data un' equazione che contiene delle quantità fluenti, trovare le flussioni e reciprocamente*. Egli è chiaro, da questa lettera, che Newton possedeva allora il metodo delle flussioni, ossia il calcolo differenziale.

Leibnitz nella sua risposta comincia col dire ch' egli riconosciuto aveva, come il Newton, che il metodo dello Sluze per le tangenti era imperfetto. Indi egli spiega quello del calcolo differenziale, assicurando, che da molto tempo se ne era servito per condurre le tangenti delle curve. Dà anche apertamente la soluzione del problema che il Newton proposto aveva in enigma.

Lo Scolio, citato al Libro delli *principj*, riporta: *in un commercio di lettere che io tenni, saranno dieci anni* (*a*), *col dottissimo Geometra Leibnitz, avendo fi-*

gni-

(*a*) Con l' intromissione d' Oldenbourg.

gnificato ch' io poſſedeva un metodo per determinare li maſſimi *e li* minimi, *per condurre le tangenti, e fare coſe ſimili che riuſciſſero egualmente nelle quantità razionali, che nelle quantità radicali, ed avendo naſcoſto queſto metodo ſotto lettere traſportate, che ſignificano*: eſſendo data un' equazione che contiene un numero qualunque di quantità fluenti, trovare le fluſſioni, e reciprocamente: *queſt' uomo celebre riſpoſe, ch' egli aveva trovato un metodo ſimile, ed egli mi comunicò il ſuo metodo, che non differiſce dal mio, che nell' enunciazione, e nella notazione*. L' edizione del 1714, aggiunge, *e nell' idea della generazione delle quantità*.

Egli è certo, che da queſte tre opere, Newton moſtra di avere trovato egli il primo il metodo delle fluſſioni, ma che Leibnitz lo trovò egli pure dal ſuo canto, ſenza prender nulla dal Newton. Queſti due grand' uomini ſono ginnti, in forza dei genj loro, allo ſteſſo fine, per differenti ſtrade: l' uno riguardando le fluſſioni come ſemplici rapporti di quantità che naſcono, o ſvaniſcono nello ſteſſo iſtante; l'altro conſiderando che in una ſerie di quantità, che creſcono, o decreſcono, la differenza tra li due termini conſecutivi può divenire infinitamente picciola, cioè, più picciola di ogni grandezza finita determinabile.

Queſta opinione in oggi univerſalmente ricevuta, eccetto che in Inghilterra, è ſtata quella dello ſteſſo Newton, in tempo in cui la verità era vicina ancora al ſuo naſcere, e la paſſione non l' aveva alterata. In vano poi, traſcinato dalla adulazione delli ſuoi diſcepoli, cangiò linguaggio; in vano preteſe che la gloria di una tale ſcoperta foſſe tutta del primo inventore, ed il ſecondo non ne aveſſe parte alcuna; la propoſizione ha biſogno di eſſere modificata: due uomini, che ambedue ſanno una ſcoperta ſteſſa, hanno un' egual diritto all' ammirazione: quello che il primo la pubblica, ha però il primo il diritto della pubblica riconoſcenza.

Il progetto di ſpogliare Leibnitz, e di farlo tenere per un plagiario, andò sì avanti in Inghilterra, che ſi osò dire, ed il Newton ſteſſo non ſi vergognò di ſoſtenerlo, che il calcolo differenziale del Leibnitz, altro non era che il metodo del Barrow. A che penſate voi, riſpoſe Leibnitz, di farmi un tale rimprovero? Voi volete tutto ad un tempo, che il calcolo differenziale ſia il metodo del Barrow, e che Newton ne ſia l' inventore. Poſſibile che la paſſione vi acciechi a tal ſegno di non ſentir queſta manifeſta contraddizione? Se il calcolo differenziale foſſe realmente del Barrow (e voi ben ſapete che non lo è), chi meriterebbe più giuſtamente di eſſere chiamato plagiario, il Newton che fu diſcepolo, ed amico del Barrow, ed è ſtato in caſo di ricavare converſando delle viſte, che Barrow non ha poſte nelli ſuoi libri: oppure io che non ho potuto conoſcere che i libri, e non ho mai avuto relazione con l' Autore?

Giovanni Bernulli, che imparato aveva, unitamente con ſuo Fratello, l'Analiſi infinitesimale negli ſcritti del Leibnitz, oppoſe al *commercium epiſtolicum* una lettera, in cui pone prima di tutto, che Newton non ſi aveva penſato al ſuo calcolo delle fluſſioni, o che non ſi era ridotto a fare applicazioni analitiche generali in forma di algoritmi, ſe non ſe dopo che il calcolo differenziale era già ſparſo in tutti li Giornali dell' Olanda e dell' Allemagna. Le ragioni, che dà, ſono 1°. Che nel *commercium epiſtolicum* non ſi vede che Newton abbia mai adoperato le lettere puntate, per diſegnare le fluſſioni. 2°. Che nel Libro delli *principj*, in cui l' Autore aveva sì ſpeſſo occaſione d' impiegare queſto calcolo, e darne l' algoritmo, egli non l'ha fatto; che per tutto egli procede con le linee, e le figure, ſenz'alcuna determinata analiſi, e ſoltanto alla maniera dell' Ugenio, Roberval, Cavalleri, ec. 3°. Che le lettere puntate non hanno cominciato a comparire che

nel

nel terzo volume delle opere del Wallis, molti anni dopo che il calcolo differenziale era cognito per tutto. 4°. Che il vero metodo di distinguere le differenze, o di prendere le fluſsioni delle fluſsioni, era ignoto al Newton, perchè nel Trattato *delle quadrature delle curve*, pubblicato nel 1706, egli dà, per trovar le differenziali di tutti gli ordini, una regola ch'è falſa, eccettuato il ſolo caſo delle prime differenze.

A queſta lettera ſi riſpoſe che la notazione non coſtituiſce il metodo; che li principj del calcolo delle fluſſioni erano contenuti nelle lettere e nella grand'opera del Newton; che la regola del Trattato delle *quadrature*, per trovare le fluſsioni di tutti gli ordini, era vera ſopprimendo li denominatori, e dando per conſeguenza delle quantità *proporzionali* alle vere fluſsioni. Li partigiani del Leibnitz replicarono che li vantaggi di un metodo analitico partecipano in gran parte della ſemplicità dell'algoritmo; che la caratteriſtica del Leibnitz aveva già fatto fare dei progreſſi conſiderabili alla nuova Analiſi, in un tempo in cui quaſi neſſuno intendeva il Libro del Newton; e che finalmente la regola data dal Newton, per trovare le fluſſioni di tutti gli ordini, prova ch'egli non poſſedeva neppure nel 1706, la nuova Analiſi, con tutta evidenza, e ſicurezza, come li Geometri della ſcuola del Leibnitz.

La queſtione in tal modo era degenerata in diſpute che non facevano che imbrogliare ed oſcurare. Ella parve terminata con la morte del Leibnitz, che accadde nel 1716. Gl' Ingleſi perſeguitando l'ombra di queſto grand'uomo, pubblicarono nel 1726 un' edizione del Libro delli *Principj*, in cui ſopprimevano lo ſcolio che riſguardava il Leibnitz. Queſt'era un confeſſare la ſua ſcoperta in un modo molto autentico e mal inteſo. Non doveano forſe ſentire, che ſi attribuirebbe ad una prevenzione nazionale, o forſe ad un ſentimento ancora più ingiuſto, il diſegno chimerico di annientare l'omaggio che una nobile emulazione aveva altra volta reſo alla verità?

Si trovarono nelli tempi poſteriori delli Geometri, che ſenza prendere un deciſivo partito tra Newton, e Leibnitz, hanno obbiettato all'ultimo che la metafiſica del ſuo metodo era oſcura, od anche difettoſa; e che non vi ſono quantità infinitamente picciole, e vi reſtano delli dubbj ſull'eſattezza di un metodo in cui queſte quantità ſono introdotte. Ma Leibnitz può riſpondere: io non ho propoſto l'eſiſtenza delle quantità infinitamente picciole, che come una ſemplice ipoteſi che ſerve ad abbreviare il calcolo, e li ragionamenti, ſulli quali è fondato; io non ho biſogno che vi ſieno delle quantità infinitamente picciole a rigore; mi baſta, come ho ſtampato in molte opere, che le mie *differenze* ſieno minori di ogni quantità finita che voi vorreſte aſſegnarmi, e che per conſeguenza l'errore che può riſultare dalla mia ſuppoſizione, ſia al di ſotto di tutti gli errori determinabili, cioè, aſſolutamente nullo. La maniera con cui Archimede trova la proporzione della ſfera al cilindro ha per baſe dei ſimili principj. Il Sig. de Fontenelle, ch'era allora bene intenzionato per me, ebbe torto col contentarſi di dire nel principio della ſua *Geometria dell' infinito*, che dopo avere da prima ammeſſo gl' infinitamente piccioli, io mi era ridotto in ſeguito fino al punto di ridurre gl' infinitamente piccioli di ordini differenti a non eſſere che degl' *incomparabili*, nel ſenſo che un grano di ſabbia foſſe incomparabile al globo della terra: doveva egli aggiungere che queſta comparazione non mi ſerve che a preſentare un' idea ſenſibile, e rozza nelle mie differenze all'immaginazione di certi lettori, e che nella Memoria (*a*), alla quale vuole alludere, io termino coll'eſpreſſamente oſſervare,

(*a*) Ved. *Leibnitii Opera*, Tom. III, pag. 170.

che in luogo dell' infinito, od infinitamente picciolo, bisogna prendere delle quantità tanto grandi, o tanto picciole quanto è necessario perchè l' errore sia minore di tutto l' error dato. La metafisica del mio calcolo è dunque intieramente conforme a quella del metodo di *esaustione* degli antichi, del quale nessuno vi fu, che ponesse in dubbio la certezza. E, qualunque cosa abbia voluto dire, il mio rivale su questo, non ha realmente vantaggio alcuno su di me.

Finalmente si ha detto che Newton aveva spinto più lontano del Leibnitz le applicazioni della nuova Analisi a dei grandi oggetti; e che questo vantaggio forma un pregiudizio per far riguardare il primo come il vero inventore. Questo ragionamento richiede una spiegazione.

Forse non mai esistè un uomo più dotato del Newton di questa intelligenza e di questo vigore di testa, capace di sostenere una lunga meditazione, di concepire e di eseguire un vasto piano. La prova n' è nel suo Libro delli *Principj*, uno delli più belli monumenti dello spirito umano per la varietà, concatenazione ed importanza delle materie in esso trattate. Leibnitz non ha dato un libro simile. Troppo trasportato dalla vivacità del suo genio, e dalla moltitudine delle sue occupazioni, delli suoi viaggi e delle sue corrispondenze con la più parte delli dotti del suo tempo, non potè estendersi a spiegare con particolarità tutte le conseguenze di un gran principio. Ma la raccolta delle sue opere ed il suo *commercio epistolare* con Giovanni Bernulli, portano il più alto carattere dell' invenzione. Egli per tutto semina delle nuove idee e delli germi di Teoria, lo sviluppamento delli quali qualche volta produrrebbe degl' intieri trattati. S' egli non eguagliò il Newton per la profondità, mostra di sorpassarlo per una rapida penetrazione, e prontezza di spirito che va a colpire in una materia le questioni più sottili e più acute. Uno ha lasciato una massa più grande di verità Geometriche, l' altro ha più accelerato nel suo tempo i progressi delle Scienze, con la notazione semplice, e comoda del suo calcolo, le applicazioni numerose che ne fece egli stesso, o pose i dotti nel caso di farne, gl' incoraggiamenti che diede loro, e le strade nuove che aprì continuamente alle loro meditazioni.

La disputa da me descritta non stette ristretta nel solo genere polemico: ella per buona sorte accese tra gl' Inglesi, e li partigiani del Leibnitz una guerra di problemi; dalli quali la Geometria ne trasse molti considerabili vantaggi. Si giunse ad accusarsi da una parte e dall' altra di non bene intendere l'analisi. Leibnitz, *per tastare il polso agl' Inglesi*; com' egli diceva, poco prima della sua morte (*a*) fece loro proporre il famoso problema delle *trajettorie ortogonali*; ossia la ricerca delle curve che tagliano sotto un dato angolo una serie di curve della stessa specie, come tutte le iperbole di una stessa sommità, e di uno stesso centro. Questo esempio d' iperbole era indicato per chiaramente fissare lo stato della questione; mentre allora non era molto difficile da risolvere; ed il giovane Niccola Bernulli, figlio di Giovanni, ne diede una soluzione molto elegante. Ma Leibnitz esigeva un metodo generale, da cui si potesse trarre, in ogni caso particolare, la costruzione della trajettoria, almeno supponendo la quadratura delle curve. Newton avuto avendo questo avviso, indicò di seguito una soluzione fondata su questi principj: che la natura delle curve tagliate dava le tangenti alli punti d' intersezione; che gli angoli d' intersezione davano le perpendicolari; che le per-

pen-

(*a*) Anno 1715.

Digitized by Google

pendicolari davano il centro delle curve, od il raggio oſculatore; da dove ſi poteva ſempre arrivare all'equazione differenziale della trajettoria. Quanto all'integrazione di queſta equazione, egli la rimandò al calcolo integrale, pretendendo ch'ella non faceſſe più parte del problema. Ma Giovanni Bernulli, incaricato della cauſa del Leibnitz già morto (*a*), ſi fece beffe altamente di queſto progetto di ſoluzione: egli ſoſtenne che niente non era più facile che di giungere all'equazione della trajettoria; che eranſi anche trattati da lungo tempo con ſucceſſo molti caſi particolari di queſto problema; che la grande difficoltà era di aſſegnare, in generale, il caſi, nei quali l'equazione della trajettoria era integrale, e di ridurre l'integrazione alla quadratura delle curve. La diſputa ſi riſcaldò ſempre più per lungo tempo. Si vide (*b*) da una parte li Diſcepoli del Newton, (mentr'egli più non comparve in lizza), e dall'altra Giovanni Bernulli opporſi loro, ſoſtenendo ſolo ſopra un ponte, come Orazio Coclite, tutto lo ſforzo dell'Armata Ingleſe, ſecondo l'ingegnoſa comparazione del Fontenelle.

Dal problema delle trajettorie ortogonali, ſi paſsò (*c*) a quello delle trajettorie reciproche o delle curve che ſi tagliano promiſcuamente ſotto di un dato angolo. Tutte queſte ricerche dipendevano da ſimili principj. Elleno richiedevano un Geometra delicatiſſimo e profondiſſimo. Giovanni Bernulli vi poſe tutta l'arte e tutto il genio. Egli aveva tra le mani un iſtrumento ch'egli maneggiava con deſtrezza: il metodo di differenziare *de curva in curvam*.

Fra li combattenti Ingleſi, ſi diſtinſe ſpecialmente Taylor (*d*), che riſolſe la maggior parte delli problemi dell'avverſario comune. Prima di quel tempo egli aveva pubblicato un'opera celebre, intitolata: *Methodus incrementorum directa & inverſa*. In eſſa ſi trovano li primi ſaggi della nuova analiſi applicata alle differenze finite: ſaggi preſentati in un modo oſcuriſſimo, e che Niccola (*e*) ebbe il merito di ſviluppare chiaramente e di ſpingere più oltre (*f*). Taylor ha datò in queſt'opera ſteſſa la prima ſoluzione del problema delle corde vibranti, ſupponendo che tutti li punti della curva arrivino nel tempo ſteſſo all'aſſe. Noi vedremo quello che aggiunſe a queſta Teoria.

Keil non fu così felice. Egli osò (*g*) per ſua propria vergogna, provocare Giovanni Bernulli ſu di un altro ſoggetto. Newton aveva determinato nel Libro *delli Principj*, la curva che deſcrive un projettile in un mezzo reſiſtente come la ſemplice velocità; ma egli non aveva toccato al caſo più difficile, in cui il mezzo reſiſte come il quadrato della velocità. Keil propoſe queſto caſo a Giovanni Bernulli, che non ſolo lo riſolſe in pochiſſimo tempo, ma eſteſe la ſoluzione coll'ipoteſi generale in cui la reſiſtenza del mezzo ſarebbe come una potenza qualunque della velocità del mobile. Quando queſta Teoria fu trovata, l'Autore offrì in varie volte, d'inviarla ad un uomo di confidenza a Londra, con la condizione che altresì Keil rimetterebbe pure la ſua ſoluzione. Ma Keil, indarno fu interpellato ſu queſto, e tenne un profondiſſimo ſilenzio: la ragione fu facile ad indovinar-

(*a*) Anno 1716.
(*b*) Anni 1727, 1728.
(*c*) Anno 1721.
(*d*) Nato nel 1690, morto nel 1734.
(*e*) Nato nel 1683, morto nel 1758.
(*f*) Mem. dell'Accad. 1717, 1721, 1724, 1727.
(*g*) Anno 1717.

vinarsi; egli non aveva risolto il suo problema: proponendolo, si attendeva che non vi fosse chi giungesse alla sagacità del Newton. Egli s'ingannò nella sua congettura; e la sua sfida tanto indiscreta gli trasse per parte del Geometra di Basilea una riprensione tanto più umiliante, che il solo mezzo solido di rispondere era di sciogliere il problema, e Keil non potè trovare questo mezzo, nè nelle sue proprie forze, nè nel soccorso delli suoi amici. Fu completo il trionfo di Giovanni Bernulli. Nell'ebbrezza della sua vittoria egli si fece lecito, contro li suoi rivali, tali sarcasmi e lepidezze che non erano del più buon gusto, ma perdonabili certamente al carattere franco, e leale di un uomo insidiosamente attaccato, dovendo vendicare li propri oltraggi e quelli di un amico illustre, di cui piangeva la perdita.

Tutte queste discussioni scientifiche, malgrado l'asprezza che vi frammischiavano le umane passioni, riscaldavano gli spiriti, e formavano da tutte le parti dei proseliti alla Geometria. La scuola di Basilea aveva già prodotto, sotto Giacomo Bernulli, molti uomini celebri nelle Scienze, tra gli altri Erman (*a*), Autore di un eccellente Trattato di *Foronomia*, e Niccola Bernulli (*b*) nipote, profondo nell'analisi delli giuochi di fortuna, ed il primo che abbia dato la famosa equazione della condizione, da cui dipende la realità dell'equazione alle differenze parziali fra tre grandezze variabili. Dei nuovi Allievi, eccitati dalle lezioni di Giovanni Bernulli, e specialmente dallo spettacolo dei suoi combattimenti con gl'Inglesi, si mostrarono degni di un tal maestro. Il suo primo figlio, Niccola (*c*), si alzò rapidamente alle regioni superiori della Geometria, allorchè la morte venne a colpirlo in età di 27 anni. Egli ebbe nel suo fratello Daniele Bernulli (*d*), e nell'Eulero (*e*) suoi compatrioti dei rivali, che nati con un genio eguale al suo, ma avendo vissuto più tempo, nella stessa carriera hanno fatto perciò gran passi. In Italia Gabriele Manfredi (*f*) aveva pubblicato nell'anno 1707 una opera dotta sull'analisi delle curve e dell'equazioni differenziali: opera, in cui per la sola conformità degli spiriti e della dottrina l'Autore si era incontrato con Giovanni Bernulli nella Teoria generale dell'equazioni differenziali omogenee.

Niente ha più contribuito ad accrescere il numero, e l'emulazione delli dotti, che lo stabilimento dell'Accademie nelle principali Città dell'Europa. Si conoscono le ricche collezioni di Memorie pubblicate da queste Società illustri: spesso anche i loro membri hanno dato separatamente delle opere considerabili. La nuova Geometria è stata applicata a tutte le altre parti delle Matematiche, e tutte l'hanno costretta a perfezionarsi da se stessa, coll'offrire delli problemi, che finiscono col ridursi a pure questioni di Analisi.

Meccanica.

Noi troveremo da prima nella Meccanica una prova sensibile di questa mutua dipendenza. Non vi è Scienza a cui il soccorso di una profonda Geometria sia più ne-

---

(*a*) Nato nel 1680, morto nel 1734.
(*b*) Nato nel 1681, morto nel 1760.
(*c*) Nato nel 1699, morto nel 1726.
(*d*) Nato nel 1700, morto nel 1782.
(*e*) Nato nel 1707, morto nel 1783.
(*f*) Nato nel 1681, morto nel 1761.

neceſſario che alla Teoria generale dell'equilibrio e del moto variato. Se ne avevano già veduto molti eſempj; e queſta ſorgente non era per inaridirſi.

Li Geometri traſportati dal piacere di riſolvere delli nuovi problemi, ſi erano poco attaccati ad eſaminare ſe li principj della Meccanica aveſſero la neceſſaria evidenza per ſervir di baſe ad un ſiſtema di cognizioni veramente ſcientifiche. Il Sig. Daniele Bernulli intrapreſe (*a*) queſto eſame: egli riſchiarò alcune propoſizioni, ne dimoſtrò rigoroſamente delle altre che ne avevano biſogno: tale è particolarmente quella della compoſizione, e decompoſizione delle forze che vanno a concorrere in un punto. Quando egli ebbe così aſſicurato il ſuo cammino, ha voluto (*b*) riſolvere delli problemi di Meccanica. Io citerò prima quello della *catenaria*, conſiderato generalmente, cioè, ſupponendo il filo commeſſo all'azione di qualunque potenza; e quello della curvatura che deve prendere una lama elaſtica avendo riguardo al ſuo peſo che non ſi aveva ancora fatto entrar nel calcolo. Il Sig. Eulero che trattò anch'egli la ſteſſa queſtione, giunſe a delli riſultati ſimili.

La ſcoperta che Ugenio aveva fatto del *tautocroniſmo* della cicloide, nell'ipoteſi del vuoto e della gravità ordinaria, eccitò la curioſità delli Geometri a cercare le curve tautocrone per altre ipoteſi (*c*). Newton fece vedere che la cicloide è anche la curva tautocrona, allora quando il corpo ſempre peſante all'ordinario, prova dalla parte del mezzo, in cui ſi muove, una reſiſtenza proporzionale alla ſua ſemplice velocità: riſultato curioſo, ed oſſervabile. Ma in vano deſideravaſi da lungo tempo la tautocrona per un mezzo reſiſtente, come il quadrato della velocità. Eulero, e Giovanni Bernulli riſolſero (*d*) queſto problema quaſi nel tempo ſteſſo. Nel 1734 Fontaine (*e*) diede, ſu queſto argomento, un nuovo metodo più generale, e d'un modo veramente originale: in cui facendo variare le linee in due maniere, l'una relativa alla differenza tra due archi finiti conſecutivi, l'altra col moto lungo ad uno di queſti archi, egli giunſe ad un'equazione, cui facilmente ſi attirano tutti li caſi conoſciuti, mentre per l'avanti ciaſcheduno di eſſi eſigeva una particolare ſoluzione. Egli di più trovò che la tautocrona è la ſteſſa quando il mezzo reſiſte come il quadrato della velocità, e quando egli reſiſte come il quadrato della velocità più il prodotto della velocità in un coefficiente coſtante: Teorema non meno ſingolare di quello del Newton.

In tutti li moti di rotazione ſi aveva riguardato ſempre l'aſſe come fiſſo: Daniele Bernulli eſtende le leggi della Meccanica a delli problemi, nè quali l'aſſe ſteſſo è mobile: come quello delle oſcillazioni di una catena ſoſpeſa verticalmente, ch'egli (*f*) riſolſe, conſiderando queſta catena come l'unione di un'infinità di piccioli peſi mobili in commeſſura, e ſupponendo che eſſendo da prima ſtata alquanto moſſa dalla linea verticale, poi abbandonata a ſe ſteſſa, tutti li punti arrivino alla verticale nel tempo ſteſſo. Eulero invitato dal Bernulli a cercar anche la ſoluzione di queſto problema, lo trovò egualmente. Queſti due grandi Geometri ſi communicarono volentieri e ſenza miſtero gli oggetti delle loro meditazioni, e

ſpeſ-

(*a*) Anno 1726.
(*b*) Anno 1729.
(*c*) Anno 1686.
(*d*) Anno 1729.
(*e*) Nato nel 1705, morto nel 1771.
(*f*) Anno 1732.

ſpeſſo eſsi hanno trattato lo ſteſſo argomento. La ſtretta amicizia che aveano contratta inſieme nella loro giovinezza, non fu alterata giammai dal tempo, nè dalle frequenti diſcuſſioni ſcientifiche nelle quali non erano dello ſteſſo parere.

Il problema della *percuſſione eccentrica* li occupò tutti e due (*a*). Egli conſiſteva in generale a determinare il moto che deve prendere un corpo colpito o ſpinto in qualunque direzione. Le ſoluzioni, ch'eſſi ne diedero, furono un neceſſario ſupplemento alla Teoria dell'urto delli corpi, in cui aveaſi ſempre ſuppoſto per l'avanti che li corpi ſi colpivano ſecondo le linee che paſſano per i loro centri di gravità. Ma elle ſupponeano che li corpi urtati, qualunque foſſe la loro figura, non prendono, oltre il moto di traslazione, che un moto di rotazione intorno di un ſolo aſſe, il quale conſerva il ſuo parallelismo: ſi è determinato, nell'occaſione di un altro problema, di cui ne parleremo poi, il moto per un qualunque numero di aſsi, allorchè il caſo ha luogo.

Nel tempo che li due più illuſtri Allievi di Giovanni Bernulli andavano a sì gran paſſi per la carriera che ſi aveano aperta, egli pure ad onta della età ſua avvanzata, conſervava tutto il ſuo guſto e tutta la ſua attività per le ſcienze. Era infatigabile nel proponere e riſolvere dei nuovi problemi. Si ammira, come una ricerca allora delicatiſsima, il ſuo metodo per trovare il *centro ſpontaneo* della rotazione di un corpo che ſi muove liberamente in virtù di una eccentrica percuſsione.

Con la morte del Paſcal, e del Fermat la Francia aveva alquanto perduto nelle Scienze l'equilibrio con le Nazioni vicine; ma ella ſeppe riprenderlo e conſervarlo ad un dipreſſo dopo l'Epoca del problema delle tautocrone nelli mezzi reſiſtenti. Per queſto ella riportò un notabile vantaggio. Poco dopo Clairaut (*b*), e d'Alembert (*c*) ſi diſtinſero per le profonde riſerche di Dinamica. Si ſa che li problemi di queſta Claſſe hanno per oggetto li moti di molti corpi che agiſcono gli uni ſu gli altri in qualunque maniera. Per riſolverli, li Geometri ſi formarono, ſecondo le leggi della Meccanica, certe regole ch'eſsi al biſogno combinavano con le proprietà del moto già conoſciuto. In tal modo Giovanni Bernulli impiegava il principio delle *tenſioni*; Eulero quello delle *preſſioni*; Daniele Bernulli la potenza virtuale che ha un ſiſtema di corpi di ſtabilirſi nel ſuo primo ſtato, quando n'è ſconcertato, ec. La deſtrezza era poi di ricondurre ogni problema particolare, e d'integrare l'equazioni, alle quali ſi era condotto. D'Alembert rimontando all'equazioni primordiali dell'equilibrio, e del moto, ſi ha immaginato un principio generale, del quale tutti gli altri non ſono che corollarj. Egli riguarda il moto che ha ciaſcheduno delli corpi del ſiſtema, in un qualunque iſtante, come formato dal moto che aveva nell'iſtante precedente, e da un altro moto, ch'egli ha perduto. Indi, oſſervando che la cognizione delli moti perduti deve condurre neceſſariamente a quella delli moti conſervati, egli eſprime le condizioni dell'equilibrio tra li primi; e così egli riduſſe ſempre la queſtione ad un ſemplice problema di ſtatica.

Queſt'uomo ſteſſo, che riuniva nel più alto grado la Scienza dell'Analiſi a quella della Meccanica, generalizzò (*d*) il problema delle corde vibranti, che Tay-

lor

(*a*) Anno 1737.
(*b*) Nato nel 1713, morto nel 1765.
(*c*) Nato nel 1727, morto nel 1783.
(*d*) Anno 1747.

lor, e poi altri Geometri non aveano risolto che nella sola ipotesi, in cui tutti li punti della corda arrivano nel tempo stesso all' asse, sia perchè questa ipotesi aveva mostrato essere sufficiente per render ragione delli principali fenomeni delli suoni musicali, sia perchè non si aveva potuto riuscire a sormontare le difficoltà del calcolo che s' incontra. Un teorema dell' Eulero sulle funzioni a differenze parziali, e delle nuove considerazioni analitiche, delle quali il d' Alembert non ne fu debitore che al suo genio, lo condussero ad una equazione della curva vibrante, nella quale egli entrò nelle funzioni variabili indeterminate, com' egli entra dalle costanti indeterminate nell' Integrazione ordinaria. Non si tratta d' altro che di subordinare queste funzioni allo stato iniziale della corda; ed in questa generalità, la soluzione fondata sull' ipotesi del Taylor era compresa come un particolarissimo caso. Eulero rimase colpito di questo nuovo genere di Analisi; e diede una soluzione, che somigliò a quella del d' Alembert, in molti punti essenziali. D' Alembert, temendo certamente di dividere con un altro la gloria di una sì bella scoperta, non vide nella soluzione dell' Eulero che li tratti di rassomiglianza con la sua, e non volle riconoscere il merito, ch' ella aveva di essere alquanto più diretta, più analitica, e più facilmente applicabile a tutte le questioni di tal sorta. Daniele Bernulli confessò che tutti questi calcoli erano quanto l'Analisi aveva prodotto di più astratto e di più spinoso; ma nel tempo stesso intraprese di far vedere che la corda vibrante forma sempre od una trocoide semplice, come la Teoria data dal Taylor, od un' unione di queste trocoidi; e che tutte le curve determinate dal d' Alembert, e dall' Eulero non potevano essere ammesse e non erano realmente applicabili alla natura, quanto erano riducibili ad una simile forma. Questa discussione gli diede luogo di illustrare la formazione Fisica del suono, che non si conosceva ancora se non imperfettissimamente; per esempio egli spiega con tutta la possibile chiarezza, come una corda posta in vibrazione, od in generale un qualunque corpo sonoro, può rendere ad un tempo molti suoni differenti formando uno stesso sistema. Ma nell' ammirare l'abilità sua nel rischiarare il soggetto, e nel prestare l' appoggio dell' esperienza alli suoi ragionamenti, li Geometri convengono che la sua soluzione è meno generale e meno perfetta di quella del d' Alembert e dell' Eulero.

Malgrado la conformità che si trova nelli principali risultati di questi due ultimi, essi ebbero tra loro una lunga disputa sull' estensione che si poteva dare alle funzioni arbitrarie ch' entrano nell' equazione della corda vibrante. D' Alembert voleva che la curvatura iniziale della corda fosse assoggettata alla legge della continuità: Eulero la credeva assolutamente arbitraria, ed introdusse nelli calcoli le funzioni discontinuate. Altri Geometri hanno creduto che questa discontinuità delle funzioni potesse essere ammessa; ma essere doveva assoggettata ad una legge; e che bisognava che tre punti consecutivi della curva iniziale appartenessero sempre ad una curva continuata. Ma fino ad ora non pare che alcuno abbia dato prove intieramente dimostrative della sua opinione; ciò deve recare stupore. Questa questione contiene delle idee metafisiche, e li problemi di Meccanica o di pura Analisi, alli quali si è applicato questo nuovo genere di calcolo, non hanno ancora dato alcun mezzo di discernere quale delle sue opinioni dia risultati conformi o contrarj alle verità già riconosciute ed universalmente confessate.

Alli problemi delle corde vibranti successe tosto un' altra questione del genere stesso; quella del moto oscillatorio, e reciproco di una massa di aria tratta dallo stato di quiete. Eulero trattò questo nuovo soggetto con la stessa generalità del primo; e per vincere le difficoltà del calcolo che vi sono attaccate, fa uso di

tutte

tutte le forze, e di tutti i mezzi del genere analitico. Daniele Bernulli trovò la maniera di evitare la maggior parte di queste difficoltà, restringendosi a discutere con la sua penetrazione ed ordinaria abilità, le ipotesi più conformi all' esperienza; egli in tal modo giunge a stabilire una bellissima Teoria Fisica e Matematica delli suoni prodotti da una canna di organo. Se io non mi avessi fatto una legge di non parlar delle scoperte delli viventi, averei cominciato dal citare sull' argomento del problema della propagazione del suono un Geometra che fa onore all' Italia ed alla Germania, l' una per avergli dato la nascita, l' altra per essere capo della sua più celebre Accademia.

Idrodinamica.

I progressi dell' Idrodinamica sono stati più lenti di quelli della Meccanica delli solidi. Prima di Daniele Bernulli non si sapeva determinare con esattezza lo scorrere dei fluidi pegli orifizj, che nel solo caso, in cui questi orifizj possono essere riguardati come infinitamente piccioli: mentre io non credo dover parlare della Teoria generale che Newton intraprese di dare su questo soggetto, perch' egli impiega delle supposizioni precarie ed anche incompatibili con le leggi dell' Idrostratica. Bernulli si appoggia sulla esperienza (*a*): egli suppone semplicemente che la superficie di un fluido che sorte da un vaso per un orifizio di qualunque grandezza, resti sempre a livello, e che tutti li punti della stessa superficie si abbassino verticalmente con eguali velocità: egli applica a questa ipotesi il principio della conservazione delle forze vive, e giunge a delle formule rimarcabili per l' eleganza del calcolo, e pella semplicità delli risultati. Giammai lo spirito d' invenzione, la Geometria e la Fisica non furono più avvantaggiosamente unite.

Li Signori Maclaurin e Giovanni Bernulli trattarono (*b*) le stesse questioni, od almeno le principali, ma col far uso di altri metodi. La scelta di questi metodi era fondata su differenti motivi. Maclaurin pose il principio della conservazione delle forze vive nel numero delle verità secondarie, e non credeva che si potesse prenderlo per base di una soluzione. Al contrario Giovanni Bernulli l' aveva sempre riguardato come una legge fondamentale della Meccanica, e se n' era servito per risolvere un gran numero di problemi; ma alquanto più geloso di suo figlio, dopo che l' Accademia delle Scienze aveva diviso tra loro il premio dell' anno 1734, egli pretese che questo principio fosse indiretto nella questione del moto delli fluidi.

Quello del d' Alembert non temeva alcun rimbrotto; e l' Autore, dopo averlo applicato alli più difficili problemi della Dinamica, ne mostrò egualmente l' uso per determinare il moto delli fluidi. Fa egli le stesse supposizioni di Daniel Bernulli, e giunge agli stessi risultati, nella maniera più semplice e più diretta. Il suo metodo ha il vantaggio di abbracciare tutti li casi, nel mentre che la legge della conservazione delle forze vive soffre una restrizione, allor quando la velocità cangia da un istante all' altro, od allorchè ha luogo la percossa di corpi duri.

Li calcoli di tutti questi grandi Geometri essendo fondati sull' ipotesi del parallelismo delle superficie, lasciano ancora un picciolo scrupolo sulla perfetta esat-

tezza

(*a*) Anno 1738.
(*b*) Anno 1741.

tezza delli risultati; mentre questa ipotesi rigorosamente non ha luogo, e non può essere in certi casi ammessa. D'Alembert (*a*) dà una nuova soluzione, in cui altro non suppone, se non che le particole restano sempre contigue le une alle altre, e che una picciola massa elementare, di qualunque figura, passando da un sito all'altro, conserva lo stesso volume, allora quando il fluido è incompressibile, o cangia di volume seguendo una data legge, mentre il fluido è elastico. Dopo questo principio conforme alla natura delli fluidi, le nuove equazioni di d'Alembert sono più generali, e più rigorose delle prime; ma non fece, per così dire, che indicarle, senza spingere l'Analisi tanto oltre, quanto era necessario per formare delli risultati precisi, e soddisfacenti. Eulero ha trattato (*b*) la materia sotto lo stesso punto di vista, ma con più chiarezza ed estensione. La raccolta delle Memorie, che egli su questo ha dato, formerebbe il Trattato Teorico più completo che si abbia fin' ora veduto sull'equilibrio ed il moto delli fluidi.

Quelli che bramavano che si rendesse utile l'Idrodinamica alla società, e che comprendevano l'impossibilità di applicare a questo fine un sistema di formule complicate, invitarono dopo molto tempo li Geometri a fare una serie di esperienze in grande sul moto delli fluidi, a discutere diligentemente queste esperienze, ed a compararle con la Teoria. Questo lungo lavoro e penoso è stato pubblicato: mi si dispenserà di parlarne.

Figura della terra per via di osservazioni.

Pare che l'esperienza del Richer a Cajenna, e li ragionamenti teorici dell'Ugenio e del Newton non lasciassero più dubitare che la terra fosse una sferoide schiacciata verso li poli. Pure le misure che li Cassini avevano prese in varj tempi dei gradi del meridiano in tutta l'estensione della Francia, aveano resa la questione come problematica: perchè, secondo le misure, la lunghezza del grado terrestre cresceva andando dal nord della Francia al mezzodì, il che farebbe supporre che la terra in vece di essere una sferoide schiacciata al contrario sarebbe una sferoide allungata. A questo risultato i Geometri convinti dello schiacciamento della terra, opposero che le operazioni delli Cassini non erano sufficienti per risolvere il problema, che queste operazioni furono fatte in due luoghi troppo vicini l'uno all'altro, e che non era possibile di conoscere le quantità precise delle picciole differenze, che si trovano tra li gradi misurati. Non si potè dunque sortire da questa incertezza, che misurando li gradi del meridiano nelli siti, dove le latitudini soffero differentissime. La Francia inviò (*c*) per tal effetto degli Accademici nella Lapponia e nel Perù. Il primo drapello era composto delli Signori Maupertuis (*d*), Clairaut, Camus (*e*), e le Monnier, alli quali si aggiunsero l'Abbate Outhier, Canonico di Baleux, ed il Signor Celsio, Professore di Astronomia ad Upsal; il secondo delli Signori Godin (*f*), Bouguer (*g*) e la Condamine (*h*), accompagnati con li Signori de Jussieu, Botanico, e da due Uffiziali

(*a*) Anno 1752.
(*b*) Anno 1755.
(*c*) Anno 1735.
(*d*) Nato nel 1698, morto nel 1759.
(*e*) Nato nel 1699, morto nel 1768.
(*f*) Nato nel 1704, morto nel 1760.
(*g*) Nato nel 1698, morto nel 1758.
(*h*) Nato nel 1701, morto nel 1774.

Spagnuoli, Don *Antonio de Ulloa*, e Don *Giorgio Juan*. Si trovò che la lunghezza di un grado del meridiano al circolo polare era di 57438 teſe, e che quella del primo grado di latitudine era di 56753 teſe. Così, ecco una ſenſibiliſſima differenza tra due gradi terreſtri del meridiano, miſurati a grandiſſime diſtanze l'uno dall'altro. Riſulta da queſta differenza che li gradi terreſtri del meridiano vanno diminuendo dal polo all'equatore, e che per conſeguenza la terra è una ſferoide applanata verſo li poli. Queſta conſeguenza egualmente ſi trova con la comparazione di ciaſcheduno delli gradi miſurati al nord ed al mezzodì col grado medio determinato dal Picard e dal Caſſini. In tal modo la Francia ebbe ſucceſſivamente la gloria d'Indicare da prima, e poi di dimoſtrare ſenza repliche l'appianamento della terra.

Ma non baſtava ſapere che la terra è ſchiacciata, biſognava ancora trovare il ſuo aſſe, ed il diametro dell'equatore. Maupertuis (*a*) determinò queſte due linee col mezzo delle longitudini delli due gradi del meridiano, conſiderando la terra come una ſferoide ellittica.

Di tutti gli Accademici ch'ebbero parte nella ſpedizione del nord e del Perù, non ne reſta che un ſolo: celebre per le opere eccellenti, caro alla ſua famiglia ed agli amici ſuoi per le ſolide virtù.

Figura della terra per l'Idroſtatica.

La ricerca della figura della terra, per via della Teoria, preſenta delle difficoltà, ſia per la ſcelta dei veri elementi della queſtione, ſia per la maniera d'impiegarli. Ugenio era partito da queſto principio, ch'eſſendo la gravità primitiva, ſuppoſta coſtante, e diretta al centro, modificata dall'azione della forza centrifuga, ne deve riſultare una gravità attuale diretta perpendicolarmente a tutti li punti della ſuperficie della terra: Newton da queſto, che la gravità primitiva, conſiderata come formata di tutte le attrazioni delle parti della materia, di cui la ſferoide terreſtre è compoſta, deve combinarſi con la forza centrifuga, in tal maniera che il peſo di una colonna centrale equatoria, e quello di una colonna centrale polare, ſiano eguali tra loro, ſenza cercare ſe la direzione della gravità attuale ſia perpendicolare o no alla ſuperficie della terra, e ſenza niente pronunziare ſulla preciſa figura del meridiano. Maupertuis e Bouguer volendo ſapere (*b*) ſe li due principj dell'Ugenio e del Newton davano la ſteſſa curva per il meridiano, trovarono che in molte ipoteſi di gravità, queſta identità non aveva luogo; ed eſſi concluſero che tutti due dovevano eſſere oſſervati nel tempo ſteſſo per l'equilibrio della terra alla ſuperficie, e nell'interno. Ma queſte ipoteſi non erano quelle della natura: biſognava trovare direttamente la figura della terra ſecondo la Teoria dell'attrazione reciprocamente proporzionale al quadrato delle diſtanze; e provar l'equilibrio, con queſta legge fondamentale dell'Idroſtatica, che un fluido non potrebbe reſtare in ripoſo, almeno che ciaſcheduna delle ſue parti non foſſe egualmente compreſſa in ogni ſenſo. La ſoluzione del Newton era inſufficiente, in queſto che non aveva dato l'equazione della ſferoide terreſtre, e che ſi era contenta-

to

(*a*) Anno 1737.
(*b*) Anno 1734.

Digitized by Google

to di riguardarla tacitamente come ellittica. Maclaurin (*a*) fu il primo che abbia dimostrato (*b*) in rigore questo bel Teorema: che tutte le particole della terra riguardate come fluido, essendo supposte sommesse all' attrazione Newtoniana ed all' azione di una forza centrifuga, ella sarà in equilibrio, se ha la forma di una sferoide ellittica omogenea, qualunque sia il rapporto degli assi. Egli estese questa proposizione al caso in cui le particole della terra sieno di più attratte dal sole e dalla luna: egli insegnò a determinare l' attrazione di una sferoide ellittica omogenea su di un punto posto in un qualunque sito del prolungamento dell' asse, o del prolungamento del diametro dell' equatore. Tutti questi problemi erano allora della maggior difficoltà; l'Autore li risolse col metodo sintetico degli antichi, con un' abilità ed un' eleganza dalli Geometri ammirata.

La sua Teoria non avrebbe lasciato nulla da desiderare, se avesse dato per il rapporto dell' asse della terra al diametro dell' equatore una frazione sensibile eguale a quella che darebbero le misure immediate. Ma li termini della prima frazione erano li numeri 230, e 231; quelli della seconda, li numeri 177 e 178. Si vede che la differenza merita qualche attenzione. Non bisognava forse per ispiegarla abbandonare l' ipotesi dell' omogeneità della terra? Clairaut, personalmente interessato all' esame di questa questione, siccome aveva avuto parte alla misura del nord, intraprese a trattare questo punto nuovamente (*c*) in particolare secondo i principj dell' Idrostatica. Egli non si ristringe a riguardar la terra come omogenea; egli la suppone composta di differenti strati fluidi o solidi; cerca egli la legge delle densità di questi strati, e gli errori, che bisognerebbe attribuire alle osservazioni, affin che le dimensioni della sferoide terrestre sieno ad un dipresso tali quali la comparazione delle misure lo richiede. In tutti li suoi calcoli dell' attrazione delle parti della terra egli riguarda la sferoide terrestre come ellittica. D' Alembert ha poi (*d*) generalizzato di più la questione, determinando, quello che niuno aveva fatto ancora, l' attrazione per una sferoide, di cui l' equazione comprende la serie delle potenze del seno della latitudine di un qualunque punto. Egli ha tratto da questo importante problema molte conseguenze relative alla figura della terra; e con un ingegno di riflessioni, egli ha proposto in varj tempi, un gran numero di nuove ed utili osservazioni sulle leggi generali dell' equilibrio delli fluidi.

Applicazione dell' Idrodinamica alla Navigazione.

L' architettura navale ed il lavoro delli vascelli provarono li progressi dell' Idrodinamica. Si sapeva da molto tempo che affine che un corpo solido, ondeggiante su di un fluido, dimori in equilibrio, bisogna che il centro di gravità di questo corpo e quello della sua parte sommersa, considerata come omogenea, sia posto in una stessa linea verticale. Daniele Bernulli fece vedere (*e*) di più che in riguardo alle diverse situazioni rispettive di questi due punti sulla linea verticale, esistono diverse situazioni di equilibrio, che hanno più o meno di consistenza;

(*a*) Nato nel 1621, morto nel 1746.
(*b*) Anno 1740.
(*c*) Anno 1743.
(*d*) Anno 1754.
(*e*) Anno 1738.

che l' equilibrio è sempre *fermo*, in quanto che li corpi deviati da questo stato, ritornano in virtù del suo peso e della spinta verticale dell' acqua, allor quando il suo centro di gravità è posto al di sotto di quello della parte sommersa; che la *stabilità* dell' equilibrio diminuisce a misura che il primo centro si alza, e che finalmente, allora quando è arrivato ad un certo limite al di sopra del secondo, lo stato di equilibrio diviene versatile. Sembrava che Eulero avesse trovato anch' egli nel tempo stesso delli simili risultati: si sono essi spiegati molto a lungo nella sua opera intitolata: *Scientia Navalis* (*a*). La Memoria di Daniele Bernulli su questo argomento era pubblicata da qualche anno, allora quando Bouguer, trattando (*b*) della costruzione, e delli moti della nave diede questa stessa Teorìa dell' equilibrio delli corpi ondeggianti in una maniera nuova e semplicissima: fece egli conoscere, sotto il nome di *Metacentro*, il limite sotto al quale bisogna che un vascello abbia il suo centro di gravità, per non essere esposto a rovesciarsi, allorchè l' impulsione del vento, e l' agitazione dell' onde lo fanno inclinare.

Li problemi relativi alli moti del vascello sono più complicati e più difficili. Giovanni Bernulli, Bouguer, ed Eulero ne hanno risolto un gran numero. Ma i loro lavori su questo argomento non furono che di un mediocre soccorso alla Navigazione, perchè, nella maggior parte di questi problemi, sono stati costretti di avere riguardo all' impulsione del vento contro le vele, ed alla resistenza che prova la Nave nel dividere l' acqua, e perchè li metodi conosciuti ed impiegati per determinare questi sforzi, sono fondati su delli principj contrarj all' esperienza in molti punti essenziali.

Astronomia.

Farebbe stupire quanti progressi l' Astronomia ha fatto da cento anni, se si pensasse alli soccorsi ch' ella ne trasse dalla Meccanica, dalla Fisica, e dalla Geometria sia per la costruzione degli strumenti, sia per il calcolo delle osservazioni. Tutto ha concorso a perfezionare le differenti parti di questa Scienza. Uno delli lavori più necessarj e più penosi, che si sia intrapreso, è il Catalogo delle stelle visibili nelli nostri climi, per il quale Flamsteed (*c*) ha impiegati più di trent' anni. Nel 1703, Halley (*d*) andò all' Isola di Sant' Elena per formare un simile Catalogo delle stelle australi. Ai nostri tempi l' Abbate de la Caille (*e*) ha fatto con la stessa vista, il viaggio del Capo di buona Speranza; egli di più ha voluto verificare molti elementi dell' Astronomia, come le parallassi delli pianeti, l' obliquità dell' Ecclittica, ec., col mezzo delle osservazioni corrispondenti a quelle che si è convenuto di fare in qualche Città dell' Europa. In generale si ha portato in tutte le Teorie Astronomiche una ricerca, una precisione per l' avanti incognite, e senza le quali tuttavia era impossibile di fissare esattamente ad ogn' istante la posizione di un astro nel cielo. Io mi fermerò alquanto nelle due più grandi scoperte dell' Astronomia moderna.

Teo-

(*a*) Anno 1749.
(*b*) Anno 1746.
(*c*) Nato nel 1646, morto nel 1719.
(*d*) Nato nel 1656, morto nel 1741.
(*e*) Nato nel 1713, morto nel 1762.

Teoria dell' aberrazione delle ſtelle:

Fra le ragioni che ſi oppoſero col tempo contro il ſiſtema di Copernico, ſi diſſe, che ſe la terra gira realmente intorno al ſole, le ſtelle fiſſe devono comparire in due luoghi differenti per un oſſervatore poſto ſucceſſivamente alle due eſtremità di un diametro dell'orbe terreſtre: differenza che non ancora ſi aveva notata. L'obbiezione era ſolida, e gli Aſtronomi, perſuaſi dell'eſiſtenza di queſta parallaſſi, non avevano ceſſato dopo Copernico di cercare di determinarla; ma trovando coſtantemente ch'ella era inſenſibile, e non volendo abbandonare il ſiſtema di Copernico, fino allora sì bene provato, eſſi avevano finito col concludere che biſognava contare per niente la diſtanza della terra dal ſole, in comparazione della diſtanza della terra dalle ſtelle fiſſe. Pure ſi oſſervava qualche cangiamento ſenſibile nelle poſizioni delle ſtelle; ma eſſe erano contrarie a quelle che avrebbe dovuto produrre la paralaſſi della grand'orbita. Non ſe ne conoſceva la cauſa, e la ſi diſegnò ſotto il nome generale *di aberrazione apparente delle ſtelle fiſſe*. Nel 1725 Molyneux, e Bradley ſi applicarono ad oſſervare queſti moti con più continuazione e preciſione, che non avevano ancora fatto, ma ſenza poterne trovare la ſpiegazione.

Finalmente Bradley, dopo nuove oſſervazioni ch'egli fece con un eccellente Settore di Graham (*a*), concepì l'idea ingegnoſa e vera, che l'aberrazione apparente delle ſtelle era prodotta dalla combinazione del moto della luce con quello della terra nella ſua orbita. Egli ſi regolò con queſto ragionamento: la Teoria del Roemer m'inſegna che la velocità della luce non è iſtantanea, e ch'ella ha un rapporto finito, quello cioè di 10000 ad 1, alla velocità della terra nella ſua orbita; dunque un raggio di luce, partito da una ſtella, e portando l'impreſſione di queſta ſtella all'occhio mio, non arriva che dopo che la terra ha cangiato ſenſibilmente di poſto da dove egli è partito. Così, quando il mio occhio riceve il colpo, egli deve riportare la ſtella ad un ſito differente da quello, ov'egli l'avrebbe riportata, ſe io aveſsi ſempre conſervato lo ſteſſo poſto. Niente di più chiaro e di più conſeguente. Così, con queſta chiave tutti li fenomeni dell'aberrazione ſi ſpiegano in una maniera ſemplice, eſatta, e preciſa. Ne riſulta nel tempo ſteſſo la Fiſica dimoſtrazione più completa del moto della terra e della ſucceſsiva propagazione della luce.

Nutazione dell'aſſe della terra.

Bradley oſſerva ancora nelle ſtelle fiſſe un picciolo moto apparente, di cui rende egualmente ragione, attribuendo, conformemente alli principj della gravitazione univerſale, un bilanciamento od una *nutazione* all'aſſe della terra rapporto al piano dell'ecclittica. La quantità media della nutazione è d'incirca nove ſecondi, ed il ſuo periodo ſi compie in 18 anni. Queſta ſcoperta non è meno importante di quella dell'aberrazione, e tutte due pongono Bradley nella claſſe degli Aſtronomi di primo ordine.

(*a*) Anno 1727.

Fisica celeste.

Se l'Inghilterra gettò li fondamenti delle vera Fisica celeste, discoprendo il principio e la legge della gravità universale, l'Allemagna, e la Francia in gran parte, hanno elevato l'edifizio. La tendenza di un pianeta verso il sole essendo supposta proporzionale al quadrato inverso della distanza, il pianeta descrive una ellisse, di cui il sole occupa il fuoco; ed il suo moto deve conformarsi esattamente alle leggi astronomiche del Keplero. Ma le osservazioni fatte con una somma precisione ci ammaestrano che il moto ellittico e le conseguenze che ne risultano, in rigore non hanno luogo. Ogni pianeta, principale o secondario, prova non solo l'attrazione del sole, o del principale pianeta, ma ancora le attrazioni di tutti gli altri pianeti. Ora queste ultime forze, meno considerabili per verità della prima, possono tuttavia alterarne l'effetto in un modo sensibile; e per conoscere la vera curva che descrive un pianeta principale od un satellite, conviene avere riguardo a tutte le forze, delle quali quest'astro è animato, permettendosi soltanto di negligere, per la semplicità del calcolo, quelle, la di cui influenza è come infinitamente picciola. Newton ha dato alcuni saggi sugli effetti dell'attrazione, considerati con questa generalità, ma l'Analisi non aveva fatto al suo tempo assai grandi progressi per trattare questi problemi con la precisione portata dalli Geometri ai nostri giorni.

La prima questione ch'essi abbiano profondamente trattato, secondo li principj dell'attrazione Newtoniana, è quella del flusso e riflusso del mare, proposta dall'Accademia delle Scienze per il concorso del premio dell'anno 1740. Daniele Bernulli, Maclaurin, ed Eulero divisero questo premio (*a*). Le opere loro, per diverse viste eccellenti, contengono una completa spiegazione delle maree come prodotte dalle attrazioni della luna e del sole.

Lo stesso è dell'atmosfera come del mare: le attrazioni del sole e della luna, che producono il flusso e riflusso delle acque, devono eccitare delli simili moti nella massa dell'aria. L'esame di questi ultimi moti è l'argomento di un opera del d'Alembert sulla causa generale delli venti (*b*). Quest'opera è rimarcabile per la soluzione di molti nuovi problemi, e specialmente perchè si trovano li primi germi del calcolo integrale a differenze parziali.

Dobbiamo ancora alle cure dell'Accademia delle Scienze la Teoria generale del moto delli pianeti, facendo entrar nel calcolo tutti gli elementi del problema. Ella propose per argomento del premio dell'anno 1748, la ricerca del moto di Giove e di Saturno. Eulero ottenne il premio. Egli perfezionò ancora li suoi metodi in un'opera che ottenne il premio l'anno 1752, sullo stesso argomento.

Nel mentre che su tal questione si si occupava lo stesso Eulero, Clairaut, e d'Alembert esaminarono il moto della luna. Tutti tre riconobbero che l'attrazione Newtoniana rendea ragione delli principali moti di questo pianeta: pure una difficoltà li arrestò qualche tempo. Un primo calcolo approssimato non dava per il moto dell'apogeo che circa la metà di quello che si trova in effetto. Questa differenza tra la Teoria, e l'osservazione fece molto strepito. Si credette da prima,

(*a*) Anno 1740.
(*b*) Anno 1746.

ma, e li Carteſiani già trionfavano, che il ſiſtema dell'attrazione Newtoniana doveſſe cadere roveſciato: Clairaut, partigiano di queſto ſiſtema, ma più amante ancora della verità, annunziò in una pubblica aſſemblea dell'Accademia delle Scienze (*a*), che la legge del quadrato inverſo delle diſtanze gli pareva inſufficiente per rendere un'intiera ragione delle ineguaglianze della luna. Ma un eſame più diligente delli ſuoi calcoli gli fece ſcoprire che non aveva tratta molto lontano l'approſſimazione della ſerie che rappreſentava il moto dell'apogeo: avendo poſto in queſto lavoro la neceſſaria eſattezza, trovò l'altra metà del moto dell'apogeo. D'Alembert ed Eulero fecero, ognuno da ſe, la ſteſſa oſſervazione. Allora l'attrazione Newtoniana fu riſtabilita con onore negli ſpazj celeſti, da dove li Carteſiani aveano ſperato di vederla bandita.

Mayer (*b*) fece delle nuove Tavole della luna, più eſatte delle precedenti, in parte ſulla Teoria dell'Eulero, in parte ſulle oſſervazioni. Clairaut ne coſtruſſe di buoniſſime ſulla ſua propria Teoria.

Si è ſommeſſo per gradi alle leggi dell'attrazione Newtoniana il moto di tutti li principali pianeti e quello delli ſatelliti. Eulero ha portato in differenti maniere la Teoria della luna ad un punto di perfezione che non paſſerà molto, almeno quando non accada nell'Analiſi qualche rivoluzione, che ne faccia conſiderabilmente riſtringere i limiti.

Gli ſteſſi principj ſono ſtati applicati al moto delle comete. Si ſa che queſti aſtri deſcrivono intorno al ſole dell'orbite moltiſſimo eccentriche. Quando paſſano vicine ad un conſiderabile pianeta, il loro moto è alterato dall'attrazione ch'eſercita ſu di eſſe. In tal modo le attrazioni di Giove e di Saturno hanno turbato il moto della cometa del 1759. Clairaut aveva predetto, con la ſua Teoria, il momento del paſſaggio di queſta cometa al perielio; ed il ſuo calcolo ſi è trovato, al meno un meſe dopo, d'accordo con le oſſervazioni: riſultato che ſi può riguardare come molto giuſto, avuto riguardo all'incertezza di molti elementi del problema. D'Alembert ed Eulero hanno anche pubblicato delle belliſſime ricerche ſul moto delle comete.

Deveſi al d'Alembert la ſoluzione di un'altro problema allora (*c*) difficiliſſimo: cioè, quello della preceſſione degli equinozj, e della nutazione dell'aſſe della terra nel ſiſtema Newtoniano. Biſognava che l'Autore, dopo avere commeſſo la queſtione alle leggi dell'equilibrio, col mezzo del ſuo principio di Dinamica, trovaſſe ancora queſte leggi per delle forze di quantità e di qualunque direzione: mentre, prima di lui, non ſi aveva conſiderato l'equilibrio, che con forze dirette ſu d'uno ſteſſo piano. Le ricerche del d'Alembert ſu di queſta materia hanno prodotto una rivoluzione nella Meccanica: eſſe ſono ſtate ſucceſſivamente perfezionate e generalizzate sì da lui, che da altri Geometri. Eulero è quello che più eſteſe queſto ramo della Meccanica. Egli ha dato in generale l'equazioni del moto di un corpo ſollecitato da qualunque ſiano potenze; egli ha eſeguito delle integrazioni difficiliſſime, e ne ha tratto una quantità di notabili Teoremi.

Ot-

(*a*) Anno 1747.
(*b*) Nato nel 1720, morto nel 1762.
(*c*) Anno 1749.

Ottica.

Siccome un raggio di luce, riflettendoſi fa ſempre l'angolo di rifleſſione eguale a quello d'incidenza, così ſi fa facilmente il ſuo cammino nello ſpazio, qualunque ſia il numero delle rifleſſioni. La coſtruzione degli ſpecchi per rifleſſione, ſemplici o compoſti, non ha dunque alcuna difficoltà. Non è lo ſteſſo delli vetri di refrazione. Allora quando un raggio paſſa da un mezzo in un altro, cangia di ſtrada, in modo tale che li ſeni di refrazione e d'incidenza ſono ſempre tra loro in un coſtante rapporto per tutti gli angoli relativi a queſti due mezzi; ma queſto rapporto non è lo ſteſſo per due altri mezzi, e dev'egli eſſere determinato in ogni caſo per la via dell'eſperienza. Di più, Newton ha fatto vedere (*a*) che la luce non è omogenea; che vi ſono ſette ſpecie principali di raggi; e che tutti queſti raggi, a ragione della differenza nelle maſſe o nelle velocità, non formano lo ſteſſo angolo di refrazione allo ſteſſo angolo d'incidenza. Da ciò ne riſulta un inconveniente: tutti li raggi non vanno a riunirſi in uno ſteſſo punto; formano eſſi un foco di una certa eſtenſione, che chiamaſi aberrazione di *refrangibilità*. Vi è ancora un aberrazione: quella di *ſfericità*, cagionata dalla forma ſferica degli obbiettivi; il che coſtringe a dar loro poca apertura.

Queſti oſtacoli alla perfezione delli canocchiali diottrici, aveano rivolto le viſte delli Dotti verſo gli ſpecchi per rifleſſione; ed eraſi giunto a loro dare ad un di preſſo tutti li vantaggi, di cui ſono ſuſceittibili. Ma non ſi ſtette molto ad oſſervare che ſi perde più delli raggi con la rifleſſione dello ſpecchio di metallo il più polito, che con la refrazione delli vetri diottrici; e che in tal modo queſti vetri ſarebbero preferibili agli ſpecchi per rifleſſione, ſe ſi poteſſe dare una maggior apertura agli obbiettivi, e diſtruggere nel tempo ſteſſo li colori prodotti dalla diverſa refrangibilità di raggi.

Newton propoſe di correggere l'aberrazione della ſfericità, componendo l'obbiettivo di due vetri, tra li quali vi foſſe dell'acqua. Egli penſò anche a diſtruggere l'aberrazione di refrangibilità con un mezzo ſimile; ma la proporzione ch'egli trovò per l'eſperienza tra le differenti refrangibilità per differenti mezzi, gli fece concludere che queſta diſtruzione era impoſſibile.

Malgrado una sì imponente autorità, Eulero ſi perſuaſe molto che l'aberrazione della refrangibilità potaſſe eſſere annientata dalla combinazione di molte materie diafane: egli citò in eſempio l'occhio umano, in cui i raggi, dopo avere traverſato li differenti umori, de' quali egli è compoſto, vanno a riunirſi in uno ſteſſo foco. Egli fa delli dubbj ſull'eſattezza dell'ipoteſi che Newton avea adottata dopo le ſue eſperienze, ſulla proporzione delle refrangibilità delli raggi per differenti mezzi: egli ne propoſe un'altra, più apparentemente plauſibile, ma ſpoglia anch'ella di prove ſufficienti, e ſoggetta all'inconveniente di dare una curva troppo grande alle lenti. Dollond, celebre Ottico Ingleſe, tanto inſtruito nella Teoria, quanto nella pratica dell'arte ſua, attaccò il ſentimento dell'Eulero, al quale egli oppoſe il nome, e le eſperienze del Newton, con nuovi ragionamenti appoggiati ſu di queſte eſperienze ſteſſe. La queſtione era a tal ſegno (*b*), allora quando

(*a*) Anno 1706.
(*b*) Anno 1755.

do Klingenſtierna fece vedere, con metafiſiche e geometriche ragioni, l'incertezza, per non dire l'aſſoluta falſità dell'ipoteſi del Newton. Dollond conobbe la neceſſità di fare delle nuove eſperienze; egli ne fece, e trovò che Newton ſi era in fatto ingannato. Senza adottare certe formule dell'Eulero che gli pareano troppo ipotetiche, egli accordò che il fondo del ſuo progetto era vero, e poteva realizzarſi. Ma, in vece di combinar inſieme il vetro e l'acqua nella coſtruzione delli canocchiali, il che aveva molti inconvenienti, impiegò egli due ſpecie di vetri differenti conoſciuti in Inghilterra, ſotto li nomi di *flintglaſs* e *crownglaſs*; e pervenne a coſtruire delli canocchiali *acromatici*, l'effetto delli quali era ſuperiore a quello delli canocchiali ordinarj.

L'eſperienze del Dollond diedero luogo ad Eulero, Clairaut, d'Alembert, ec., di cercar per la Teoria le dimenſioni degli obbiettivi, de' quali eſſi avevano uſo. I loro metodi ſi eſtendono ad un numero qualunque di vetri. Tutte queſte ricerche richiedono molta ſagacità e deſtrezza per maneggiare il calcolo. Eulero unì le principali ſue idee in un'opera, ch'è il Trattato di Diottrica il più chiaro, il più profondo ed il più completo che ſi ſia mai veduto. A queſto grand'uomo ſiamo debitori della rivoluzione operata dalli canocchiali acromatici nell'Ottica.

Analiſi.

L'Algebra non ha potuto ancora riſolvere in generale l'equazioni, che paſſano il quarto grado. Nel *1683*, Tſchirnhaus (*a*) propoſe ſu queſto argomento un metodo, che conſiſte a fare ſparire tutti li termini intermediarj al primo ed all'ultimo. Senza adempiere alle viſte generali dell'Autore, dà queſto metodo in fatto la riſoluzione di molte equazioni di ogni grado, che ſi ſviluppò e perfezionò poi alli noſtri tempi. Tſchirnhaus ſi è reſo celebre ſpecialmente per la ſcoperta delli cauſtici per rifleſſione e per refrazione.

Cotes (*b*) ha trovato nelle proprietà del circolo, un mezzo ingegnoſiſſimo di ſcomporre in fattori un binomio, li di cui termini ſieno delle potenze ſimili di due quantità. Queſta Teoria è ſtata eſteſa dal de Moivre (*c*) con delle formule più generali. Egli ſcompoſe in fattori, od abbaſsò ad un grado inferiore l'equazioni o li polinomj di tutti li gradi, allora quando li termini egualmente lontani dalle eſtremità ſono affetti dagli ſteſſi coefficienti.

La Teoria delle ſerie non è meno a lui obbligata. Egli fu il primo ad oſſervare la natura e la formazione delle ſerie ricorrenti, e ſi conduſſe a queſto per delli problemi relativi all'Analiſi delli giuochi di fortuna. Daniele Bernulli, Eulero, ec. hanno fatto diverſe altre belliſſime applicazioni di queſte ſerie.

L'arte di eliminare l'incognite, o di ridurre l'equazioni di un problema al più picciolo numero poſſibile, è una parte eſſenziale dell'Analiſi. Molti Geometri hanno ſu queſto verſato. Cramer (*d*) l'aveva già molto ſemplificata. Bezout (*e*) ne ha fatto l'argomento di un dotto Trattato, in cui portò la materia molto più al di là che non era ancora ſtata portata.

Nel-

(*a*) Nato nel 1651, morto nel 1708.
(*b*) Nato nel 1690, morto nel 1722.
(*c*) Nato nel 1667, morto nel 1754.
(*d*) Nato nel 1704, morto nel 1752.
(*e*) Nato nel 1730, morto nel 1785.

Nella Geometria mista ſpecialmente ſi riconoſce l'uſo e la fecondità delle Teorie analitiche. Io qui ſono coſtretto, più che in altro luogo, di contenermi; perchè mi biſognerebbe uno ſpazio troppo eſteſo, ſe voleſſi riportare con qualche particolarità le ſcoperte fatte in queſto genere. Io non citerò dunque, la numerazione delle linee del terz'ordine del Newton, nè li metodi ingegnoſi dello Stirling per le interpolazioni delle ſerie e per la quadratura delle curve, nè l'Analiſi delle curve algebraiche del Cramer, nè un' opera ſimile dell'Eulero, ec. (*a*). Io paſſerò ſotto ſilenzio in un altro genere i metodi di Giovanni Bernulli, Maupertuis, Nicole, per trovare delle curve rettificabili ſulla ſuperficie della ſfera, l'eſtenſione data dall'Eulero a queſto problema, le ricerche dello ſteſſo Autore ſulle reciproche trajettorie, ſulla curvatura delle ſuperficie e ſu di un'infinità di altri oggetti de' quali egli ha arricchito gli atti di Lipſia, le Memorie dell'Accademie di Berlino, e di Pietroburgo, ec. Ma devo porre più di attenzione ad alcuni Trattati generali, che per il loro uſo, o loro difficoltà formano delli punti notabili nella catena delle verità Matematiche.

Di un tal genere è il calcolo delli ſeni e delli coſeni, inventato dall'Eulero. La ſemplicità di queſto calcolo, e l'Algoritmo comodo, al quale l'Autore l'ha ſommeſſo, facilitano la ſoluzione di certi problemi che qualche volta ſi ſarebbe coſtretto di abbandonare, ſe impiegar ſi voleſſe li ſeni e li coſeni ſotto le forme ordinarie od anche ſotto la forma eſponenziale.

Il metodo che lo ſteſſo Geometra ha dato per riſolvere il problema degl' Iſoperimetri nel ſenſo il più eſteſo, è uno ſforzo di genio così ammirabile per il fondo delli principj, come per l'abilità e ſagacità con la quale l'Autore attacca e ſormonta le difficoltà dell'Analiſi. Tuttavia ancora mancava a queſto metodo un grado di perfezione, dato da un'altro Geometra. L'Eulero ha riconoſciuto da grand'uomo gli avvantaggi della nuova ſoluzione, ed egli ſteſſo ſi è applicato a porlo nella più chiara viſta.

Il Conte di Fagnani, Geometra Italiano, ſi è reſo famoſo con una ſcoperta, che Giovanni Bernulli ed il Leibnitz riguardavano, ſe non come impoſſibile, almeno come ſuperiore all'Analiſi del loro tempo: egli determina (*b*) con un'arte ingegnoſiſſima, e deſtriſſima degli archi di elliſſi o d'iperbole, la di cui differenza è eguale ad una quantità algebraica. Eulero ha poi molto arricchito queſto nuovo ramo della Geometria.

Tutte le parti del calcolo integrale hanno fatto, ai noſtri tempi, dei progreſsi che fatto avrebbero ſtupire li primi inventori ſuoi, ſe ne poteſſero eſſere teſtimonj. Non vi fu Geometra di qualche nome che non vi abbia contribuito. D'Alembert ha dato gli Elementi del calcolo integrale a differenze parziali: perchè queſta nuova Analiſi riſguarda eſſenzialmente la neceſſità e la maniera, ſpiegata da lui, d'introdurre delle funzioni arbitrarie nelle integrazioni delle formule a differenze parziali. Eulero ha preſentato queſta Teoria ſotto una forma sì chiara e sì comoda per li calcoli analitici, che molti Geometri gli attribuirono tutta la gloria dell'invenzione. Il loro zelo per lui ſi eſtende troppo, e non riſpetta abbaſtanza li diritti del d'Alembert. Ma gli uomini giuſti, ed indifferenti riconoſcono d'altra parte che l'Eulero ha portato in generale la ſcienza dell'Analiſi propriamente così detta,

(*a*) Anno 1730.
(*b*) Anni 1754.

denza, ad un alto grado, in modo che neſſuno può diſputargli la preminenzà in queſta parte.

Continuamente egli s' incontra oſsia come Inventore, oſsia come Promotore di tutte le Teorie Matematiche. Così, nell' Analiſi, della quale qui ſi tratta, ſi diſtinguono le ſue ricerche ſulle integrali che devono corriſpondere a delli punti determinati. Si cita egualmente l' eſtenſione da lúi data al calcolo integrale a differenze finite, delle quali Taylor, e Nicole non aveva fatto che indicare ed eſporre gli elementi, e che a quel tempo moſtravano eſſere affatto obbliate. Queſt' è un nuovo ramo dell' Analiſi, importante per la ſua difficoltà, e per le applicazioni ſue alla Teoria delle ſerie, ed a quella delle probabilità. Egli ha molto occupato ed occupa ancora molti Geometri viventi, fra li quali ſe ne trova uno, il quale ha delli talenti del primo ordine per le Scienze, unito a quello di ſcrivere come Tacito, ed il Voltaire.

Se vi ſono delli problemi che richiedono una meditazione profonda e tutta la Scienza del calcolo, ve ne ſono degli altri, che, ſtando alla finezza dello ſpirito, e ad una Metafiſica ſottile, ſono qualche volta così difficili a riſolverſi, come li primi, allora quando ſi vogliono impiegare tutti gli elementi eſſenziali alla queſtione, ed apprendere eſattamente l' influenza, che ogn' uno di eſsi può avere ſul riſultato. Se ne trovano degli eſempi in molte queſtioni di Geometria e di Meccanica. Le diſpute che ſi eccitarono tra Daniele Bernulli, d' Alembert, ed Eulero ſulle corde vibrate, ſi devono attribuire alle differenti maniere con cui eſsi le riſguardavano. La ſteſſa diverſità nelli principj ha condotto Daniele Bernulli e d' Alembert a dare ſpeſſo delle ſoluzioni oppoſte affatto di problemi che appartengono alla Teoria delli giuochi di fortuna ed a quella dell' Inoculazione del vajuolo: ma da qualunque ſuppoſizione ſieno partiti, ſi ammiran ſempre le ſteſſe loro maniere nel calcolo.

CONCLUSIONE.

Tale è il quadro riſtretto delli progreſsi fatti dalle Matematiche per giungere allo ſtato, in cui al preſente ſi trovano. Li grand' Uomini, le principali ſcoperte dei quali eſpoſto abbiamo, hanno laſciato molti degni ſucceſſori, che unendo il genio, il guſto dello ſtudio, e l' amore della gloria, aggiunſero ancora delle nuove cognizioni al depoſito che hanno ricevuto. Potevano forſe ripudiare li ſucceſsi e gli onori che li attendevano? Se la carriera diviene di giorno in giorno vieppiù difficile, e ſe, a miſura che ſi avanza, l' impronta dei paſsi è meno ſenſibile agli occhi del volgo: I veri Giudici ſapranno miſurare lo ſforzo colla reſiſtenza, e diſtribuire con imparzialità li beni dell' opinione, tra li morti che non fanno più paura, e li viventi de' quali non devono temere o la vanità o le pretenſioni, perchè la giuſtizia è ſempre coraggioſa, e deve render conto delli ſuoi decreti alla poſterità.

NOI RIFORMATORI
DELLO STUDIO DI PADOVA.

AVendo veduto per la Fede di Reviſione, ed Approvazione del P. *F. Gio: Tommaſo Maſcheroni* Inquiſitor Generale del Santo Offizio di *Venezia* nel Libro intitolato *Dizionario Enciclopedico delle Matematiche delli Sigg. Ab. Boſſut, Laland, ed altri ec., tradotto dal Franceſe. Tomo I. Mſ.* non vi eſſer coſa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per Atteſtato del Segretario Noſtro, niente contro Principi, e Buoni Coſtumi, concediamo Licenza a *Niccolò Bertinelli* Stampator *di Venezia per il Seminario di Padova*, che poſſi eſſer ſtampato, oſſervando gli ordini in materia di Stampe, e preſentando le ſolite Copie alle Pubbliche Librerie di Venezia, e di Padova.

Dat. li 28. Dicembre 1795.

{ AGOSTINO BARBARIGO Rif.

{ ZACCARIA VALLARESSO Rif.

{ FRANCESCO PESARO K. Proc. Rif.

Regiſtrata in Libro a Carte 14. al Num. 73.

Marcantonio Sanſovino Seg.

ABBACO.

ABBACO, (*Arit. e Geom.*) Tavola ſopra la quale i primi Matematici facevano i loro calcoli, e diſegnavano le loro figure; da prima era un' aſſe bene ſpianata che ſi copriva di polvere, ed in tal modo rendevaſi atta a ricevere ogni impreſſione. Ciò ſi prova con Marcio Capella, e con queſto paſſo di Perſio, *Sat. I. v.* 131:

Nec qui abaco numeros, & ſcito in pulvere metas
Scit riſiſſe vafer.

Di poi ſi fece uſo per li conti, e per li calcoli di una ſpecie di quadro lungo, e diviſo da più corde di rame, tra di eſſe parallele, ed in ognuna infilzavaſi un' egual quantità di pallottole di avorio o di legno, mobili come i grani delle corone: queſte picciole palle ſi diſponevano in modo, che per la corriſpondenza delle inferiori con le ſuperiori ſegnaſſero tutti li numeri, e ſerviſſero a fare ogni calcolo. Una tal maniera di calcolare, uſata dai Greci, era comune ed impiegavaſi anche dai Romani. A poco a poco ſi laſciò, e trovavaſi più ſpediente di contare con marche. Nella China, ed in qualche cantone dell' Aſia, i Negozianti contano ancora con pallottole di avorio o di ebano infilzate in un filo di ottone che portano attaccate alla loro cintura.

L' Abbaco di Pitagora, è quello che preſentemente ſi chiama la *Tavola di Multiplicazione*. *Ved.* MULTIPLICAZIONE.

ABBASSAMENTO. (*Alg.*) Chiamaſi *abbaſſamento* di un' equazione, il ridurre l'equazione alla più ſemplice forma, che poſſa eſſere ſuſcettibile. Per eſempio, l' equazione $x^4 + nx^3 + px^2 = o$, che moſtra di eſſere del 4.° grado ſi abbaſſa al 3.° e diviene $x^3 + nx^2 + p = o$, dividendo tutto per $x = o$. Così egualmente l' equazione $x^3 + ax^2 - 5a^2x - 2a^3 = o$, ſi decompone (*Ved.* DIVISOR COMMENSURABILE) in queſte due: $x - 2a = o$, $x^2 + 3ax + a^2 = o$; ed in conſeguenza ella realmente ſi abbaſſa al primo, od al ſecondo grado.

Quindi, *abbaſſare un' equazione, e ridurre un' equazione alla ſua più ſemplice forma*, ſono eſpreſſioni ſinonime.

In Geometria, diceſi *abbaſſare* una perpendicolare da un punto poſto fuori d'una linea ſulla ſteſſa linea: ed allora la parola *abbaſſare* vuol dire *condurre*.

ABBASSAMENTO *dell' orizzonte viſibile*, è la quantità di cui l'orizzonte viſibile è abbaſſato al di ſotto del piano orizzontale che tocca la terra. Per far comprendere in che conſiſta queſto *abbaſſamento*, ſia T il centro della terra (*Fig.* 27. *Aſtronom.*), e BSC il cerchio o globo della terra. Tirandoſi da qualunque punto O al di ſopra della ſuperficie del globo le tangenti OB, OC, e la linea OT, è certo che uno ſpettatore, il quale poneſſe l' occhio nel punto O, vedrebbe tutta la porzione BSC della terra terminata dalli punti del contatto B, e C; in modo che il piano il quale paſſa per BC è propriamente l' orizzonte dello ſpettatore poſto in O. *Ved.* ORIZZONTE.

Queſto piano è abbaſſato dalla quantità SG, al di ſotto del piano orizzontale, che tocca la terra in S, e ſe la diſtanza SO è piccioliſſima rapporto al raggio della terra, la linea OS è quaſi eguale alla linea SG. Dunque, ſe ſi ha la diſtanza SO, o l' elevazione dell' occhio dello ſpettatore in piedi, ſi troverà facilmente il ſeno verſo SG dell' arco BS. Per eſempio, ſia $SO = 5$ piedi, il ſeno verſo SG dell' arco BS ſarà dunque di 5 piedi; il ſeno totale o raggio della terra eſſendo di 19000000 piedi in numero rotondo, troveraſſi in tal modo che l'arco BS è due minuti e mezzo in circa: e ſiccome un grado della terra è di 25 leghe, ne viene in conſeguenza che ſe la terra è rotonda perfettamente ſenza alcuna eminenza, un uomo dell'ordinaria ſtatura dovrebbe ſcoprire alla diſtanza di una lega in circa in ogni ſenſo, perchè l'incurvatura della terra per 2400 pertiche è di 5 piedi, 3 pollici; all' altezza di 20 piedi l' occhio dovrebbe ſcoprire a 2 leghe in giro; all'altezza di 50 piedi, 3 leghe o più eſattamente 7382 pertiche; per vedere ad un grado di diſtanza o 57069 pertiche, biſognerebbe che foſſe in altezza di 2988 piedi.

Le montagne fanno qualche volta che ſi ſcopre più di lontano o più vicino che le diſtanze precedenti. Per eſempio una montagna poſta tra O, ed il punto B, farebbe che queſto ſteſſo ſpettatore vedere potrebbe gli oggetti terreſtri ſituati al di là di B, e poſti, ſu queſta montagna, ſopra il raggio viſuale OB.

ABBASSAMENTO *dei pianeti per effetto della parallaſſi*, (*Aſtron.*) è la quantità di cui li vediamo più baſſi che ſe foſſimo poſti nel centro della terra, ove converrebbe eſſere per vedere li movimenti celeſti più uniformi. Queſto *abbaſſamento* è più di un grado per la luna in certi caſi; nè può farſi oſſervazione alcuna ſenza correggerla per cagione di queſto *abbaſſamento*. *Ved.* PARALLASSI.

ABBASSAMENTO *dei fegnali* (*Aſtronomia* .). Quando , per miſurare la grandezza della terra, gli Aſtronomi ſono ſtati coſtretti a formare dei grandi triangoli , e porre delle marche o *fegnali* a grandiſſime diſtanze , per appoggiare i loro triangoli , l' *abbaſſamento di queſti fegnali* ſotto all' orizzonte rendeva più difficile l' oſſervazione degli angoli , e molto più lungo il calcolo. Deveſi per ciò fare attenzioone nel miſurare i terreni , e nel levarne delle Carte topografiche . Troveraſſi queſta materia dottamente . diſcuſſa nelle opere che hanno dato ſopra il miſurare i terreni Bouguer , la Condamine , e l'Ab. Boſcovich. (*M. de la Lande*.)

ABBASSAMENTO *del cerchio crepuſcolare* . (*Aſtronomia* .) Queſt' è la quantità di cui il Sole è abbaſſato ſotto l' orizzonte nel tempo che il crepuſcolo della ſera è finito totalmente , o quando comincia l' aurora ; cioè quando cominciaoſi vedere le più picciole ſtelle nella ſera dopo il tramontare del Sole , o quando nel mattino più noo ſi vedono. Secondo la comune opinione queſto *abbaſſamento* è di dieciottо gradi o della veotesima parte di tutto il giro del Cielo : ma queſti dieciottо gradi ſi devono miſurare perpendicolarmente ſotto l'orizzonte , lungo uo cerchio verticale , il quale paſſa per il zenit ed il nadir , e per il centro del ſole : nè deveſi miſurare lungo il corſo obliquo del ſole . Il tempo che il ſole impiega a diſceodere i dieciottо gradi , o ad arrivare all' *abbaſſamento* del cerchio crepuſcolare , è almeno di un' ora e dodici minuti ; ma è più lungo per un' oſſervatore che non ſia poſto ſotto la linea equinoziale ; ed ogni volta che il ſole non trovaſi preciſamente nell' equatore. (*Ved.* CREPUSCOLO .) (*M. de la Lande*.)

L' abbaſſamento di una ſtella ſotto l' orizzonte è miſurato dall' arco di un cerchio verticale che trovaſi di ſotto dell' orizzonte , tra queſta ſtella e l' orizzonte. *Ved.* STELLA , VERTICALE.

ABBASSAMENTO *del Polo*. Tanto vi è di cammino ne' gradi di latitudine , andando dal polo verſo l' equatore ; quanto è il numero dei gradi dell' *abbaſſamento* del polo , perchè contioуamente divieoe più vicino all' otizzonte. *Ved.* ALTEZZA DEL POLO .

ABBONDANTE. (*Arim.*) Numero *abbondante* è un numero , le di cui parti aliquote , preſe inſieme , formano un riſultato più grande che il numero . Per eſempio , 12 ha per parti aliquote 1 , 2 , 3 , 4 , 6 , di cui la ſomma 16 ſorpaſſa 12. Il numero *abbondante* è oppoſto al numero *difettivo* , ch' è più grande della ſomma delle ſue parti aliquote , come 14 le di cui parti aliquote ſooo 1 , 2 , 7 ; ed al numero *perfetto* ch' è eguale alla ſomma delle ſue parti aliquote , come 6 , le di cui parti aliquote ſono 1 , 2 , 3. *Ved.* NUMERO , ed ALIQUOTO.

ABENEZRA , nome della bella ſtella del toro . *Vedi* ALDEBARAN.

ABERRAZIONE , (*Aſtronomia* .) cangiamento apparente della ſituazione delle ſtelle , per il quale appariſcono più lontane dal ſito vero dove ſi trovano , alcuna volta di 20 ſecondi , e queſto per un effetto prodotto dal moto annuo della terra combinato col moto della luce. La ſcoperta dell' *aberrazione* eſſendo una delle più ſingolari che abbianſi fatto in Aſtronomia , e la più intereſſante in queſto ſecolo , è molto importante che la ſtoria delli progreſſi dello ſpirito umano faccia vedere , come a Bradley riuſcì di giungere a tanto . Si credeva , prima delle oſſervazioni di Picard , fatte nel 1672 , che le ſtelle nulla caogiaſſero di poſizione nel corſo di un aono . Tycho - Brahé e Riccioli credono di eſſerſi abbaſtanza aſſicurati col mezzo delle loro oſſervazioni ; e concluſero che la terra certamente non girava d' iotorno al ſole , perchè noo eravi paralaſſe anoua oelle ſtelle . *Ved.* PARALLASSE ANNUA. Picard , oella relazione del ſuo viaggio di Uranibourg , fatta nel 1672 , dice che la ſtella polare , in diverſi tempi dell' anno , ha delle variazioni di alcuni ſecondi , com' egli oſſervò per il corſo di quaſi dieci anni . I dotti convinti del moto della terra (*a*) , volsano concludere che queſte variazioni procedeano dall' effetto della paralaſſe annua , o paralaſſe del grand' orbe .

Flamſteed credette , dopo le oſſervazioni ſue , e quelle dal Dottore Hook pubblicate , che realmeote vi foſſe una *paralaſſe annua* nelle ſtelle ; Caſſini e Manfredi ſoſtennero il contrario ; ma egli era impoſſibile lo ſpiegare la natura e le cauſe delle aunue variazioni che ſi ſcoprivano nella poſizione delle ſtelle , ſenza determinarne le circoſtanze col mezzo di eſattiſſime e moltiplicate oſſervazioni . Queſte furono fatte , nel 1725 , da un ricco particolare d' Inghilterra , che chiamavaſi Samuele Molineux , amante delle ſcienze ; fu ſecondato coo un buon eſito da Graham . Queſto Oriolajo celebre egualmente nelle arti , come nelle ſcienze , fece un ſettore con ventiquattro piedi di raggio , col mezzo del quale diveniva ſenſibile un ſolo ſecondo . Queſto ſtrumento fu poſto a Kevv ; e ſi oſſervò la ſtella γ del Dragone , e ben preſto ſi rilevò che le variazioni di queſta ſtella erano del tutto oppoſte a quelle che produrrebbe la paralaſſe annua .

Seguendo le leggi di queſta paralaſſe , una ſtella ſituata al polo dell' ecclittica , moſtrarebbe di deſcrivere , in un anno , un picciolo cerchio parallelo all' orbita della terra , ma mentr' ella parerebbe occupar ſempre la parte oppoſta a quella dove ſi trova la terra ; queſto fenomeno apparve tutto differente nelle nuove oſſervazioni . Bradley , che aveva pur fatto tali oſſervazioni con Molineux , trovoſſi molto imbarazzato per aſſegnare la cauſa di queſto nuovo fenomeoo . La prima

(*a*) L' opinione dei Pitagorici ſul moto della terra , rinnovata da Copernico e riſchiarata da Galileo , è ſtata confermata dal Sig. Newton e da altri Aſtronomi di queſto ſecolo , che ci hanno dato dei nuovi lumi ſu queſta materia.

prima sua idea fu di esaminare se questo non provasse qualche mutazione nell' asse della terra, prodotta dall'azione del sole o della luna, a cagione dell' appianamento della terra, così che succederebbe questo per l' attrazione. *Ved.* PRECESSIONE e NUTAZIONE. Ma altre stelle osservate nel tempo stesso non lascian luogo di adottare questa ipotesi. Una picciola stella, ch'era nella distanza stessa del polo, ed opposta in ascensione retta al γ del Dragone, avrebbe dovuto avere, per effetto di questa nutazione, il cangiamento stesso in declinazione, pure ella n'ebbe circa la metà, come si vede paragonando giorno per giorno le variazioni dell'una e dell' altra, osservate nel tempo stesso; questa fu la trentesimaquinta stella della Giraffa nel *Catalogo britannico*.

Bradley notò che li cangiamenti della declinazione di questa stella, rapporto al suo luogo di mezzo, erano come li seni delle distanze del sole al solstizio; e questo sembra indicare un rapporto col moto della terra. Ma bisognava fare delle osservazioni su di un più gran numero di stelle, per sapere se questa regola era costante. Bradley fece dunque costruire un nuovo settore nel 1727; osservò con questo molte stelle, e riconobbe che la regola precedente non aveva luogo, che per le stelle che corrispondevano al solstizio; ma una regola generale, che non poteva certo scappargli, era che ciascuna stella appariva stazionaria, o nella sua maggior lontananza, verso il nord o verso il sud, quando passava al zenit verso le sei ore della sera e del mattino; che tutte le stelle avanzavano da un giorno all'altro verso il sud, allor quando passavano il mattino; e verso il nord, quando passavano la sera; e che la distanza più grande era a un dipresso come il seno della latitudine di ciascheduna. Finalmente quando al finire di un anno vide a comparir di nuovo tutte le stelle, ed ognuna nel luogo stesso dove da prima veduta l'aveva, Bradley, munito di un gran numero di osservazioni, occupossi tutto ad investigare la cagione di queste variazioni.

Aveva scoperto che il più grand'effetto dal nord al sud, era come il seno della latitudine di ciascheduna stella; che, allor quando una stella passava al meridiano a sei ore, ella compariva o nel più alto o nel più basso; allora ell'era a 90°. del luogo dove avrebbe dovuto essere, seguendo le leggi della parallasse annuale. Da ciò era naturale il concludere che la stella in opposizione sarebbe la più orientale, in vece di essere la più meridionale, come richieduto l'avrebbe la parallasse.

Sia *ABC* l'orbita della terra (*Fig.* 132 *dell' Astronomia.*); *EG* il vero raggio della stella; *BE* un raggio inclinato di 20" verso l'oriente, per marcare il luogo apparente della stella: mentre Bradley aveva di già riconosciuto che la più grande *aberrazione* era all' incirca di 20". Si sapeva già, per la scoperta di Roemer, che la luce impiegava un mezzo quarto d'ora circa a scorrere uno spazio *PG*, eguale al raggio dell'orbita terrestre. *Ved.* PROPAGAZIONE *della luce*. Ora un arco *BG* di 20", sull' orbita terrestre, esige pure circa un mezzo quarto di ora; così era chiaro che la velocità *EG* della luce, e la velocità *BG* della terra formavano li due lati di un parallelogrammo, di cui il raggio visuale *BE* era la diagonale, e formava un angolo di 20". Bradley dovette dunque pensare, ch'esservi dovea qualche rapporto tra il moto della terra ed il moto della luce, che poteva far comparire le stelle nel sito dove si doveano vedere un quarto d' ora prima. Finalmente egli ha avuta la bell'idea di combinare il moto della luce con quello della terra, seguendo le leggi della decomposizione delle forze; fece prova di questa ipotesi, e vedendo che perfettamente si accordava con tutte le osservazioni, rese conto della sua scoperta nel mese di decembre del 1728, in una lettera al Dottore Halley, (*Transf. Filos.* no. 406.) sperimentò la sua ipotesi su di un gran numero di stelle; ed egli la trovò d' accordo in tutti i tempi dell'anno, quasi sempre a norma dell' osservazione.

Ora spiegheremo come quest' *aberrazione* è prodotta per il moto della terra. Sia *E* una stella, *Fig.* 133, posta ad una somma distanza, *CB* il cammino che fa il raggio della stella in un quarto d'ora di tempo, *AB* il cammino che la terra fa nel tempo stesso sulla sua orbita, ch'è 1313 volte meno, in modo che l'angolo *BCA* sia di 20 secondi: il crepuscolo della luce *B* viene a colpire il nostr' occhio con la velocità *CB*; ma, perchè l'occhio nel tempo stesso va da *A* in *B* con la velocità *AB*, viene così a colpire il raggio, in modo che egli ha un doppio colpo ogni volta; quello della luce che viene contra l' occhio con la velocità *CB*; quello dell'occhio che va contro la luce con la velocità *AB*. Al sito di quest' ultimo colpo puossi immaginare, senza niente cangiare all'effetto che ne risulterà, che il corpuscolo sia venuto da *F* in *B* a colpir l'occhio con una velocità *FB*, eguale ad *AB*; così l'occhio riceve un' impressione in conformità di *CB*, ed una secondo la *FB*. Di queste due impressioni fatte a seconda dei lati *CB*, e *FB* del parallelogrammo *CF*, ne risulta un' impressione unica e composta, che si sa sentire seguendo la diagonale *DB*; dunque si scoprirà la stella nella direzione *AC*, che l'è parallela, e non nella direzione *BCE* del vero raggio.

Li Sigg. Bradley, d'Alembert, e Clairaut presentarono, in maniera differente, questa composizione di forze, come potraffi vedere nella mia *Astronomia*, e quella che ora spiegherò sembrami la più facile da intendersi? ma degli esempj familiari faranno meglio forse comprendere il meccanismo di queste impressioni composte. Sia *GCEA* (*Fig.* 134) un vascello che va da dritta

a finiſtra, e che, da un angolo *C* di queſto vaſcello, fiaſi gettata una pietra all'altro angolo *A*, e che nel tempo che percorre *CA*, il vaſcello abbia avanzato il cammino per la quantità *CD*, o *AB*; quello ch'è nel vaſcello in *A*, ſi troverà allora arrivato al punto *B*, e teſtera colpito egualmente che ſe il vaſcello fatto non aveſſe moto alcuno; la pietra gli parerà venire dal angolo *D*, ſeguendo *DB*, come gli avrebbe potuto venire da *C*, ſeguendo *CA*, ſe il vaſcello foſſe rimaſto immobile. L'impreſſione ſarà la ſteſſa, mentre la relazione dal punto *C* al punto *A*, la loro ſituazione, la loro diſtanza, non dipendono in alcun modo dal moto del vaſcello. Queſto moto è comune alla pietra ed al vaſcello, ed è nullo rapporto al colpo: tuttavia, nello ſpazio aſſoluto, queſta pietra è venuta da *C* in *B*; così ella ha fatto il cammino ſteſſo reale che fatto avrebbe una pietra, che dalla riva *R*, foſſe ſtata direttamente gettata, ſeguendo *RCB*. Ecco dunque due pietre; l'una che viene dalla riva *R*, e che ha ſcorſo la linea *CB*, l'altra ch'è partita dal punto *C* del vaſcello, e che ha ſcorſo pure *CB*, a cagione del moto del vaſcello: ora queſt'ultimo ſi fece ſentire ſeguendo la direzione *DB*; dunque quello che avrà gettato dalla riva *R*, ſi farà pure ſentire ſeguendo la direzione *DB*, riſpetto quello che, eſſendo nell'angolo del vaſcello, trovato ſi farà traſportato da *A* in *B*, mentre che la pietra veniva da *C* in *B*. *Ved.* COMPOSIZIONE *delle forze*.

Un fatto, di cui li viaggiatori ne fecero l'eſperienza, potrà ſervire per quelli, alli quali non ſono sì familiari le nozioni di meccanica. Io ſuppongo che, in un tempo di calma, la pioggia cadi perpendicolarmente, e che uno ſiaſi in una vettura aperta nel davanti: ſe la vettura ſta ferma, non ſi riceve la menoma goccia d'acqua; ſe la vettura corre rapidamente, entra ſenſibilmente la pioggia, come ſe prendeſſe una direzione obliqua: queſto è un fatto, che ognuno può provare, e la ragione è evidente; il moto per il quale noi andiamo contro la pioggia, fa che riceviamo quella ch'è nell'aria, prima che ella ſia caduta; e queſto avviene come ſe la pioggia aveſſe preſo una direzione obliqua, ſeguendo la diagonale di un parallelogrammo i di cui lati ſarebbero la velocità della pioggia dall'alto al baſſo, e la velocità della vettura orizzontalmente o per davanti.

Si trova in quaſi tutti i gabinetti di fiſica, ſpecialmente in Amſterdam, una macchina di Steiz, che moſtra viſibilmente queſta decompoſizione del moto. Un carretto mobile, col mezzo di una molla, corre per il pavimento di una ſala: una palla poſta nel fondo d'una foſſetta è ſopra una molla, la quale ſpinta da una linguetta, ſlaſcia la palla in aria, nel mentre che il carretto rapidamente corre; la palla s'alza, e cade; e ſebbene il carretto abbia avanzato, tuttavia ricade nella ſteſſa cavità, come ſe queſta foſſe reſtata nel ſuo poſto; chiaramente ſi diſtingue che la palla, invece d'innalzarſi perpendicolarmente, e diſcendere verticalmente, ha deſcritto due linee oblique, o due rami di una parabola, uno innalzandoſi, l'altro ricadendo ſul carretto, e che l'accompagnò nel corſo.

Così il moto della palla è evidentemente compoſto di due moti, quello che il carretto aveva comunicato orizzontalmente alla palla, e quello che la molla gli ha dato dal baſſo in alto; la palla deſcriſſe la diagonale di queſte due direzioni, e queſta diagonale è curva, perchè una delle due velocità è ritardata, e poſcia accelerata, nel mentre che l'altra è uniforme, e per conſeguenza ſi hanno in ſeguito delle diagonali che ſono differentemente inclinate, perchè il rapporto dei lati varia continuamente.

Da ciò deveſi convincere, per le dimoſtrazioni precedenti, che una ſtella ci deve parere ſempre più avanzata dalla parte ove noi camminiamo, e queſto per la quantità dell'angolo *BCA* (*Fig.* 133); il valore di queſto angolo dipende dal rapporto della velocità *AB* della terra, alla velocità *CB* della luce; queſto rapporto è quello dell'1 al 10313; il che dà un angolo di 20" nel caſo che *CB* ſia perpendicolare ad *AB*; così l'*aberrazione* ſarà ſempre di 20", quando la via dell'occhio ſia perpendicolare al raggio della ſtella; ma allorquando il raggio della luce *MF* (*Fig.* 132) è inclinato ſulla via *FL* dell'occhio, allora l'angolo di *aberrazione FML* diviene minore; allora egli è miſurato da *LN*, in luogo di eſſere miſurato dal moto intiero *FL* della terra; e perchè *FL* è ad *LN*, come il ſeno dell'angolo *N* è al ſeno dell'angolo *F*, ne ſiegue che l'*aberrazione* è come il ſeno dell'inclinazione del raggio *MF* ſulla via dell'occhio, cioè, ch'egli è eguale a 20" moltiplicati nel ſeno dell'angolo che fa la via dell'occhio col raggio della luce; finalmente, ſe la linea *FL*, s'inclinaſſe a ſegno di confonderſi con la linea *MF*, l'angolo *M* ſvanirebbe, e non più avrebbeſi l'*aberrazione*, come accade quando la terra è in *C*: queſto è evidente, mentre in tal caſo il raggio della luce giunge ſempre ſotto la direzione ſteſſa, come ſe la terra non aveſſe moto.

Ora ſupponiamo che l'occhio, in luogo d'avanzarſi da *B* in *G*, andaſſe da *D* in *H*; in modo che il raggio giunga in *H* nel tempo ſteſſo che l'occhio, per la ragione ſteſſa, che la ſtella moſtrerebbe di eſſere più a dritta che più a ſiniſtra; ſempre l'*aberrazione* porta una ſtella dalla parte ove va la terra. Quando la terra trovaſi nel punto *G* nella ſua orbita *GCD*, e dipoi al punto *D*, ella moſtra di andare per due verſi oppoſti; nel primo caſo, la ſtella è in oppoſizione, e ſembra di eſſere alla ſiniſtra del luogo medio *E*; nel caſo ſecondo, la terra andando da *D* in *H*, la ſtella è in congiunzione col ſole, e pare che ſia di 20" a dritta, cioè, all'occidente del punto *E*.

Al-

Digitized by Google

Allorchè abbiamo ſuppoſto la ſtella nel punto *E*, non ſi ha inteſo di dire, che le ſtelle non ſieno lontane da noi più che il ſole; elle lo ſono due cento mila volte più: la luce, è probabile che impieghi tre anni a venire dalle ſtelle fino a noi; ma, ſiccome l'effetto è ſempre lo ſteſſo, non poſſiamo accorgerſi; nè poſſiamo giudicare ſe non ſe del tempo ch'ella impiega a ſcorrere *EG*, perchè l'effetto di queſta porzione di giro eſſendo ſucceſſivamente in più od in meno, appunto per queſto diviene ſenſibile; di tutto il reſto non è poſſibile accorgerſi.

Dai ſopra ſtabiliti principj ſi può calcolare l'effetto dell'*aberrazione* ſulla longitudine e latitudine delle differenti ſtelle. L'*aberrazione* di una ſtella, ſituata al polo ſteſſo dell'ecclittica, è la più ſemplice di tutte, e noi daremo principio da quella, nel dimoſtrare che la ſtella ſembrera deſcrivere un cerchio di 40" di diametro intorno del vero ſuo luogo, cioè, intorno del polo della ecclittica. Il cerchio *A B C D* (*Fig.* 132) che rappreſenta l'ecclittica o l'orbita della terra, che ſi ſuppone circolare, perchè la differenza dei ſuoi diametri è qui traſcurata, intendiamo già che il punto *P* eſprimi il polo di queſt'orbita; biſogna concepirlo come elevato perpendicolarmente al di ſopra del piano della figura; intorno del polo *P*, ſi deſcriverà un picciolo cerchio, il di cui diametro è di 40"; allor quando la terra è in *A*, e va da *A* verſo *B*, la ſtella ſituata al polo dell'ecclittica comparirà 20" avanzata dal lato ſteſſo, cioè in *a*; quando la terra ſarà in *B*, la ſtella apparirà in *b*; da di là in *c*, *d*; ed ella averà ſcorſo, nello ſpazio di un anno, il picciolo cerchio *a b c d*, deſcritto intorno al polo dell'ecclittica, ſempre più avanzata di 90 gradi nel ſuo picciolo cerchio, che la terra non l'è nel ſuo, avendo ſempre 20" di meno in latitudine, ch'ella non avrebbe nel ſuo vero luogo, perch'ella è ſempre allontanata di 20" dal polo dell'ecclittica.

Per le ſtelle che ſono nel piano ſteſſo dell'ecclittica, come la ſtella *E*, il punto *G* è quello dove ſi trova la terra, quando la ſtella è in oppoſizione, *D* il punto ov'è la terra quando la ſtella è in congiunzione col ſole; nell'oppoſizione, la terra ſcorrendo da *B* in *G*, o dall'occidente verſo l'oriente, la ſtella comparirà più avanzata di 20" verſo l'oriente, cioè, che la ſua longitudine ſarà aumentata di 20": ma, nella congiunzione della terra, andando in parte contraria, per rapporto alla ſtella, cioè, da *D* verſo *H*, la longitudine della ſtella ſarà diminuita di 20". Nella quadratura, la terra eſſendo in *A*, ed in *C*, l'*aberrazione* ſarà nulla, perchè il raggio che ſi dirige alla ſtella, e ch'è parallelo a *GE*, a cagione della gran diſtanza delle ſtelle, diviene la tangente dell'orbita, e la via dell'occhio confondendoſi con queſta tangente, non vi ſarà più *aberrazione*.

Per trovare l'*aberrazione* in longitudine fuori delle congiunzioni, o delle oppoſizioni, cioè nelle ſituazioni intermedie, ſia *F L* il picciolo ſpazio di 20", ſcorſo in 8' di tempo dalla terra, in un punto della ſua orbita, ch'è allontanata dal punto *G* dell'oppoſizione della quantità *G L*; ſia *M F* il cammino della luce fra lo ſteſſo tempo, *F M L* l'angolo d'*aberrazione*; il raggio *M F* della ſtella eſſendo parallelo alla linea *E G*, l'angolo *M L F*, o l'angolo *L F N* (mentre in tal caſo può prenderſi l'uno per l'altro, poichè non differiſce che di 20") ſi può miſurar l'arco *C F*; così, l'angolo di *aberrazione* è eguale a 20" ſen. *F*, o 20" ſen. *C F*, o 20" coſ. *F G*. Dunque l'*aberrazione* in longitudine è proporzionale al ſeno della diſtanza della quadratura, o della diſtanza dal punto ov'ella è nulla o proporzionale al coſeno della diſtanza dal punto ov'ella è la più grande, diſtanza chiamata da noi l'*argomento dell'aberrazione*.

Quanto abbiamo dimoſtrato per l'*aberrazione* in longitudine di una ſtella ſituata nel piano dell'ecclittica, ha luogo per una ſtella poſta al di ſopra, od al di ſotto dell'ecclittica, a qualunque latitudine ſi ſia. In fatto, ſi fiſſi il punto *M* del triangolo di *aberrazione* *M F L*, innalzato al di ſopra del piano della figura, e diretto in alto verſo una ſtella, la baſe *L N* reſtando ſempre nel piano della figura, allora il moto della terra ſecondo *L N*, o verſo la ſiniſtra, eſſendo ſempre la ſteſſa, l'*aberrazione*, in ſenſo della longitudine, non mai cangierà; ma, per ridurla all'ecclittica, biſognerà dividerla per il coſeno della latitudine. *Ved.* RIDUZIONE *ad un gran cerchio*.

L'*aberrazione* in latitudine puoſſi dedurre dagli ſteſſi principj; perchè, ſiſſando il punto *M*, innalzato al di ſopra del piano della figura, il moto della terra, nella direzione *F N*, produrrà l'*aberrazione* perpendicolarmente all'ecclittica, cioè l'*aberrazione* in latitudine; e ſiccome *F N* è proporzionale al ſeno dell'arco *G F*, o della diſtanza alla congiunzione, queſt'*aberrazione* in latitudine andrà creſcendo fino alla quadratura, ov'ella ſarà più grande. Il raggio viſuale è inclinato ſul piano dell'ecclittica, il moto della terra, rapporto alla perpendicolare a queſto raggio, diviene più picciolo a proporzione del ſeno dell'angolo o del ſeno della latitudine; così l'*aberrazione* più grande in latitudine è eguale a 20", moltiplicati per il ſeno di latitudine della ſtella, ed ella creſce dal ſizigieſimo alle quadrature, nel rapporto ſteſſo che il ſeno dell'arco ſcorſo dalla terra, o il ſeno della diſtanza del ſole dalla ſtella. Tutte queſte regole ſono più detagliatamente ſpiegate nella mia *Aſtronomia*.

Il Sig. Bradley aveva aggiunto alla ſua teoria delle formule, per calcolare l'*aberrazione* delle ſiſſe in longitudine, latitudine, aſcenſione retta, e declinazione: queſte formule ſono ſtate dimoſtrate in due maniere differenti, e ridotte ad un uſo ſempliciſſimo dal Sig. Clairaut, nelle *Memorie dell'Accademia per l'an.* 1737. Furono

pure

pure egualmente dimoſtrate da Simpſon, della Reale Societa di Londra, in una *Raccolta di differenti opuſcoli Matematici, impreſſi in Ingleſe a Londra*, 1740. Finalmente il Sig. Fontaine des Crutes ha pubblicato, ſull'argomento ſteſſo, un trattato a Parigi nel 1744. Qui non ſi può che dire in riſtretto quanto contiene. Ogni ſtella moſtra di deſcrivere nel corſo d'un anno, per l'effetto dell'*aberrazione*, un'ellifſi, il di cui grand'aſſe è di 40", ed il piccolo perpendicolare all'ecclittica è di 40" moltiplicato nel ſeno della latitudine della ſtella. L'orientale eſtremità del grand'aſſe moſtra il luogo apparente della ſtella, il giorno dell'oppoſizione; e l'eſtremità del picciolo aſſe, ch'è la più lontana dall'ecclittica, moſtra la ſua ſituazione tre meſi dopo, come ſi vede per Arturo, e per Sirio, nella *Fig.* 135 e 136, ove ho ſegnato le ellifſi dell'*aberrazione*, e marcato il ſito della ſtella, per il primo giorno di ciaſcun meſe, al di ſuori di ciaſcuna ellifſe.

La più grande *aberrazione* è eguale a 20" diviſi per li ſeni della latitudine: ella è la più grande quando la longitudine del ſole è eguale alla longitudine della ſtella.

La più grande *aberrazione* in latitudine è eguale a 20", moltiplicati per il ſeno della latitudine; ella è la più grande, *ceteris paribus*, quando la longitudine del ſole ſorpaſſa di tre ſegni quella della ſtella; così, la latitudine ne reſterà dimiouita prima dell'oppoſizione, o verſo la prima quadratura, ed aumentata dopo la oppoſizione, ſia nelle ſtelle boreali, ſia in quelle delle quali la latitudine è auſtrale.

Per trovare l'*aberrazione* in declinazione, biſogna cominciare dal calcolar *l'angolo di poſizione*, o *l'angolo del cerchio di latitudine, e del cerchio di declinazione*, che paſſano per la ſtella; allora il ſeno di latitudine della ſtella è al raggio, come la tangente dell'angolo di poſizione è alla tangente di un arco ch'è la diſtanza tra il luogo del ſole nel tempo della congiunzione, cioè il luogo ſteſſo della ſtella, ed il luogo del ſole quando l'*aberrazione* in declinazione è nulla. Queſto luogo del ſole, accreſciuto di trè ſegni, è quello che ſuccede quando l'*aberrazione* in declinazione è la più grande. Per avere la quantità di quella *aberrazione* più grande, diraſſi: il coſeno dell'allungazione della ſtella al tempo della più grande *aberrazione* in declinazione, è al ſeno dell'angolo di poſizione, come 20 ſono alla più grande *aberrazione* in declinazione.

Per l'*aberrazione* in aſcenſione retta ſi dirà; il ſeno della latitudine della ſtella è al raggio, come la cotangente dell'angolo di poſizione è alla tangente della differenza tra la longitudine della ſtella e quella del ſole, nel tempo in cui l'*aberrazione* in aſcenſione retta è nulla. Quando il luogo del ſole è più avanzato di tre ſegni, l'*aberrazione* in aſcenſione retta è la più grande.

Il ſeno della differenza trovata è al coſeno dell'angolo di poſizione, come 20" ſono alla più grande *aberrazione* in aſcenſione retta.

L'*aberrazione* attuale, nei quattro caſi da noi dimoſtrati, è eguale alla più grande *aberrazione* moltiplicata per il coſeno della differenza tra la longitudine del ſole nel tempo in cui ella era più grande, e la longitudine attuale del ſole, nel tempo dato, che ſi leva dal primo.

Si trovano delle tavole dimoſtrative di tutte queſte *aberrazioni* in aſcenſione retta ed in declinazione, delle quali gli Aſtronomi continuamente ne fanno uſo, nella *Conoſcenza dei Tempi del* 1760, e degli anni ſeguenti; ſi trovano unite nel volume del 1781, ed il Sig. Mezger ne ha pubblicato una raccolta più completa a Manheim, nel 1778, con queſto titolo: *Tabulæ aberrationis*. Ecco gli articoli principali per dieci principali ſtelle, verſo 1750.

Nomi delle ſtelle...	*Luogo del ☉ al tempo della più grande aberrazione in aſcenſione retta.*			*La più grande aberrazione in aſcenſione retta.*			*Luogo del ☉ al tempo della più grande aberrazione in declinazione.*			*La più grande aberrazione in declinazione.*	
Stella polare . . .	0ˢ	11°	38′	8′	38″,	4	3ˢ	8°	48′	19″,	9
Aldebaran	2	7°	10	0	20,	6	1	6	46	3,	8
La Capra	2	15	43		28,	5	5	1	36	8,	1
Sirio	3	7	48		20,	8	6	3	45	12,	8
Regolo	4	26	28		19,	3	10	25	3	6,	8
La ſpica della Ver.	6	19	30		18,	6	8	25	14	7,	6
Arturo	7	33	15		20,	1	5	0	55	12,	4
Antares	8	5	24		21,	8	8	29	40	3,	9
La Lira	9	6°	33		25,	5	0	5	1	17,	6
L'Aquila	9	22	48		19,	9	0	6	37	10,	3

Per-

Perchè si possa vedere nelle ellissi (*Fig.* 135, e 136) i cangiamenti dell' ascensione retta e della declinazione, le ho disposte su di un parallelo all' equatore, segnate da *A B*, ove si vede che nel mese di Luglio, Arturo pare che sia alla sinistra, e Sirio alla dritta od all' Occidente, sulla sua ellissi di *aberrazione*; perciò, la differenza loro di ascensione retta cresce nella state; ma la differenza loro di declinazione varia poco, perch' elle sono ad un di presso vedute nei tempi stessi, alle parti superiori od inferiori delle loro ellissi.

Non abbiamo avuto in vista, in tutto ciò che precede, che il moto annuo della terra, e non il moto diurno, perchè è troppo lento, onde poter avere un effetto sensibile. In fatto, la velocità del moto diurno è a quella del moto annuo, in ragione inversa dei tempi, ed in ragione inversa delle distanze; ella non è dunque che $\frac{1}{365}$ della velocità del moto annuo: il che farebbe un' *aberrazione* di due terzi di secondo nello spazio di dodeci ore, quantità affatto insensibile.

L' *aberrazione* ha luogo tanto nei pianeti, come nelle stelle fisse; ma è più facile di molto farne il calcolo, quando si conosce il loro moto, e la loro distanza. L' *aberrazione* di un pianeta è sempre eguale al suo moto veduto dalla terra, per quel tempo che la luce impiega a venire dal pianeta alla terra. Per esempio, la luce impiega 8' 8" a venire dal sole fino a noi; il moto del sole in questi 8' è di 20": dal che ne avviene che il sole ha 20" di *aberrazione* in longitudine in tutti i tempi; e siccome l' *aberrazione* fa comparire il pianeta dalla parte ove va la terra, opposta a quella dove il pianeta sembra di andare, ne siegue che, se la longitudine è crescente, l' *aberrazione* la diminuisce, e converrà toglierla dalla longitudine calcolata, per avere la longitudine apparente. Lo stesso sarà della latitudine, dell' ascensione retta, della declinazione, purchè si prenda il moto geocentrico in latitudine, in ascensione retta, in declinazione, nel tempo che la luce impiega a venire dal pianeta fino a noi. Si possono vedere delle formule, e dei metodi particolari del Sig. Clairant, su tal argomento, nelle *Mem. dell' Accad.* 1746; e quelle del Sig. Eulero, nelle *Mem. di Berlino*, 1746, *tomo II*; ed io pure ho dato delle nuove tavole di *aberrazione* per tutti li pianeti, calcolati diligentemente dal Sig. de Lambre, nell' 8. volume delle effemeridi di Parigi, pubblicate nel 1783; dove si vede che l' *aberrazione* può arrivare fino ad un minuto o 60" per Mercurio, 44" per Venere, 38" per Marte, 29" per Giove, e 26" per Saturno.

L' *aberrazione* dipende sempre dal rapporto tra la velocità della luce, e quella dell' osservatore; dietro a questo principio il Sig. Boscovich mi scrisse, nel 1766, che aveva trovato un mezzo per vedere se la velocità della luce è più grande nell'acqua che nell'aria, col procurarsi due misure differenti dell' *aberrazione*. Egli pone, su di uno strumento stesso, un canocchiale ordinario ed un canocchiale col tubo pieno di acqua dall' obbiettivo fino al reticolo; questo sia chiuso da una placa di vetro, in cui si segneranno le linee necessarie per osservar la distanza di una stella al zenit. La velocità della luce nel canocchiale di acqua essendo aumentata, il suo rapporto con la velocità della terra divenirà più grande; bisognerà per conseguenza ch' abbia una minor inclinazione il canocchiale d' acqua, perchè il raggio della stella arrivi alla linea del reticolo; dunque l' *aberrazione*, nel canocchiale d' acqua, sarà minore; dunque egli darà la vera distanza al zenit più o meno con questa nuova *aberrazione*; e ritornando allo strumento, si avrà il doppio di questa distanza più o meno il doppio dell' *aberrazione*; dunque si osserverà la doppia distanza in uno de' canocchiali più grande che nell' altro del doppio della quantità di cui l' *aberrazione* del canocchiale ordinario sorpasserebbe l' *aberrazione* del canocchiale d' acqua.

Si obbiettò contro questa idea, che il raggio, nel sortire dal canocchiale d' acqua, perdere dovrebbe l' aumentazione della velocità da lui acquistata entrando; ma si risponde che il raggio arrivato che sia al sito del micrometro interiore, la direzione della stella è determinata dalla stessa; il raggio intercettato non esce più, e più non importa che il raggio, nel sortire dal canocchiale, cangi di direzione e di velocità; così l' inclinazione del canocchiale sarà sempre differente.

Sembrarebbe per li rapporti della refrazione dell' aria nell' acqua, che le velocità della luce sono come 3 a 4; così, il cerchio dell' *aberrazione* delle stelle essendo 40' per la velocità della luce nell' aria, sarebbe di 30" solamente per la velocità della luce nell' acqua; avrebbesi dunque 10" di differenza nell' osservazione, se, come si crede, la velocità del raggio accresce nell'acqua. (*Il Sig. De la Lande.*)

Aberrazione. (*Ottica.*) Dispersione dei raggi della luce, che, partendo da un oggetto, e traversando un vetro di canocchiale, in vece di andare ad unirsi ad un punto o *foco* stesso, si spandono su d' una picciola estensione, e formano in conseguenza una immagine un poco confusa dell' oggetto.

Vi sono due cause dell' *aberrazione*; la prima è la sfericità dei vetri o degli specchi; la seconda è la diversa refrangibilità dei raggi. L' *aberrazione di sfericità* accade perchè un vetro di figura esattamente circolare, quale si lavora nei bacini per fare li canocchiali di approssimazione, non può radunare in un sol punto tutti i raggi della luce, che, partendo dall' oggetto, traversano li punti differenti del vetro; quest' *aberrazione* è altrettanto più grande, quanto il vetro ha una più grande apertura: bisogna su questo vedere il *Trattato d' Ottica* di Smith,

ſtampato a Cambridge nel 1738, in due volumi in 4.o, tradotto dal P. Pezenas, in Avignone 1767; e dal Sig. Duval le Roi, a Breſt 1767. Queſte ultime due edizioni contengono delle nuove agginnte, ſpecialmente riguardanti alli canocchiali acromatici.

L'*aberrazione di refrangibilità* accade per la decompoſizione di un faſcetto di raggi, che nel traverſare un mezzo diafano come un vetro di canocchiale, ſi divide in differeoti colori, i più rimarcabili de' quali ſono li ſette ſeguenti, cioè: violato, indaco, turchino, verde, giallo, melarancio, roſſo. In un canocchiale di 27 piedi, i raggi roſſi ſi riuniſcooo in un ſoco che differiſce quaſi di un piede dal foco dei ragei violati. Tuttavia biſognerebbe che tutti queſti raggi ſi radunaſſero nel punto ſteſſo, perchè l'immagine di un oggetto foſſe marcata, oetta, e diſtinta. Il Sig. Eulero per rimediare a queſt' *aberrazione di refrangibilità, e di ſfericità*, cercò il mezzo di ſare dei vetri di canocchiali, compoſti di ſoſtanze differeoti; e queſto produſſe la nuova invenzione delli canocchiali acromatici, che in fatto diminuiſcono conſiderabilmentè le due ſpezie d'*aberrazione* delle quali abbiamo parlato. *Vedi* Acromatico. (*Il Sig. de la Lande.*)

ABRACALEO (*Aſtr.*) è un nome della ſeconda ſtella dei Gemelli, ſegnata β, e che ſi chiama anche Polluce.

ABSIDI. *Ved.* Aſsidi.

ACAMPTO, (*Ottica.*) parola uſata dal Leibniz (*Op. Leib. tom. III, p.* 203), per dinotare una figura, ch'eſſendo opaca e pulita, ed in conſeguenza avente le proprietà neceſſarie per riflettere la luce, non lo fa. *Ved. nel luogo citato delle Opere del Leibniz, la ſpiegazione di queſto paradoſſo.*

ACARNAR (*Aſtron.*), nome arabo della bella ſtella di prima grandezza, che vedeſi nell' eſtremità dell' Eridano, dagli Aſtronomi ſegnata con la lettera «. Si chiama anche *achbarnaar*, *achbarnarim*, *enar*; in greco ἐχερναϑ τὸ ποταμοῦ. (*Almag. p.* 196.) (*D. L.*)

ACCADEMIA. *Vedi* Astronomia.

ACCELERATO, agg. (*Mec.*) moto *accelerato*, moto che continuamente riceve nuovi accreſcimenti di velocità; ed all' oppoſto, moto *ritardato*, moto che continuamente perde delle parti di ſua velocità. Si chiama generalmente queſta ſorta di moti col nome comune di *moti vari*. *Ved.* Moto.

Allorchè gli accreſcimenti o decreſcimenti della velocità ſono eguali in tempi eguali, il moto è detto *accelerato* o *ritardato uniformemente*.

Daraſſi qui brevemente la teoria del moto *uniformemente accelerato*: che potraſſi anche applicare, con ordine inverſo, al moto *uniformemente ritardato*.

I. Ogni corpo in ripoſo od in moto rimane in queſto ſtato, fino che ooo lo diſtrae una cauſa eſteriore. (*Vedi* Inerzia, e Moto.) Per ciò 1o. un corpo non può da per ſe ſteſſo *accelerare* il ſuo moto; ha dunque biſogno di eſſere ſpinto da una forza acceleratrice. 2o. Perchè l'accelerazione ſia continua, biſogna che la forza acceleratrice agiſca continuamente. 3o. La forza acceleratrice, ripetendoſi continuamente, deve dare, in eguali iſtanti, dei colpi eguali al mobile, affinchè i gradi di velocità, prodotti da' ſuoi colpi, ſieno eguali, e che il oioto ſia uniformemente *accelerato* ſecondo l'ipoteſi.

II. Da ciò ſi rileva che la velocità *finale* di un corpo che ſi muove con moto uniformemente *accelerato* (intendo la velocità che ha il mobile, oel termine di un certo tempo, in virtù dei colpi ſucceſſivi, ed eguali della forza acceleratrice) è ſempre proporzionato al tempo ſcorſo dal momento, in cui la forza acceleratrice ha cominciato ad agire. Perchè il mobile continuameote riceve, negl' iſtanti eguali e ſucceſſivi del tempo, dei gradi eguali di velocità, in virtù della forza acceleratrice; ed egli conſerva queſti gradi di velocità, in virtù della ſua inerzia. Dal che riſulta che la velocità finale, che non è altro che la ſomma dei gradi della velocità acquiſtata e conſervata, è proporzionale al oumero loro, ed al numero degl' iſtanti del tempo, o finalmente al tempo ſteſſo.

Noi ſupponiamo, come ſi vede, che al primo iſtante, in cui la forza acceleratrice comincia ad agire, la velocità ſia zero, o che il mobile non ha alcuna velocità primitivamente acquiſtata: la ſuppoſizione ſteſſa ha luogo nella compraziooe che noi faremo di due moti uniformemente *accelerati*.

III. *Allor quando due corpi ſi muovono con moti uniformemente accelerati, gli ſpazj che percorrono ſono tra eſſi come li prodotti delli tempi per le velocità finali.*

In fatto, figuriamo il tempo del moto di uno dei corpi col lato AB del triangolo rettangolo ABC (*Mec. Fig.* 6), e la ſua velocità finale coll'altro lato BC. Avendo diviſo il tempo in una infinità d'iſtanti AD, DF, ec. tiriamo le paralleie alla baſe DE, FG: queſte linee eſprimeranno le velocità corriſpondenti alla fine del tempo AD, AF, come BC eſprime la velocità corriſpondente alla fine del tempo AB, perchè le velocità finali ſono tra eſſe come li tempi, per l'articolo precedente; a cagione dei triangoli ſimili ADE, AFG, ABC, (*Ved.* Triangolo) le rette DE, FG, BC, ſono tra di eſſe, come le rette AD, AF, AB. Conſideriamo le due velocità LM, NO, che corriſpondono l'una al principio, l'altra al fine di un' iſtante qualunque LN, e tiriamo Mm parallela ad AB: egli è evidente che le due velocità LM, NO, che non differiſcono l'una dall' altra che della quantità mO infinitamente picciola rapporto a ciaſcheduna di eſſe, poſſono riguardarſi come eguali, o che il moto poſſa giudicarſi uniforme per l'iſtante LN. Ora, nel moto uniforme, lo ſpazio ſcorſo, è come il prodotto del

tempo

tempo per la velocità. Così il picciolo spazio scorso nell' istante $L N$, è proporzionale al prodotto $L N \times L M$; cioè al rettangolo $L M m N$, o al trapezio $L M O N$, che ne differisce infinitamente poco, e ch'è uno degli elementi del triangolo $A B C$. Dal che risulta che lo spazio totale, scorso per il tempo $A B$, è proporzionale alla superfizie del triangolo $A B C$.

Così pure, se si dimostra il tempo del moto dell'altro corpo, per il lato $a b$ del triangolo rettangolo $a b c$ (*Mec. Fig.* 6. *n.* 2.), e la sua velocità finale per $b c$, si troverà che lo spazio totale, scorso per il tempo $a b$, è proporzionale alla superfizie del triangolo $a b c$.

Dunque, nominandosi respettivamente E ed e gli spazj scorsi dalli due corpi, T e t li tempi dei moti, V e v le velocità finali, si avrà

$$E : e :: \frac{TV}{2} : \frac{tv}{2} :: TV : tv.$$

Questa proporzione dà la formula (*A*) $Etv = eTV$ (*a*).

IV. *I prodotti delle forze acceleratrici, che animano i due mobili, per i tempi delle loro applicazioni, sono tra essi come i prodotti delle masse per le velocità finali.*

Perchè la forza acceleratrice, che anima l'uno o l'altro corpo, gli dà tanti colpi eguali, quanti ha istanti eguali nella durata del moto di questo corpo; e la somma di tutti questi colpi è la causa della quantità finale del moto, o del prodotto della massa per la velocità finale. Dunque se si nomina P e Π le forze acceleratrici delli due mobili, M e m le loro masse, V e v le loro velocità finali, T e t i tempi dei moti, si avrà $PT : \Pi t :: MV : mv$.

Da ciò risulta la formula (*B*) $PTmv = \Pi tMV$.

V. *Le forze acceleratrici, moltiplicate per li quadrati delli tempi, sono come li prodotti delle masse per gli spazj percorsi.*

(*a*) Siccome gli spazj in successivi istanti percorsi da un corpo, ch'abbia uno moto uniformemente *accelerato*, crescono come i numeri naturali 1, 2, 3, 4, 5, ec., e siccome la somma di tal serie (posto n il numero de' termini, e pecciò n per ultimo termine) uguaglia il valore $(1+n)\frac{n}{2}$, o sia ad $n \times \frac{n}{2}$, trattandosi d'immenso numero di termini; così nel caso nostro la somma delli detti spazietti o sia lo spazio percorso da un corpo coo moto uniformemeote *accelerato* sarà eguale allo spazietto fatto nell' ultimo istante, cioè alla celerità in fine moltiplicata per la metà del nomero degli spazietti, o degli istanti, o sia per la metà del tempo. Laonde lo spazio fatto da un corpo con moto uniformemente *accelerato*, cioè $E = \frac{VT}{2}$, e quindi $E : e :: \frac{TV}{2} : \frac{tv}{2} :: TV : tv$, come sopra.

Perchè se si divide membro per membro, la formula (*B*) per la formula (*A*), si avrà $\frac{PTm}{Et} = \frac{\Pi tm}{eT}$; da cui nasce $PTT : \Pi tt :: ME : me$.

Da ciò segue la formula (*C*) $PTTme = \Pi tt, ME$.

VI. *Le forze acceleratrici, moltiplicate per gli spazj percorsi, sono come li prodotti delle masse per li quadrati delle velocità finali.*

Perchè, nel dividere i due membri della formula (*B*), per quelli della formola (*A*), presi in croce, si avrà $\frac{Pmv}{eV} = \frac{\Pi MV}{Ev}$; da cui risulta $PE : \Pi e :: MVV : mvv$.

Da ciò segue la formula (*D*) $PEmvv = \Pi eMVV$.

VII. Le quattro formule (*A*), (*B*), (*C*), (*D*) contengono tutta la teoria del moto uniformemente *accelerato*; cioè, tutte le possibili relazioni tra le forze acceleratrici, le masse, i tempi, gli spazj, e le velocità finali, per due corpi, o moti dei quali sono uniformemente accelerati; di maniera che conoscendo tutto ciò ch'è relativo all'uno di questi moti, tosto si conoscerà ciò ch' è relativo all' altro. Noi applicheremo queste formule ai moti dei corpi che cadono liberamente per la gravità, o che sdrucciolano per dei piani inclinati: diamo prima su questo soggetto due proposizioni generali utilissime sommamente.

VIII. *Se un corpo, dopo di essersi mosso d'un moto uniformemente accelerato, per un certo tempo, viene a muoversi di un moto uniforme, fra lo stesso tempo, con una velocità eguale a quella ch' egli ha avuto nell' ultimo istante del moto uniformemente accelerato, egli scorrerà uno spazio doppio di quello, ch' egli ha scorso per il moto stesso.*

In fatto abbiamo veduto (III) che rappresentandosi il tempo di un moto uniformemente *accelerato* per il lato $A B$ del triangolo rettangolo $A B C$, la velocità finale del mobile per il lato $A B$: lo spazio scorso è mostrato dalla superficie del triangolo $A B C$. Ora, se durante lo stesso tempo $A B$, il mobile si muove con moto uniforme, con una velocità eguale a $B C$, lo spazio, che scorrerà, viene mostrato dalla superficie del rettangolo $A B C V$, doppia del triangolo $A B C$, perchè in quest' ultimo moto, a ciascheduno elemento del tempo, corrisponde costantemente una velocità eguale a $B C$, e perchè nel moto uniforme, lo spazio scorso è come il prodotto della velocità per il tempo. Dunque ec. (*b*).

(*b*.) In questa guisa si dimostra ancora lo stesso teorema. Lo spazio che un corpo fa con moto uniformemente *accelerato* è eguale alla velocità in fine moltiplicata per la metà del tempo speso. Lo spazio poi che fa

Questa proposizione serve a comparare il moto uniformemente *accelerato* col moto uniforme.

IX. *Se un corpo, slanciato con certa velocità, prova l'azione di una forza ritardatrice costante, egli perderà intieramente questa velocità nel tempo stesso che avrà impiegato ad acquistarla, in virtù di una forza acceleratrice costante, eguale alla forza ritardatrice; e gli spazj scorsi, nelli due casi, saranno eguali.*

Questo è evidente da se, perchè le due forze essendo eguali, ma contrarie, devono produrre degli effetti eguali e contrarj. Così li corpi gravi possono risalire all'altezza, dalla quale sono discesi; così pure li getti d'acqua s'innalzano all'altezza dei serbatoj, ec. In fatto si dimostrerà che il moto dei gravi si riporta alla teoria precedente.

X. Il moto dei corpi che cadono per la gravità, è *accelerato*; Galileo fu il primo che scoperse la legge di quest'accelerazione; egli suppose ch'ella si facesse per gradi eguali, o che il moto dei corpi gravi fosse uniformemente *accelerato*; e l'esperienza avendo confermato questa ipotesi, ella è divenuta una verità ed una legge fondamentale nella teoria della caduta dei gravi.

Frattanto devesi osservare che il moto dei gravi non è uniformemente *accelerato*, o qualunque ne sia la causa, la gravità non è una forza acceleratrice costante, che per le cadute di un'altezza mediocre; perchè rigorosamente, la gravità è variabile, e proporzionale al quadrato inverso della distanza dal centro della terra (*Ved.* ATTRAZIONE); ma allor quando l'altezza, dalla quale un corpo cade, è poco sensibile rapporto al raggio della terra, si può supporre che la gravità sia costante; il che supponiamo uniformandosi al parere di Galileo.

XI. Qualunque ne sia la causa della gravità, questa forza penetra tutta la massa dei corpi, ella agisce egualmente su tutte le molecule eguali della materia; ed il peso totale di un corpo è proporzionale al numero delle molecule che compongono la sua massa totale. Perchè, seguendo l'esperienza, due corpi di masse ineguali, per esempio, una palla di piombo, ed una piuma cadono pressochè egualmente in uno spazio vuoto, o pochissimo resistente, come sarebbe il recipiente della macchina pneumatica, dopo estratta l'aria. Dal che ne segue che li pesi delli corpi, cioè, le forze acceleratrici che li fanno discendere, seguono la ragione delle masse. In fatto egli è evidente che, per muovere con la stessa velocità due masse, che sono espresse, per esempio, dalli numeri 100 e 1, conviene che la forza prima sia centupla della seconda, perchè la massa 100 può essere decomposta in 100 masse, ognuna delle quali sono 1, ed ognuna richiede, per esser mossa, una forza 1.

XII. Da ciò ne segue, che se si hanno due corpi M, e m, i pesi de'quali sieno P e Π, si averà $P : \Pi :: M : m$; il che dà $Pm = \Pi m$. Così nell'applicare ai moti di due corpi che cadono liberamente per la loro gravità, le formule generali dei moti uniformemente *accelerati*, si vede che le tre formule (B), (C), (D), si semplificheranno; perchè, in ognuna di esse, li due membri possono essere divisi dalle quantità eguali Pm e Πm. Dunque noi avremo in luogo di queste tre formule, le tre seguenti; (H) $Tv = tV$; (I) $TTe = ttE$; (K) $Evv = eVV$; dunque la prima c'insegna, che *le velocità finali di due corpi che cadono, sono come li tempi*; la seconda, che *gli spazj percorsi sono come li quadrati dei tempi*; la terza ch'è una conseguenza delle altre, che *gli spazj percorsi sono come i quadrati delle velocità finali*.

Quanto alla formula (A), ella sussiste sempre; ma è inutile di qui considerarla, come troppo generale; ella non richiede, che per due corpi le velocità finali sieno come li tempi, o, il che viene ad essere lo stesso, che le forze acceleratrici sieno proporzionali alle masse. La supposizione di queste proporzionalità è un caso particolare, al quale si rapporta il moto dei corpi gravi; e le tre formule (H), (I), (K), bastano per la teoria di questi moti.

XIII. Si vede per la formula (I), che, allor quando si conosca lo spazio che un corpo grave scorre per un dato tempo, conoscerassi ancora lo spazio che questo corpo, od altro corpo grave, scorre in dato altro tempo. Ora si sa per esperienza che tutti li gravi percorrono a un di presso 15 piedi nel primo secondo di sua caduta. Se dunque si vuole conoscere, per esempio, quanti piedi un corpo grave scorrerà in 7 secondi, si farà questa proporzione $(1'')^2 : (7'')^2 :: 15 \text{ piedi} : x = 735 \text{ piedi}$.

XIV. Ne segue dalla stessa formula, che, se si divide il tempo della caduta di un grave in parti eguali, gli spazj scorsi in ciascheduna dà queste parti separatamente saranno tra essi come la serie dei numeri dispari 1, 3, 5, 7, 9, ec. Perchè nel rappresentare la serie dei tempi, a contar sempre dopo zero, per la serie dei numeri naturali 1, 2, 3, 4, 5, ec. la serie degli spazj scorsi, a contar così dopo zero, è rappresentata dalla serie dei quadrati 1, 4, 9, 25, ec. Così, 1 è lo spazio scorso nella prima parte del tempo; 4 è lo spazio scorso nelle due prime parti del tempo; 9 è lo spazio scorso nelle prime tre parti del tempo, ec. Dunque, per avere lo spazio scorso nella seconda parte del tempo solo, conviene togliere 1 da 4, il che dà 3 per questo spazio; per avere lo spazio scorso

---

fa un corpo con un moto uniforme, è uguale alla velocità moltiplicata nel tempo. Dunque se nel moto accelerato si ha $E = \frac{TV}{2}$, e nel moto uniforme si ha $S = tc$, al certo, posto $T = t$, e $V = c$, sarà $S = TV = 2E$.

ſcorſo nella terza parte del tempo ſolo, conviene togliere 4 da 9, il che dà 5, per queſto ſpazio, ec. Così, per eſempio, ſe ſi vuole conoſcere lo ſpazio ſcorſo nel ſettimo ſecondo ſolo, ſi farà queſta proporzione, $1 : 13 :: 25$ piedi : $x = 325$ piedi.

XV. Speſſo ſi ha biſogno, in Meccanica, del ſeguente problema: *Un corpo che ſcorre uniformemente uno ſpazio E, nel tempo t: determinare l'altezza h d'onde dovrebbe cadere, per la ſua gravità, ſicchè acquiſti la velocità con la quale ſi muove*. Ora, per riſolvere queſto problema, io chiamo *a* l'altezza *conoſciuta*, da cui cade un corpo grave nel tempo *conoſciuto* ϑ; ed oſſervo che in forza della formula (K), la velocità finale di queſto corpo ſarà rappreſentata dalla $\sqrt{a}$, e che, s'egli cadeſſe dall'altezza h, la ſua velocità finale ſarebbe rappreſentata dalla $\sqrt{h}$. Dall'altra parte ſi vede, per l'articolo VIII, che ſe lo ſteſſo corpo viene a muoverſi uniformemente, nel tempo ϑ, con la velocità $\sqrt{a}$, egli ſcorrerà uno ſpazio $= 2a$; e ſiccome, per ipoteſi, il mobile del problema ſcorre uniformemente lo ſpazio E, nel tempo t, con una velocità, che dev'eſſere rappreſentata dalla $\sqrt{h}$, e che, nei moti uniformi, gli ſpazj ſcorſi ſono come i prodotti delle velocità per li tempi, ne ſiegue che ſi averà la proporzione $2a : E :: \vartheta\sqrt{a} : t\sqrt{h}$: da cui ſi ricava $h = \frac{E^2}{4a^2} \times \frac{\vartheta^2}{t^2}$.

Sieno, per eſempio, $E = 100$ piedi, $t = 3$ ſecondi, e ſupponiamo $a = 15$ piedi, e per conſeguenza $\vartheta = 1$ ſecondo, ſi troverà $h = 18\frac{4}{9}$ piedi. Così, perchè un corpo acquiſti, per la ſua gravità, una velocità capace di fargli ſcorrere uniformemente 100 piedi in 3 ſecondi, biſogna ch'egli cada da $18\frac{4}{9}$ piedi di altezza.

Si trova, col metodo ſteſſo, l'altezza, alla quale rimonterà un corpo grave, ſlanciato verticalmente con una velocità capace di fargli ſcorrere uniformemente uno ſpazio dato in un dato tempo. Perchè egli rimonterà (IX) all'altezza, da cui dovuto avrebbe egli cadere per acquiſtare queſta velocità.

XVI. Paſſo ai moti dei corpi che ſcorrono ſu dei piani inclinati. (*Ved.* ciò che s'intende per *piano inclinato*, alla parola PIANO INCLINATO.) Sia un corpo A (*Mec. Fig.* 7.), che diſcende lungo un piano inclinato BD; figuriamo il ſuo peſo per la verticale AN, e ſcomponiamo queſta forza in due altre AM, AO, l'una perpendicolare, l'altra parallela al piano inclinato; è chiaro che la prima è diſtrutta, e la ſeconda è la ſola che fa ſcorrere il corpo; faremo aſtrazione dello ſtrofinamento e di ogni altra reſiſtenza. Nominando p il peſo aſſoluto del corpo, o la forza AN, F la gravità relativa, o la forza che ſpinge il corpo parallelamente a BD, ſi avrà $F = p \times \frac{AO}{AN}$. Ora a cagione dei triangoli ſimili AON, BCD, ſi ha $\frac{AO}{AN} = \frac{BC}{BD}$; dunque $F = p \times \frac{BC}{BD}$. Quindi ſi vede che il moto del corpo A, è della natura iſteſſa che quello dei corpi che cadono liberamente per la gravità; cioè, uniformemente *accelerati*, poichè la forza acceleratrice F, è alla gravità aſſoluta p, nel rapporto coſtante dell'altezza BC del piano inclinato alla ſua lunghezza BD. Così ſi può applicare ai moti dei due corpi che ſcorrono ſu dei piani inclinati, le formule generali (A), (B), (C), (D), dei moti uniformemente *accelerati*.

XVII. Sieno dunque due piani inclinati come ſi vorrà, ſcorſi da due mobili, e nominiamo reſpettivamente:

Le lunghezze dei piani inclinati, o gli ſpazj percorſi . . . . . E ed e,
Le altezze di queſti piani . . . . . H ed h,
I tempi dei moti . . . . . T e t,
Le maſſe dei corpi . . . . . M ed m,
Le relative loro gravità . . . . . F ed f,
Le loro velocità finali . . . . . V ed v,

Poſto queſto, 1°. la formula (A) avrà luogo qui, ſenza alcuna ſimplificazione.

2°. Le forze acceleratrici, che noi abbiamo nominate P e Π (IV), ſono qui F ed f. Di più, nominando p e π, le gravità aſſolute de' noſtri corpi, ſi ha, per l'articolo precedente, $F = \frac{pH}{E}$, $f = \frac{\pi h}{e}$. Soſtituendo poi in luogo di P e π queſti valori nelle formule (B), (C), (D), noi avremo $pHTmve = \pi htMVE$; $pHTTmee = \pi htt MEE$; $pHmvv = \pi hMVV$. Ora ſi ha (XII), $p : \pi :: M : m$, ovvero $pm = \pi M$; dunque, dividendo queſte tre formule per le quantità eguali pm e πM, ſi avrà (L) $HTev = htEV$; (M) $HTTee = htt EE$; (N) $Hvv = hVV$.

Le formule (A), (L), (M), (N), rappreſentano nella maniera la più generale tutte le proprietà relative dei moti di due corpi, che ſcorrono ſu due piani inclinati. Noi ne faremo un'applicazione.

Trovare il rapporto dei tempi impiegati a ſcorrere le corde di un cerchio verticale, condotto dalle eſtremità di un diametro verticale.

Sia BK il diametro verticale del cerchio propoſto (*Mec. Fig.* 8.), e ſieno BD, BK due corde di qualunque ſorta condotte dall'eſtremità B di queſto diametro; DQ, KP le ordinate corriſpondenti; egli è evidente che ſi può riguardare BD e BK come due piani inclinati, de' quali BQ e BP ſono le altezze. Ora, per la proprietà del cerchio, ſi ha $BD^2 : BK^2 :: BQ : BP$; cioè, $EE : ee :: H : h$; dunque $EEh = eeH$.

Dividendo li due membri della formula (M), per queſte quantità eguali, ſi avrà $TT = tt$, $T = t$. Così, li tempi impiegati a ſcorrere le corde BD, BK ſono eguali tra eſſi.

Si troverà pure così, che il tempo impiegato a ſcorrere per qualunque corda NK, condotta dalla eſtremità inferiore del diametro BK, è eguale al tempo impiegato a ſcorrere ogni altra cotda BD, o BK. Così ſi deve coocludere che tutte le corde di un cerchio verticale, tirate dall'eſtremità di uo diametro verticale, ſono ſcorſe in tempi eguali. Non ho bilogno d'aggiungere che il diametro verticale è contato anch'egli nel numero delle corde che partono dalle ſue eſtremità. (*L. B.*)

Ved. la Teotia genetale dei moti varj alla parola Moto.

ACCELERATRICE *Forza*. (*Mec.*) Si nomina così in Meccanica la ſorza o cauſa che accelera il moto di un corpo. Allor quando ſi eſaminano gli effetti per tali cauſe prodotti, e non ſi conoſcono queſte cauſe in elleno ſteſſe, gli effetti devono eſſere dati ſempre indipendentemente dalla cognizione della cauſa, poichè altrimenti noo poſſono eſſer dedotti; egualmente così, ſeo za conoſcere la cauſa della gravità, noi apprendiamo, per l'eſperienza, che gli ſpazj deſcritta da uo corpo che cade, ſono tra eſſi come i quadrati dei tempi. Generalmente, nei moti varj, dei quali le cauſe ſono ignote, egli è evidente che l'effetto prodotto dalla cauſa, ſia in un tempo finito, ſia in un iſtaote, deve ſempre eſſere dato per l'equazione tra il tempo e gli ſpazj; queſto effetto una volta conoſciuto, e ſuppoſto il principio della forza d'inerzia, non haſſi più biſogno che della ſola Geometria e del calcolo, per iſcoprire le proprietà di queſte ſorta di moto. Sarà dunque inutile ricorrere a queſto principio, di cui ne fanno oggi tutti uſo, che la fotza acceleratrice o ritardatrice è proporzionale alla ſua cauſa. Noi oon eſamineremo ſe queſto principio ſia di neceſſaria verità, ſoltaoto confeſſeremo, che le prove che fino ad ora ſi ſon date, non ci ſembrano molto convincenti; il che rovinerebbe la certezza della Matematica, e la ridurrebbe a non eſſere che una ſcienza ſperimeotale. Noi ſi contenteremo di oſſervare che, vero o dubbio, chiaro od oſcuro, egli è ioutile alla Meccanica, e per conſeguenza ne dovrebbe eſſere sbandito. (*O*).

ACCELERAZIONE nel moto medio della luna ed in quello di Giove. *Ved.* Equazione *ſecolare*.

Accelerazione *diurna delle ſtelle* (*Aſtronomia*); queſta è la quantità che avanzano ogni giorno nel loro levare e tramontare, come pure i loro paſſaggi pel meridiano; ella è di 3' 56". Queſt'*accelerazione*, della quale gli Aſtronomi ne fanno un uſo contiouo, viene dall'effettivo ritardamento del ſole, il ſuo moto proprio verſo l'oriente, ch'è di 59 8" tutti li giorni, ſa che la ſtella, che paſsò per il meridiano jeri nel tempo ſteſſo che il ſole, oggi è più occidentale di 59' 8", il che richiede 3' 56" di tempo; ella dunque paſſerà più preſto della ſteſſa quaotità.

Per calcolare rigoroſamente la quantità di queſt'*accelerazione*, convien fare la ſeguente proporzione: 360° 59' 8" 204, ſono a 24° 0' 0", come 360° 0' ſono a 23° 56' 4" 098, queſta è la durata media della rivoluzione diurna delle ſtelle fiſſe, che differiſce di 24 ore ſolari medie di 3' 55" 902.

Vi furono dei celebri Aſtronomi, che ſi ſono ingannati per queſto, perchè facevano l'*accelerazione* di 3' 56" 55; eſſi cominciavano la proporzione per 360°, e da queſto ſupponevano implicitamente che l'*accelerazione* foſſe compoſta in ore del primo mobile o delle ſtelle fiſſe, in luogo che tutti li tempi devono cootarſi in ore ſolari medie; o ſupponevano che l'*accelerazione* ſi contaſſe ſull'orologio del tempo medio, ma nel momento, in cui il ſole paſſa per il meridiano, in luogo di cootarlo al momento del paſſaggio della ſtella; queſt'era il ritardo ch'eſſi prendevaoo del ſole, in luogo dell'*accelerazione* delle ſtelle.

Il vero paſſaggio di una ſtella pel meridiaoo, non avanza tutti li giorni di 3' 56", nè tutti li giotoi egualmente, per rapporto al ſole vero che regola i noſtri quadraoti; ma ſolamente per rapporto ad un ſole medio ſuppoſto uniſotme; che gli aſtronomi immaginano per coſtruire le tavole loro, e per regolare i loro orologi: il tempo medio differiſce di nn quarto di ora del tempo vero in certi tempi dell'aooo (*Ved.* Equazione *del tempo*); e perciò biſogna aggiuogere o detrarre una quantità eguale alle *accelerazioni* diurne, onde riſultioo ſumme ſempre eguali. L'*accelerazione* non è che di 3' 35" li 19 di Settembre, e queſta *accelerazione* va fino a 4' 27" li 21 del Dicembre. L'*accelerazione* diurna ſerve a regolare i penduli; ſe io vedo una ſtella fiſſa a diſcendere nell'occidente dietro ad una montagna, o ad uo campanile, meotre il mio pendulo ſegna 7° 4' 0", e che il giorno dopo, l'occhio mio poſto nel ſito ſteſſo, la ſtella diſpariſſe a 7° 0' 4", io concludo che il pendulo è ben regolato quaoto al ſuo moto, o al ſuo andare da uo giorno all'altro; ma, per ponerlo all'ora, convien ſapere il vero tempo per le *altezze corriſpondenti*, con una meridiana, o con qualche altro mezzo. (*Il Sig. de la Lande.*)

Accelerazione, (*Meccanica.*) aumentazione della velocità che riceve uo corpo in moto. Queſto moto è oppoſto alla *ritardazione*, che ſignifica diminuzione di velocità. Per eſempio, un corpo che cade liberamente per la ſua gravità, cootinuamente riceve un'*accelerazione* di velocità; perchè, ſe la velocità reſtaſſe ſempre la ſteſſa, l'urto di queſto corpo contro un oſtacolo ſarebbe ſempre lo ſteſſo, da qualunque altezza il corpo cadeſſe; il che è contrario all'eſperienza, la quale c'inſegna che da uoa più grande altezza di caduta corriſponde un urto più grande (*Ved.* Accelerato.) Al contrario, un projettile che ſi muove in uno ſpazio o meazo reſiſtente, per eſempio, una palla di cannone,

ne, prova una *ritardazione* di velocità, che fa cambiar di natura la curva ch'ella deſcrive in virtù della forza d'impulſione iniziale, e della gravità. *Ved.* Projettile.

ACCESSO, ſ. m. (*Mec.*) *La curva di acceſſo equabile*, *acceſſus æquabilis*, richieſta alli Geometri dal Leibniz, è famoſa per le difficoltà ch'ebbero nel trovarne l'equazione. Ecco la queſtione.

Trovare una curva lungo la quale un corpo diſcendente per l'azione ſola della gravità, avvicinaſi egualmente all'orizzonte in due tempi eguali; cioè, trovare la curva *AMP* (*Mec. Fig.* 41.), che ſia tale che ſe un corpo peſante ſi muove lungo alla concavità *AMP* di queſta curva, e che ſi tirino a ſuo piacimento le linee orizzontali *QM*, *RN*, *SO*, *TP*, ec. egualmente diſtanti l'una dall'altra, ſcorra in tempi eguali gli archi *MN*, *NO*, *OP*, ec. terminati da queſte linee.

Li Signori Bernulli, Varignon, ed altri hanno trovato che queſta era la ſeconda parabola cubica, poſta in maniera che la ſua ſommità *A* foſſe la parte ſuperiore. Di più deveſi oſſervare che il corpo, il quale la deve deſcrivere, per avvicinarſi egualmente all'orizzonte in tempi eguali, non può deſcriverla nel cominciamento della ſua caduta. Conviene che cadi toſto in linea retta da una certa altezza *VA*, che la natura di queſta patabola determina; e ciò non può farſi che con la velocità acquiſtata da queſta caduta, onde cominciare ad avvicinarſi egualmente all'orizzonte in tempi eguali.

Il Sig. Varignon ha generalizzata la queſtione al ſuo ſolito, cercando la curva che un corpo deve deſcrivere *nel vuoto*, per avvicinarſi egualmente al punto dato in tempi eguali, eſſendo già ſuppoſta da chiunque la legge della gravità.

Il Sig. de Maupertuis, ha pure riſolto lo ſteſſo problema, per il caſo in cui il corpo ſi moverebbe in un mezzo reſiſtente, come il quadrato della velocità, il che rende la queſtione più ancora difficile, che nel caſo in cui ſi ſuppone che il corpo ſi muova nel vuoto. *Ved. Iſt. dell' Accad. Reale delle Scienze*, *an.* 1699, *pag.* 82, ed *an.* 1730, *pag.* 129. *Mem. p.* 333. *Ved.* pure Discendente. (*O.*)

ACCIDENTALE (*Proſpettiva*), ſi chiama *punto accidentale* in proſpettiva il punto della linea orizzontale, dove s'incontrano le projezioni di due linee, che ſono parallele l'una all'altra, negli oggetti che voglionſi mettere in proſpettiva, e che non ſono perpendicolari alla tavola. Si chiama queſto punto *accidentale*, per diſtinguerlo dal punto principale, ch'è il punto ove cade la perpendicolare condotta dall'occhio al quadro, e dove ſi rincontrano le projezioni di tutte le linee perpendicolari alla tavola. *Ved.* Linea Orizzontale. (*O.*)

ACHLUSCHEMALI, nome della coſtellazione chiamata *Corona boreale*.

ACLASTO, ag. (*Ottica.*) Leibniz dà queſto nome alle figure che hanno le proprietà ricercate per rompere i raggi della luce, e che tuttavia li laſciano paſſare ſenza refrazione alcuna. (Ved. *Leib. Op. Tom. III*, *pag.* 203.)

ACOUSTICA. *Ved.* Acustica.

ACQUIDOTTO (*Idr.*), edifizio di pietra fatto in un terreno ineguale, per conſervare il livello dell'acqua, e condurla da un luogo all'altro. Queſta parola è formata da *aqua*, acqua, e *ductus*, condotto.

Ve ne ſono di due ſorte, di apparenti e di ſotterranei. Gli *apparenti* ſono coſtrutti a traverſo le valli, e li foſſi, e compoſti di tramoggie e di archi; come quelli di Arcueil, di Marli, e di Bucq, vicino a Verſailles. Li *ſotterranei* ſono ſcavati a traverſo le montagne, condotti ſotto la ſuperficie della terra, formati di piette in taglio e di cementi, e coperti di ſopra delle volte di pietre piatte, chiamate *cote*: queſte *cote* mettono l'acqua ſotto l'ombra, difendendola dal ſole, come quelli di Roquencourt, di Belle-Ville, e del Prato S. Gervaſo.

Si dividono ancora gli *acquidotti* in doppi, in tripli; cioè, portati ſu due o tre ordini di volte; come quello del Ponte della Guardia in Lingnadocca, e quello che dà l'acqua a Coſtantinopoli; alli quali ſi poſſono aggiungere l'*acquidotto* che Procopio dice eſſere ſtato fatto coſtruire da Coſroe Re di Perſia per la Città di Petra in Mingrelia, che aveva tre condotti in una linea ſteſſa, gli uni innalzati ſopra gli altri.

Quaſi ſempre gli *acquidotti* ſono ſelciati; alcuna volta l'acqua ſcorre ſu di un letto di cementi fatti con arte, o ſu di un letto di argilla: ordinariamente però paſſa per delli canali di piombo, o delli truogoli di pietra in taglio, alli quali ſi dà un quaſi inſenſibile declivio per facilitare il ſuo moto. Ai lati di queſti canali ſono formati due ſtretti ſentieri per i quali occorrendo ſi poſſa camminare.

Gli *acquidotti*, gli ſcavi, i foſſi, ec. conducono l'acque in un ſerbatojo; ma non le innalzano; per farle zampillanti, biſogna che ſieno rinchiuſe in canaletti. (*K.*)

* Gli *acquidotti* di varie ſpecie erano già una delle meraviglie di Roma. Il gran numero che ne avevano; le ſomme ſpeſe impiegate a far venire dell'acque da ſiti lontani le trenta, quatanta, ſeſſanta e fino cento miglia ſu degli archi, o continuati od interrotti da altri canali, come montagne tagliate o roccie traforate, tutto queſto faceva ſorprendere. Al giorno di oggi non ſi ponerebbe alcuno a tale impreſa, nè ſi oſerebbe neppur penſare a pagare a ſi caro prezzo la pubblica comodità. Si vedono ancora in diverſi luoghi della Campagna di Roma dei grandi avanzi di queſti *acquidotti*, degli archi continuati per un lungo ſpazio, ſotto alli quali vi erano i canali che portavano le acque alla Città: queſti archi qualche volta ſono baſſi, e qualche volta di una grande altezza, ſecondo le ine-

gua-

gualità del terreno. Vi ſono anche due archi l'uno ſopra l'altro, e queſto temendo che la troppo grande altezza di un ſolo arco non rendi poco ſolida la ſtruttura. Eglino ſono per lo più fatti di mattoni così bene cementati che a gran fatica ſe ne poſſono ſtaccare de' pezzi. Allora quando l'elevazione del terreno era enorme, ſi facevano gli *acquidotti* ſotterranei: queſti *acquidotti* portavano le acque da quelli ch' erano ſopra terra nelli ſondi e pendii delle montagne. Se l'acqua non poteva avere declivio, che paſſando a traverſo di una rupe, la ſi traſorava all' altezza dell' *acquidotto* ſuperiore. Uno di queſti ſi vede ancora ſopra di Tivoli in un luogo chiamato Vicovaro. Il canale che forma il ſeguito dell'*acquidotto*, è ſcavato nella viva rupe per lo ſpazio di più di un miglio, alto circa cinque piedi, e quattro largo.

Quello che merita oſſervazione, ſi è, che queſti *acquidotti* che ſi potevano condurre in linea retta alla Città, non vi giungono che per frequenti ſinuoſità. Alcuni dicono che ſi facevano queſte obliquità per evitare le ſpeſe in archi di un' altezza ſtraordinaria; altri che ſi facevano così per rompere il troppo grande impeto dell'acqua, che ſcorrendo in linea retta per uno ſpazio immenſo, avrebbe creſciuto la velocità, danneggiato i canali, e dato una bevanda poco netta e malſana. Ma ſi dimanda perchè avendo un sì grande declivio dalla caſcada di Tivoli a Roma, non abbiano preſo l'acqua dallo ſteſſo fiume a venti miglia più alto; che dico venti miglia? anzi più di trenta, contando i giri di un paeſe pieno di montagne. Si riſponde che per avere delle acque migliori e più pure, baſtava ai Romani per credere neceſſarj i loro lavori, e così giuſtificare le loro ſpeſe; e ſi contenteremo di tale riſpoſta, quando ſi rifletti che l'acqua del Tevere è carica di parti minerali, e non ſane.

Se ſi guarderà la Tavola 128 del *IV. Volume delle Antichità* del P. Montfaucon, ſi vedrà con quale ſtudio erano coſtrutte queſte opere immenſe. Si laſciavano di quando in quando delli ſpiragli, affinchè ſe il corſo dell' acqua veniva arreſtato da qualche accidente, ſi poteſſe ſgorgare fino che ſi rendeſſe libero il paſſaggio. Vi era anche nello ſteſſo canale dell' *acquidotto* dei pozzi ove cadeva l'acqua, ſi ripoſava e depone-va la feccia, e delle piſcine ov'ella ſi allargava, e ſi purificava.

L'*acquidotto* dell'*Acqua Marzia*, ha l'arco di ſedici piedi di apertura: egli è compoſto di tre ſorte di pietre; di roſſe, di brune, e di color di terra. Si vedono nell' alto due canali, il più alto dei quali aveva l'acqua nuova del Tevere, e quello di ſotto aveva l'acqua chiamata *Claudia*. L'intiero edifizio ha ſettanta piedi romani di altezza.

A lato di queſto *acquidotto*, ſi vede nel Montfaucon il taglio di un altro con tre canali; il ſuperiore è dell' acqua *Giulia*, quello di mezzo dell'acqua *Tepula*, e l'inferiore dell'acqua *Marzia*.

L'arco dell'*acquidotto* dell' acqua *Claudia* è di belliſſime pietre in taglio; l'*acquidotto* dell' acqua Neroniana è di mattoni: e l'uno e l'altro hanno ſettantadue piedi romani di altezza.

Il canale dell'*acquidotto* che ſi chiama *Acqua Appia*, merita che ſe ne faccia menzione, per una notabile ſingolarità; ed è di non eſſere unito, come gli altri, nell' andare come per gradi, in modo che egli è più ſtretto al baſſo che in alto.

Il Conſole Frontino, che aveva la direzione degli *acquidotti* ſotto l'imperatore Nerva, parla di nove *acquidotti*, i quali avevano 13594 canali di un pollice di diametro. Vigero oſſerva, che nello ſpazio di ventiquattro ore Roma riceveva 500000 botti di acqua.

Si può fare anche menzione del *acquidotto* di Druſo e di quello di Rimini: ma ſoltanto ora oſſerveremo che Auguſto fece riſtaurare tutti gli *acquidotti*; e paſſeremo a parlare di altri monumenti di tal ſorta, ancora più importanti e che moſtrano la magnificenza romana.

Uno di queſti monumenti è l'*acquidotto* di Metz, del quale reſta al dì d'oggi ancora un gran numero di archi; queſti archi attraverſano la Moſella, fiume in quel ſito molto largo e grande. Le ſorgenti abbondanti di Gorze danno acque per la Naumachia; queſte acque ſi ammaſſano in un ſerbatojo; da di là ſono condotte per canali ſotterranei fatti di pietra in taglio, e sì ſpazioſi che un uomo può camminarvi diritto in piedi: eſſe paſſano la Moſella ſu queſti alti e ſuperbi archi, che ſi vedono ancora a due leghe diſtanti da Metz sì ben coſtrutti, e sì ben cementati, che eccetto la parte di mezzo, che il ghiaccio ha rovinato, reſiſtono, e reſiſteranno alle più violenti ingiurie della ſtagione. Da queſti archi degli altri *acquidotti* conducono le acque ai bagni, ed alla Naumachia.

S'è da preſtarſi fede a Colmenares, l'*acquidotto* di Segovia può ſtare a fronte alle più belle opere dell'antichità. Ne reſtano ancora cento e cinquanta nove archi, tutti di groſſe pietre ſenza cemento. Queſti archi col reſto dell' edifizio hanno cento e due piedi di altezza; gli archi ſono in due ordini l'uno ſopra l'altro. L'*acquidotto* attraverſa la città, e paſſa ſopra la maggior parte delle caſe che reſtano nel fondo.

Dopo queſti enormi edifizj, ſi può dire qualche coſa dell'*acquidotto* che Luigi XIV fece coſtruire poco lontano a Maintenon, per portar le acque dal fiume di Bucq a Verſailles; forſe queſto è l'*acquidotto* più grande che vi ſia al preſente nel mondo; egli è di 7000 braccia di lunghezza ſu 2560 di altezza, ed ha 242 archi.

Le cloache di Roma, o ſieno *acquidotti* ſotterranei, ſi contavano anch'eſſi fra le maraviglie di quella Città. Eſſi ſi eſtendevano per tutta la Città, e ſi ſuddividevano in molti rami che andavano a deponere le acque nel fiume. Queſte

erano

erano volte grandi ed alte, ſolidamente coſtrutte, ſotto le quali vi ſi andava in battello; il che faceva dire a Plinio, che la Città era fabbricata in aria, e che ſi navigava ſotto le caſe; e queſta egli la chiama *la più grande opera che ſia mai ſtata intrapreſa*. Vi erano ſotto queſte volte delli ſiti, per li quali potevano paſſare delli carri carichi di fieno, e queſte volte ſoſtenevano i pavimenti delle ſtrade. Vi erano in certe diſtanze delli fori, per li quali ſi gettavano le immondezze della città. In tal modo ſi ſcaricava la quantità incredibile di acque che gli *acquidotti* portavano in Roma.

Si vedono ancora delli ruſcelli per li quali reſtava la città ſempre netta, e le lordure non ſi fermavano nelle cloache, ma erano prontamente gettate nel fiume.

Queſti edifizj ſono tali da fare ſtupire chiunque, e ſarebbe avere la viſta ben corta di non andare al di là con l'immaginazione, e non eſſere tentati di rimontare alle cagioni della grandezza e della decadenza del popolo che le ha coſtrutte. Queſto non appartiene al noſtro argomento, ma il lettore può eſaminare ſu queſto le *Conſiderazioni* del Sig. Preſidente di Monteſquieu, e quelle dell'Ab. de Mably. Vedrà in queſte opere, che gli edifizj erano e ſaranno ſempre come gli uomini, eccetto forſe a Sparta, ove ſi trovano delli grand'uomini in caſe picciole e cattive: ma queſto eſempio è troppo ſingolare per poterne trarre delle conſeguenze.

AGRA, *miſura di ſuperficie*. Queſta parola è comune a molte lingue; in Arabo ſi dice *Acar*; in Greco ἄγρος; in Celtico ed in Teutonico *Acker*; in Saſſone *Acer*; in Latino *Ager*. Significava in ſua origine una terra lavorabile; Saumaiſe la fa venire da *Acra*, detta anche da *Akena*, che ſignificava, preſſo gli Antichi, una miſura di dieci piedi; ma queſta parola ſi prende oggi per una miſura di terra, differente ſecondo i differenti paeſi. In Normandia l'*Acra* è di 160 pertiche quadrate.

L'*Acra* d'Inghilterra contiene 43560 piedi ingleſi *quadrati*, che vagliono quanto 1136 teſe quadrate di ſuperfizie, miſura di Parigi; il moggio di Parigi è di 900 teſe quadrate, e quello delle Acque e Foreſte è di $1344\frac{4}{9}$ in tutta la Francia, ſeguendo l'ordine delle Acque e Foreſte. Ecco una tavola di ſuddiviſione dell'*Acra* d'Inghilterra, in miſure ingleſi.

Pollici. Inches.	*Piedi. Foots.*	*Pertiche. Yards.*	*Paſſi. Paces.*	*Pali. Poles.*		
144						
1196	9					
3600	25	$2\frac{1}{9}$				
39204	$272\frac{1}{4}$	$30\frac{1}{4}$	10,89			
1568160	10890	1210	435,6	40	$\frac{1}{4}$	*dell'acra.*
					Rood.	
6272640	43560	4840	1743,6	160	4	*Acra.*

Così l'*Acra* contiene 4 roodi, il rood 40 pali e 1210 yarde o pertiche, ciaſcuna di tre piedi. Il piede d'Inghilterra, ſecondo le ultime verificazioni che il Sig. Maskeline, aſtronomo reale d'Inghilterra, fece ſulle teſe che gli aveva inviate; è di 11 pollici, 3 linee, e 1154 dieci milleſimi di linea del piede di Parigi, preſo ſulla reſa dell'Accademia, che attualmente ſerve di regola a tutto il regno. (*Il Sig. de la Lande.*)

ACROMATICO, *termine di Ottica*; queſto è il nome che ho creduto dover dare nella mia *Aſtronomia*, a delli canocchiali di nuova invenzione, deſtinati a correggere le aberrazioni e li colori, col mezzo di molte differenti ſoſtanze. Io faccio derivare queſto aggettivo dalla parola greca χρῶμα, colore, preceduta da un' α privativa. La prima traccia di queſta ingegnoſa idea trovaſi in una memoria del celebre Sig. Eulero. (*Accad. di Berlino*, 1747, *Tom. III.*) Ecco ciò ch'egli ne dice nel 1747. „ E' noto agli „ aſtronomi, che i vetri obbiettivi, de' quali ſi fa „ uſo nelli canocchiali ordinariamente, hanno „ queſto difetto, che producono un' infinità di „ fochi ſecondo i differenti gradi di refrangibi- „ lità dei raggi. I raggi roſſi ſoffrono la più „ picciola refrazione paſſando per il vetro, for- „ mando i loro fuochi ad una più grande diſtan- „ za dal vetro, che i raggi violetti, i quali „ hanno la refrazione più grande. Da ciò ne „ viene, che ſe la luce, che paſſa per il vetro „ obbiettivo, è compoſta di più ſorte di raggi, „ non più i raggi ſpezzati ſi radunano in un „ punto, come ſi ſuppone nell' Ottica comune- „ mente. Ma il fuoco ſarà ſteſo ſu di uno ſpa- „ zio che ſarà altrettanto più conſiderabile quan- „ to il foco ſarà più lontano dal vetro obbiet- „ tivo . . . Newton ha già ſuppoſto che degli „ obbiettivi, compoſti di due vetri, de' quali lo „ ſpazio intermedio foſſe riempito di acqua, „ potrebbero ſervire a perfezionare i canocchia- „ li, per rapporto all' aberrazione dei raggi, „ ch' eſſi ſoffrono a cagione della figura sferica „ dei vetri. Ma non ſembra, che aveſſe l'idea „ che per queſto mezzo ſarebbe poſſibile di „ ſtringere lo ſpazio per il quale i fochi di di-

„ verſi

„ versi raggi si trovano dispersi. Ora mi sembrò da prima probabilissimo, che una certa „ combinazione di differenti corpi trasparenti „ potrebbe essere capace di rimediare a questo „ inconveniente, e sono persuaso, che *negli occhi nostri i differenti umori si trovino disposti, in modo che non risulti veruna diffusione di fochi*. Quest'è, a parer mio, un soggetto „ tutto nuovo di osservare la struttura dell'occhio; perchè se non vi fosse questione che „ per rappresentare le immagini degli oggetti, „ un solo corpo trasparente sarebbe bastante, purchè avuto avesse la conveniente figura; ma „ per rendere quest'organo compiuto, conveniva „ impiegare molti differenti corpi trasparenti, „ dar loro la giusta figura, ed unirli secondo le „ regole della più sublime Geometria, perchè „ la diversa refrangibilità dei raggi non turbasse „ le rappresentazioni „. In tal modo la considerazione di ciò che passa negli occhi nostri, condusse il Sig. Eulero ad investigare un mezzo d'imitar la natura, e gli faceva sperare di arrivarvi con delle combinazioni di fluidi tra due vetri.

In conseguenza, il Sig. Eulero cercò le dimensioni degli obbiettivi formati di vetro e di acqua, in maniera da poter imitare la combinazione che si fa naturalmente nell'occhio; ma tutti gli ajuti della Geometria più profonda non poterono compensare a ciò che allora mancava alle nostre cognizioni, rapporto all'effetto delle sostanze differenti, per la dispersione dei raggi colorati. Li canocchiali fatti a Parigi su questo principio, riuscirono imperfetti.

Da allor quando si pubblicò la memoria del Sig. Eulero, Giovanni Dollond il padre, ottico celebre di Londra, (morto nel 1761) ha voluto trarne vantaggio; ma credette di rilevare che questa teoria non si accorda con quella del Newton, nè con le sue esperienze, e basto questo in Inghilterra per arrestare i progressi di tali ricerche. Si disputò per qualche tempo su questa materia; ma nel 1755 il Sig. Klingenstierna mandò uno scritto a Dollond, che lo astrinse a dubitare dell'esperienza del Newton, la quale aveva egli per lungo tempo opposto al Sig. Eulero. In questo scritto, che si comunicò al Sig. Clairaut, nel 1761, dal Sig. Ferner, collega del Sig. Klingenstierna, si rileva che l'esperienza del Newton non è consolidata che dalla Metafisica e dalla Geometria; ma seguendo una via ch'egli accenna, al primo colpo d'occhio, l'autore toglie la legittimità del dubbio. (*Mem. dell' Accad.* 1757, *p.* 524.)

La proposizione esperimentale del Newton, che si trova nella sua *Ottica*, *p.* 145 *dell' edizione Francese*, *in* 4°., è in tal modo enunciata: „ ogni volta che i raggi della luce attraversano „ due mezzi di densità differente, di maniera „ che la refrazione dell' una distrugge quella „ dell' altra, e che per conseguenza i raggi „ emergenti sieno paralleli agl'incidenti, la luce sorge sempre bianca „. Questa proposizione, che si sosteneva in Inghilterra, non è vera esattamente ed in tutti i casi.

Dollond volendo riconoscere la verità o la falsità di questa proposizione, ne fece l'esperimento nella maniera stessa indicata dal Newton. In un prisma di acqua chiuso tra due plache di vetro, con il taglio girato al basso, egli pose un prisma di vetro, di cui il taglio era in alto; e siccome aveva disposto le plache in modo che la loro inclinazione potesse essere a suo volere cangiata, giunse facilmente a darne loro una tale, che gli oggetti riguardati a traverso di questo doppio prisma apparissero alla stessa altezza, che allor quando si guardano con la semplice vista; il che dimostrava che le due refrazioni si erano promiscuamente distrutte; allora gli oggetti si trovarono tinti dei colori dell' iride, come si sa che lo sono tutti gli oggetti che si guardano a traverso di un prisma. Dollond fece poi muovere nuovamente le plache del prisma d'acqua, fino che trovò loro un' inclinazione tale che gli oggetti riguardati a traverso delli due prismi, apparissero senza iride, ed allora l'altezza loro apparente non più era la vera; il che mostrava, che le refrazioni non si erano drizzate promiscuamente, sebbene le differenze della refrangibilità dei raggi colorati si fossero corrette le une con l'altre.

Dollond sapendo che vi erano due sorte di vetri più propri l'uno che l'altro alla nettezza delle immagini, congetturò che questa differenza di qualità procedeva da quella delle loro virtù refringenti o dispersive, relativamente alli raggi colorati. Egli pensò che tal vetro potrebbe rendere la differenza della refrangibilità del rosso al violetto, molto più sensibile che l'altro, e causare, con questo mezzo, dell' iridi molto più estese, sebbene la refrazione media non fosse molto differente; egli ebbe la speranza di riuscir meglio nell'oggetto suo, combinando le lenti di vetro di differenti qualità, che adoprandone di vetro e di acqua, perchè l'acqua, ed il vetro relativamente alle loro refrazioni medie, non producevano delle differenze abbastanza sensibili nelle refrangibilità dei colori. Un vetro bianchissimo e molto trasparente, chiamato comunemente *Flintglass*, in Francia *Cristallo d' Inghilterra*, è quello che, al giudizio di Dollond, dà le più rimarcabili iridi, ed in conseguenza quello nel quale la refrazione del rosso è più differente di quella del violetto. Un vetro verdastro, cognito in Inghilterra sotto il nome di *crownglass*, e che somiglia molto, in qualità, al nostro vetro comune, è al contrario quello che dà la menoma differenza della refrangibilità; queste sono le due materie immaginate da Dollond per servirsi nel 1758, dopo avere misurato le loro qualità refringenti; il che fece con una maniera analoga a quella che aveva usato per il vetro e l'acqua. Egli trovò che il rapporto delle differenti dispersioni era

quello

quello del 3 a 2, in modo che lo ſpettro colorato, che con un priſma di *crownglaſſ*, averebbe due pollici di lunghezza, ne ha tre con un priſma di *flintglaſſ* o criſtallo d'Inghilterra. (*Mem. Accad.* 1756, *pag.* 386. *Translazioni Filoſ.* 1758, *p.* 140.)

I primi canocchiali che furono fatti da Dollond, ebbero un buon ſucceſſo. I geometri ſi occuparono toſto a cercare le curve più convenienti a correggere le aberrazioni di refrangibilità, e nel tempo ſteſſo di ſfericità: puoſſi vedere ſulla teoria di queſti canocchiali *acromatici*, il Sig. Clairant, *Mem. Accad.* 1756, *pag.* 380; 1757, *p.* 524; 1762, *pag.* 578.; il Sig. Eulero, nei ſuoi tre Volumi di Diottrica, *Mem. Accad.* 1765, *pag.* 555; *Mem. di Berlino, Tomo XXII, pag.* 219; il Sig. d'Alembert, *Opuſcoli Mat.* nel principio del *tomo IV. e ſeguenti* fino al 1780, e nelle Memorie dell' Accademia per il 1764; il Sig. Klingenſtierna, in una opera che riportò il premio dell' Accademia di Peterburgo nel 1762; il Sig. Roehon, nei ſuoi *Opuſcoli* pubblicati nel 1768, e nelle ſue Memorie date alla luce nel 1783, *in* 8°; l' Ab. Boſcovich, nelle ſue cinque *Diſſertazioni latine* da lui pubblicate in Vienna nel 1767, *in* 4°, e nell' opera intitolata *Memorie ſulli Canocchiali* 1781; il Padre Pezena, nella ſua traduzione dell' *Ottica dello Smith*, Avignon, 1767; il Sig. Duval le Roi, in quelle ch' egli diede nell' anno ſteſſo a Breſt. Noi ſi contenteremo di dar qui le dimenſioni di due canocchiali eccellenti, di 43 pollici circa di foco, fatti dal figlio di Dollond verſo il 1765, e che ſorpaſſando quanto mai ſi fece in queſto genere, ſono ſuperiori alli teleſcopj della lunghezza ſteſſa, perchè tali teleſcopj non porterebbero una apertura più grande, nè più aumenterebbero l' oggetto, ed avrebbero allora meno di ſpazio, e molto meno chiarezza.

L' obbiettivo è compoſto di tre vetri, uno de' quali è *flintglaſſ*, concavo dai due lati, poſto tra due lenti biconveſſe, di vetro comune. Li ſei raggi delle curvature cominciando da quella della faccia ſuperiore, ſono, in uno di queſti canocchiali, di 315, 450, 235, 315, 320, e 320 linee. Nel canocchiale ſecondo, li ſei raggi ſono di 315, 400, 238, 290, 316, 316 linee: queſt' ultimo ha 43 pollici 5 linee di foco, e 3 pollici 4 linee di apertura. Queſti canocchiali ingroſſano da cento fino a duecento volte, ſecondo li differenti apparecchj che vi ſi applicano, e ſorpaſſano per conſeguenza gli antichi canocchiali di venticinque a trenta piedi. Queſti canocchiali divenirebbero migliori ancora, ſe s' impiegaſſero tre ſpezie differenti di vetri, in luogo di due, che, a rigore, non riuniſcono che due ſorte di raggi. (L' Ab. Boſcovich, *Diſſertazione II., pag.* 107.) *Ved.* Canocchiali. (*Il Sig. de la Lande.*)

ACRONICO, ag. (*Aſtron.*) ſi dice del levare di una ſtella al diſſopra dell' orizzonte, o del ſuo tramontare quando il ſole pure tramonta. *Ved.* Levare e Tramontare.

La maggior parte degli ſcrittori traggono l' origine del nome acronico dall' α privativa e χρόνος *tempo*, ma eglino s' ingannano; mentre queſta è una parola tratta dal Greco ἀκρονύχιος, compoſta di ἄκρος, *eſtremità*, e νύξ, *notte*: *ideo acronychum quod circa* ἄκρον τῆς νυκτὸς; perciò qualche autore ſcrive anche *acronyctal* in vece di *acronichus*; e queſto modo di ſcriverlo è veramente conforme alla etimologia, ma contrario all' uſo.

Levare o tramontare *acronico* è l' oppoſto del levare o tramontare *coſmico*, il quale ha luogo quando il ſole ſi leva; l' uno è il levare ed il tramontare del mattino, l' altro il levare ed il tramontare della ſera. *Ved.* Levare.

ACUSTICA, è la dottrina o la teoria dei ſuoni. *Ved.* Suono.

L' *Acuſtica* è propriamente la parte teorica della muſica: ed è quella che da le ragioni più o meno ſoddisfacenti del piacere che in noi cagiona l' armonia, la quale determina le affezioni o proprietà delle corde vibranti. *Ved.* Suono, Armonia, Corde.

L' *Acuſtica* è la ſcienza ſteſſa che in altro modo ſi chiama *Fonica*. *Ved.* Fonica.

Si chiamano ſtrumenti *acuſtici*, quegl' iſtrumenti per li quali quelli che hanno l' udito duro, rimediano ad un tale difetto. *Ved.* Cornetto e Portavoce.

ACUTANGOLARE. *Sezione acutangolare di un cono*, è la ſezione di un cono, per un piano che fa un angolo con l' aſſe del cono.

I primi Geometri, che oſſervarono le ſezioni coniche, non fecero attenzione che al cono retto, come il cono definito da Euclide (*Def.* 18, *libro XI.*); eſſi non ſi attaccarono che unicamente alle ſezioni formate da un piano perpendicolare ad uno dei lati del cono. Egli è chiaro che una tale ſezione è un elliſſe, ſe il cono è acutangolo; una parabola s' è rettangolo; ed una iperbole, s' è ottuſangolo; perchè, nel primo caſo, il piano tagliente incontra il lato oppoſto del cono; nel caſo ſecondo, il piano è parallelo al lato oppoſto; e nel terzo caſo, il piano incontra il cono ad eſſo oppoſto al vertice. Così Archimede non parla che della ſezione del cono acutangolo, di quella del cono rettangolo, e di quella del cono ottuſangolo. Li nomi di *elliſſe*, di *parabola*, e d' *iperbole* ſi trovano per la prima volta uſati da Apollonio, che fu probabilmente il primo ad oſſervare il cono ſcaleno e le ſezioni ottuſangole. *Ved.* Wallis *Oper. tom. I. p.* 293. *(J. D. C.)*

ACUTANGOLO, ad. Un triangolo *acutangolo* è quello che ha i tre angoli acuti. Si chiama così queſta ſpecie di triangolo, *Triangolo oſſigono*. *Ved.* Triangolo.

ACUTO, ag. (*Geom.*) chiamaſi *angolo acuto* quello ch' è più picciolo di un angolo retto. *Ved.* Angolo.

ADDIZIONALE, (*Canali addizionali* .) Chiamo così, nella mia Idrodinamica, due canali cilindrici di 2 in tre pollici di lunghezza, che io adatto al ſerbatojo che ha le pareti ſottili, affinchè l'acqua ſegua la ſua direzione per queſti cilindri, ed abbia a ſortire a *bocca aperta*, per l'orifizio eſteriore. *In* fatto, l'eſperienza m' inſegnò che ſupponendo queſti orifizj eguali, e le cariche di acqua pur' eguali, non è indifferente che l'acqua abbia a ſortire per un orifizio forato in una parete ſottile (chiamo tal ſorta di orifizj, *orifici ſemplici*, per abbreviare), o per un canale *addizionale*; perchè l'acqua nel ſortire dall' orifizio ſemplice, ſoffre una contrazione della prima ſpecie, (*Ved.* CONTRAZIONE), che diminuiſce col rapporto di 8 a 5, o di 16 a 10, il prodotto che dare dovrebbe ſeguendo la teoria, mentre che l'acqua, nel ſortire dal canale *addizionale*, prova una contrazione della ſeconda ſpecie, che diminuiſce ſolamente, nel rapporto di 16 a 13, il prodotto teorico; in modo che per degli orifizj eguali, e delle cariche eguali di acqua, il prodotto per un orifizio ſemplice, è al prodotto per un canale *addizionale*, come 10 al 13, o almeno ad un di preſſo. *Ved. la mia Idrodinamica, Tomo II, pag. 47 e ſeg.* (*L. B.*)

ADDIZIONE, (*Aritmetica*); operazione per la quale trovaſi un numero eguale a molti altri inſieme preſi. Il numero trovato chiamaſi *ſomma* di numeri uoiti.

Ogni numero non eſpreſſo che per una ſola cifra, ſi aggiunge a qualunque altro numero, per li primi principj della numerazione. Per eſempio, ſe al numero 15 vuolſi aggiungere il numero 8, ſi oſſerverà che ciaſcheduna delle unità di 8 eſſendo giunte ſucceſſivamente al numero di 15, ne riſulta il numero di 23. Così, ſe fa d' uopo aggiungere il 7 al numero 349, ſi vedrà che il numero 349 eſſendo accreſciuto di 7 unità, dà il numero di 356. Apprenderaſſi in poco tempo ad aggiungere tutto ad un tratto, col ſolo ſoccorſo della memoria, ciaſcheduno dei numeri ſemplici 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, con un altro numero eſpreſſo con quante cifre ſi vorrà. Queſta prima cognizione è la baſe dell' *Addizione* per ogni ſorta di numero, come ſi vedrà.

PROBLEMA I. *Aggiungere inſieme molti numeri incompleſſi* (*Ved.* queſta parola) *eſpreſſi ciaſcheduno per quante cifre ſi vorrà*.

Scrivete tutti queſti numeri gli uni ſotto gli altri, oſſervando di porre nella colonna ſteſſa verticale, le unità dell' ordine ſteſſo, cioè le unità ſemplici ſotto le unità ſemplici, le decine ſotto le decine, li centinai ſotto li centinai, ec. Li numeri eſſendo così diſpoſti, tirate al di ſotto una linea orizzontale: aggiungete inſieme ſucceſſivamente tutte le cifre di una colonna ſteſſa verticale, cominciando per la colonna che contiene le unità dell' ordine più baſſo, e ſucceſſivamente paſſando alle altre colonne della parte ſiniſtra. Se la ſomma dei numeri di una ſteſſa colonna puoſſi eſprimere con una ſola cifra, voi la porrete la prima colonna al diſſotto della linea; ſe la ſomma è eſpreſſa per più cifre, voi porrete la prima alla dritta nella colonna propoſta per eſſer dell' ordine ſteſſo che quella, e ritenerete le altre per unirle con la ſomma dei numeri della colonna vicina a ſiniſtra. Le operazioni ſteſſe ſucceſſivamente ſi faranno per tutte le colonne. Egli è chiaro che il numero totale ſcritto al diſſotto della linea, e riſultante da tutte le operazioni che ſi ſono indicate, è la ſomma richieſta, mentr'egli è l'unione delle unità, delle decine, dei centinai, ec. che compongono i numeri che devonſi aggiungere.

ESEMPIO I. *Aggiungere inſieme li numeri* 5049; 7898; 459.

Queſti numeri eſſendo ſcritti come	5049
ſi vede qui, primieramente aggiungo	7898
inſieme le unità, dicendo 9 e 8 fanno 17, e 9 fanno 26, io ſcrivo la	459
cifra 6 ſotto la colonna delle unità,	13406

e ritengo la cifra 2, ch' eſprime delle decine, per aggiungerla alla colonna delle decine. Paſſando a queſta colonna, io dico 2 di ritenute e 4 fanno 6, e 9 fanno 15, e 5 fanno 20; io ſcrivo 0 ſotto la colonna delle decine, e ritengo 2 centinai per unirli alla terza colonna. A queſta colonna, dico 2 di ritenuti, e 0 fanno ſempre 2, ed 8 fanno 10, e 4 fanno 14; ſcrivo 4 ſotto la colonna delli centinai, e ritengo 1 mille per la colonna dei mille. Io continuo e dico, 1 di ritenuto e 5 fanno 6, e 7 fanno 13, che io ſcrivo, ponendo la cifra 3 ſotto i mille, e la cifra 1 all' ordine delle decine dei mille. Le operazioni così ſono finite, e ſi ha 13406 per la ſomma dei tre numeri che biſognava unire inſieme.

ESEMPIO II. *Aggiungere li numeri* 458; 98475; 24; 94002.

Io ſcrivo li quattro numeri che	458
devonſi unire inſieme, come ſi vedono qui; poſcia vi aggiungo inſieme le	98475
cifre che compongono ciaſcheduna colonna, cominciando per quella delle	24
unità, e paſſando ſucceſſivamente alle decine, alli centinai, alli mille, ec.	94002
	192959

Queſte *addizioni* particolari ſi fanno come nell'eſempio precedente; e trovaſi che la ſomma delli quattro numeri de' quali ſi tratta, è 192959.

Tutti queſti numeri poſſono eſſere o dei numeri ſemplici aſtratti, (*Ved.* ASTRATTO), o dei numeri concreti, vale a dire determinati, come di lire, o di miſure, ec.

Oſſervazione. Allor quando i numeri, che biſogna inſieme unire, contengono delle parti decimali (*Ved.* NUMERAZIONE), ſi ſcrivono le decine ſotto le decine, li centinai ſotto li centinai, li milleſimi ſotto li milleſimi, ec. Poſcia ſi fa l'*addizione* cominciando dalla colonna delle parti decimali dell' ordine più baſſo, e paſſan-

do ſucceſſivamente alle colonne ſuperiori, fino che ſi abbiano tutte finite. Si poſſono trovare negli ordini ſuperiori delle unità ſemplici, delle decine, dei centinai ec.

Esempio I. *Aggiungere li numeri* 478; 489,745; 8,03; 0,029.

Avendo diſpoſto queſti numeri, come ſi vedono qui, ſi aggiungeranno all' ordinario, cominciando dalla colonna dei milleſimi, che ſono le unità del più baſſo ordine, e venendo in ſeguito alle altre colonne a ſiniſtra. Si troverà per ſomma, 975,804.

478
489,745
8,03
0,029
975,804

Come non ſi cangia niente (*Ved.* Numeratore) il valore di un numero, ſcrivendo alla ſua dritta, dopo la virgola, quanti zeri ſi vorranno, così ſi avrebbe potuto dare lo ſteſſo numero di poſti decimali alli numeri propoſti, ſcrivendoli ſotto la forma che vedeſi qui. E ſi averebbe trovato ſempre la ſomma ſteſſa. Con queſto mezzo, le unità dell' ordine più baſſo ſi trovano della ſteſſa ſpecie, il che è più chiaro, e marca meglio la diſtinzione dei poſti.

478,000
489,745
8,030
0,029
795,804

Esempio II. *Aggiungere inſieme li numeri* 45,0484; 9462; 425,0790; 4,7916.

Io ſcrivo queſti numeri, come qui ſi vede, e trovo per ſomma 9936,9200. Si può togliere, in queſto numero, li due zeri del fine, ſenza cangiare il valore (*Ved.* Numerazione); il che dà 9936,92 per la noſtra ſomma.

45,0484
9462,0000
425,0790
4,7916
9936,9200

Problema II. *Aggiungere inſieme molti numeri compleſſi.* (*Ved.* Complesso.)

L'*addizione* di tai ſorta ſi fa come quelle dei numeri compleſſi. Si ſcrivono tutti li numeri propoſti gli uni ſotto gli altri, di maniera che quelli della ſpecie ſteſſa ſieno in una ſteſſa colonna, e cominciaſi con l'aggiungere i numeri della più baſſa ſpecie. Si ritengono tante unità, quante eſſi ne poſſono dare, per portarle con quelle della ſpecie immediatamente ſuperiore. Il riſultato di tutte queſte *addizioni* ne forma la ſomma totale.

Esempio I. *Aggiungere inſieme li tre numeri compleſſi che qui ſi vedono, e che ſono compoſti di lire, di ſoldi, e piccioli.*

Io comincio coll'aggiungere inſieme i piccioli; e come le decine dei piccioli non ſono unità particolari, e che abbiſognano 12 piccioli per fare un ſoldo, ſi aggiungeranno inſieme le decine dei piccioli con le unità, per formarne del tutto una ſteſſa ſomma. In queſti 26 piccioli, vi ſono 2 ſoldi e 2 piccioli. Io ſcriſſi li due piccioli ſotto la colonna dei piccioli, e ritengo 2 ſoldi per unirli con li ſoldi.

345l 8s 9p
542 12 11
2453 10 6
3341l 12s 2p

Paſſando all'*addizione* dei ſoldi, ed oſſervando che 2 decine di ſoldi fanno una lira, aggiungerò ſucceſſivamente le unità e le decine dei ſoldi. Dirò dunque 2s di ritenuti dalla colonna dei piccioli, ed 8s fanno 10s, e 2s fanno 12s: io ſcriſſi 2 ſoldi ſotto le unità dei ſoldi, e ritengo 1 decina di ſoldi per unirla alle decine dei ſoldi. Sieguo e dico, 1 decina di ſoldi ritenuti, ed 1 decina, fanno 2 decine, ed 1 fanno tre decine che danno 1 decina di ſoldi ed 1l. Scriſſi la decina di ſoldi, e ritengo 1l per unirla alla ſomma delle lire.

Queſta ſomma totale di tre numeri propoſti è 3341l 12s 2p.

Oſſervazione. Egli è chiaro che, nelli numeri di queſto genere, che ſi propongono di unire inſieme, non può entrare nel poſto dei ſoldi più di 19 ſoldi; altrimenti ne riſulterebbe delle lire e dei ſoldi, che ſarebbero creduti ſare parte delle lire e dei ſoldi, e che converrebbe riportarli. Così, ſe vi ſoſſe neceſſario di aggiungere inſieme dei numeri compoſti di giorni, di ore, di minuti, non più ſi potrebbero mettere di 23 ore al poſto delle ore, nè più di 59 minuti al poſto dei minuti. Così dell' altra ſpecie dei numeri compleſſi.

Esempio II. *Aggiungere inſieme li tre numeri ſeguenti, che ſono compoſti di pertiche, di piedi, di pollici.*

La ſomma dei pollici è di 29, che danno 5 pollici e 2 piedi. Io ſcriſſi li 5 pollici, e ritengo li 2 piedi per aggiungerli alli piedi

345pe 5pl 8po
98 3 11
1249 4 10
1694pe 2pl 5po

La ſomma dei piedi, comprendendovi li 2 di cui ho parlato, è 14, che danno 2 piedi e 2 pertiche; ſcriſſi li 2 piedi, e ritengo le due pertiche.

Queſte due pertiche, giunte alla ſomma di tutte le altre pertiche, formano la ſomma 1694 pertiche.

Così, la ſomma totale di tre numeri che doveanſi aggiungere, è 1694pe 2pl 5po. (*L. B.*)

Addizione (*Algebra*): operazione per la quale ſi uniſcono inſieme molte quantità algebraiche. (*Ved.* Quantita'.)

Le quantità che ſi propongono di unire inſieme, poſſono eſſere *poſitive* o *negative*. (*Ved.* queſte parole.) Si diſtinguono le une dalle altre, ſcrivendo innanzi alle prime il ſegno + che ſignifica *più*; ed innanzi alle ſeconde il ſegno — che vuol dire *meno*. Sulla qual coſa conviene oſſervare, che allora quando una quantità non è preceduta d'alcun ſegno, ſi giudica eſſere preceduta dal ſegno +, e per conſeguenza dal genere delle quantità poſitive.

Poſto queſto, unire inſieme molte quantità, è lo ſteſſo che giungerle, prenderle tutte in una volta con i loro ſegni. Così, unire inſieme molti beni, egli è un formare un bene più grande, unire inſieme molti debiti, è lo ſteſſo che formare un debito più grande; unire un bene con un debito, è lo ſteſſo che formare un riſultato, ch'è l'eccesſo del bene ſul debi-

to, o del debito ſul bene, ſecondo che il bene è più grande del debito, od il debito è più grande del bene.

Egli è evidente da queſto, che in Algebra, *unire* non è ſempre lo ſteſſo che *aumentare*. Quando uniſco un bene con un bene, accreſco il bene; così quando uniſco un debito con un debito, accreſco il debito. Ma quando uniſco un bene con un debito, *diminuiſco* realmente l' una e l'altra quantità.

Problema I. *Unire inſieme molti monomj*. (*Ved.* Monomio.)

Scrivete tutti queſti monomj gli uni in ſeguito agli altri, con li ſegni + e — ch' eſſi hanno. Se nel riſultato, la ſomma delle quantità poſitive è ſuperiore alla ſomma delle quantità negative, farà un ſegno che vi ſon più beni che debiti; al contrario, vi ſaranno più debiti che beni, ſe la ſomma delle quantità negative ſupererà la ſomma delle quantità poſitive. Per eſempio, ſe ſi aveſſe ad unire inſieme li quattro monomj $+a$, $+b$, $-c$, $+d$. Si ſcriverà $+a+b-c+d$, ovvero $a+b-c+d$, ſottintendendoſi il ſegno + avanti a.

Problema II. *Unire dei monomj con dei polinomj, o dei polinomj con dei polinomj.*

Egli è chiaro che un tutto eguale eſſendo alla ſomma di tutte le ſue parti preſe inſieme, ſi averà la ſomma che ſi ricerca, unendo inſieme tutti li termini delle grandezze che devonſi aggiungere e ponendovi li ſegni ch' hanno.

Esempio I. *Unire inſieme li tre polinomj*:

$$a+b-c,$$
$$g+b-k,$$
$$m+n-p.$$

Summa $a+b-c+g+b-k+m+n-p$.

Esempio II. *Unire inſieme li quattro polinomj*:

$$a+b+c-d,$$
$$b-f+g+a,$$
$$c+e-b+g,$$
$$b+c+n-d.$$

Summa $a+b+c-d+b-f+g+a+c+e-b+g+b+c+n-d$.

Oſſervazione. Allor quando, nella ſomma, ſi trovano dei termini ſimili, cioè, delli termini che contengono la lettera ſteſſa, ſe non hanno che una dimenſione; ovvero le lettere ſteſſe ſcritte il numero ſteſſo di volte, s'eſſi hanno più di una dimenſione; allora in luogo di ſcrivere più volte lo ſteſſo termine, non ſi ſcrive che una volta ſola; ma ſi pone dinanzi una cifra che marca quante volte queſto termine dev' eſſere ripetuto. Queſto chiamaſi *fare la riduzione*. Così nell'eſempio precedente, in luogo di $a+a$, ſcrivo $2a$; in luogo di $+b+b-b$, ſcrivo ſemplicemente $+b$, perchè l'uno dei beni $+b$, è diſtrutto dal debito $-b$, e che per conſeguenza il riſultato di tutto $+b+b-b$ è ſemplicemente $+b$; in luogo di $+c+c+c$, ſcrivo $+3c$; in luogo di $-d-d$, ſcrivo $-2d$; finalmente, in luogo di $+g+g$, ſcrivo $+2g$. Per tutte queſte riduzioni, la noſtra ſomma diviene $2a+b+3c-2d-f+2g+e+b+n$.

La cifra che qui ſi pone innanzi ad una quantità, per marcare quante volte ella dev' eſſere ripetuta poſitivamente o negativamente, ſi chiama *coefficiente*.

Allor quando una quantità non ha coefficiente, ſi giudica aver ella l'unità per il coefficiente. Così a è la coſa ſteſſa che $1a$; ab è la coſa ſteſſa che $1ab$.

Ecco ancora due eſempj di addizione di polinomj con la riduzione.

Esempio I. *Unire inſieme li polinomj*:

$$3a-2b+4c-8d,$$
$$-8a+7b-5c+4d,$$
$$3a-4b+6b.$$

Summa $-2a+b-c-4d+6b$.

Esempio II. *Unire inſieme li polinomj*:

$$6aa-5bc+3k\sqrt{de},$$
$$-7aa+3bc-2k\sqrt{de},$$
$$2mn-3\sqrt[3]{mnp}+ff-gb.$$

Summa $-aa-2bc+k\sqrt{de}+2mn-3\sqrt[3]{mnp}+ff-gb$. (*L. B.*)

ADIACENTE ag. (*Geom.*) *quello che immediatamente è a canto di un altro*. Diceſi un angolo *adiacente* ad un altro angolo, quando l'uno è immediatamente contiguo ad un altro; in modo che li due angoli hanno un lato comune. Serveſi più particolarmente di queſta parola, allor quando li due angoli hanno non ſolamente un lato comune, ma ancora allor quando li due altri lati formano una ſteſſa linea dritta. *Ved.* Angolo e Lato.

ADIGEGE o ADEGIGE. (*Aſtron.*) Nome che li Arabi diedero alla coſtellazione del cigno, e che ſignifica roſa odoriſera.

AEREA (*Proſpettiva.*) *Ottica*. Illuſione di ottica che cangia l'apparenza dei colori, dei giorni e delle ombre negli oggetti, ſecondo i gradi differenti della loro lontananza. Ecco in qual modo la deſcrive il Conte Algarotti, grande conoſcitore, parlando degli oggetti veduti nella camera oſcura. (*Saggio ſopra la Pittura nel Tom. III. delle ſue opere pag.* 123. *dell' ultima edizione di Venezia* 1791.) „ Nè punto è „ da ſtupirſi, che con un tale ordigno quello ar„ riviamo a ſcernere, che altrimenti non farem„ mo. Quando noi volgiam l'occhio ad un og„ getto per conſiderarlo, tanti altri ce ne ſono „ dattorno, i quali raggiano ad un tempo me„ deſimo nell'occhio noſtro, che non ci laſcia„ no ben diſtinguere le modulazioni tutte del „ colore e del lume che è in quello, o almeno „ ce le moſtrano mortificate e più perdute, „ quaſi tra il vedi e non vedi. Dove per con„ trario nella Camera ottica la potenza viſiva

„ è

„ è tutta inteſa al ſolo oggetto che le è io-
„ oanzi; e tace ogoi altro lume che ſia. Ma-
„ raviglioſo di poi in tal quadro è lo innanzi
„ e lo indietro. Oltre al diminuirſi che fa ne-
„ gli oggetti la grandezza, ſecondo che dall' oc-
„ chio ſi allontanano; vedeſi ancora diminuita
„ la ſenſibilità del colore, del lume, delle par-
„ ti di quelli. A maggior diſtanza riſponde più
„ perdimento di colore, ed isfumatezza di con-
„ torno; ed aſſai più ſlavate ſono le ombre in
„ un lume minore o più lontano. Gli oggetti
„ al contrario, che ſono più vicini all'occhio,
„ e più grandi, ſono anche più preciſi nel con-
„ torno, di ombre molto più vivi, più alti di
„ tinta: e in ciò conſiſte quella proſpettiva,
„ che chiamaſi *aerea*. „ La proſpettiva li-
neare conſiſte nel cangiameoto del contorno.
Ved. PROSPETTIVA. (*J. D. C.*)

AEROMENIA. Scienza delle proprietà dell' aria. *Ved.* ARIA.

AFELIO. Queſt' è in *Aſtronomia* il punto dell'orbita della terra o di un pianeta, o la diſtaoza di queſto pianeta dal ſole la più grande che ſia poſſibile. *Ved.* ORBITA.

APELIO è compoſto di ἀπὸ, *longe* e di ἥλιος, *Sol*; così allora qoando un pianeta è in *A*, (*Tav. di Aſtron. Fig.* 85), ſiccome la diſtanza del ſole *S* allora è la poſſibilmente più grande, così ſi dice ch'è al ſuo *afelio*. *Ved.* PIANETA, SOLE ec.

Nel ſiſtema di Tolomeo, o oella ſuppoſizione che il ſole giri intorno alla terra, l'*Afelio* è lo ſteſſo che l'*Apogeo* (*Ved.* APOGEO). L'*Afelio* poi è il punto diametralmente oppoſto al perielio. (*Ved.* PERIELIO.) Li *afelj* dei pianeti oon ſono in ripoſo; perchè l'azione mutua, ch'eſercitano gli uni ſugli altri, fa che queſti punti delle loro orbite ſono in un continuo moto, il quale è più o meno ſenſibile. Queſto moto ſi fa *in conſequentia*, o ſecondo l'ordine dei ſegni; e ſupponendo ch' egli ſia prodotto dall' azione di un pianeta lontaniſſimo, come Giove o Saturno, in molti pianeti inferiori, egli è, al parere del Newton, io ragione ſeſquiplicata delle diſtanze di queſti pianeti dal ſole, cioè, come le radici quadrate dei cubi di queſte diſtanze. *Princip. l. III. p.* 14. Secondo queſta regola, l'*afelio* di Marte eſſendo ſuppoſto muoverſi di 35′ relativamente alle ſtelle fiſſe, nello ſpazio di 100 anoi; gli *afelj* della terra, di Venere, di Mercurio ſaranno nello ſteſſo ſenſo, e nell' intervallo ſteſſo di tempo 18 minuti 36 ſecondi, 11 minuti 27 ſecondi, e 4 minuti 29 ſecondi. Ma per calcolare qneſti mori con certa preciſione, biſognerebbe calcolare l'azione di ciaſcheduo pianeta ſu tutti gli altri, perchè egli è di già provato, che tutti gli *Afelj* hanno nn moto cagionato dall'attrazione degli altri pianeti, così che l'apogeo della luna ha un moto cagionato dall'attrazione del ſole: puoſſi vedere il calcolo di queſto moto dell'*afelio* prodotto dalle attrazioni ſtraoiere, nel XXII libro della mia Aſtronomia, e nelle opere del Sig. Eulero, ſolle inegualità di Saturno, di Giove e della terra, nell'opera di Clairaut ſulle inegualità della luna, e nelle *ricerche* del Sig. d'Alembert. Quello ch'è più neceſſario a ſpiegar qui ſull'argomento dell'*afelio* dei pianeti, è la maniera di determinare le poſizioni ed i mori, con delle oſſervazioni aſtronomiche. Il metodo più ſemplice è quello che Keplero traſſe dalla natura del moto ellittico (*De Stella Martis, p.* 108.). Il punto dell'*afelio A* (*Aſtr. Fig.* 86) è quello in coi il pianeta ha la più piccola velocità, ed il perielio *P* è il punto della maggiore velocità; il grande aſſe *A P* dell' elliſſe ſepara due porzioni dell'orbita che ſono eguali, ſimili, e ſcorſe nel tempo ſteſſo, e con li gradi ſteſſi di velocirà; ma ſe ſi tira un'altra linea, per il foco dell'elliſſe, come *D S E* che non paſſa in *A* ed in *P*, ella dividerà l'elliſſe in due parti *D A E*, *D B P E*, che non ſaranno nè eguali, nè ſcorſe in eguali tempi. La parte *D A E*, ove ſi trova l'*afelio*, eſigerà più tempo, che l'altra, o più della metà della rivoluzione; così ſi poſſono ſcegliere due oſſervazioni di un pianera, ove le longitudini oſſervate ridotte al ſole, ſieno ſtate tra eſſe diametralmente oppoſte; e ſe i tempi di queſte oſſervazioni ſooo diſcoſti tra loro di una ſemirivoluzione del pianeta, ſi ſaprà per queſto ch' eſſe ſi ſono fatte per gli apſidi; tanto più l'intervallo avvicineraſſi alla ſemi rivoluzione giuſta, quanto più le oſſervate poſizioni s'accoſteranno ad eſſer quelle degli apſidi, o dell'*afelio* e del perielio. Queſto metodo rieſce beniſſimo per trovare l'apogeo del ſole. (*Mem. dell'Accad.* 1757, *pag.* 141.)

Per li pianeti, le oppoſizioni de'quali ſono rare, è difficile l'avere due loogitudini vedute del ſole diametralmente oppoſte; ſiamo coſtretti di ſupponere conoſciuta l'eccentricità, e la più grande equazione, e ſi trova la ſituazione dell'*afelio* con un'altra conſiderazione. Si prendono due oſſervazioni fatte all'incirca del punto *A*, e del punto *F* ch'è verſo le menome diſtanze, ſi ha il vero moto, o l'angolo *A S F*, ma per la durata conoſcinta della rivoluzione, ſi ſa ſempre qual'è il moto medio per un dato intervallo di tempo; la differeoza del moto vero e del moto medio deve eſſere d'accordo con l'equazione dell'orbita calcolata, ſopponendo che ſi conoſca bene il luogo *A* dell'*afelio*; ma ſe v'è inganno ſul loogo dell'*afelio*, vi ſarà un errore nell'equazione calcolato verſo il punto *A*, dove l'equazione cangia rapidamente; e quaſi non ve ne ſarà ponto verſo la diſtanza media *F*, dove l'equazione non varia ſenſibilmenre, eſſendo al ſuo *maximum*; così, il moto totale calcolato da *A* in *F*, non potrà eſſere conforme al moto oſſervato, che quando ſi averà impiegato nel calcolo nn luogo dell'*afelio A* eſattamente conoſciuto; allora ſi cangerà l'ipoteſi ſino a che ſiaſi accordato il calcolo coo l'

oſſer-

osservazione, ed in tal modo si riconoscerà la vera situazione dell'*afelio*.

Il terzo metodo per determinare l'*afelio* è quello ch'io ho adoperato per Mercurio, e che mi è felicemente riuscito; egli consiste nell'osservare la digressione più grande del pianeta verso le sue distanze medie. Supponiamo che la terra *T* veda il pianeta *F* per un raggio visuale *TF* che tocca l'orbita in *F*, e che marca la più grande distanza *STF*; per poco che cangiasi la situazione *AP* della linea degli apsidi, il raggio *SF* cangerà di situazione, e sortirà dall'angolo *STF* del lato del punto *G*, in modo che l'angolo di elungazione aumenterà, e divenirà *STG*, il calcolo non si accorderà più con l'osservazione che suppongo fatta sulla linea *TF*; così l'allungazione osservata ci dimostra qual situazione convien dare al punto *A* dell'*afelio*, perchè il calcolo si accordi con l'osservazione; dunque nel fare differenti ipotesi, si troverà qual è il vero luogo dell'*afelio*. (*Mem. dell' Accad.* 1766, *pag.* 498.)

Vi è finalmente un quarto metodo più generale per determinare l'*afelio* di un pianeta; egli consiste ad impiegar tre osservazioni rapportate al sole, per determinare in una volta li tre principali elementi d'un'orbita, cioè, l'*afelio*, l'eccentricità, e l'epoca del moto medio; purchè queste osservazioni sieno ripartite verso le apsidi e le distanze medie. Io ne diedi il calcolo applicato ad un esempio nelle *Memorie dell' Accademia* per l'anno 1755. Quelli principj sono gli stessi che quelli che ne faccio ora uso: si tratta di convertir le anomalie vere nell'anomalie medie in differenti ipotesi di *afelj* e di eccentricità, fino a tanto che abbiansi trovate due differenze delle anomalie medie, esattamente d'accordo con gl'intervalli delle osservazioni.

Si troverà alla parola Pianeta il risultato dei calcoli, che feci su tutti li pianeti, nel formar le mie tavole, per avere il luogo dell'*afelio* nel 1750, con l'aumentazione per 100 anni. Questo cangiamento non sarà che di 1° 23' 45" come quello della precessione degli equinozj, se gli *afelj* fossero così fissi come le stelle, e non avessero altro cangiamento in longitudine che quello il quale viene dalla retrogradazione del punto equinoziale, da cui si contano queste longitudini; così, l'eccesso di questi moti sopra quello della precessione, è il reale allontanamento degli *afelj*, in un secolo, od il moto assoluto, che posi nell'ultima colonna. Del resto queste quantità sono poco sensibili, e per conseguenza non possono essere determinate con una molto grand'esattezza. (*Il Sig. de la Lande.*)

AFELLAN; nome della bella stella dei Gemelli, segnata α.

AFFERMATIVO. Vi sono in *Algebra* delle quantità *affermative*, o positive. Queste due parole vogliono dire lo stesso. *Ved.* Quantita, e Positivo.

Il segno del carattere *affermativo* è +. (O.)

AFFETTO. *Equazione affetta, in Algebra*, è una equazione nella quale la quantità incognita monta a due o più gradi differenti. Tal'è, per esempio, l'equazione $x^2 - px^1 + qx = ab$, nella quale vi sono tre differenti potenze di x; vale a dire x^2, x^1, e x^0 o x. *Ved.* Equazione.

Affetto si dice pure qualche volta in Algebra, parlando delle quantità ch'hanno delle coefficienti; per esempio, nella quantità $2a$, a è affetto del coefficiente 2. *Ved.* Coefficiente.

Dicesi pure che una quantità algebraica è affetta del segno + o del segno — o del segno radicale, per dire ch'ella ha il segno + o il segno —, o ch'ella contiene un segno radicale. *Ved.* Radicale, ec. (O.)

AFFEZIONE, termine che usavasi in Geometria, per dilegnare una proprietà di qualche curva. *Questa curva ha tale affezione*, è lo stesso che il dire, *questa curva ha tale proprietà*. *Ved.* Curva. (O.)

AGENTE. (*Mec.*) Potenza, o forza che produce o tende a produrre del moto.

AGIRE si dice in *Meccanica* ed in *Fisica*, *produrre* tale o tal altro effetto. Per ciò si dice che un corpo *agisce* su di un altro, allor quando lo spinge, o tende a spingerlo.

AGO (*Idrodinamica.*) è un pezzo di legno rotondato, sottile e lungo sei piedi, ritenuto in testa da una leva, poggiando col piede sulla soglia di un pertugio. Questo pezzo serve, chiudendolo, a fare alzar l'acqua. (K.)

AGOSTO, (*Astron.*) sesto mese dell'anno di Romolo, l'ottavo di quello di Numa, e del nostro anno moderno. E stato chiamato *Sextilis*, a cagione del posto che teneva nell'anno di Romolo; e questo nome gli è stato conservato nell'anno di Numa. *Ved.* Anno. Augusto gli diede il suo nome *Augustus*, che ancora conserva, e del quale li Francesi ne han fatto, corrompendolo, *Août*. Questo mese, e quello di Luglio, il qual nome lo trasse da Giulio Cesare, sono li due soli, che abbiano conservato li nomi a loro dati dagl'Imperatori: il mese di Aprile si chiamò per qualche tempo *Neroneus*, al mese di Maggio *Claudius*, ec.

Il sole in questo mese scorre o mostra di scorrere la maggior parte del segno del Zodiaco, chiamato il Lione: e verso li 23 di questo mese egli entra nel segno della Vergine: ma a parlare propriamente, è la terra che scorre realmente il segno dell'Acquario, opposto a quello del Lione. Li mesi di *Agosto* e di Luglio ordinariamente sono i più caldi dell'anno, sebbene il sole comincia ad allontanarsi dal nostro zenith dalli 21 di Giugno, perchè la terra riscaldata per più lungo tempo, conserva più calore.

Gl'Inglesi chiamano il primo giorno di Agosto, ch'è la festa di S. Pietro nei vincoli, *Lammas-day*, come chi dicesse *Festa dell'agnello*; e questo sembra che sia da un costume che un tempo osservavasi nella provincia di Yorch: cioè,

cioè, che tutti quelli che possedevano qualche terra appartenente alla Chiesa Cattedrale, erano obbligati di condurre alla Chiesa nel tempo della Messa solenne un agnello vivo in offerta. (O.)

AGRIMENSORE, (*Geom.*) chiamasi con tal nome quello che misura, o il di cui offizio è di misurare li terreni, cioè, di dividerli e valutarli in jugeri, od in altra misura conveniente all'uso del paese, ove fassi tal lavoro. *Ved.* AGRIMENSURA. E' necessario che un *Agrimensore* sappi bene l'Aritmetica e la Geometria pratica: non si dovrebbe mai abilitarlo se non sia instrutto almeno nella teoria dell'arte. Quello che non opera che per pratica, è schiavo delle sue regole; se la memoria gli manca, o gli si presenta una qualche impreveduta circostanza, la sua arte lo abbandona, o si espone a commettere dei notabilissimi errori: ma quando sia munito di una buona teoria, cioè, quando è ben fornito di ragioni e di principj dell'arte sua, trova allora delle facilità; ved'egli sempre chiaramente se la nuova strada che intraprende, conduce dirittamente al termine, o fino a qual punto ella può distorsi. (*E*).

AGRIMENSURA, (*Geometria.*) è propriamente l'arte o l'azione di misurare li terreni, cioè, di prendere le misure di alcune porzioni di terra, di descriverle o disegnarle su di una carta, e trovarne la superficie. *Ved.* MISURA, e CARTA ec.

L'*agrimensura* è un'arte antichissima: anzi credesi, ch'ella abbia dato origine alla Geometria. *Ved.* GEOMETRIA.

L'*agrimensura* ha tre parti: la prima consiste nel prendere le misure, e fare le osservazioni necessarie sullo stesso terreno; la seconda a mettere sulla carta queste stesse misure, e queste osservazioni; la terza a ritrovare la superficie del terreno.

La prima parte è quella che propriamente si chiama *agrimensura*; la seconda è l'arte di levare o fare un piano; la terza è il calcolo delle misure. Di più, la prima si divide in due parti, che consistono nel fare delle osservazioni degli angoli con alcuno di questi stromenti: il grafometro, il semicerchio, la tavoletta, la bossola, ec. Se ne può vedere la descrizione ed il modo di usare questi strumenti agli articoli GRAFOMETRO, TAVOLETTA, BOSSOLA; CERCHIO DI AGRIMENSORE ec.

Si misurano le distanze con la catena e l'odometro. *Ved.* la descrizione e la maniera di far uso di questi strumenti, agli articoli CATENA e ODOMETRO o CONTAPASSO.

La seconda parte dell'*agrimensura* si fa riducendo le differenti divisioni, li differenti recinti, ec. in triangoli, in quadrati, in parallelogrami, in trapezj, ec. ma specialmente in triangoli, con li quali si determina la superficie di queste differenti figure, secondo le regole esposte agli articoli AREA, TRIANGOLO, QUADRATO, ec.

La croce di *agrimensura* od il bastone d'agrimensore è uno strumento poco conosciuto ed ancor meno usato in Inghilterra, sebbene si usi in Francia ec. Se ne fa uso in luogo di grafometro o di qualche altro simile strumento. Egli è composto di un cerchio di rame, o per meglio dire, di un lembo circolare graduato, e di più diviso in quattro parti eguali da due linee rette che si tagliano al centro ad angoli retti; a ciascheduna delle quattro estremità di queste linee, ed al centro vi sono attaccate due biette o viticre, ed il tutto è posto sulla cima di un bastone. *Ved.* BASTONE. (*E*).

In qualche tempo si è suscitata una questione relativa alla pratica dell'*agrimensura*. Si tratta di sapere se nella misura di un terreno inclinato, debbasi prendere o la sua superficie reale o quella della sua base orizzontale.

Noi da prima osserveremo che questa questione non è direttamente della materia attinente alla Geometria. Di fatto, in qualunque maniera si prendi, bisognerà necessariamente determinare i limiti del terreno che si misura e la sua inclinazione sull'orizzonte, e poscia, sia che si misuri la sua base orizzontale, sia che si misuri la sua superficie, vedesi che il risultato finale egualmente determina il terreno stesso.

Ma l'*agrimensura* è piuttosto ancora l'arte di riconoscere, di dividere e di valutare un campo, che quella di marcarne la posizione, di misuratlo e di dividerlo; ed in questa parte civile ed economica dell'arte, si possono solo avere alcune difficoltà, che si risolveranno facilmente in tutti li casi, con l'ajuto delli seguenti principj.

1°. Puossi proporre di misurare un tal numero di jugeri di terra, preso in un campo di una data posizione. In tal caso, bisogna da prima esaminare se questa quantità da prendersi non sia stata determinata da un'*agrimensura* anteriore; che se fosse questo, e si conoscesse il metodo tenuto, conviene seguirlo ancora. Se questa è la prima *agrimensura*, noi osserveremo che il solo mezzo, che puossi avere, è di prendere il metodo che dà in generale un prodotto di coltura proporzionale alla misura; così, se il prodotto di un piano inclinato era quello della sua base orizzontale, come la superficie di questi due piani sarà la superficie del terreno inclinato che converrà misurare: ma questo appunto è quello che non si può assicurare. Perchè se la difficoltà della coltura, le fosse, il declivio dei terreni è più che compensato dalla facilità di collocare le piante a delle distanze orizzontali meno grandi, è facile a vedersi che un tale vantaggio non è, ad un di presso, nella proporzione di cui si tratta: in fatto, bisognerebbe per questo che una superficie inclinata a 60 gradi, per esempio, producesse tanto, quanto la stessa superficie orizzontale; ciò che non saravvi chi si pensetà di sostenere. Così, sarà generalmente più comodo di misurare soltanto, per rapporto al vantaggio dei terreni inclinati, come

me se nel campo stesso si avessero delli terreni di valori differenti.

2°. Se si ha un campo da dividere in date ragioni, bisogna ancora preferire il metodo di misurare la base orizzontale, ed avrassi allora a dividere un campo orizzontale, ma che abbia le parti differenti ineguali quanto al prodotto. Così, perchè la divisione sia eguale, bisogna, in vece di dividerlo in parti eguali, fare la divisione in parti che sieno tra di esse in ragione inversa dei loro prodotti.

3°. Se si tratta di valutare un campo per la quantità della superficie, si vede che per una elevazione esatta, conviene o misurare la sua base orizzontale, ed avere in vista li vantaggi della inclinazione, o misurare la superficie inclinata, ed avere riguardo alli suoi svantaggi su di una superficie eguale ed orizzontale. Ora, poichè in alcuno delli due casi una semplice misura non basta, perciò bisogna preferire il metodo di misurare la base orizzontale.

Ella è, in tutti li casi, così esatta per il fine civile, perchè è il rapporto delli prodotti, in vece che quello delle superficie, e l'altro non può essere praticato con esattezza su dei terreni di curvature spesso ineguali: tali attenzioni e precauzioni si devono attendere dagli agrimensori.

Allor quando si tratta di levare delli piani e di disegnare li terreni misurati dalli loro limiti, la maniera di prendere, per la loro superficie, quella del piano inclinato, rende la costruzione e l'uso di tali piani quasi impraticabile, ed è questa una ragione per far preferire l'altro metodo ogni volta che un'*agrimensura* fatta anteriormente, e che deve servire di regola, si obbliga a prendere la prima: io credo anche che sarà utile di fare una regola generale che astringa a seguire il metodo che vedesi essere il migliore; e nel caso in cui l'altro fosse stato adoperato da prima, si determinerà facilmente quale dovrà essere, nel metodo di misurare la base orizzontale, la misura delli terreni alli quali si avrà assegnata una misura con l'altro metodo. Il metodo che non misura che le basi, si chiama da quelli dell'arte, *metodo di cultellazione*, e quello che misura il piano inclinato, *metodo di sviluppamento*; gli agrimensori preferiranno sempre quest'ultimo, sebbene difettosissimo tra le loro mani, perchè nella maniera in cui lo impiegano, è molto più facile nella pratica; e su delli terreni poco inclinati e poco estesi, gli inconvenienti sono molto limitati.

AGRIMENSURARE v. att. e neu. (*Geom.*) è l'azione di misurare un terreno, cioè, di valutarlo in jugeri, od altre misure.

AJUK; nome della stella comunemente chiamata la Capra, nella costellazione del Cocchiere.

ALA, (*Idr.*) chiamansi ale o alette certe tavole rettangolari, che si mettono ad eguali distanze, sulla circonferenza di una ruota idraulica, per ricevere l'urto dell'acqua. Per tal ragione si chiamano tali sorte di ruote, *ruteo ad ale*. *Ved.* RUOTA.

I. Sia (*Tav. Idr. Fig. 7.*), $AHLK$ una ruota immersa in un fluido $XVTZ$ in moto, e guarnita delle *ale* AB, DE, KS, ec., che il fluido continuamente colpisce. Egli è evidente che il fluido, nel colpire la parte VE di un'*ala* qualunque DE, perde una parte della sua velocità, e che se avesse la libertà di scappare per i lati, egli non giungerebbe alla parte AO dell'*ala* antecedente; ma essendo trattenuto dal fluido che l'attornia, egli ancora ha della velocità nello spazio $VAOE$. Io suppongo che questa velocità sia la stessa, o almeno a un di presso, che quella con la quale il piano AO tende a premere il fluido antecedente: per l'impulsione del fluido contro VE non si fa niente sentire contro la parte analoga AO dell'*ala* antecedente; il che semplifica quanto si ricerca, e non puossi molto allontanare dalla verità nella pratica.

II. La ruota, nel girare, comunica il moto o a delle mole di mulino, o a delli pistoni di trombe ec. Io rappresento in generale la resistenza ch'ella è costretta di così combattere continuamente, col peso Q attaccato all'estremità di una corda $Qghf$ che passa per la girella di rimbalzo g, e che s'avviluppa intorno al cilindro o tamburo fbd. Nei primi momenti dell'urto dell'acqua, il moto del peso Q si accelera; ma dopo tre o quattro giri, giunge alla uniformità, e resta così sempre in questo stato. Allora l'impulsione del fluido è ad ogni istante in equilibrio col peso Q, e con la resistenza dello strofinamento. Vedesi dunque che la velocità uniforme del peso Q essendo figurata per v, il prodotto Qv mostra l'effetto reale della macchina, fatta la separazione delle resistenze straniere che assorbono continuamente una parte della forza movente.

III. Si trattò per lungo tempo la questione se un'*ala* ha maggior forza per girare quando ella è urtata perpendicolarmente, che quando è urtata obliquamente. Per sapere cosa dobbiamo pensare su questo, supponiamo che l'*ala* AB sia posta nella verticale, e che per conseguenza l'*ala* seguente DE sia inclinata alla corrente. Avendo preso su AB li due punti infinitamente vicini R, r, sieno tirate le orizzontali RM, rm che determinano su DE l'elemento Mm, corrispondente ad Rr. Ragguagliamo tra essi il moto dell'impulsione che riceverebbe l'elemento Rr se fosse liberamente colpito, o che l'*ala* DE per la quale egli è coperto, fosse annientata; ed il moto dell'impulsione che risulta perpendicolarmente contro l'elemento Mm. L'urto contro ciascheduno punto di Rr è più grande che l'urto contro ciascheduno punto di Mm. Ma, d'altra parte, $Rr < Mm$, ed il braccio della leva CR, di Rr, è più picciolo che il braccio della leva CM, di Mm. La valuta esatta delli due moti, de'quali si tratta, può sola decidere quale delli due è più grande.

IV.

IV. Supponiamo che Mx figuri lo ſpazio ſcorſo in un momento per il fluido, e che Rs, My figurino lo ſpazio ſcorſo durante il momento ſteſſo, per li punti R, ed M delle ale AB, DE. Prendendo CM per ſeno totale, e nominando V la velocità Mx del fluido, u la velocità Rs del punto R, l'impulſione contro Rr ſarà figurata (*Vedete* alla parola PERCUSSIONE la *Teoria della Percuſſione dei Fluidi*) per $Rr \times (V-u)^2 \times \overline{CM}^2$, ed il moto di queſta impulſione relativamente al centro C della ruota, ſarà figurato da $Rr \times (V-u)^2 \times \overline{CM}^2 \times CR$. Per conoſcere il momento dell'impulſione contro Mm, io ſcompongo la velocità Mx del fluido in due altre My, Mz, la prima delle quali è la ſteſſa che quella del punto M, e non produce in conſeguenza alcun effetto ſull'elemento Mm, la ſeconda è la ſola alla quale conviene avere riguardo. In virtù di queſt'ultima velocità, riſulta perpendicolarmente contro Mm un'impulſione rappreſentata da $Mm \times \overline{Mz}^2 \times (\text{ſen. } DMz)^2$, e di cui il momento, rapporto al centro C, è per conſeguenza $Mm \times \overline{Mz}^2 \times (\text{ſen. } DMz)^2 \times CM$. Ora, poichè My è perpendicolare a CM, e che xzn è parallelo a My, egli è chiaro che il triangolo Mnx è retrangolo in n, e ſimile al triangolo MRC. Si ha dunque $CM : CR :: Mx : xn = Mx \times \frac{CR}{CM} = V \times \frac{CR}{CM}$; e perchè $zx = My = Rs \times \frac{CM}{CR} = u \times \frac{CM}{CR}$: ſi averà $nz = nx - zx = V \times \frac{CR}{CM} - u \times \frac{CM}{CR} = \left(V - u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2}\right) \times \frac{CR}{CM}$. Dunque a cagione del ſen. $DMz = nz \times \frac{CM}{Mz}$, ($CM$ eſſendo ſempre il ſen. tot.), il momento $Mm \times \overline{Mz}^2 \times (\text{ſen. } DMz)^2 \times CM$ divenirà $Mm \times \left(V - u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2}\right)^2 \times \overline{CR}^2 \times CM$. Così, il momento dell'impulſione contro Rr, è al momento dell'impulſione contro Mm come $Rr \times (V-u)^2 \times \overline{CM}^2 \times CR$, è ad $Mm \times \left(V - u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2}\right)^2 \times \overline{CR}^2 \times CM$; o come $Rr \times (V-u)^2 \times CM$, è ad $Mm \times \left(V - u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2}\right)^2 \times CR$. Ora a cagione delle parallele MR, mr, ſi ha $Rr : Mm :: CR : CM$, e per conſeguenza $Rr \times CM = Mm \times CR$. Dunque il primo momento è al ſecondo, come $(V-u)^2$ è a $\left(V - u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2}\right)^2$.

Ma ſi ha ſempre $\frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2} > 1$, e per conſeguenza $Vu > V - u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2}$. Dunque finalmente, il primo momento è ſempre più grande che il ſecondo. Il ragionamento ſteſſo avendo luogo per tutti gli altri elementi corriſpondenti, le di cui parti finite AO, VE delle *ale* AB, DE ſono compoſte, deveſi concludere che il moto dell'impulſione dell'acqua contro l'*ala* verticale è più grande del moto dell'impulſione contro l'*ala* inclinata alla corrente, e che per conſeguenza l'*ala* prima è per queſto più avvantaggioſa che la ſeconda.

V. Allor quando le *ale* ſono in ripoſo nel momento ch'elle ſono urtate dal fluido, ſi ha $u = 0$; ed il momento dell'impulſione contro qualunque elemento Rr diviene eguale al momento dell'impulſione contro qualunque elemento corriſpondente Mm. Allora dunque ſarà indifferente che il fluido urti la parte AO dell'*ala* verticale, o la parte corriſpondente dell'*ala* inclinata. Ma come la parte OB dell'*ala* verticale è ancora urtata dal fluido, ne ſegue che in tal caſo è più vantaggioſo che l'*ala* urtata ſia poſta verticalmente, che di eſſere inclinata verſo la corrente.

VI. Vi furono degli autori che ſtabilirono in generale il vantaggio dell'*ala* verticale ſull'*ala* inclinata, con una maniera falſa. Ecco come ragionavano; egli è certo, dicevan eſſi, che ſe l'*ala* DE tuffata nell'acqua, mentre che l'*ala* AB è ancora nella verticale, la parte VE della prima coprirà la ſeconda ſu tutta l'altezza AO che non ſarà urtata, e che così l'*ala* AB ſarà ſolamente urtata nella parte OB. Egli è vero, ſeguon eſſi, che queſta diminuzione di urto ſembra ripoſtata dall'impulſione che riceve la parte VE ch'è più grande della AO; ma la compenſazione non è completa: perchè la percuſſione diretta contro AO o VI è alla percuſſione che riſulta perpendicolarmente contro VE, come $VI \times (\text{ſen. tot.})^2$, è a $VE \times (\text{ſen. } VEI)^2$, o come $VI \times \overline{VE}^2$, è a $VE \times \overline{VI}^2$, o finalmente come VE è a VI. Da ciò concludono, che biſogna che l'eſtremità E dell'*ala* DE (*Fig.* 8) non faccia che incontrare la ſuperficie XT del fluido, al momento che l'*ala* AB ceſſa di eſſere verticale. Allora egli è facile di determinare il numero delle *ale*, delle quali una ruota deve eſſere guarnita; perchè nel triangolo rettangolo EAC, ſi conoſce il lato CA ch'è il raggio della ruota $AHLK$, e l'ipotenuſa CE, poichè l'altezza DE dell'*ala* è già data: così ſi conoſcerà l'arco DA. Dividendo la circonferenza intera per il valore dell'arco DA, il quoziente e

esprimerà il numero dell'*ale* della ruota. Gli autori de' quali parlato abbiamo, calcolarono in tal modo laboriosamente le tavole del numero dell'*ale* di una ruota, relativamente al raggio di tal ruota, ed all'altezza delle *ale*.

VII. Tutta questa costruzione di calcolo cade, 1°. perchè non tiensi conto delle differenti braccia di leva dell'*ala* verticale, e dell'*ala* inclinata; 2°. perchè, se nel caso della *Fig.* 8, il momento dell'impulsione dell'acqua contro l'*ala* verticale *AB* è il più grande che sia possibile; dall'altra parte, allor quando l'*ala DE* ha presa una posizion tale, che l'angolo *ECB* è diviso in due parti eguali per la verticale, il momento dell'impulsione è minore allora che non sarebbe, se la ruota avesse un maggior numero di *ale*, il ch'è incerto, se il momento medio non sarà più grande nel secondo caso che nel primo.

VIII. Lo stesso paralogismo è già stato rilevato in una memoria sulle macchine idrauliche, da qualche anno impressa. Ma l'autore di questa memoria ha usato egli pure un falso principio, dal quale egli conclude che il momento della impulsione contro la parte *VE* dell'*ala* inclinata *DE* (*Fig.* 7) è sempre eguale al momento dell'impulsione contro la parte corrispondente *AO* dell'*ala* verticale, sia che la ruota trovisi in riposo, o ch'ella giri nell'istante dell'urto. La cosa non è vera che nel primo caso (IV e V). La maniera con cui questo autore misura la percussione di un fluido contro un piano mobile, è falsa. Egli scompone la velocità del piano in due altre, l'una parallela, l'altra perpendicolare alla direzione del fluido; ed afferma che il fluido non agisce sul piano che in virtù dell'eccesso della sua propria velocità sulla prima delle due velocità, delle quali si ha parlato. Ora egli è evidente che in virtù della velocità che il piano ha perpendicolarmente alla direzione del fluido, questo piano è respinto dall'acqua nel modo stesso come se fosse in riposo, e che l'acqua venisse ad ortarlo con la stessa velocità; dal che ne risulta una nuova impulsione che si combina con la prima, e che l'autore malamente ha trascurato. Per il resto la sua memoria contiene molte cose ed utili e vere.

IX. Poichè dunque nel caso in cui la ruota è in riposo mentre è urtata dal fluido, il momento dell'impulsione contro la parte *VE* dell'*ala* inclinata, è eguale al momento dell'impulsione contro la parte *AO* dell'*ala* verticale (V); ne viene da ciò che allora quando più si moltiplicherà il numero delle *ale*, più il fluido imprimerà la forza alla ruota: perchè accrescendo il numero delle *ale*, si farà diminuire l'angolo *ECB* compreso tra due *ale* vicine, e si accresce per conseguenza il momento dell'impulsione che riceve la ruota allor quando le *ale* si trovano relativamente all'urto, nella posizione più sfavorevole, posizione che arriva quando l'angolo compreso tra due *ale* contigue è diviso in due parti eguali per la verticale. Come la legge di continuità costantemente si osserva nelli differenti stati di accrescimento o decrescimento, che possono subire le quantità della specie stessa, concludiamo ancora da questo, che se una ruota gira con celerità molto lenta rapporto a quella del fluido, si accrescerà la sua forza dandole un gran numero di *ale*.

X. Si presenta su tal soggetto una difficoltà che sembra imbarazzare qualche lettore, e che fa d'uopo rischiarare. Supponendo la ruota immobile al momento dell'urto, è chiaro che nel rigore geometrico, il numero più avvantaggioso del *ala* dev'essere *infinito*: Ora, diranno, se il numero delle *ale* diviene infinito, le loro estremità formeranno una circonferenza del circolo *FBGO* (*Fig.* 9.), e l'impulsione che ne risulterà perpendicolarmente contro qualunque elemento *KN* dell'arco *FBG*, essendo diretta al centro, non tenderà a produrre alcun moto di rotazione; dal che sembra doversi dedurre, che in vece che la ruota riceva allora il più gran momento possibile d'impulsione, anzi non ne riceva punto. Ma convien riflettere che nel nostro calcolo le *ale* sono riguardate come una serie di piani differentemente inclinati, tutti diretti al centro, ed urtati dal fluido sotto differenti obliquità; che se per conseguenza si distrugge questa ipotesi, si distruggono necessariamente le conseguenze che ne risultano. Ora la supposizione che *FBG* sia un arco del cerchio, continuo, e composto degli elementi *KN*, i quali in vece di essere diretti al centro *C*, sono perpendicolari alli raggi *CK*, è contraria intieramente alla precedente. Non è dunque da maravigliarsi, che non si arrivi a dei risultati differentissimi nelli due casi.

Concludiamo frattanto da ciò che, come le stille d'acqua sono composte di molecule fisiche, o che hanno delle grossezze finite, e di più che queste stille si formano le une dalle altre nei loro moti, l'estremità delle *ale* devono sempre lasciare tra loro un certo intervallo che conceda al fluido di esercitare la sua azione per quanto gli è possibile. Il numero delle *ale* che convien dare ad una ruota in riposo, ed a più ragione ad una ruota in moto, per procurarle la maggior forza che l'è possibile dalla parte del fluido, è dunque sempre finito e limitato: al che puossi aggiungere che moltiplicando il numero delle *ale*, rendesi la ruota più pesante, e da questo più soggetta a maggiore strofinamento.

XI. Allor quando il moto della ruota è divenuto uniforme e permanente, la sua velocità è ordinariamente comparabilissima a quella del fluido; ella n'è la metà, od il terzo, od il quarto ec. Allora è difficile il determinare in generale, in un qualunque istante, il momento dell'impulsione dell'acqua contro tutte le *ale* in una volta, e concluderne la più vantaggiosa combina-

binazione degli elementi della queſtione. Io diedi la ſoluzione generale di queſto problema, nel *Tomo II. della mia Idrodinamica*, e nelle Memorie dell' Accademia Reale delle Scienze, per l'anno 1769. Mi ſi concedi di inviare il lettore a leggerle.

XII. Io qui mi reſtringo alla ſoluzione di un problema utiliſſimo in pratica. Egli conſiſte *a determinare la velocità che la ruota deve prendere per rapporto a quella del fluido, purchè l'effetto della machina ſia un* maximum.

Queſto problema fa parte con quello che indicai; ma per pervenire qui a dei riſultati ſemplici ed applicabili facilmente alla pratica, io ſupporrò, ſeguendo l'uſo ordinario, che al ſito dell'*ala* tuffata nell'acqua, ſi ſoſtituiſca una ſuperficie piana e verticale che ſia colpita perpendicolarmente dal fluido, e che prima di queſto urto abbia già una velocità uniforme e permanente. Nominiamo A queſta ſuperficie, u la velocità primitiva ed uniforme nel ſuo centro d' impreſſione, b la diſtanza di queſto centro da quello della ruota, V la velocità del fluido, Q il peſo elevato, v la ſua velocità, c il braccio della leva, e di più, ſupponiamo che l'impulſione perpendicolare del fluido contro una ſuperficie B in ripoſo, ſia eguale ad un peſo conoſciuto F. L'impulſione ricevuta ſulla ſuperficie A ſarà rappreſentata da $F \times \frac{A \times (V-u)^2}{B \times V^2}$. Dunque, a cagione dell'equilibrio che ad ogni iſtante ſi ha tra queſta impulſione e l'azione che il peſo eſercita ſul peſo Q, ſi averà $F \times \frac{A \times (V-u)^2}{B \times V^2} \times b = Q \times c$. Moltiplicando il membro ſecondo per v, ed il primo per $\frac{c\,u}{b}$, quantità ch'è eguale ad v, troveraſſi $Qv = \frac{F \times A \times (V-u)^2 \times u}{B \times V^2}$. Ora il prodotto Qv, che rappreſenta l'effetto della macchina, dev'eſſere un *maximum*. Per conſeguenza $\frac{F \times A \times (V-u)^2 \times u}{B \times V^2}$ ne ſarà così uno; e come il fattore $\frac{F \times A}{B \times V^2}$ è coſtante e dato, egli è evidente che $\frac{F \times A \times (V-u)^2 \times u}{B \times V^2}$ ſarà un *maximum*, allor quando $(V-u)^2 \times u$ ne ſarà uno.

Il metodo ordinario *de maximis & minimis*, dà $u = \frac{V}{3}$. Così *perchè l'effetto della macchina ſia un* maximum, *biſogna che la velocità del centro dell'impreſſione di ciaſchedun'ala, ſia il terzo della velocità del fluido*.

XIII. Per conoſcere il valore aſſoluto del *maximum*, biſogna ſoſtituire nell'equazione $Qv = \frac{F \times A \times (V-u)^2 \times u}{B \times V^2}$, in luogo di u, il valore $\frac{V}{3}$ che noi abbiamo trovato. Allora ſi averà $Qv = \frac{4\,F.A.V}{27\,B}$, o, (facendo la ſuperficie data $B = A$), $Qv = \frac{4\,F.V}{27}$. Sieno H l'altezza corriſpondente alla velocità V del fluido, $F = n.A.H$, n eſſendo un coefficiente dato: ſi avera $Qv = \frac{4\,n.A.H}{27} \times V$.

Per le ruote immerſe nel fluido indefinito, come le ruote tuffate nelli fiumi, ſi ha ſenſibilmente $n = 1$; e per le ruote che girano nelle correntie ſtrette, ſi ha ſenſibilmente $n = 2$. Così nel primo caſo l'effetto più grande della macchina è d'imprimere ad un peſo di acqua figurato da $\frac{4\,A.H}{27}$ la velocità V della correntia, o ad un peſo di acqua eſpreſſo per $A.H$ li $\frac{4}{27}$ della velocità del fluido; e nel caſo ſecondo, l'effetto più grande della macchina è il doppio del precedente.

Troveraſſi all'articolo RUOTA la teoria delle *ale* dei mulini a vento, e quella delle ruote orizzontali.

XIV. Noi abbiamo ſuppoſto, in quanto ſi è detto, che le *ale* ſieno dirette al centro della ruota, ma l'eſperienza ha fatto conoſcere ch'è avvantaggioſo l'inclinarle alquanto per il rapporto alla direzione della correntia. *Ved. la mia Idrodinamica tom. II. pag.* 383 *e ſeg.* (*L. B.*)

Ale ſono pure nei molini a vento que' telaj guerniti di tela, che ricevono l'impulſione del vento, ed in tal modo fanno girare il molino.

Ale; queſto termine ſi uſa nei fiumi per indicare quelle due tavole formate in rotondo di tre pollici di groſſezza che ſi pongono ſulle punte di una chiatta dinaozi, e di dietro.

ALABOR, nome della ſtella ſirio.

ALAJOT; nome Arabo della bella ſtella della capra.

ALAMAC, o ALAMAK o AMAK; (*Aſtron.*) nome che gli Arabi hanno dato ad una ſtella della ſeconda grandezza, ch'è nel piede auſtrale di Andromeda; ella è chiamata γ nelle carte celeſti del Bayer, e del Flamſteed, come pure nel catalogo noſtro delle ſtelle. (*Il Sig. de la Lande.*)

ALATOD; nome della bella ſtella della capra.

ALBEGALA, (*Aſtr.*) uno dei nomi della lira.

ALBIREO, (*Aſtr.*) uno dei nomi della ſtella β del cigno.

ALCIONE, (*Aſtr.*) nome di una delle pleiadi,

jadi, la più brillante di tutte, ſegnata γ nei noſtri cataloghi.

ALDEBARAN, (*Aſtr.*); nome che gli Autori Arabi hanno dato e danno ancora alla ſtella della prima grandezza, ch'è nelle jadi, chiamata così *occhio del toro*; il nome Arabo ſignifica ſtella principale o dominante: chiamaſi in Greco, Δαμαλίας e ὑπόχρους, in Latino, *palilicium*, o *parilicium*, *ſubrufa*; in Arabo *Abenezra*, *Atin*, *Eltaur*: ma il ſuo nome più uſato è *Aldebaran*. Si crede che ſia il Taſchter degl' Indiani, il genio che preſiede all' equinozio della primavera. *Ved. il Sig. Bailly Storia dell' Aſtronomia*. Puoſſi facilmente riconoſcerla, vedendola nel meridiano, alle ore nove della ſera, li 8 Gennaro a 57° di altezza a Parigi: vedremo all' articolo COSTELLAZIONE, altri modi di riconoſcere queſta ſtella, come pure tutte le altre che ſono alquanto rimarcabili. *Aldebaran* è ſpeſſo eccliſſata dalla luna, e queſta eccliſſi è utiliſſima per trovare le longitudini dei luoghi, ella è ſoggetta a picciole ineguaglianze, che annunciano un rimovimento reale. *Ved.* STELLA. (*D. L.*)

ALFERAZ; nome Arabo della bella ſtella all' ala del Pegaſo, ſegnata α e che chiamaſi anche *Markab*.

ALFETA, *termine di Aſtronomia*, queſto è il nome di una ſtella fiſſa della corona ſettentrionale, che chiamavaſi un tempo *lucida coronæ* o *ſplendore della corona*. *Ved. l' articolo* CORONA. (*O*).

ALFONSINE, (*Aſtron.*); ſi chiamano *Tavole Alfonſine*, delle tavole aſtronomiche, ridotte ſotto gli ordini di Alfonſo X., Re di Caſtiglia, ſoprannomato il Saggio; fu il primo che ha voluto correggere le tavole di Tolomeo: fino dal 1240, e vivente ancora il padre ſuo, aveva chiamato a Toledo i più dotti Aſtronomi del ſuo tempo, Criſtiani, Mori o Giudei, lo ſtudio de' quali diede finalmente le Tavole *Alfonſine*, l'anno 1252, l'anno primo del ſuo regno. Si pretende ch'egli impiegaſſe più degli altri Iſacco Hazan, (*Riccioli Almag. Tomo I. pagina* 444); ma veramente era una grande impreſa, e le cogoizioni di quei tempi erano inſufficienti; tuttavia queſte Tavole furono per molto tempo uſate come le migliori che ſi aveſſero; in queſte la durata dell'anno porta ſolo l' eccesſo di 28".

Alfonſo morì nel 1284, le ſue Tavole furono pubblicate, per la prima volta, nel 1483, a Venezia, da Radtolt, che in quel tempo era un eccellente ſtampatore: queſta edizione contiene 24 fogli; ella è rariſſima; ve ne ſono delle altre edizioni del 1492, 1521, 1545 ec. (*Wedler, Iſt. Aſtron. pag.* 280.) (*Il Sig. de la Lande.*)

ALGEBAR, o ALGEBARO; nome Arabo della coſtellazione di Orione.

ALGEBRA, *Scienza del calcolo delle grandezze conſiderate generalmente*. Si ſono ſcelte, per rappreſentare le grandezze o le quantità, le lettere dell' alfabeto, come inſervienti ad un uſo più facile e più comodo che alcun' altra ſorta di ſegno.

Menagio fa derivar queſta parola dall' Arabo *Algiabarat*, che ſignifica *lo riſtabilimento di una coſa rotta*; ſupponendo falſamente che la principal parte dell' *Algebra* conſiſta nella conſiderazione dei numeri rotti. Alcuni penſano contro il Sig. d' Erbelot, che l' *Algebra* prenda il ſuo nome da Geber, filoſofo chimico e celebre Matematico, che gli Arabi chiamano *Giabert*, e che credeſi ſia ſtato l' inventore di queſta ſcienza; altri pretendono che queſto nome venga da *gefr*, ſpecie di pergamena, fatta della pelle di cammello, ſul quale Ali e Giafur Sadech ſcriſſero in caratteri miſtici il deſtino del Maometiſmo, e li grandi avvenimenti che devono accadere fino la fine del mondo; altri lo ſanno derivare dalla parola *geber*, di cui con la particola *al* ne han formato la parola *Algebra*, la quale è affatto araba, e propriamente ſignifica *la riduzione dei numeri rotti in numeri intieri*; etimologia che non va molto meglio di quella del Menagio. Conviene oſſervare che gli Arabi non mai ſi ſervono della parola *Algebra* ſoltanto, per eſprimere ciò che noi preſentemente intendiamo con tal parola; ma vi aggiungono ſempre la parola *macabelah*, che ſignifica oppoſizione e comparazione; per ciò *Algebra Almacabelah* è quello che noi chiamiamo propriamente *Algebra*.

Alcuni Autori definiſcono l'Algebra, l' *arte di riſolvere i problemi matematici*: ma queſta è l'idea dell'Analiſi, o dell'arte analitica piuttoſto che dell' *Algebra*. *Ved.* ANALISI.

In fatto l' *Algebra* ha propriamente due parti: 1.ª il metodo di calcolare le grandezze, rappreſentandole con le lettere dell' alfabeto; 2.ª la maniera di ſervirſi di queſto calcolo per la ſoluzione delli problemi. Siccome queſt' ultima parte è la più eſteſa e la principale, così ſe le dà ſpeſſo il nome di *Algebra*, ed è principalmente in queſto ſenſo che noi l'eſamineremo in queſto articolo.

Gli Arabi la chiamano l' *arte della reſtituzione e della comparazione*, o l' *arte della riſoluzione ed equazione*. Gli antichi Autori Italiani le diedero il nome di *regula rei, & cenſus*, cioè regola della radice e del quadrato: perch' eſſi chiamavano la radice *res*, ed il quadrato, *cenſus*. *Ved.* RADICE, QUADRATO. Altri la nominarono *Aritmetica ſpecioſa*, *Aritmetica univerſale*, ec.

L' *Algebra* è propriamente il metodo di calcolare le quantità indeterminate; cioè una ſorte di Aritmetica, per mezzo della quale ſi calcolano le quantità incognite, come ſe foſſero coonoſciute. Nelli calcoli algebraici, ſi guarda la grandezza ricercata, numero, linea od ogni altra quantità, come ſe foſſe data; e per il mezzo di una o di più quaotità date, ſi va di con-

conſeguenza in conſeguenza, fino a che la quantità che da principio ſi è ſuppoſto incogoita, od almeno alcuoa delle ſue poteoze diviene eguale a qualche quantità cognita; il che fa conoſcere queſta quantità ſteſſa. *Ved.* QUANTITA ed ARITMETICA.

Si poſſooo diſtioguere due ſpecie di Algebra; la *numerale* e *letterale*.

L'*Algebra numerale* o *volgare*, è quella degli antichi Algebriſti, che noo aveva luogo che nella riſoluzione delle queſtioni aritmetiche. La quantità cercata è figurata da qualche lettera o catattere: ma tutte le quantità date ſooo eſpreſſe in oumero. *Ved.* NUMERO.

L'*Algebra letterale* o *ſpeciale*, o la *nuova Algebra*, è quella io cui le quantità date o conoſciute, egualmente che le incognite, ſono eſpreſſe o rappreſentate generalmente per le lettere dell'alfabeto. *Ved.* SPECIALE.

Ella ſolleva la memoria e l'immaginazione, diminuendo di molto gli ſforzi che ſarebbooo coſtrette di fare, per ritenere le differenti coſe neceſſarie alla ſcoperta della verità ſulla qoale ſi ſtudia, e che vuolſi cooſervare preſente allo ſpirito. Per queſtò alconi Autori chiamaoo queſta ſcienza *Geometria metafiſica*.

L'*Algebra ſpeciale* oon è confinata, come la *numerale*, ad una certa ſpecie di problemi: ma ella ſerve nniverſalmeote alla ricerca od alla invenziooe dei teoremi, come alla riſoluzione, ed alla dimoſtrazione di ogni ſorta di problemi, tanto aritmetici che geomettici. *Ved.* TEOREMA, ec.

Le lettere, delle quali ſi fa uſo nell'*Algebra*, rappreſentano cialcheduna ſeparatamente delle linee, o dei oumeri, ſecondo che il problema è aritmetico o geometrico; e poſte inſieme, elle rappreſeotaoo delli prodotti, dei piani, dei ſolidi e delle poteoze più elevate, ſe le lettere ſooo io più grao oumero: per eſempio in Geometria, ſe vi ſono due lettere, come ab, eſſe rappreſeotano no rettangolo, del quale due lati ſooo eſpreſſi, l'uno dalla lettera a, e l'altro da b; di modo che moltiplicandoſi reciprocamente, eſſe producono il piano ab: ſe la lettera ſteſſa è ripetuta due volte, come aa, ella ſignifica un quadrato: tre lettere abc, rappreſentano un ſolido od uo parallelopipedo rettangolo, le di cui tre dimeoſiooi ſooo eſpreſſe dalle tre lettere a, b, c; la lunghezza da a, la larghezza da b, la profondità o la groſſezza da c; io modo che per la loro mutua moltiplicazione, eſſe prodncono il ſolido abc.

Come nelli quadrati, cubi, 4ᵉ. potenze, ec. la moltiplicaziooe delle dimenſiooi o gradi è eſpreſſa per la moltiplicazione delle lettere, e ſiccome il numero di queſte lettere può creſcere fino a divenire troppo incomodo, così ſi ſcrive la radice una ſol volta, e ſi ſegna alla diritta l'eſponente della poteoza, cioè, il oumero delle lettere delle quali è compoſta la potenza od il gradò, che ſi tratta di eſprimere, come a^2, a^3, a^4, a^5: queſt'ultima eſpreſſione a^5, vuol dire lo ſteſſo che a elevata alla qninta potenza; e così del reſto. *Ved.* POTENZA, RADICE, ESPONENTE, ec.

Quanto ai ſimboli, caratteri, ec. de'quali ſi fa uſo in *Algebra* con l'applicazione loro, ec. *Ved. gli articoli* CARATTERE, QUANTITÀ, ec.

Per il metodo di fare le differenti operazioni dell'*Algebra*, *Ved.* ADDIZIONE, SOTTRAZIONE, MOLTIPLICAZIONE ec.

Quanto all'origine di queſt'arte, ooi per dire il vero noo abbiamo nulla di chiaro. Si attribuiſce comunemeote l'inveozione a Diofanto, Autore greco, che ne ſcriſſe tredici libri, benchè non ne ſieno reſtati che ſei. Xilandro li pubblicò per la prima volta nel 1575; e poſcia ſooo ſtati commentati e perfezionati da Gaſpare Bachet, Sigoore di Meziriac, dell'Accademia Franceſe, e dipoi dal Sig. de Fermat.

Tuttavia ſembra che l'*Algebra* noo ſia ſtata totalmente iocognita agli aotichi Matematici, ch'eſiſtevano molto prima del ſecolo di Diofanto: ſe oe vedono le traccie in molti luoghi delle opere loro, benchè ſembra che diſegoaſſero di farne un miſtero. Se oe travede qualche traccia io Euclide, od almeno in Teone, che ha lavorato ſo di Euclide. Queſto Commentatore pretende che Platone aveſſe comiociato il primo ad iofegnare queſta ſcienza. Vi ſono degli altri eſempj in Pappo, e molti più io Archimede, ed Apollooio.

Ma la verità è che l'Analiſi, della quale fanno uſo queſti Autori, è piuttoſto geometrica che algebraica, come ſi vede dagli eſempj che ſi trovano nelle opere loro; in modo che ſi può chiamare Diofanto il primo ed il ſolo Autore fra li Greci, che abbia trattato dell'*Algebra*. Si crede che queſt'arte ſia ſtata molto coltivata dagli Arabi. Si dice anche che gli Arabi l'abbiano appreſa dai Perſiani, e li Perſiani dagl'Iodi. Si aggiunge che gli Arabi la portarooo nella Spagna, da dove, ſecoodo l'opioione di alcuni, paſsò in Inghilterra prima che Diofanto foſſe conoſciuto.

Luca Pacciolo, o Luca dal Borgo, Franceſcano, è il primo in Europa, che abbia ſcritto ſu queſto argomento: il ſuo libro ſcritto in Italiano, fu ſtampato in Venezia nel 1494. Egli era, per quanto dicono, diſcepolo di certo Leonardo da Piſa e di alcuo altro, da' quali appreſe qoeſto metodo: ma ooi oon abbiamo alcuno dei loro ſcritti. Al parere di Pacciolo, l'*Algebra* viene originariamente dagli Arabi: egli non fa menzione alcnna di Diofaoto: il che farebbe credere che queſto Autore non era ancora cognito in Europa. La ſua *Algebra* oon ſi eſtende al di là delle equazioni ſemplici e quadrate. Aozi il ſuo lavoro ſu queſt'ultime oſſervazioni è molto imperfetto, come può vederſi per il ragguaglio che ne dà ſu queſto ſoggetto l'Ab. di Gua, in una eccellente Memoria ſtampata fra quelle dell'Accademia delle Scienze di Parigi

1741.

1741. *Ved.* QUADRATO o QUADRATICO, EQUAZIONE, RADICE ec.

Dopo Pacciolo comparve Stifelio, Autore non privo di merito: ma egli non fece fare alcun progresso rimarcabile all' *Algebra*. Vennero in seguito Scipione Ferreo, Tartaglia, Cardano ed alcuni altri, che spinsero quest'arte fino alla risoluzione di alcune equazioni cubiche: Bombelli li seguì. Puossi vedere nella dissertazione del Sig. Ab. di Gua già citato, la storia curiosissima, e molto esatta dei progressi più o meno grandi che fece ciascheduno di questi Autori nella scienza, della quale parliamo. Quanto in seguito saremo per dire di questo articolo, sulla storia dell' *Algebra*, è tratto da questa dissertazione. Ella fa troppo onore alla Francia per non inserirne qui una gran parte.

„ Tale era lo stato dell' *Algebra* e dell' Analisi, allor quando vide nascere la Francia nel „ suo seno Francesco Vieta, quel grande Astronomo, che le fece egli solo tanto onore, quanto tutti gli Autori, de' quali abbiam fatto „ menzione, ne aveano fatto uniti all' Italia.

„ Ciò che qui potremo dire in suo elogio, „ sarà certamente al di sotto di quanto hanno di „ già detto da lungo tempo gli Autori i più „ illustri, anche fra gl' Inglesi, nella bocca de' „ quali queste lodi devono essere meno sospette „ di parzialità, che in quelle di un compatriota. *Ved.* ciò che ne ha detto il Sig. Halley, *Transf. philos. n.°* 190, *art.* 2, *an.* 1687.

„ Questa testimonianza, sebbene vantaggiosa „ per Vieta, pure appena è eguale a quella che „ Harriot, altro Algebrista Inglese, rende allo „ stesso Autore nella prefazione del libro che „ porta il titolo: *Artis analyticæ praxis*.

„ Gli elogi che gli dà, sono altrettanto più „ rimarcabili, in quanto che si leggono nel „ principio di quest'opera stessa di Harriot, dove Wallis ha preteso di osservare le scoperte „ le più importanti che si sieno fatte nell'analisi: sebbene gli fu facile il ritrovarle quasi „ tutte in Vieta, a cui appartengono in fatto „ per la maggior parte, come si vedrà.

„ Possonsi tra le altre contarne sette di questo genere.

„ La prima, di avere introdotto nel calcolo le lettere dell' alfabeto, per disegnare anche le quantità conosciute. Wallis conviene „ in questo articolo, e spiega al *cap.* XIV. del „ suo trattato di *Algebra*, l'utilità di questa „ pratica.

„ La seconda è quella di avere immaginato „ presso che tutte le trasformazioni delle equazioni, come pure li differenti usi che se ne „ possono fare, per rendere più semplici l'equazioni proposte. Puossi consultare su ciò il „ suo trattato *de recognitione æquationum*, alla pagina 91 e seg., edizione del 1646, come anche il principio del trattato *de emendatione æquationum*, pagina 127 e seg.

„ La terza è il metodo ch' egli diede per „ riconoscere, con la comparazione delle due „ equazioni, che non differiscono che per li segni, qual rapporto avvi tra ciascheduno delli „ coefficienti che sono loro comuni, e le radici dell'uno e dell'altro. Egli chiama questo „ metodo *syncrisis* e lo spiega nel trattato *de* „ *recognitione*, pagina 104 e seg.

„ La quarta è l'uso che fa delle scoperte „ precedenti, per risolvere generalmente l'equazioni del quarto grado, ed anche quelle „ del terzo. *Ved.* il trattato *de emendatione*, „ pagina 140 e 147.

„ La quinta è la formazione delle equazioni „ composte per le loro radici semplici, allora „ quando esse sono tutte positive, o la determinazione di tutte le parti di ciascheduno „ delli coefficienti di quest'equazioni, con che „ termina il libro *de emendatione*, pag. 158.

„ La sesta e la più considerabile, è la risoluzione numerica dell' equazioni, ad imitazione dell'estrazioni delle radici numeriche, „ la quale fa ella sola l'oggetto di un intero „ libro.

„ Finalmente puossi prendere per una settima scoperta, quanto Vieta insegnò sul metodo per costruire geometricamente l'equazioni, che si trovano spiegate alla pagina „ 229 e seguenti.

„ Sebbene un sì gran numero d' invenzioni „ proprie di Vieta nella sola Analisi, l'abbiano „ fatto riguardare, con ragione, come il padre „ di questa scienza, siamo tuttavia costretti di confessare che non si è impegnato a riconoscere come potevansi avere nell'equazioni delle radici di ogni specie, essendochè una tale ricerca entra nel proposto disegno, di assegnare in numero le valute o esatte o vicine di tai radici. Egli non considera dunque le radici reali negative, niente più che le „ radici impossibili, che Bombelli aveva introdotte nel calcolo; e non fu questo che per „ delle viste indirette, con cui giunse al punto di determinare, allora quando n'ebbe bisogno, il numero delle radici reali positive. L' „ illustre Sig. Halley gli fa, con qualche fondamento, qualche rimprovero sulle regole ch' „ egli da per questo.

„ Quanto Vieta aveva omesso di fare sul soggetto del numero delle radici, Harriot, che „ giunse a fiorire poco dopo, lo tentò inutilmente nella sua *Artis analyticæ praxis*. L' „ idea che devesi formare di tal opera, è precisamente quella che dà nella sua prefazione; „ perchè per quello che potrebbesi apprendere „ dalla lettura del trattato di *Algebra* del Wallis, non sarebbe interamente giusta. Non solo questo libro non comprende nulla, come „ Wallis voleva insinuare, di tutto ciò ch'era „ stato scoperto di più interessante nell' analisi, „ allor quando Wallis ha scritto; ma si può anche dire che merita appena d' essere riguardata come un'opera d' invenzione. Le abbre-

„ via-

„ viature che Harriot ſi è immaginato nell' *Alge-*
„ *bra*, ſi riducono a ſegnare i prodotti di dif-
„ ferenti lettere, nello ſcrivere immediatamen-
„ te le une dietro le altre: (niente poi ſi fer-
„ meremo ad oſſervare con Wallis, ch' egli im-
„ piegò nelli calcoli le lettere minuſcole in
„ vece delle majuſcole.) Egli nemmeno ſempli-
„ ficò l' eſpreſſioni dove una lettera ſteſſa tro-
„ vaſi più volte, vale a dire l' eſpreſſioni delle
„ potenze, ſcrivendo l' eſponente a lato. Ve-
„ draſſi facilmente, che deveſi a Carteſio
„ queſt' abbreviatura, come pure gli elementi
„ primi del calcolo delle poteoze; ſcoperta che
„ in ſeguito ſi è trovata naturale, e reſtò di un
„ grand' uſo.

„ Quanto all' analiſi, il ſolo paſſo che pro-
„ priamente ſembra che Harriot abbia fatto,
„ egli è di avere impiegato nella formazione
„ dell' equazioni del 3.° e del 4.° grado, le ra-
„ dici negative, ed anche delli prodotti delle
„ due radici impoſſibili; il che fatto non ave-
„ va Vieta nell' ultimo ſuo capitolo *de emenda-*
„ *tione*. Troveraſſi ancora qui un errore; ed è
„ che l' Autore forma l' equazioni del 4.° gra-
„ do, del quale le quattro radici devono eſſere
„ tutte ad un tempo impoſſibili, per il prodot-
„ to di $be+aa=o$, e $df+aa=o$, ciò che
„ non è generale del tutto: le quattro radici
„ non devono eſſere tutte ad un tempo ſup-
„ poſte come puri immaginarj, ma al più due
„ puri immaginarj, e due immaginarj miſti„.

Il Signor Ab. di Gua fa altresì ad Harriot molti altri rimbrotti che ſi poſſono leggere nella ſua memoria.

„ Non evvi quaſi ſcienza alcuna che non ab-
„ bia dovuto qualche grado di perfezione al
„ grande Carteſio: ma l' *Algebra* e l' Analiſi
„ gli ſono più dovute che tutte le altre. Ve-
„ riſimilmente non aveva mai letto quanto Vie
„ ta aveva ſcoperto in queſte due ſcienze, ed
„ egli le ſpinſe molto più oltre. Non ſolamen-
„ te ſegna, come Harriot, il prodotto di due
„ lettere, ſcrivendole io ſeguito l' una dopo l'
„ altra; ma aggiunge a queſto l' eſpreſſione
„ del prodotto delli due polinomj, ſervendoſi
„ del ſegno della moltiplicazione, e tirandone
„ una linea ſu ciaſcheduno di queſti polinomj
„ in particolare, il che è di molto ſollievo all'
„ immaginazione. Egli fu che introduſſe nell'
„ *Algebra* gli eſpoonenti, il che produſſe i prin
„ cipj elementari dei loro calcoli. E ſtato egli
„ il primo che immaginò delle radici dell' equa-
„ zioni nelli caſi ſteſſi ne' quali queſte radici
„ ſono impoſſibili; di modo che le immagina-
„ rie e le reali empiano il numero delle di-
„ menſioni dell' equazione propoſta: egli fu il
„ primo che diede i mezzi di trovare i limiti
„ delle radici dell' equazioni, che non ſi poſſo-
„ no eſattamente riſolvere; finalmente, egli
„ aggiunſe molto alle affezioni geometriche dell'
„ *Algebra*, che Vieta ci ha laſciato, determi-
„ nando ciò che ſono le linee negative: cioè

„ quelle che riſpondono alle radici dell' equa-
„ zioni ch' egli chiama *falſe*; ed inſegnando a
„ moltiplicare ed a dividere le linee le une
„ per le altre. *Ved. il cominciamento della ſua*
„ *Geometria*. Egli forma, come Harriot, l' e-
„ quazioni delle loro radici ſemplici, e le ſue
„ ſcoperte nell' analiſi pura ſi riducono princi-
„ palmente a due. La prima, di avere inſe-
„ gnato come ſi trovano delle radici poſitive o
„ negative nelle equazioni che non hanno radi-
„ ci immaginarie. *Ved.* RADICE. La ſeconda
„ è l' applicazione che ſa di due equazioni del
„ ſecondo grado alli coefficienti indeterminati,
„ per formare con la loro moltiplicazione, un'
„ equazione che poſſa eſſere comparata termine
„ a termine con qualunque propoſta del quarto
„ grado, affinchè queſte comparazioni differenti
„ forniſcano le determinazioni di tutte le quan-
„ tità determinate che da principio aveva pre-
„ ſo, e che la propoſta equazione ſi trovi
„ così decompoſta in due equazioni del ſecondo
„ grado, facili a riſolvetſi col metodo che ave-
„ vaſi già per tal effetto. *Ved. la ſua Geome-*
„ *tria*, *pag.* 89, *ediz. di Amſterdam an.* 1649.
„ Queſt' uſo di indeterminati è sì induſtrioſo
„ ed elegante, che fece rignardare il Carteſio
„ come l' inventore del metodo degl' indeter-
„ minati; quindi un tal metodo ſi ha poi chia-
„ mato, e chiamaſi ancora proptiamente l' *A-*
„ *naliſi di Carteſio*, ſebbene biſogna confeſ-
„ ſare che Ferrei, Tartaglia, Bombelli, e più
„ di tutti Vieta, e dopò lui Harriot, lo conob-
„ bero.

„ Riguardo l' Analiſi miſta, vale a dire, l' ap-
„ plicazione dell' Analiſi alla Geometria, appar-
„ tiene ella quaſi intieramente a Carteſio,
„ perchè devonſi a lui incontraſtabilmente le
„ due ſcoperte che ne ſono come la baſe. Par-
„ lo della determinazione della natura delle
„ curve per l' equazione a due variabili (*pag.*
„ 26), e della coſtruzione generale dell' eqoa-
„ zioni del 3.° e del 4°. grado (*pag.* 95.).
„ Si può aggiungere l' idea di determinare la
„ natura delle curve a due incurvature per
„ due variabili equazioni (*pag* 74); il me-
„ todo delle taogeoti, ch' è come il primo
„ paſſo che ſi fa verſo l' infinitamente picciolo
„ (*pag.* 46); la determinazione delle curve
„ proprie a riflettere o riunire per la refrazio-
„ ne, in un puoto ſolo, i raggi della luce; fi-
„ nalmente l' applicazione dell' Analiſi e della
„ Geometria alla Fiſica, nel che non aveaſi pri-
„ ma veduto fino allora un sì notabile eſem-
„ pio. Se ſi riuniſcono tutte queſte differenti
„ produzioni, qual idea non ſi formerà di que-
„ ſto sì grand' uomo ch' ebbe il merito di diſ-
„ coprircele? Che mai ſarà queſto in confronto
„ di tutto quel poco che rimane ad Harriot,
„ allora quando delle ſcoperte che il Wallis
„ gli aveva attribuite ſenza fondamento nel ca-
„ pitolo 53 della ſua *Algebra Iſtorica e Prati-*
„ *ca*, ſi averà levato, come deveſi, quanto ap-

„ par-

„ partiene al Vieta od a Cartesio, seguendo
„ l'enumerazione da noi già fatta?

„ Oltre la determinazione del numero delle
„ radici vere o false, quanto a dire, positive o
„ negative, nell'equazioni di tutti li gradi che
„ non hanno radici immaginarie, Cartesio ha
„ meglio determinato che fatto non si aveva fi-
„ no allora, il numero e la specie delle radici
„ di qualunque equazione del 3° e del 4° gra-
„ do, sia col mezzo delle osservazioni che fece
„ sulle formule algebraiche, sia coll'impiegare a
„ quest' uso differenti osservazioni sulle costru-
„ zioni geometriche.

„ Quest' ultima opera che però aveva lasciata
„ imperfetta, fu perfezionata di poi a poco a poco
„ da varj Autori, come per esempio Debaune;
„ fino a tanto che l'illustre Sig. Halley vi pose,
„ per così dire, l'ultima mano in una bella me-
„ moria inserita nelle *Transazioni Filosofiche*
„ *n.°* 190, *art.* 2., *anno* 1687; col titolo se-
„ guente: *De numero radicum in æquationibus*
„ *solidis ac biquadraticis, sive tertiæ ac quartæ*
„ *potestatis, eorumque limitibus, tractatulus*.

„ Quantunque Newton fosse nato in un tem-
„ po, in cui l'analisi sembrava già quasi ridotta
„ alla perfezione, tuttavia un sì gran genio non
„ poteva a meno di non trovare di che aggiun-
„ gere ancora. In fatto egli diede successiva-
„ mente nella sua Aritmetica universale, 1.° una
„ regola molto elegante e bella per conoscere i
„ casi ne' quali l'equazioni possono avere delli
„ divisori razionali, e per determinare in que-
„ sti casi, quali polinomj possono essere questi
„ divisori; 2.° un'altra regola per riconoscere
„ in un gran numero di occasioni, come debbansi
„ trovare delle radici immaginarie in una equa-
„ zione qualunque ella sia; 3.° una terza per de-
„ terminare, con una maniera nuova, i limiti
„ dell'equazioni; finalmente una quarta ch'è
„ poco nota, ma che non è men bella, per di-
„ scoprire in qual caso l'equazioni dei gradi pa-
„ ri possono risolversi in altri gradi inferiori,
„ de' quali li coefficienti non contenessero che
„ semplici radicali del primo grado.

„ A questo è da aggiungersi l'applicazione del-
„ le frazioni al calcolo degli esponenti; l'es-
„ pressione in serie infinite di potenze intiere o
„ frazionarie, positive o negative di un bino-
„ mio qualunque sia; la regola eccellente cono-
„ sciuta sotto il nome di *Regola del parallelo-*
„ *grammo*, col mezzo della quale Newton as-
„ segna in serie infinite, tutte le radici di una
„ qualunque siasi equazione; finalmente il bel
„ metodo che questo Autore ha dato per inter-
„ polare le serie, e ch'egli chiama *methodus dif-*
„ *ferentialis*.

„ Quanto all'applicazione dell'analisi alla Geo-
„ metria, Newton fece vedere quanto egli era
„ versato, non solamente per le soluzioni ele-
„ ganti dei differenti problemi che si trovano
„ nella sua Aritmetica universale, o nei suoi
„ principj della Filosofia naturale; ma principal-
„ mente nell'eccellente suo trattato *delle Linee*
„ *del terz'ordine* „. *Ved.* CURVE.

Ecco quanto è da dirsi sulli progressi dell'*Al-gebra*: gli elementi di quest'arte furono compilati e pubblicati dal Kersey nel 1671; l'Aritmetica speciale, e la natura delle equazioni vi sono ampiamente spiegate e poste in chiaro da un gran numero di differenti esempj: vi si trova tutta la sostanza di Diofanto. Vi si aggiunsero molte cose che riguardano la composizione e la risoluzione matematica, tratta da Ghetaldo. La cosa stessa fu pure eseguita di poi da Prestet nel 1694, e da Ozanam nel 1703; ma questi Autori non ne parlano, o parlano soltanto brevemente dell'applicazione dell'*Algebra* alla Geometria. Guisneo vi supplì con un trattato scritto in francese, che compose espressamente su questo soggetto, e che fu pubblicato nel 1705: come pure il Marchese de l'Hopital, nel suo *trattato analitico delle sezioni coniche*, 1707. Vi è una grande quantità di opere, nelle quali puossi instruirsi sull'*Algebra*. Tali sono *il Trattato della Grandezza* del P. Lamy; *l'Analisi dimostrata* del P. Regneau; *la Scienza del calcolo*, del medesimo Autore; gli elementi di *Algebra*, di Saunderson, di Maclaurin, di Clairaut; ed in questi ultimi tempi, l'*Algebra* del Sig. Abbate Bossut; quella del Sig. Bezout; quella del Sig. Abbate de la Caille, accresciuta dal Sig. Abbate Marie, ec. (*a*).

Si applicò pure l'*Algebra* alla considerazione ed al calcolo degl'infiniti, il che diede origine ad un nuovo ramo molto esteso del calcolo algebraico: ed è quello che chiamasi *la dottrina delle flussioni*, od il *calcolo differenziale*. *Ved.* FLUS-

(*a*) Meritano d'essere annoverate pure l'*Institutiones Analyticæ* del P. Vincenzo Riccati. Noi qui crediamo essere dover nostro di annunciare agli amatori dell'Analisi l'opera che ha per titolo: *Nova Analyseos Elementa, Auctore Joanne Baptista Nicolai, Academiæ Patavinæ, Bononiensis, & Taurinensis Socio*, stampata in Padova l'anno 1786, 1794, nel Seminario. Il *Journal des Savans* ne fece il rapporto con grandi elogi. L'autore in quest'opera mostra con somma esattezza e chiarezza, che dalla incertezza delle prime nozioni, dall'imperfezione dei principj dell'analisi *finita* dobbiamo attribuire l'insolubilità d'alcuni calcoli più sublimi colli metodi fino ad ora posti in uso. Per questo l'autore ci dà tre metodi generali affatto nuovi, che sono li fondamenti di tutta la sua scienza. Il primo metodo lo chiama *absoluti zero*, il secondo *absoluti infiniti*, ed il terzo *circumstantionis a zero usque ad absolutum infinitum*, e con questi tre metodi mostra la maniera di passare dal positivo al negativo. Gli analisti, dic'egli, fino ad ora hanno conosciuto il primo, ignorato il secondo, e malamente s'intese il terzo; da ciò, prosegue egli, ha preso origine l'*immaginario*, il quale ha turbato tutte le produzioni degli analisti. Dimostra che con li metodi da lui esposti, si evita l'incongruenza di fare il positivo eguale al negativo, dal quale ebbe origine l'*immaginario*, ed indica li mirabili sicurissimi progressi che si possono fare con tali principj nell'analisi.

FLUSSIONI e DIFFERENZIALE. Puonſi vedere all' articolo ANALISI, li principali Autori che ſcriſſero ſu di tal materia.

Mi ſono contenuto in queſto articolo, di dare l'idea generale dell'*Algebra* quale ad un di preſſo ſi dà comunemente; e vi ho aggiuato, dietro le traccie del Sig. Abbate di Gua, la Storia dei ſuoi progreſſi. Gl' iſtrutti in queſt' arte troveranno all' *articolo* ARITMETICA UNIVERSALE delle riflefſioni più profonde ſu queſta ſcienza; ed all' *articolo* APPLICAZIONE delle oſſervazioni ſull' *applicazione dell' Algebra alla Geometria*. (O.)

ALGEBRAICO, ag., quello che appartiene all' Algebra. *Ved.* ALGEBAA.

Diconſi pure *caratteri o ſimboli algebraici*, *curve algebraiche*, *ſoluzioni algebraiche*. *Ved.* CARATTERI, ec.

Curva algebraica, è una curva nella quale il rapporto delle aſciſſe all' ordinare può eſſere determinato da un' equazione *algebraica*. *Ved.* CURVA.

Vi ſono pure *linee* o *curve geometriche*. *Ved.* GEOMETRICO.

Le curve *algebraiche* ſono oppoſte alle curve *meccaniche* o *traſcendenti*. *Ved.* MECCANICA e TRASCENDENTE. (O.)

ALGEBRISTA, ſ. m. chiamaſi uno che ſia verſato nell' Algebra. *Ved.* ALGEBAA. (O.)

ALGEDI, nome della ſtella γ del Capricorno.

ALGENEB, o ALGENIB, (*Aſtr.*); è il nome di una ſtella della ſeconda grandezza, ſituata nella coſtellazione del Pegaſo, e che gli aſtronomi ſegnano con la lettera γ; altri danno queſto nome alla cintura di Perſeo.

ALGOL, o *teſta di Meduſa*; ſtella fiſſa della ſeconda grandezza, nella coſtellazione di Perſeo. *Ved.* PERSEO.

Si aveva oſſervato, nell'ultimo ſecolo, che queſta ſtella cangiava di grandezza e di luce; ma nel 1783, il Sig. Goodricke, gentiluomo di Yorck, ha riconoſciuto che queſta ſtella, che ordinariamente è della ſeconda grandezza, non è più che della 4.ª per qualche ora; il che accade ogni tre giorni; il periodo di queſte variazioni è di 64 ore: ella impiega tre ore e mezzo a diminuire, ed altrettante a ricevere il lume ſuo. Li 3 di maggio 1783, alle 9 ore della ſera era la più debole, e tutti li 23 giorni queſta faſe doveva ritornare verſo l'ora ſteſſa; queſto ſarà dunque alla mezza notte, il 10. Febbrajo 1784, li 24, ec. Queſta ſtella non reſta a Parigi ſull'orizzonte, che per una ora e 27 minuti. Si poſſono ſpiegare queſte variazioni per la figura appianata di queſta ſtella, come Maupertuis, per qualche gran macchia alla ſuperficie, come Riccioli, o per la interpoſizione di qualche gran pianeta che gira intorno di queſta bella ſtella. Queſt'è l'opinione del Sig. Goodricke. (*Il Sig. De la Lande.*)

ALGOMEIZA, nome della ſtella Procione.

ALGORAB, nome della ſtella γ del corvo.

ALGORITMO, ſ. m. *termine Arabo*, uſato da qualche autore, e ſingolarmente dagli Spagnuoli, per ſignificare *la pratica dell' Algebra*. *Ved.* ALGEBAA.

Si prende pure qualche volta nell' *Aritmetica per cifre*. *Ved.* ARITMETICA.

L' *algoritmo*, ſecondo il valore della parola, ſignifica propriamente l' *arte di computare con aggiuſtatezza e facilità*: egli comprende le regole dell' Aritmetica volgare. Perciò, ſi chiama l' *algoritmo* degl' intieri, l' *algoritmo* delle frazioni, l' *algoritmo* delli numeri ſordi, ec.

La ſteſſa parola generalmente ſi prende, per diſegnare il metodo, e la notazione di ogni ſpecie di calcolo. In queſto ſenſo, ſi dice l' *algoritmo del calcolo integrale*, l' *algoritmo del calcolo eſponenziale*, l' *algoritmo del calcolo dei ſeni*, ec.

ALIAT; (*Aſtr.*) è il nome che gli Arabi diedero alla prima ſtella della coda della grand' orſa, che noi ſegniamo con la lettera ε greca; ella è anche chiamata qualche volta *Ris Alioth*, *Allioth*, *Mirach*, *Micar*, o *Mizar*, ſecondo Bayer, nella ſua *Uranometria*. (*D. L.*)

ALIDADA; regola che ſi muove ſul centro di un quadrante, e che porta un canocchiale per miſurare gli angoli. *Ved.* MURALE. (*D. L.*)

ALIDADA (*Geom.*). Chiamaſi così l' indice o la regola, che, partendo dal centro di un iſtrumento aſtronomico o geometrico, può ſcorrere il lembo per moſtrare i gradi che ſegnano gli angoli, con li quali ſi determinano le diſtanze, le alrezze, ec. Queſta parola viene dall' arabo, dove ha la ſignificazione ſteſſa. In greco ed in latino ſpeſſo viene chiamato διοπτρα, *dioptra*, ed ancora *linea fiduciæ*, linea di fede.

Queſto pezzo ha due alette poſte perpendicolarmente ad ogni eſtremità. *Ved.* TRAGUARDI, SEMICERCHIO, ec.

ALIEMIMI. nome della bella ſtella del gran cane. *Ved.* SIRIO.

ALIQUANTO, ag. (*Arit.*) dalla parola latina *aliquantus*. Le parti *aliquante* di un numero, od in generale, di un tutto, ſono quelle che non ſono contenute in un certo numero di volte in queſto tutto. Per eſempio, 5 è una parte *aliquanta* di 12, perchè 5 è contenuto più di *due volte*, e meno di *tre volte* nel 12.

ALIQUOTO, ag. (*Arit.*) dalla parola latina *aliquotus*. Parte aliquota di un tutto, parte ch' è contenuta un certo numero di volte giuſte in queſto tutto. Per eſempio, 3 è una parte *aliquota* del 12, perchè 3 è contenuto quattro volte nel 12.

ALKAMELUZ. nome della ſtella Arturo.

ALLIGAZIONE (*Arit.*). Chiamaſi generalmente *alligazione* una meſcolanza che ſi fa di un certo numero di coſe di valori differenti, per formare un tutto di uno ſteſſo numero di parti eguali tra di eſſe, e di un valore medio. La *regola dell' alligazione* in Aritmetica, ſerve

a trovare un certo valore medio dell'una delle parti di questa mescolanza, quando si conosce il valore ed il numero delle cose, delle quali è composta; od il numero delle parti delle cose che devono essere allegate, quando si conosce il valore di ciascheduna di queste parti, e quella della mescolanza. Il primo di questi problemi è determinato in tutti li casi; il secondo è suscettibile di molte soluzioni, allor quando vi entrano più di due specie di cose nella mescolanza, come vedrassi.

Questione I. *Trovare il valore dell'unità della mescolanza, allor quando si conosce il numero ed il valore delle cose, delle quali deve essere composto.*

Moltiplicate il numero delle cose di ciascheduna specie, col valore dell'unità di ogni cosa: aggiungete insieme tutti questi prodotti, e dividete la somma per il numero totale delle cose allegate, il quoziente vi darà il valore dell'unità della mescolanza. Per esempio, si propone di mescolare insieme 300 fiaschi di vino, a 25 soldi al fiasco; 200 fiaschi a 20 soldi; 150 fiaschi a 15 soldi, e di trovare il valore di un fiasco della mescolanza; bisognerà moltiplicare 25 soldi per 300, ed il prodotto 7500 soldi sarà il valore di tutti li fiaschi della prima specie; così egualmente, moltiplicando 20 soldi per 200, il prodotto 4000 soldi sarà il valore di tutti li fiaschi della seconda specie, e moltiplicando 15 soldi per 150, il prodotto 2250 soldi sarà il valore di tutti li fiaschi della terza specie. Dunque, se si uniscono insieme questi tre prodotti, la somma 13750 soldi è il prezzo di tutti li fiaschi, o della mescolanza che ne risulta. Dunque, dividendo questa somma per 650, ch'è il numero totale delli fiaschi, il quoziente 21 soldi $\frac{1}{13}$ sarà evidentemente il prezzo del fiasco della mescolanza.

Questione II. *Due quantità di valori differenti essendo date, determinare quanto convien prendere da ciascheduna per formare una quantità media, il valore della quale è già dato.*

Io prendo, per esempio, il problema della corona di Gerone, Re di Siracusa. Questo Principe, supponendo che la sua corona non fosse di oro puro, ma formata di una mescolanza di oro e di argento, propose ad Archimede di determinare le quantità di queste due materie, che potevano entrare nella mescolanza. Archimede, instrutto dalle leggi dell'*idrostatica* (*Ved.* questa parola), che li corpi di uno stesso *volume* (*Ved.* questa parola), essendo tuffati nell'acqua, perdono delle parti eguali del loro peso, risolse di formare una massa di oro puro, ed una massa di puro argento, che ciascheduna aveva lo stesso volume della corona; e pesando poi fuori dell'acqua la massa d'oro, la massa d'argento, e la corona, giudicò, per la comparazione dei pesi, se la corona era di oro puro, o di argento puro, o finalmente una mescolanza di oro e di argento. Supponiamo quest'ultimo caso. Supponiamo di più che il peso della massa d'oro, di quella d'argento e della corona fossero tra di essi in numero rotondo, come li numeri 19, 10, 15. La questione si riduce dunque a formare, con le parti delli due corpi eguali in volume, che pesano 19 e 10, un terzo corpo dello stesso volume, che pesa 15. Per giungere a questo, immaginiamoci che li tre volumi eguali ai nostri tre corpi sieno divisi ciascheduno in un numero stesso di parti eguali. Posto questo, l'eccesso del peso 19, sul peso 15, essendo 4, mentre che l'eccesso del peso 15 sul peso 10, è 5, egli è chiaro che se si mette nella mescolanza, numero eguale delle parti del volume d'oro e del volume d'argento, i primi produranno un'aumentazione di peso, espresso da 4, mentre che il secondo produrrebbe una diminuzione di peso, espresso da 5. Ora per l'aumentazione e la diminuzione compensandosi mutualmente, devesi prendere sulli volumi componenti più o meno delle parti, secondo che queste parti sono più o meno pesanti. Dunque se voi prendete in tutte 9 parti sulli due volumi componenti, voi ne dovete prendere 4 su quello di argento, e 5 su quello d'oro. Dunque rappresentando ciascheduno dei nostri tre volumi eguali per 1, o per la frazione $\frac{9}{9}$, il volume $\frac{9}{9}$ della mescolanza, o della corona, sarà composto di $\frac{4}{9}$ del volume di argento, e di $\frac{5}{9}$ del volume d'oro.

Ragionando in tal modo in tutti li casi a questo simili, si formerà questa regola per risolvere una tal sorta di problemi. Fate due frazioni che abbiano per denominatore comune l'eccesso del più alto valore sul più picciolo, e la prima delle quali abbia per numeratore l'eccesso del più alto valore sul medio, e l'altra per numeratore l'eccesso del valore medio sul più picciolo. La prima frazione sarà la parte che convien prendere dalla più picciola quantità; e la seconda, la parte che convien prendere dalla quantità più grande.

Questa regola puossi dimostrare così generalmente, per il calcolo algebraico. Sieno A e B li pesi di due corpi componenti; M il peso del corpo misto; G il volume comune alli tre corpi; x e y le parti che bisogna prendere dei volumi dei corpi componenti, per formare il corpo misto. Egli è chiaro a prima vista che si averà $x+y=G$. Da un'altra parte, il peso di x sarà $\frac{Ax}{G}$, essendo il quarto termine di una proporzione (*Ved.* Proporzione); dunque li tre primi sono G, x, A, e per una stessa ragione, il peso di y sarà $\frac{By}{G}$. Ora la somma delli due pesi $\frac{Ax}{G}$, $\frac{By}{G}$ deve essere M. Così si averà $\frac{Ax+By}{G}=M$. Poniamo in questa equazione per y, il

y, il ſuo valore $G-x$, che dà la prima equazione; noi averemo $Ax+BG-Bx=GM$; il che dà $x=G\times\left(\frac{M-B}{A-B}\right)$; ed (a cauſa di $y=G-x$), $y=G\times\left(\frac{A-M}{A-B}\right)$. Si vede che queſti valori di x ed y ſono quelli che preſcrive la regola propoſta.

Oſſervazione. Se in tal ſorta di queſtione, la meſcolanza deve eſſere compoſta da più di due ſpecie di coſe, vi ſaranno più maniere di prendere queſte coſe per formare la meſcolanza. Così nel problema della corona del Re Gerone, ſe non ſi ſapeſſe, o non ſi ſupponeſſe che la corona non contiene che dell'oro e dell'argento; e ſe oltre queſti due metalli ella conteneſſe, per eſempio, del rame, allora il peſo dell'oro, dell'argento, e del rame eſſendo ad un di preſſo come li numeri 19, 10, 8, è chiaro che ſi potrà formare ſucceſſivamente coll'argento ed il rame, un'infinità di corpi miſti, ciaſcheduno del volume ſteſſo che ciaſcheduna delle tre materie propoſte, ed indi combinare ciaſcheduna di queſte miſture con l'oro, per formare delli tre metalli un miſto che peſi 15 libbre. Così potrebbeſi pure formare di più maniere un miſto di oro e di argento, purchè queſto miſto peſaſſe più di 15 libbre, poſcia combinarle col rame.

In tal ſorta di caſi, ne' quali ammette il problema molte ſoluzioni, egli è *indeterminato*. Su di che *ved.* Problema. (*L. B.*)

ALLUNGATO, ag. diceſi generalmente in *Geometria*, di ciò ch'è più lungo che largo. In queſto ſenſo ſi dice, un *eſagono*, un *ettagono*, un *ottagono*, ec. *allungato*, *un ovale molto allungato*.

Sferoide allungata, diceſi di una ſferoide, il di cui aſſe foſſe più grande che il diametro del circolo perpendicolare a queſt'aſſe, ed allontanato egualmente dalle ſue eſtremità.

Così puoſſi dare il nome di *Sferoide allungata* ad una ſferoide formata da una rivoluzione di una ſemiellifſe intorno al ſuo grande aſſe. *Ved.* Sferoide. Se la ſferoide è formata dalla rivoluzione di una ſemiellifſe d'intorno al picciolo ſuo aſſe, od in generale, ſe il ſuo aſſe è più picciolo che il diametro del circolo, il di cui piano è perpendicolare al mezzo di queſt'aſſe, chiamaſi in tal caſo *ſferoide appianata*.

Queſt'ultima figura è ad un di preſſo quella della terra che abitiamo, e forſe di tutti li pianeti, nella maggior parte de' quali ſi oſſerva, che l'aſſe è più picciolo del diametro dell'equatore. *Ved.* Terra. La parola *allungata* ſi uſa qualche volta parlando delle cicloidi e delle epicicloidi, la baſe delle quali è più grande che la circonferenza del circolo generatore. *Ved.* Cicloide ed Epicicloide, ec. (*O.*)

ALMAGESTO; nome del libro più antico di Aſtronomia che ci è rimaſto, e che fu compoſto da Tolomeo verſo l'anno 140; il ſuo nome deriva da Μέγιστος, che ſignifica grandiſſimo. Queſto libro ha per titolo in greco μεγάλη Σύνταξις, grande compoſizione; egli fu tradotto dal Greco in Arabo verſo l'anno 827, per ordine del califo Almamon, che regnava a Bagdad. L'Imperatore Federico II. lo fece tradurre in latino verſo l'anno 1230. Fu per la prima volta ſtampato a Venezia nel 1515, ma il teſto greco non fu ſtampato che nel 1538 a Baſilea. Gregorio di Trabizonda fece una traduzione latina dell'*almageſto*, che fu ſtampata in Venezia nel 1537, a Baſilea nel 1541, e nel 1551. Queſto libro contiene una prezioſa raccolta di antiche oſſervazioni; queſte ſono le ſole che ci ſieno pervenute; ma tutte le concluſioni che l'autore ne ha tratte, ſono difettoſiſſime, e ſono ſtate rettificate dalli moderni, come ſi può vedere ſpecialmente negli Elementi di Aſtronomia pubblicati dal Sig. Caſſini nel 1740, e nelle Memorie da me date ſulla Teoria del Mercurio nel volume dell'Accademia delle Scienze, per il 1766. Riccioli ha pure dato una grand'opera di Aſtronomia intitolata, *Almageſtum novum*, in 2 volumi in foglio, a Bologna nel 1651, la quale è una collezione immenſa e prezioſa di tutta l'Aſtronomia ſtorica e teorica, e della quale gli Aſtronomi ne fanno un uſo continuo, come pure dell'*almageſto* di Tolomeo. (*D. L.*)

ALMANACCO, (*Aſtronom.*) *calendario* o *tavola*, dove ſono ſegnati li giorni di feſta dell'anno, il corſo della Luna per ciaſchedun meſe ec. *Ved.* Calendario, Anno, Giorno, Mese, Luna ec.

Li grammatici non ſi accordano ſulla origine di queſta parola. Gli uni la fanno derivare dalla particola araba *al* e *manah*, conto: altri, nel numero de' quali è pure lo Scaligero, la derivano da queſta ſteſſa propoſizione *al*, e dalla parola greca μὴν, *il corſo dei meſi*. Golio non è di queſto parere: ecco qual è il ſuo. Queſt'è, dic'egli, l'uſo in tutto l'Oriente, che li ſudditi facciano dei doni ai loro Principi nel cominciare dell'anno: ora li doni che fanno gli aſtronomi, ſono delle *efemeridi* per l'anno che comincia; e da ciò queſt'efemeridi ſono ſtate chiamate *almanha*, che ſignifica *mancie*, o *doni* dell'anno nuovo. *Ved.* Efemeridi. Finalmente Verſtegan ſcrive *almon-ac*, e lo fa derivare dal faſſone. I noſtri vecchi, dic'egli, ſeparavano il corſo delle lune per tutto l'anno, ſu di un baſtone o pezzo di legno quadrato, che chiamavano *al monaght*, per contrazione, in vece di *al-moon held*, che ſignifica in vecchio ingleſe o vecchio faſſone, *contenente tutte le lune*.

I noſtri *almanacchi* moderni corriſpondono a quello che gli antichi Romani chiamavano *faſti*.

Il lettore potrà iſtruirſi di quanto deveſi fare per formare un *almanacco*, all'articolo Calendario.

Il Re di Francia Enrico III., con un ordine dell'anno 1579, proibì „a tutti li facitori „ di *almanacchi* di avere la temerità di fare „ delle predizioni ſugli affari civili o dello ſta„ to, o dei particolari, o ſia in termini eſ„ preſſi, od in termini coperti„. *Ved.* Astrologia. Il noſtro ſecolo è abbaſtanza illuminato, perchè non gli ſia neceſſaria una tale proibizione; e ſebbene vediamo ancora molti *almanacchi* pieni di tal ſorta di predizioni, appena il baſſo popolo vi preſta qualche credenza.

La maggior parte dei noſtri *almanacchi* d'oggi contengono non ſolamente i giorni e le feſte dell'anno, ma altresì un numero grandiſſimo di altre coſe.

Uno dei più conoſciuti in Francia, è l'*Almanacco Reale*, vol. in 8.° Nella ſua origine, che monta fino all'anno 1679, queſto *almanacco* o calendario, con alcune predizioni, aggiunte alle faſi della luna, contiene ſoltanto le partenze dei corrieri, il giornale delle feſte di Palazzo, un eſtratto delle fiere principali del regno, e delle città dove ſi battono le moncte. Le prime lettere del privilegio ſono ſegnate dal 16 Marzo 1679. Egli ha ſuſſiſtito ad un dipreſſo fino all' an. 1697. Luigi XIV. avendo avuto la curioſità di vederlo in queſto anno, Lorenzo d' Houry ebbe l'onore di preſentarglielo, e poco tempo dopo ottenne una rinnovazione del privilegio, ſotto il titolo di *Almanacco Reale*, li 29 Gennajo 1699. L' Autore da quel tempo in poi ebbe in viſta di aggiungere a poco a poco le naſcite dei Principi ed i nomi di tutte le perſone di qualità nel Clero, nella Spada, nel Foro, e nelle Finanze; il che in gran parte eſeguì fino alla ſua morte, che avvenne l' an. 1725. Dopo queſto tempo, queſt' opera fu continuata, tanto dalla Vedova di Houry, che da Le Breton, nipote di Houry. Queſto *almanacco* al preſente è di 683 pagine; li calcoli ſono tratti dalle mie Eſemeridi.

L'*almanacco* di Parigi, che ſerve di baſe a tutti gli altri per li calcoli del Calendario, è la *cognizione dei tempi*, che l' Accademia delle Scienze pubblica ciaſchedun anno dopo il 1679; il Signor Picard, celebre aſtronomo dell' ultimo ſecolo, è ſtato il primo autore; fu continuata ſucceſſivamente dal Sig. Leſebvre, Sig. Lieutaud, Sig. Godin, Sig. Maraldi, ed in ſeguito da me; ora dal Sig. Jeaurat; s'imprime ogni anno nella Stamperia Reale a Parigi. Ma il più utile di tutti gli *almanacchi* di queſto genere, è quello che ſi pubblicò in Inghilterra ſotto il nome di *Nautical Almanac*. *Ved.* Efemeridi.

Dal 1750 circa, l'uſo degli *almanacchi* ſi è moltiſſimo accreſciuto: in Francia ſi, è veduto ſopra gli altri con piacere l'*almanacco* delle Belle Arti, oggi la Francia Letteraria, quello degli Spettacoli, quello delle Curioſità di Parigi, l'*almanacco* di Gota, pieno di fatti intereſſanti per la Fiſica ed Iſtoria; vi ſono degli *almanacchi* Geografi, Militari, degli *almanacchi* Cantanti, ec. Tutte le cognizioni utili e le coſe di piacere furono poſte negli *almanacchi*; ed io credo che queſt' uſo abbia contribuito a diffondere il guſto della letteratura. (*D. L.*)

(Si pubblicò in Italia un' opera periodica intitolata: *Almanacco* o Giornale Aſtrometeorologico ec., il quale ſegna le ore Italiane dell' aurora, del levar del ſole, del mezzodì, della mezza notte, del durar del giorno: il levare ed il tramontare della luna; le ſue faſi, li punti lunari per li cangiamenti dei tempi; l'età della luna; il ſito della luna, del ſole, e delli pianeti; il loro principale aſpetto: *il faros* o nuovo ciclo di 223 lune, che riconducono il ritorno delle coſtituzioni dell' atmoſfera e delle ſtagioni; ſeguito ſempre da alcuni diſcorſi o qualche rapporto di oſſervazioni meteorologiche ec. di Padova e di Venezia.

Di queſto *Almanacco*, che il Sig. Ab. Toaldo ci fa il piacere di pubblicare, non ſaprebbeſi dare altro giudizio che quello che ne dà il *Monthly Review* di Londra vol. 71, art. 39 pag. 570: „Queſt' opera periodica eccellente ed utiliſſima, che regolarmente ſi cootinuò dall' anno 1773, è ſtata impreſſa in Roma. Meriterebbe di eſſere tradotta in tutte le lingue, e tenuta come un *veni mecum* nella ſaccoccia da tutti li Parrochi e capi di caſa di campagna, dagli artiſti, medici, naviganti, viaggiatori, ed anche dalli cacciatori„.)

ALMERZAMONNAGIED; nome della ſtella poſta nella ſpalla orientale di Orione.

ALMICANTARAT o Almucantarat, (*Aſtron.*), ſono piccioli cerchi paralleli all'orizzonte: chiamanſi ancora cerchi di altezza, paralleli di altezza. Quando, per eſempio, un aſtro ha venti gradi di altezza, tutti li punti che ſono a queſt' altezza, facendo il giro del Cielo, parallelamente all' orizzonte, formano l' *Almicantarat* dell' aſtro ſteſſo. Queſta parola ſu tratta per corruzione dal Greco e dall' Arabo; perchè dalla Greca parola κέντρον, centro, gli Arabi hanno fatto Mokenter, ſeguendo la maniera di formare li participj, ed il plurale Mokenterat, il che vuol accennare dei cerchi, i centri de' quali ſono in una ſteſſa linea verticale. (*Coſtard, Hiſtory of Aſtronomy.* 1767, *pag.* 18.)

Li paſſaggi di due ſtelle conoſciute da uno ſteſſo *Almicantarat*, poſſono far conoſcere l'ora ch'è: ſe ſi hanno queſti paſſaggi per due *Almicantarati* ſi può trovare l' altezza del polo, e la declinazione di due ſtelle. F. C. Mayer ha ſciolto queſto problema nelle memorie di Petersburgo, e Maupertuis nella ſua *Aſtronomia nautica*, come pure molte altre queſtioni di tal ſorta, ma che non ſono di uſo alcuno in Aſtronomia. (*D. L.*)

ALMUCANTARAT. *Ved.* Almicantarat.

ALMUCEDIE o Almuredin; nome della ſtella ε all'ala precedente della vergine.

AL-

ALRAMECH o ARAMECH; nome della ſtella del biſolco Arturo.

ALRUCCABAH; nome della ſtella polare.

ALTAIR, ATAIR, o ALCAIR; nome della bella ſtella dell'aquila.

ALTALENA, è una ſorta di giuoco, in cui ſaſſi ondeggiare una tavola ſoſpeſa tra due funi.

ALTALENO, (*Meccanica*) è un pezzo di legno poſto in bilico ſopra un altro ficcato in terra che ſi alza e ſi abbaſſa per mezzo di un' aſſe che lo attraverſa nella ſua lunghezza per eſſere più o meno in equilibrio. Può anch' eſſere il contrappeſo di un ponte levatojo o di un mulino da vento. Generalmente *altaleno* è una leva della prima ſpecie, in cui trovaſi il punto di appoggio tra la potenza e la reſiſtenza.

ALTALENO, (*Arcbitettura Idraulica*), è una trave poſta ſulla punta di un groſſo palo, la quale ſcorre per appoggiare in cima l'ago di un pertuglo. (K.)

ALTARE, (*Aſtron.*) *Ara*; coſtellazione meridionale, chiamata così *altare*, *thymele* (che ſignifica altare); *Veſta*, a cagione della Dea del fuoco, *pharus* (ch' è lo ſteſſo che elevazione) *ſacrarium*, *templum*, *puteus*, *focus*, *lar*, *thuribulum*, *acerra* (vaſo da ponervi l' incenſo), *prunarum conceptaculum*, *ignitabulum*, *batillus* (Rechaud), *ara thymiamatis* (altare dell' incenſo), *ara centauri*. Gli Dei, dicono i poeti, eſſendo in guerra contro i Titani, fecero da Vulcano innalzare un altare, ſul quale eſſi ſi legarono con un mutuo giuramento. Queſto altare fu poſto tra le coſtellazioni. Si diſſe anche che queſto altare ſu quello ſteſſo ſul quale Chirone ſacrificò un lupo.

La ſtella principale dell' altare è di 3ª. grandezza, ella aveva, nel 1750, 258°, 8', 25" di aſcenſione retta, e 49°, 38', 31" di declinazione auſtrale. (*D. L.*)

ALTERNAZIONE, alcuna volta ſi prende per eſprimere il cangiamento di ordine che ſi può dare a molte coſe od a più perſone, ponendole ſucceſſivamente le une dopo le altre, o le une vicino alle altre. Così tre lettere *a*, *b*, *c*, poſſono ſubire un' *alternazione* in ſei differenti maniere; *abc*, *acb*, *bac*, *bca*, *cba*, *cab*.

L'alternazione è una delle differenti ſpecie di combinazioni. (*Ved.* COMBINAZIONE.) Eccone la regola, per trovare tutte le *alternazioni* poſſibili di un numero di coſe date, per eſempio, di cinque coſe, (come di cinque lettere, di cinque perſone, ec.). Prendete tutti li numeri dalla unità fino al cinque, e moltiplicateli ſucceſſivamente gli uni con gli altri, 1 per 2, poi per 3, poi per 4, poi per 5; il prodotto 120 ſarà il numero della cercata *alternazione*.

La ragione di queſta pratica è ſempliciſſima. Prendiamo, per eſempio, due lettere *a* e *b*; egli è evidente che non vi ſono che due poſſibili *alternazioni*, *ab*, *ba*; prendiamo una terza lettera *c*; egli è evidente che queſta terza lettera può eſſere diſpoſta a tre differenti maniere in ciaſcheduna delle due *alternazioni* precedenti, cioè od in principio, o nel mezzo, o nel fine. Ecco dunque per tre lettere due volte tre *alternazioni* o ſei. Prendiamo una quarta lettera, ella potrà egualmente occupare quattro poſti differenti in ciaſcheduna delle ſei *alternazioni* di tre lettere, il che fa ſei volte 4, o 24; così pure cinque lettere faranno 24 volte 5 o 120, e così del reſto. (O).

ALTERNO, ag. (*Geom.*) Allor quando due rette *parallele* *AB*, *EF* (*Geom.* *Fig.* 9) ſono tagliate da una qualunque retta *KL*, queſta forma, con le parallele, degli *angoli* interiori ed eſteriori, che ſi chiamano *alterni*, quando ſi prendono, in ſenſo contrario, due a due al di dentro delle parallele, o due a due al di ſuori delle parallele. Così li due angoli *BDH*, *EHD* ſi chiamano *alterni interni*, come lo ſono *ADH*, *FHD*. Li due angoli *ADL*, *FHK* ſono *alterni eſterni*; e così pure li due angoli *BDL*, *FHK* ſono *alterni eſterni*. *Ved.* PARALLELE.

Se ſi ha una proporzione qualunque geometrica *A* : *B* : : *C* : *D*, e che ſi faccia cangiare di poſto alli due termini medj, ſi averà la proporzione *A* : *C* : : *B* : *D*, che ſi chiama *proporzione alterna*, relativamente alla prima. *Ved.* PROPORZIONE.

ALTEZZA, (*Geom.*). Chiamaſi ordinariamente *altezza* di un oggetto l' elevazione di queſto al di ſopra della ſuperficie della terra. In tal modo s' indica l' elevazione di un muro, di una nuvola, ec. Queſta parola ſteſſa adoperaſi più generalmente per moſtrare la diſtanza di un punto o di una linea da una linea o da un piano. Così chiamaſi *altezza* di un triangolo la perpendicolare condotta da uno degli angoli del triangolo al lato oppoſto; *altezza* di un parallelogrammo è la perpendicolare condotta da un qualunque punto dell'uno dei lati del parallelogrammo oppoſto, ec.

Li triangoli che hanno delle baſi e delle *altezze* eguali, ſono eguali in ſuperficie; li parallelogrammi ſono doppi in ſuperficie delli triangoli di una baſe ſteſſa, e d' una ſteſſa *altezza*. *Ved.* TRIANGOLO e PARALLELOGRAMMO.

Le *altezze* inacceſſibili ſi miſurano col mezzo della Trigonometria. *Ved.* TRIGONOMETRIA.

ALTEZZA, (*Aſtron.*) o elevazione di una ſtella, è il numero delli gradi, delli minuti, e delli ſecondi compreſi tra l'aſtro e l' orizzonte miſurato ſu d'un circolo verticale. La miſura delle *altezze* è il fondamento di tutta l' Aſtronomia.

Sia un oſſervatore *O* (*Tav. d' Aſtronomia Fig.* 24) di cui *Z* è il zenit, ed *HoR* l'orizzonte; eſſendo già convenuto tra gli Aſtronomi di tutti li tempi, di dividere il circolo in 360 gradi, ſi conterà neceſſariamente 90° dal *Z* fino al *R*; perchè *ZR* è il quarto del cerchio o della circonferenza intiera. Così, una ſtella, che moſtrerebbe di eſſere il *Z* averà 90° di *al-*

tez-

tezza; quella che sarà in *A* ad eguale distanza dall'orizzonte *R*, e dal zenit *Z*, ne averà 45, e così del resto.

L'osservatore *O*, che vuole misurare queste *altezze*, non ha che prendere un quarto di cerchio *B D*, di legno o di metallo, dividerlo in 90 parti, postare uno dei lati *B O* verticalmente, col mezzo di un filo a piombo, e in questo stato osservare, ponendo l'occhio nel centro *O*, su qual punto *C* corrisponde la stella *A*: il numero delli gradi compresi tra *D* e *C* sul suo strumento, sarà lo stesso che quello dei gradi dell'arco *A R*, che nella sfera celeste segnano l'*altezza* della stella *A* al di sopra dell'orizzonte. Difatti, se l'arco *D C* è la ottava parte di una circonferenza intiera, o la metà di *B D* sullo picciolo strumento, l'arco celeste *A R* sarà così la metà di *Z K*: così l'uno e l'altro saranno di 45.° Si sa che li gradi altro non sono che le parti aliquote della circonferenza intiera, e che ve ne sono 90 nel quarto di un piccolissimo circolo, egualmente che nel quarto di uno grandissimo, come ne sono due metà o quattro parti in un oggetto qualunque o grande o picciolo. Appunto su questa considerazione è fondata la misura degli angoli de' quali gli astronomi ne fanno continuamente uso; poichè le misure tutte, nel cielo, consistono in gradi, od in parti di gradi.

Gli astronomi dispongono in una maniera più comoda il quadrante che adoperano nel misurare le *altezze*; essi pongono uno dei lati *B O*, *Fig.* 25, di maniera che sia diretto verso la stella *A*, della quale vogliono misurare l'altezza; al centro *O* di questo strumento è sospeso liberamente un filo a piombo *O E D*; allora l'arco *E G* del quadrante che si adopera, compreso tra il filo a piombo ed il raggio *O G*, averà tanti gradi che l'arco *A R*, ch' è l'altezza della stella *A*, al disopra dell'orizzonte *O R*; perchè la linea verticale *Z O E D* fa, col raggio della stella *B O A*, un angolo la di cui misura è l'arco *Z A* di un lato, e dell'altro l'arco *B E*, che gli è simile, e che ha lo stesso numero di gradi, ed è quello che noi chiamiamo la distanza dal Zenit. L'arco *Z A* è il complemento dell'arco *A R*, o quello che gli manca per fare 90°, come *B E* è il complemento dell'arco *E G*; così l'arco *A R* è simile all'arco *G E*. Dunque quest'ultimo arco esprime l'*altezza* della stella egualmente che l'arco *A R*. Tale è la maniera, con cui gli astronomi procedono in questa osservazione fondamentale, e che continuamente accade. Non si tratta per osservare l'*altezza* di una stella al disopra dell'orizzonte, che di dirigere uno dei lati *B O* del quadrante *B E G*, verso l'astro supposto in *A*, e di vedere quanti gradi intercetta il filo a piombo *O E D*, sospeso liberamente al centro *O* dello strumento, contando dall'altro raggio *O G* dello stesso, cioè quanto è l'arco *G E*; è su questo fondato l'uso del quadrante astronomico, di cui noi daremo una esatta descrizione all' *articolo* QUADRANTE.

Si distinguono l'*altezze* degli astri in *altezze apparenti* ed *altezze vere*; elleno differiscono in ragione della *rifrazione* che rende l'apparente altezza più grande, e della parallaffi, che la fa comparire più picciola del naturale.

L'*altezza meridiana*, che gli astronomi particolarmente osservano, è quella che ha luogo al momento che gli astri passano pel meridiano, quest'è l'arco del meridiano compreso tra la stella e l'orizzonte. Quest'*altezza* è la più grande di tutte, e serve a ritrovare la declinazione della stella; una volta si osservava col *gnomone*, ed ora servesi ordinariamente di un *quadrante murale*, di cui conviene conoscere l'errore per le verificazioni necessarie; e dopo tutte le necessarie correzioni, se ne deduce la declinazione.

Per esempio, li 22 Marzo 1752, osservai a Berlino la distanza dell'estremirà superiore del sole al Zenit di 51 20' 48", facendo toccare l'estremità superiore del filo alla estremità del sole, che appariva al basso; conviene levare 18" per l'errore che ritrovai per il ritorno, aggiungere 3" per la semigrossezza del filo, aggiungere 1'2" per la refrazione, 16' 5" per il semidiametro, togliere 6" per la parallaffi del sole, ed hassi la vera distanza del sole dal Zenit, 51, 37', 34", che, levata dalla distanza del Zenit dall'equatore o dall'*altezza* del polo, che io trovato aveva 52, 31' 30", dà la vera declinazione del centro del sole per li 22 Marzo, al mezzodì o 53' 56".

L'*altezza dell'equatore*, che adoperasi per ritrovare la declinazione col mezzo dell'*altezza* meridiana, puossi direttamente trovare osservando la più grande e la più picciola *altezza* del sole nell'estate e nell'inverno. Li primi Caldei che osservarono a Babilonia, avevano l'equatore alzato 54°; e se il sole aveva fatto il suo moto annuale seguendo l'equatore, averebbe mostrato di essere tutti li giorni innalzato al mezzodì di 54.° Ma li Babilonesi si avvidero che il sole si alzava nella state di 24.° al disopra dell'equatore, e nell'inverno discendeva di 24.° al disotto; in modo che la sua *altezza* verso la metà del giorno, o la sua *altezza* meridiana, era di 78.° nella state, e di 30.° solamente nell'inverno: dal che ne seguiva evidentemente che l'ecclittica era un circolo differente dell'equatore di 24°. Questo circolo doveva soltanto traversare o tagliare l'equatore in due punti opposti diametralmente; mentre osservasi due volte all'anno, nella primavera e nell'autunno, che l'*altezza* del sole al mezzodì precisamente era eguale all'*altezza* dell'equatore, cioè, di 54°; dal che ne seguiva che in quelli due giorni, il sole era nell'equatore stesso, mentre 3 mesi innanzi era lontano di 24° nelli giorni delli due solstizj; il mezzo tra 30°, e 78°, cioè 54°, era dunque l'*altezza* dell'equatore.

L'*al-*

L'altezza del polo è l'oſſervazione fondamentale ed eſſenziale dell'Aſtronomia e della Geografia; ſe la ſtella polare ſia preciſamente ed efattamente ſituata al polo del mondo, in modo ch'ella poſſa eſſere la marca ſicura e permanente, baſterebbe miſurarne l'*altezza* ed avrebbeſi l'*altezza* del polo; ma queſta ſtella n'è lontana circa due gradi. Egli è vero che difficilmente ſi diſtingue ſe ella ha cangiato poſto quando la ſi riguarda con la ſemplice viſta, e ſenza avere innanzi agli occhi qualche termine fiſſo col quale ſi poſſa compararla; tuttavia con degli ſtrumenti, ed un' attenzione particolare, ſi rileva ch' ella pure deſcrive, egualmente che le altre ſtelle, un picciolo circolo d'intorno al polo; ma, ſe la ſtella polare non marca immediatamente il punto del cielo ov'è il polo, o almeno il mezzo del circolo ch'ella deſcrive ciaſcheduu giorno, deve darne la più ſicura indicazione la ſtella *A* (*Fig.* 26), deſcrivendo intorno al polo *P* un circolo *AB*. Se queſta ſtella è a due gradi dal polo, l'arco *AP* ſarà di due gradi, egualmente che l'arco *PB*, e l'arco intiero *APB* che ſegna il diametro del parallelo, ſarà di 4°. Così, la ſtella eſſendo al meridiano in *A*, nella parte ſuperiore del ſuo parallelo, averà un'*altezza AH* al diſſopra dell'orizzonte, più grande di 4° che l'altezza *BH* di queſta ſteſſa ſtella dodeci ore appreſſo, al diſſotto del polo. La differenza *AB* di queſte due *altezze* ſarà dunque di 4°. Supponiamo ora che ſi abbia oſſervato la *altezza* della ſtella in *A*, e la ſua *altezza* in *B*; convenirà, per avere l'*altezza* del polo *P*, dividere in due la differenza *AB* di due *altezze*; la metà di queſta differenza ſarà *PB*; ſi aggiugerà alla più picciola altezza *HB*, e ſi averà *HP*, ch'è l'altezza del polo. Per eſempio, ſe la ſtella, oſſervata a Parigi, ha da prima 47°, ed in ſeguito 51° di *altezza*, la differenza eſſendo 4° gradi, ſe ne prenderà la metà, cioè 2°, indi s'avrà la diſtanza della ſtella dal polo; aggiunti queſti 2° alli 47°, ch'è l'*altezza* più picciola della ſtella, che ſarà per conſeguenza di 49°, o, il che vuol dire lo ſteſſo, ſi prenderà la metà della ſomma delle due *altezze* 51, e 47, e ſi troverà 49.

L'*altezza* del polo e l'*altezza* dell'equatore che noi trovato abbiamo ſeparatamente, fanno inſieme 90°; in modo che, eſſendo la prima conoſciuta, ſi ha neceſſariamente la ſeconda. Sia *P* il polo (*Fig.* 23), ed *E* l'equatore, *PH* l'*altezza* del polo, *EO* quella dell'equatore; il ſemicircolo *HZO* è la parte viſibile del meridiano il quale ha 180° di eſtenſione, ſe ſi leva il quarto del circolo *PZE*, ch'è la diſtanza del polo all'equatore, vale a dire, 90°, ne deve reſtare neceſſariamente altri 90°; dunque gli archi *HP* ed *EO*, che rimangono dopo aver tolto *PZE* da 180, fanno inſieme 90°; dunque l'*altezza* del polo *HP* è il complemento dell'*altezza* dell'equatore *EO*; per eſempio, l'uno è a Parigi di 48° 56', e altro di 41° 10'.

Da ciò ne ſegue che l'altezza dell'equatore è eguale alla diſtanza del polo dal Zenit, cioè da *PZ*; perchè *ZH* è di 90°, eſſendovi dal Zenit all'orizzonte neceſſariamente un quarto di circolo; così *HP* è il complemento di *PZ*; ma noi abbiamo veduto che *HP* è il complemento di *EO*; dunque *PZ* è eguale ad *EO*, vale a dire, la diſtanza del polo dal Zenit è eguale all'*altezza* dell'equatore.

Egli è evidente, per la ragione ſteſſa, che la diſtanza *ZE* dal Zenit all'equatore è eguale all'*altezza* del polo *PH*, perchè *ZH* e *PE* ſono ciaſcheduno di 90°: ſe voi ne togliete la parte comune *PZ*, reſteranno due archi eguali *PH*, e *ZE*, che ſono l'*altezza* del polo, e la diſtanza dell'equatore al Zenit, o la latitudine geografica del luogo di cui *Z* è il Zenit: ecco perchè ſovente prendeſi la latitudine per l'*altezza del polo*; ſono queſte due quantità neceſſariamente eguali.

Prendere l'altezza in mare, non è altro che miſurare l'*altezza* meridiana del ſole per determinare la latitudine del luogo. Prendevaſi in altri tempi con la *baleſtra*; oggi ſerveſi a queſto dell' ottante di Hadley. L'*altezza* oſſervata rapporto all'orizzonte del mare, eſige una correzione di alquanti minuti per l'elevazione dell' occhio o dell'abbaſſamento dell'orizzonte apparente. *Ved.* ORIZZONTE. Vedraſſi alla parola *Latitudine* la maniera di trovarla ſenza il ſoccorſo dell'*altezza* meridionale, purchè abbianſi due *altezze* oſſervate fuori del meridiano con l'intervallo del tempo.

L'*altezza* di una ſtella oſſervata fuori del meridiano, ſia in mare, ſia in terra, corretta per rapporto alla rifrazione, ſerve a ritrovare l'ora ch'è. Gli antichi aſtronomi non aveano altro mezzo. La riſoluzione del triangolo *PZS*, (*Fig.* 39) che ſerve a ritrovare l'arco ſemidiurno, ſerve egualmente nel caſo in cui il ſole ha un' *altezza* qualunque ſia. Se per eſempio, ſi ha oſſervato l' *altezza* dalla eſtremità ſuperiore del ſole, che ſi ha levata la refrazione meno la parallaſſi, ed il ſemidiametro del ſole, e che finalmente abbiaſi trovato che il ſole ha 30° dell' *altezza* vera; la ſua diſtanza dal Zenit allora è neceſſariamente di 60°. Si ſcioglie il triangolo *PZS*, impiegando *ZS* di 60°. Il lato *PZ* è ſempre il complemento dell'altezza del polo, ed il lato *PS* è la diſtanza del ſole dal polo boreale del mondo, vale a dire, la ſomma di 90° e della declinazione del ſole, ſe ella è auſtrale; la differenza tra 90° e la declinazione del ſole ſe ella è boreale; conoſcendo li tre lati di un triangolo, è facile il ritrovare l'angolo *P* con la trigonometria ſferica. Queſto angolo convertito eſſendo in tempo a ragione di 15° per ora, dà l'ora ch'è, ſe ciò ſia dopo mezzo dì ſenza alcun' altra attenzione. Se ſia di mattino, queſt' angolo *P* dà quanto manca per andare al mezzo giorno, od anche ſi prende il ſupplemento dell'angolo *P* a 180°, che convertito in tempi

dà l'ora ch'è per il mattino, cioè l'ora contata dopo mezza notte.

Se questa è una stella, di cui abbiasi osservato l'*altezza*, si risolverà egualmente il triangolo *P Z S* per trovare l'angolo *P*; ma non avrassi che la sua distanza dal meridiano. Quindi bisogna calcolare, per questo momento, l'ascensione retta della stella, e quella del sole che toglierassi da quella della stella; trovata avendosi la loro differenza, si leverà l'angolo orario trovato, se la stella è all'oriente del meridiano, e vi si aggiungerà se ella è all'occidente; la differenza, o la somma convertita in tempi a ragione di 15e per ora, darà l'ora vera, contando dopo il mezzodì fino a 24 ore, come che gli astronomi hanno costume di contare le ore astronomiche. Puossi trovare l'ora per una operazione grafica. *Ved. il Trattato di Navigazione* del de la Caille, e la parola QUADRANTE.

Gli astronomi fanno uso spessissimo del problema inverso, il quale consiste nel trovare l'*altezza* di una stella per una data ora, in vece di trovar l'ora per il mezzo dell'*altezza*. Non trattasi in tal caso che di risolvere lo stesso triangolo, nel quale si conoscono due lati *P Z*, e *P S*, con l'angolo orario *P*, e di trovare il lato *Z S*, complemento dell'*altezza* della stella. Questo problema è di un uso frequente per il calcolo dell'eccliss, per la costruzione delli quadranti solari, e per la costruzione delle tavole della rifrazione.

ALTEZZE *corrispondenti*. L'operazione più ordinaria di tutta l'astronomia consiste a cercare l'ora del passaggio di una stella per il meridiano, sia per trovare l'ora che succede, sia per determinare le differenze di ascensione retta tra le stelle. Il metodo più esatto per far questo, consiste nell'osservare le *altezze* corrispondenti. Si sa che tutti gli astri descrivono per il moto diurno dei cerchi paralleli all'equatore, de' quali le due parti a diritta ed a sinistra sono simili; così, le stelle sono egualmente elevate un'ora prima del passaggio al meridiano, ed un'ora dopo; dunque, per rigorosamente avere il tempo in cui una stella passò pel meridiano, conviene osservare, col mezzo di un orologio a pendolo, il momento in cui la stella si è ritrovata ad una certa *altezza* verso l'oriente salendo, e prima del suo passaggio per il meridiano; ed indi osservare il tempo in cui si trova ad un'*altezza* eguale discendendo verso l'occidente, dopo il passaggio pel meridiano. Il medio tra questi due istanti, sarà il tempo che l'orologio segna quando la stella era nel meridiano.

Supponiamo che l'estremità del sole sia stata osservata la mattina col quadrante, e che si sia trovata la sua *altezza* di 21e, verso l'occidente, nel momento che l'orologio segna 2e 50' 30"; si tratta di sapere quanto tempo sia scorso tra 8e 50' 10" del mattino, e 2e 50' 30" della sera: si prenderà il medio di questo intervallo, e questo sarà il momento del mezzodì, sull'orologio che si adoperò, sia ch'esso fosse nell'ora a puntino, o non lo fosse. Per prendere il medio tra questi due istanti, è necessario, seguendo una regola della più semplice aritmetica, aggiungere insieme li due numeri, e prendere la metà della somma; ma, in luogo di 24e dopo mezzodì, conviene, scrivere 14e, perchè l'orologio deve supporre che abbia segnato di seguito le ore nell'ordine naturale da 8 ore fino alle 14, nel mentre che in fatto, e comunemente gli orologi finiscono a 12e, per ricominciare 1e, 2e, ec. Questa irregolarità dell'orologio sconcerterebbe il calcolo, se non si avesse riguardo.

Ora in cui l'estremità del sole era alli 21° la mattina	8^{e}	50'	10"
Ora in cui l'estremità stessa era alli 21° la sera	14	50	30
Somma delle ore	23	40	40
Metà della somma, o sia l'ora del mezzodì	11	50	20

Così, quando il sole era nel meridiano alla sua più grande *altezza*, ed a distanze eguali delle due osservate *altezze*, l'orologio segnava 11e 10' 20", cioè, ch'ella era in ritardo sul sole di 9' 40". Questa operazione non ha bisogno di essere dimostrata; si vede già bastantemente che di 8e 50' 10" a 11e 50' 20", vi sono 3e 0' 10", e che vi è la distanza stessa tra 11e 50' 20", e 2e 50' 30" della sera; ma, quando si tratta del sole, conviene applicare l'equazione delle *altezze* corrispondenti.

La precedente operazione suppone che il sole abbia descritto la mattina e la sera un parallelo solo, e lo stesso; che l'arco suo saliente sia stato perfettamente eguale al suo arco discendente, vale a dire, che abbiasi mostrato dalle 9e del mattino fino alle 3e della sera alla stessa distanza dall'equatore, affinchè il suo angolo orario sia stato lo stesso alla *altezza* stessa. Tuttavia questa supposizione non esatta rigorosamente; perchè il sole descrivendo tutti li giorni obliquamente nell'Ecclittica un arco d'incirca un grado, egli si approssima o si allontana un poco dall'equatore, e la quantità arriva qualche volta ad un minuto di grado per ora; ecco la maniera di tenere il conto.

Sia *P* il polo elevato (*Fig.* 39. *Tav. di Astronomia*), *Z* il zenit, *S* il sole, *S B* un arco parallelo all'orizzonte, in modo che il punto *B* ed il punto *S* sieno alla stessa *altezza*. Sia *P S* la distanza del sole dal polo di mattina, *P B* la sua distanza dal polo divenuta più picciola la sera per il cangiamento della declinazione. Nel momento che il sole sarà giunto nella sera al punto *B*, che io suppongo alzato di 21°. come nell'osservazione della mattina, l'angolo orario della sera *Z P B*, distanza del sole e del suo circolo orario *P B* dal meridiano *P Z*, sarà

più

più grande che l'angolo orario del mattino ZPS. Si hanno dunque due triangoli ZPS, ZPB, che hanno ciascheduno il lato comune PZ, e li lati eguali ZS, ZB, tutti due di 69°, perchè sono il compimento dell'*altezza*, ch'è di 21° nelli due casi; i lati PS e PB sono differenti della quantità, di cui la declinazione del sole ha cangiato nell'intervallo delle due *altezze*. Se si risolvono separatamente questi due triangoli per trovare li due angoli orarj ZPS, ZPB, si troveranno differenti; la metà della differenza loro ridotta in tempi, sarà la correzione che convenirà fare al tempo di mezzo delle due *altezze* eguali, per avere il vero istante del mezzodì.

Puossi così trovare questa correzione con la formula seguente, nella quale dx esprime il cangiamento totale della declinazione che si ha dopo l'*altezza* del mattino fino a quella della sera, $\frac{dx}{30}\left(\frac{tang.\ lat.}{sen.\ ang.\ or.} \pm \frac{tang.\ decl.\ \odot}{tang.\ ang.\ or.}\right)$. Ved. *Mem.* di Pietroburgo *tomo VIII*, *Mem. acad.* di Parigi, anno 1741, *Astronomia nautica*, 1743.

Nella formula precedente, il segno + ha luogo quando la declinazione del sole è dal lato opposto al polo elevato, cioè quando è per noi australe; ed il — ha luogo quando la declinazione del sole è dal lato stesso del polo elevato, cioè, quando per noi è boreale, o dopo li 20 di Marzo fino alli 23 di Settembre.

Trovata l'equazione per la formula precedente, devesi togliere allor quando la distanza del sole dal polo elevato va in diminuzione, cioè nelle nostre regioni settentrionali, allor quando il sole è nelli segni ascendenti 9, 10, 11, 0, 1, 2, o dopo li 21 di Dicembre fino li 20 di Giugno. Questa equazione è additiva nelli segni discendenti, od allor quando il sole si allontana dal nostro polo dopo li 20 di Giugno fino li 21 di Dicembre.

Esempio. Il primo giorno del mese di Marzo 1764, si presero a Parigi delle *altezze* corrispondenti verso 9ᵉ del mattino e 3ᵉ della sera, si dimanda l'equazione per la formula espressa: la declinazione del sole era di 7° 17' dalla parte del mezzodì e la sua diminuzione nelle 24ᵉ, di 22' 54". Si averà dunque 5'43",5 per il cangiamento in declinazione per 6ᵉ, intervallo delle osservazioni. Così, dx è eguale a 343",5: l'angolo orario, che corrisponde a 3ᵉ è di 45°; la tangente della latitudine di Parigi è di 1, 1436, il seno dell'angolo orario 0, 7071. Dividendo la prima di queste quantità per la seconda, trovasi per l'espressione del primo termine, $\frac{tang.\ lat.}{sen.\ ang.\ or.}$, 1, 6173; la tangente della declinazione del sole 7° 17', che è 0, 1278, divisa per la tangente dell'angolo orario 45°, dà 0, 1278 per l'espressione del secondo termine; aggiungendo questo termine al primo,

si avetà 1, 7451 $= \frac{tang.\ lat.}{sen.\ ang.\ or.} + \frac{tang.\ decl.}{tang.\ ang.\ or.}$.

Questa somma moltiplicata per 343",5 valore di dx, e divisa per 30 darà 20' per la correzione del mezzodì concluso per le *altezze* corrispondenti: nell'esempio proposto, si toglierà questa equazione dal mezzodì concluso delle *altezze*, perchè il sole era nelli segni ascendenti. In tal modo si trova esattamente l'ora del passaggio del sole dal meridiano: e troverassi anche egualmente quello di un'altra stella di cui si avessero osservate delle *altezze* corrispondenti.

Questo metodo suppone che la *correzione* sia piccioliſſima; che perciò non ha più luogo dove l'*altezza* del polo è grandiſſima, vale a dire, presso quelli che sono viciniſſimi al polo: perchè, in quelli paesi, il sole è quasi sempre alla stessa *altezza* sull'orizzonte; per il che non vedesi che una picciola differenza nell'*altezza* e perciò deve produrne una grandiſſima nell'ora. Egli è dunque necessario di trovare un metodo generale per avere la *correzione del mezzodì* ad una qualunque siasi *altezza*. Il Sig. d'Alembert ha risolto questo problema nelle *Mem. dell' Accad. di Berlino*, per l'anno 1747.

Il tempo più favorevole per prendere esattamente le *altezze* corrispondenti, è quello in cui la stella s'innalza più prontamente. Per le stelle le quali hanno una declinazione meridionale, il tempo è quello del suo levare; per quelle che hanno una declinazione boreale, il tempo è quello in cui passano per la prima verticale; per quelle che non passano, il tempo è quello in cui la verticale tocca il parallelo diurno, e dove l'angolo parallatico è di 90 gradi.

Il Signor Aubert ha concluso da questo che prendendo una stella la quale passa a qualche minuto pel zenit dalla parte del polo puossi avere in una mezz'ora delle *altezze* corrispondenti prese nel punto in cui la verticale tocca il parallelo, e per conseguenza le più esatte che sia possibile. *Filos. Transf.* 1776, *p.* 92. (*D. L.*)

Altezze *delle montagne*, si misurano col barometro. Per esempio, supponiamo che abbiasi osservato in alto a 18 pollici 10 linee, ed al basso a 24 pollici e 4 linee; se si prendono nelle tavole ordinarie li logaritmi di questi due numeri ridotti in linee, cioè di 226, e di 340 linee, con cinque cifre solamente, si averà per la loro differenza 1774; questo sarà il numero delle pertiche della ricercata *altezza*, se il termometro fosse stato a 16 gradi tre quarti: ma se si suppone che l'altezza media del termometro non fosse che di un grado, convien levare due cento e quindici per ciascheduno grado del termometro, il che fa 130 pertiche da togliersi da 1774, sicchè restano 1644 pertiche per l'*altezza* della montagna dove si averà fatta l'osservazione. *Il Sig. de Luc*, *Ricerche sulle modificazioni dell'atmosfera*, 1772.

La più alta montagna che si conosca, e che

li noſtri Accademici abbiano veduto al Perù, è quella di Chimboraco, là di cui ſommità ha 3217 pertiche al diſſopra del livello del mare. Secondo il parere del Signor Bouguer (*Figura della terra*, 1749. *Prefazione*) queſta è forſe la montagna più alta del mondo; ma le nuvole ed i fiumi delli vulcani talgono alcuna volta fino a 4400.

Il Monte Bianco od il Monte Maledetto, nella provincia di Faucigni, in Savoia, in circa 15 pertiche al ſud-eſt di Ginevra, è 2203 pertiche al di ſopra del lago di Ginevra, e 2391 al diſſopra del livello del mare mediterraneo, ſecondo le miſure del Sig. de Luc (*Ricerche ſulle modificazioni dell' atmoſfera*, *tom.* 2. *pag.* 230.) Queſta è probabilmente la montagna più alta dell' Europa.

Il Pico di Teneriffe 1904. *Viaggi di Verdun* tom 2. 379.

Il Canigon 1453. *Giornale di Fiſica*, Maggio 1781.

Il Monte d'Oro, nell' Alvergna, 1048 *Mem. dell' Accad.* 1740.

Il Glacier de Buet, il più alto ove ſieno ſaliti gli oſſervatori, 1560 pertiche. *Il Sig. de Luc* tom. 2. p. 226.

Il Monte Etna, nella Sicilia, 1713 pertiche. *Il Sig. Shuckburg*, *Filoſ. Tranſ.* 1777.

Il Pui de Domme nell' Alvergna, 810. *Mem. dell' Accad.* 1703.

Il Monte Valerien, vicino a Parigi, 72 pertiche ſoltanto. *Giornale de' Dotti* Febbraro e Settembre 1776.

ALTIMETRIA (*Geom.*); arte di miſurare le altezze acceſſibili od inacceſſibili; queſta è una parte della Geometria pratica, o della Trigonometria.

AMBIGENE, agget. (*Geom.*); nome che daſſi ad una ſpecie d'iperbole, la quale ha uno delli ſuoi rami infiniti iſcritto, l'altro circoſcritto al ſuo aſſintoto. Tale è, (*Tav. Anal. Fig.* 31.), la *curva BCED*, della quale un ramo *CB* è inſcritto all'aſſintoto *AG*, cioè cade al di dentro; e l'altro ramo *CED*, è circoſcritto all'aſſintoto *AF*, cioè, cade al di fuori di queſt'aſſintoto. Newton pare che ſia ſtato il primo che ſi ſervì di queſto termine, per diſegnare certe curve Iperboliche del terzo ordine. (O)

AMBLIGONO, (*Geom.*), chiamaſi così triangolo *ambligono*, o più comunemente *triangolo ottuſangolo*, un triangolo, il quale ha un angolo ottuſo. *Ved.* Triangolo ed Angolo.

AMICABILI (*Arit.*): intendonſi per numeri *amicabili* quelli che ſono reciprocamente eguali alla ſomma totale delle parti aliquote l'uno all' altro: tali ſono li numeri 284, e 220; perchè le parti aliquote del primo ſono 1, 2, 4, 71, 142, la ſomma de' quali è 220; e le parti aliquote del ſecondo ſono 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, la ſomma de' quali è 284. *Ved.* Numero. (O.)

AMICI e NEMICI, *termine di Aſtrologia*, per il quale un tempo eſprimevaſi la corriſpondenza degli archi, i quali indicavano il bene od il male: li ſegni *amici*, per eſempio, erano quelli che conſumavano lo ſteſſo tempo ad alzarſi nel moto diurno della ſfera; ma quelli che ſono dalla parte della ſtate, comandano a quelli che trovanſi nella parte dell'inverno; quelli che ſono lontani di 30 gradi, o di 150 ſono *nemici*. *Ved.* il libro *de Judiciis*, attribuito a Tolomeo. (*D. L.*)

AMMASSARE, v. at. *in Idraulica*. Per *ammaſſare* dell'acqua, conviene eſaminare ſe la ſorgente è ſcoperta, e poco profonda, ſe ella non è apparente, o s'ella è ſotto terra: ſi opera differentemente ſecondo queſti tre caſi.

Allor quando la ſorgente è ſcoperta, voi ſcaverete ſoltanto per ammaſſarla, un buco quadrato, nel quale tirarete la terra dolcemente, ſoſtenendola con mattoni. Nella parte per dove deve ſcorrere dell'acqua, ſcaverete un rigagnolo nella terra, che coprirete di terra a miſura del lavoro che fate. Se la ſorgente non è apparente, faranno ſi molti pozzi, lontani tra loro trenta o quaranta paſſi, ed unendoli con dei tagli, che raduneranno tutte le acque. Nel caſo che la ſorgente ſia ſotto terra di molto, ſcaverete fino all'acqua un paſſaggio, in forma di volta per il diſſotto della terra, che ritenerete con tavole e travi. Allor quando averete coſtruito molte di queſte volte e canaletti di comunicazione, la condurrete in una gran foſſa, li di cui cannoncini ſaranno formati a ſcarpa da tutti due i lati, facendo dei tavolati da una parte e l'altra, in forma di piedi di oca per *ammaſſare* più quantità di acqua che mai ſi poſſa. Tutti queſti canaletti, foſſe, e tavolati ſi faranno andare per un picciolo dolce pendio, in un ſolo e grande canale, che porterà l'acqua nella conſerva, o nel ſerbatojo. Dopo queſto ſi fanno delle foſſe, o pozzi murati di 30 pertiche, per eſaminare ſe l'acqua ſcorre, e rilevarne la quantità. Si nota il cammino dell'acqua con delli ſegni, per impedire che le piantagioni degli alberi con le loro radici non otturaſſero i canaletti, ed impediſſero lo ſcorrere delle acque. (K.)

AMPLIFICAZIONE, *in Ottica*, ſignifica l'aumentazione del diametro di un oggetto veduto in un teleſcopio, od in una lente. L'*amplificazione* lineare in un canocchiale ſemplice a due vetri, è eguale al numero delle volte che il ſoco dell'oggetto contiene il ſoco oculare; per eſempio, un oggetto di ſei piedi di ſoco, combinato con uno oculare di due pollici, ingrandirà la larghezza di un oggetto 36 volte, perchè 2 pollici ſono contenuti 36 volte in 6 piedi.

I canocchiali de' quali gli Aſtronomi più comunemente ſi ſervono, ingrandiſcono 100, o 150 volte al più. Short aveva fatto un teleſcopio di 12 piedi, che per quanto egli pretendeva, ingrandiſce 1000 volte; ma neſſuno vi fu che giungeſſe al punto di fare ingrandire più di 6000 volte,

volte, come il Sig. Herſchel, che diede queſto riſultato nelle Tranſazioni Filoſofiche del 1782; l'uſo di un tale teleſcopio è ſommamente difficile: una ſtella non impiega che tre ſecondi di tempo a traverſare il campo del teleſcopio; e fa d'uopo uſare una ſingolare deſtrezza, per poterſi ſervire di una tal macchina.

Per miſurare l'ingroſſamento di un canocchiale ordinario, ſi riguarda un oggetto con li due occhi nel tempo ſteſſo, avendo un occhio al teleſcopio, nel mentre che l'altr'occhio vede l'oggetto dirittamente e ſemplicemente: in tal caſo le immagini che ſcoprono li due occhi, ſono differenti; e come ſi vedono l'una a canto dell'altra, è facile a vederſi come la immagine picciola è contenuta nella grande. Rendeſi più facile queſta operazione, ſegnando delle linee ſu di un oggetto lontano, per eſaminare quante volte uno degl'intervalli veduto nel teleſcopio, copre d'intervalli veduti ad occhio nudo.

L'*amplificazione* diceſi pure dell'aumentazione che moſtrano avere li corpi luminoſi, quando ſono comparati a delli corpi oſcuri; così la luna, due o tre giorni prima o dopo la ſua congiunzione, ſi vede veramente tutta intiera, ma la parte ch'è irraggiata dal ſole, moſtra di eccedere ed avanzare al di là il reſto della circonferenza, che non è irraggiata che dalla rifleſſione della luce della terra. *Ved.* LUCE CENERICCIA.

Gli aſtronomi ſuppongono che il ſole, anche nelli canocchiali migliori, è ſoggetto ad una ſpecie di *amplificazione* di alcuni ſecondi, o circondato di una corona di aberrazione, che accreſce il ſuo vero diſco: mi ſembra che queſta quantità dovrebbe eſſere di 6, o 7 ſecondi ſul diametro del ſole, veduto con un canocchiale di 18 piedi, giudicando per il paſſaggio di Venere ſul ſole, dove un tale effetto deve ſparire. (*Il Sig. de la Lande.*)

AMPLITUDINE (*Aſtron.*), è l'arco dell'orizzonte, contato dal vero punto di oriente o di occidente, ſino a quello in cui una ſtella moſtra di alzarſi o tramontare: i navigatori ſe ne ſervono per trovare la declinazione dell'ago calamitato, o la variazione del compaſſo. Per tal effetto ſi pubblicò per molto tempo nel libro *delle cognizioni dei tempi*, delle tavole, nelle quali l'*amplitudine* è ſegnata per ciaſcun grado della terra, e per li differenti gradi della declinazione che poſſono avere le ſtelle. Per eſempio ſi vede, che a 50° di latitudine geografica, una ſtella la quale avrebbe 6° di declinazione ſettentrionale, ſi alzerebbe a 10° di *amplitudine*; ſe il navigante, nel momento ſteſſo, vede l'ago della ſua boſſola ad 80° del ſole all'oriente, ſarà certo ch'ella è veramente diretta verſo il nord, o ch'ella non ha variazione o declinazione alcuna; ma ſe l'ago non ha che 70 gradi del ſole al levante, ella è una prova ch'è ad 80° dal vero punto di oriente, in luogo di eſſere a 90 gradi, come il punto vero del nord; cioè, ch'ella varia di dieci gradi all'oriente: l'*amplitudine* magnetica è allora di 20 gradi dal punto dell'eſt, ſegnati dalla boſſola.

Li navigatori cercano qualche volta l'*amplitudine* con una ſemplice operazione geografica; ma gli Aſtronomi, che vogliono tener conto della rifrazione, ſi ſervono del triangolo *PZS*, (*Aſtr. Fig.* 40), nel quale ſi conoſcono tre lati; cioè *PZ*, ch'è il complemento della latitudine, *PS* ch'è la ſomma o la differenza di 90 gradi, e della declinazione vera dell'aſtro al dato momento; *ZS* ch'è di 90 gradi, e 33' a cagione della rifrazione mena la parallaſſi del ſole; e cercaſi l'angolo Z, o *PZS* di queſto triangolo ſteſſo. La differenza tra queſt'angolo Z e 90 gradi, ſarà la ricercata *amplitudine*.

L'*amplitudine* è differente dall'azimut, primieramente perchè l'azimut ſi conta dal punto del meridiano. Queſto è il complemento dell'angolo *PZS*, ch'è contato dal nord: così l'azione di una ſtella che ſi alza, è la ſomma o differenza di 90 gradi, e dell'*amplitudine*. Secondariamente la parola *amplitudine* ſi applica ſoltanto alla ſtella ch'è nell'orizzonte, in vece che l'azimut diceſi egualmente di una ſtella nh'è alzata, ed ha rapporto all'orizzonte per il mezzo di un arco del circolo verticale, paſſando per il zenit dell'oſſervatore, e per la ſtella di cui ſi tratta. (*Il Sig. de la Lande.*)

AMPLITUDINE, (*Geom.*) chiamaſi *amplitudine* di un arco di *parabola*, la linea orizzontale compreſa tra il punto dove ſupponeſi che un arco o porzione di parabola cominci, ed il punto dove termina queſta porzione. Queſto termine è in uſo principalmente nelli getti delle bombe; e l'*amplitudine* della parabola chiamaſi allora *amplitudine del getto*. *Ved.* PARABOLA, e PROJETTILE.

ANABIBAZON, *termine di Aſtronomia*; è il nome che daſſi alla coda del dragone, od al nodo meridionale della luna, vale a dire, al ſito dove ella taglia l'ecclittica, per paſſare dalla latitudine ſettentrionale alla meridionale. Queſto è il nodo aſcendente. Diffatti *Anabibazon* viene da ἀναβιβάζω, *aſcendo*. Il nodo, ch'è oppoſto al nodo aſcendente della luna, diceſi *Catabibazon* che viene da καταβιβάζω *deſcendo*. *Ved.* NODO.

ANACANTICO, ag. (*Acuſtico*), ſignifica lo ſteſſo che *riflettente*, ed in particolare ſi uſa degli eco, che diconſi eſſere ſuoni rifleſſi. *Ved.* RIFLESSIONE, ECO, SUONO, e per analogia, alcuni chiamano pure *anacantica* la ſcienza che ha per oggetto li raggi rifleſſi, e che in altro modo chiamaſi Catottrica. *Ved.* CATOTTRICA e FONICA.

ANACLASTICO, ſ. m. (*Ottica*); è la parte dell'Ottica che ha per oggetto le rifrazioni: ed è lo ſteſſo di quella che chiamaſi *dinttrica*; perchè la parola *anaclaſtico* di rado ſi uſa. *Ved.* DIOTTRICA.

Queſta parola prendeſi pure aggettivamente: *punto anaclaſtico*, è il punto in cui ſi rompe un

raggio di luce; vale a dire, il punto ove rincontrasi la ſuperficie rifrangente. *Ved.* RIFRAZIONE. Queſta parola è tratta dalla voce greca ἀνὰ, di riflesso, e κλάζω, *frango*, rompo.

Curve anaclaſtiche, è il nome che il Sig. de Mairan ha dato alle curve apparenti che forma il fondo di un vaſo pieno di acqua, all'occhio poſto nell'aria; od il volto di una camera, all'occhio poſto in un bacino pieno di acqua, nel mezzo della ſteſſa camera; o la volta del cielo, veduto per la rifrazione, a traverſo dell'atmoſfera. Il Sig. de Mairan determina queſte curve dietro ad un principio di ottica, adottato da molti Autori, e da molti altri rifiutato, ma che non puoſſi prendere nella ſua memoria, che per un principio puramente geometrico, nel qual caſo tali ſue ricerche conſerveranno tutto il merito ch'elleno devono avere per tale riguardo. Barrow nel fine della ſua *ottica*, determina queſte curve ſteſſe per un altro principio. *Ved.* quale è il principio del Sig. de Mairan, e quale quello del Barrow, all'articolo APPARENTE. *Mem. ac.* 1740. (O).

ANALEMMA, (*Aſtron.*) L'*analemma* è un planiſfero od una projezione ortografica della ſfera ſul piano del meridiano, l'occhio eſſendo ſuppoſto ad una diſtanza infinita, e nel punto orientale od occidentale, come nella *Fig.* 23, dove l'equatore e l'orizzonte ſono rappreſentati da delle linee rette; ſe queſta projezione è fatta ſul coluro del ſolſtizio, l'ecclittica ſarà così una linea retta: in tal modo l'*analemma* è eſpreſſo nell'Ozanam, Bion, ec. *Ved.* PLANISFERO, PROJEZIONE. *Analemma* viene dalla parola greca ἀνάλημμα, che ſignifica altezza, perchè ſerve a trovare qual'è l'altezza del ſole, a qualunque ora data, con una operazione grafica. L'*analemma* dà pure il tempo del levare e del tramontare del ſole, per un giorno, e per qualunque latitudine, e l'ora del giorno quando ſi conoſce l'altezza. In fatto, ſia *P* il polo (*Fig. Aſtron.* 186), *QV* l'equatore, *QH* un arco eguale alla declinazione del ſole, *HG* il raggio del parallelo diurno del ſole *HDE*; *IA* eguale al ſeno dell'altezza del ſole; la perpendicolare *AD* ſegnerà ſul punto *D* del parallelo, un arco *DH* eguale all'angolo orario del ſole, o la ſua diſtanza al meridiano; e queſta diſtanza eſſendo convertita in tempo, farà conoſcere l'ora ch'è. *Ved.* PROJEZIONE, ASTROLABIO.

Lo ſtrumento chiamato *Trigono delli ſegni*, chiamaſi pure qualche volta *analemma*. *Ved.* TRIGONO DELLI SEGNI, QUADRANTE.

ANALEMMATICO. *Ved.* QUADRANTE.

ANALISI, ſ. f. è propriamente il metodo di riſolvere li problemi matematici, riducendoli a delle equazioni. *Ved.* PROBLEMA, EQUAZIONE.

L'*analiſi*, per riſolvere tutti li problemi fa uſo del ſoccorſo dell'algebra, o del calcolo delle grandezze in generale: perciò queſte due parole, *analiſi*, *algebra* ſono ſpeſſe volte preſe come ſinonimi.

L'*analiſi* è l'artifizio od il mezzo generale per il quale ſi hanno fatto da due ſecoli nelle Matematiche, eccellenti ſcoperte. Ella ſomminiſtra gli eſempj più perfetti della maniera da adoperarſi l'arte del ragionamento, dà allo ſpirito una prontezza maravigliosa per diſcoprire le quantità incognite, col mezzo di un picciolo numero di date, ed uſando delli ſegni abbreviati e facili per eſprimere le idee. Ella preſenta all'intelletto delle coſe che altrimenti ſembrarebbero ſorpaſſarne li di lui confini. Per queſto mezzo, le dimoſtrazioni geometriche poſſono eſſere in ſingolar modo abbreviate: una lunga ſerie di argomenti, ne'quali lo ſpirito non potrebbe ſenza un ſommo ſforzo di attenzione ſcoprire il legame delle idee, è convertito in ſegni ſenſibili, e le diverſe operazioni che ſi ricercano, ſono effettuate colla combinazione di tali ſegni. Ma quello che ancora è più ſtraordinario, ſi è, che col mezzo di tal arte un gran numero di verità ſono ſovente eſpreſſe da una ſola linea; in luogo che ſe ſi eſeguiſſe la maniera ordinaria di ſpiegare e di dimoſtrare queſte verità, empierebbero dei volumi intieri. Così col ſolo ſtudio di una linea di calcolo puoſſi apprendere in poco tempo delle ſcienze intere, che altrimenti potrebbero eſſere appreſe appena in molti anni. *Ved.* MATEMATICA, TEOREMA, ALGEBRA, ec.

L'*analiſi* è diviſa, per rapporto al ſuo oggetto, in *analiſi di quantità finite*, ed *analiſi di quantità infinite*.

Analiſi di quantità finite, è quella che noi chiamiamo in altro modo *Aritmetica ſpecioſa* o *Algebra*. *Ved.* ALGEBRA.

Analiſi di quantità infinite, o *degl'infiniti*, è quella che calcola i rapporti delle quantità che ſi prendono per infinite o infinitamente picciole. Uno dei ſuoi rami principali ſi è *il metodo delle fluſſioni*, od *il calcolo differenziale*. *Ved.* FLUSSIONI, INFINITAMENTE PICCIOLO, e DIFFERENZIALE.

Il vantaggio grande delle matematiche moderne ſulle antiche procede principalmente dall'uſo che in eſſe ſi fa dell'*analiſi*.

Gli autori antichi dell'*analiſi* ſono nominati da Pappo, nella prefazione del ſuo ſettimo libro delle Collezioni Matematiche; cioè Euclide, nelli ſuoi *Data* & *Poriſmata*; Apollonio, *de Sectione Rationis*, e nelli ſuoi *Conici*; Ariſteo, *de Locis ſolidis*; ed Eratoſtene, *de Mediis proportionalibus*. Ma gli antichi autori dell'*Analiſi* eraoo differentiſſimi dai moderni. *Ved.* ARITMETICA.

L'algebra appartiene principalmente a queſto: ſe ne può vedere la ſtoria con li ſuoi diverſi autori, nell'articolo ALGEBRA.

Gli autori principali ſull'*Analiſi* degl'infiniti, ſono Wallis, nella ſua *Aritmetica degl'infiniti*; Newton nella ſua *Analyſis per quantitatum ſeries, fluxiones,* & *differentias*, e nel ſuo eccellente trattato, che ha per titolo, *de Quadratura cur-*

varum: Leibniz, *Act. erudit.* an. 1684: il Marchese dell' Hopital, nella sua *Analisi degl' infinitamente piccioli*, 1696. Carrè, nel suo *Metodo per la misura delle superficie, la dimensione dei solidi*, ec. *per l' applicazione del calcolo integrale*, 1700. G. Manfredi, nella sua opera *de Constructione æquationum differentialium primi gradus*, 1707. Nic. Mercator, nella sua *Logarithmotechnia*, 1668. Cheine, nella sua *Methodus fluxionum inversa*, 1703. Craig, *Methodus figurarum lineis rectis & curvis comprehensarum, quadraturas determinandi*, 1685, *e de Quadraturis figurarum curvilinearum & locis ec.* 1693. Dav. Gregory, nella sua *Exercitatio geometrica*, *de dimensione figurarum*, 1684, e Nieuwentijt, nelle sue *Considerationes circa analyseos ad quantitates infinite parvas applicatæ principia*, 1695.

L' *Analisi* dimostrata dal P. Reynau dell' Oratorio, impressa per la prima volta a Parigi nel 1708, in due volumi in 4.°, è un libro il quale quelli che vogliono studiare questa scienza non possono lasciare senza prendere da esso dei lumi. Sebbene vi sia scappato qualche errore, tuttavia fino ad ora è un' opera delle più complete che abbiamo sull' *Analisi*. Sarebbe da desiderarsi che un qualche dotto Geometra ci desse su questa materia un trattato ancor più esteso e più esatto per certi luoghi, e meno esteso in altri, che quello del detto P. Reynau. Potrebbesi abbreviare il primo volume, che conviene sulla teoria dell' equazioni, molte cose affatto inutili, ed accrescere ciò che spetta al calcolo integrale, servendosi per questo delle varie opere che si sono pubblicate, e delli pezzi sparsi nelle memorie delle Accademie delle Scienze di Parigi, di Berlino, di Londra, e di Petroburgo, negli Atti di Lipsia, nelle opere delli Signori Bernulli, Eulero, Maclaurin, ec. *Ved.* CALCOLO INTEGRALE.

Questo articolo *analisi* è per il comune delli lettori, e per questo l'abbiam fatto così breve: troverassi all' articolo ARITMETICA UNIVERSALE un dettaglio più profondo; ed all' articolo APPLICAZIONE tratterassi dell' applicazione dell' *analisi* alla Geometria. L' articolo ALGEBRA contiene la storia dell' Analisi. (*O*).

§ ANALISI, (*Matematica*). Lo scrittore giudizioso e profondo, che ha composto l' articolo ANALISI che qui precede, si è ristretto al senso che li moderni danno a questa parola; ed in questo senso egli trattò questo argomento in una maniera degna di lui nel citato articolo e negli altri, ai quali egli manda. Tuttavia non credo inutile di dire qualche cosa del metodo degli antichi.

L' *analisi*, dice Pappo nella prefazione del settimo libro delle sue *Collezioni Matematiche*, è il metodo di giungere, per delle conseguenze necessarie, dopo ciò che si ha cercato, e che riguardasi come trovato, ad una conclusione che somministra la risposta alla proposta questione, vale a dire, ad una proposizione conosciuta, e posta nel numero delli principj.

Il fine dell' *analisi* è o di scoprire la verità, o di trovare il mezzo di eseguire ciò che si è proposto. Considerata sotto il primo punto di vista, l' *analisi* chiamasi *teoretica*; ella suppone certa la proposizione dubbia, e ne trae delle conseguenze fino a tanto ch' ella perviene ad una conclusione manifestamente vera o manifestamente falsa. Nel primo caso, la proposizione presa per vera lo è realmente, e nel secondo caso, ella è falsa. Sotto il secondo rispetto, l' *analisi* chiamasi *problematica*; ella riguarda come fatto ciò che devesi fare, e da questa supposizione trae delle conseguenze fino ch' ella perviene ad una conclusione evidentemente possibile ed eseguibile, o certamente impossibile; nel primo caso, il problema è possibile; nel secondo, egli è impossibile; sempre egli è risoluto, come è manifesto.

Io mi sono servito di questo metodo *eseguibile* per usare la parola ποιητον delli Greci, perchè gli antichi distinguevano, per ciò che spetta alli problemi, ciò che noi sappiamo e possiamo eseguire, da ciò ch' è possibile in se, ma che noi non possiamo determinare. Così la trisezione dell' angolo è possibile in se stessa, ella è possibile geometricamente, cioè per la linea diritta ed il circolo: la quadratura indefinita del circolo è possibile in se stessa; ma noi non la conosciamo. Gli antichi non riguardano come pienamente e geometricamente risoluto alcun problema che conduca alla trisezione dell' angolo, od alla quadratura del circolo.

Dissi che la quadratura indefinita del circolo è possibile; volli dire che l' impossibilità di trovare uno spazio terminato da linee rette, ed eguale alla superficie di un segmento di qualunque circolo, non è dimostrata. Del resto, io so bene ch' è dimostrato che non puossi esprimere per numeri la vera ragione del diametro alla circonferenza. Così io riguardo come impossibile la quadratura *aritmetica* del circolo, ma io credo possibilissima la quadratura *geometrica*; noi ne abbiamo un esempio nelle *lunule* d' Ippocrate. Ritorniamo a noi.

Gli antichi non aveano sulla che assomigliasse al nostro calcolo: essi praticavano l' *analisi* a forza di testa. Per diminuirne la difficoltà, aveano composto dei libri che contenevano la soluzione detagliata di qualche problema generale, al quale essi procuravano di condurre gli altri. La nota di questi libri si trova nella prima parte del presente articolo. Così riguardavasi come risoluto un problema ch' era ridotto a quello di far passare un circolo per due dati punti, in modo che toccasse una retta data di posizione, perchè quest' ultimo problema era sciolto nel trattato *de Tactionibus* di Apollonio.

Non ci resta di analitici scritti, che li *Data* di Euclide, ed il trattato *de Sectione rationis*

di

di Apollonio. Noi questo ultimo lo dobbiamo alla maravigliosa sagacità del celebre Edmond Halley, che lo tradusse dall'Arabo, sebbene l'ignorava. Il su Sig. Simson, professore ad Edimburg, ha molto bene riprodotti questi *luoghi piani* di Apollonio. Si sono pure pubblicati da molti altri autori varj trattati, che si son tutti serviti dell'algebra, ed hanno somministrato un lavoro che in tal maniera non rendesi difficile. „ Ma, „ disse Halley, altra cosa è risolvere per qua- „ lunque modo un problema, lo che ordinaria- „ mente puossi eseguire in molte maniere; altra „ cosa risolvere col metodo più, pulito, fa- „ cendo uso dell'*analisi* la più breve e la più „ chiara, e della sintesi ossia costruzione la più „ conveniente e la più facile. E questo è quan- „ to hanno fatto gli antichi, ec. „. *Verum perpendendum est, aliud esse problema aliqualiter resolutum dare, quod modis variis plerumque fieri potest; aliud methodo elegantissima idipsum efficere, analysi brevissima & simul perspicua, synthesi concinna & minime operosa. Hoc veteres præstitisse, argumento est Apollonii liber, quem in præsentiarum tibi sistimus.* (Halley, *præf. ad Apoll. de Sect. rat. circa finem.*)

Se noi prestiamo fede a quest'uomo illustre, che certamente possedeva i calcoli dei moderni, il metodo degli antichi disputa all'algebra il vantaggio della facilità, e la supera di molto per l'evidenza e l'eleganza delle sue dimostrazioni: *Methodus hæc cum algebra speciosa facilitate contendit, evidentia vero & demonstrationum elegantia eam longe superare videtur.* (Halley loc. cit. p. 4.) Io non vado sì lontano. A mio parere, le scoperte maravigliose che li moderni hanno fatto nella fisica e nelle matematiche, sono unicamente dovute ai loro calcoli. Per elevarsi al di sopra delle cognizioni ordinarie, gli antichi doveano penosamente ammontare ragionamenti sopra ragionamenti, come li giganti ammontavano montagne sopra montagne per farsi scala alli cieli. I moderni, come Dedalo, si sono fatte delle ali, con le quali essi montano facilmente alle regioni più sublimi, alle quali possa innalzarsi l'umano intendimento. Quelli che hanno perfezionato i calcoli, e che giornalmente li perfezionano con tanta fatica e con tanta sagacità, meritano tutta la nostra ammirazione e tutta la nostra riconoscenza.

Li calcoli hanno due vantaggi sul metodo degli antichi. Eglino sollevano infinitamente l'attenzione col mezzo dei simboli che usano; e non richiedono che la cognizione di un picciolo numero di teoremi per risolvere i problemi più difficili. Essi sono per le scienze, quello che sono li metalli per il commercio; rappresentano senza imbarazzo, e procurano senza fatica le varie ricchezze. Mi sembra tuttavia che averebbesi più vantaggio dalla parte delli calcoli, se si facesse maggior uso di alcuni teoremi che gli antichi ci hanno lasciato. Tali sono specialmente, a mio parere, quelli contenuti nel libro delli *Data* di Euclide. Egli non ha che novantacinque teoremi, (Pappo nella sua prefazione, non ne conta che novanta). Di questi teoremi, quaranta almeno sono conosciuti fino dai menomi geometri. Basterebbe tenere a memoria quaranta o quarantacinque proposizioni al più. Per averne un'utilità, consideriamo alla breve la natura di questi *Data*. Io procurerò di pormi alla portata di quelli stessi, che non sono geometri.

Quando si ordina una tavola ad un falegname, non basta il dire che si vuole una tavola, conviene stabilire la materia, la figura, le misure. Quando si propone un problema ad un geometra, bisogna determinare certe cose. Non basta il dire che si vuole un triangolo; bisogna determinare o la lunghezza di ciaschedun lato di questo triangolo, o quella delli due lati, e la grandezza dell'angolo che formano questi due lati, o la lunghezza di un lato, e la grandezza delli due angoli che sono su questo lato, ec.

In tal esempio i lati e gli angoli, ed in genere tutto quello ch'è determinato da quello che propone il problema, si chiama *dato* da una parola latina che li geometri hanno adottato. Io li chiamerò *Dati di convenzione*. Perchè ogni cosa ch'è data in tal maniera, è necessariamente accompagnata da altri dati, i quali non si scoprono se non con qualche attenzione; per esempio, li tre angoli di un triangolo essendo dati di lunghezza, gli angoli, la superficie del triangolo, la perpendicolare tirata dalla sommità di un angolo sul lato opposto, ec. sono pure delli dati. In tal modo pure avendo prescritto al falegname la sorta del legno, e la misura della mia tavola, gli ho pure prescritto il peso. Io chiamo *dati in conseguenza*, i dati della seconda sorte per distinguerli da quelli della prima.

Euclide ridusse su certi capi quanto mai può essere *dato per convenzione* in Geometria, e fa vedere li *dati in conseguenza*, che accompagnano necessariamente ciaschedun *dato per convenzione*. Questo è quanto contiene il suo libro delli *Data*. Le proposizioni che si trovano, servono prima a far vedere quali condizioni di un problema sono superflue, perchè sono necessariamente rinchiuse nelle altre. In secondo luogo, le proposizioni stesse sono utili a risolvere molti problemi geometrici senza fatica e senza calcolo, ed a semplificare il calcolo necessario alla soluzione del numero degli altri.

Questo articolo non è fatto che per li principianti; per questo darò un esempio semplice e facile della seconda utilità delli *Data* di Euclide, col risolvere con una sola proposizione di questo libro, li problemi 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 dell'*Aritmetica universale* del Newton. Allorchè io la commentai, non vidi questa soluzione. Non aveva bastantemente pretenti allo spirito li *Data* che non lessi che molto tempo dopo. Il mio esempio deve impegnare i giovani, che si dan-

ſi danno alle matematiche, ad iſtudiare queſto libro di buon'ora, ed a renderſelo familiare.

La propoſizione che prendo, è la 67 di queſto trattato. L'autore la dimoſtra in quattro maniere. Ecco la terza con un picciolo cangiamento, neceſſario per facilitare la coſtruzione dei problemi. La propoſizione di Euclide è:

Se un triangolo ha un angolo dato, l'eccesſo del quadrato della ſomma delli due lati, che formano l'angolo dato, ſul quadrato della baſe, è al triangolo in ragion data.

Nel triangolo ABC, *Geom.* (*Fig.* 106, 107, 108), ſia dato l'angolo ABC; allungate il lato AB, che per riſparmiare la moltiplicità delli caſi e delle figure, io ſuppongo il più grande dei due lati che formano l'angolo dato; e prendete BD eguale a BC, ſicchè la retta AD è eguale alli due CB, BA preſi inſieme. Dal punto C tirate ſulla retta AD la perpendicolare CE.

Prima di cominciare la dimoſtrazione oſſervo 1°. Che per queſta propoſizione io ho fatto tre figure: la prima per l'angolo B acuto; la ſeconda per l'angolo B ottuſo; la terza per l'angolo ſteſſo retto, per dimoſtrare tutti li caſi di queſta propoſizione importante.

2°. Che come queſta propoſizione ſi dimoſtra per la comparazione delli rettangoli e delli quadrati, io mi ſervo di ſegni algebraici. In tali caſi, il ragionar degli antichi non differiſce dal calcolo dei moderni, che in queſto, che il ſecondo ſi eſprime con una maniera molto più breve, che il primo. Le operazioni principali dell'algebra ſono dimoſtrate nel ſecondo libro di Euclide; e quanto ſi prova in queſto ſecondo libro, è provato algebraicamente, tanto quando ſeveſi di parole, che quando ſi uſano ſegni.

Dimoſtrazione.

Si ſa che $\overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 + 2AB \times BD + \overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + 2AB \times BC + \overline{BC}^2$, perchè ſi ha fatto BD eguale a BC. Si ſa pure che $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CA}^2 \pm 2AB \times BE$ (ove conviene prendere il ſegno $+$ per la *Fig.* 106, nella quale l'angolo ABC è acuto, ed il ſegno $-$ per la *Fig.* 107, nella quale l'angolo ABC è ottuſo); dunque $\overline{AD}^2 = \overline{CA}^2 + 2AB(BD \pm BE)$, ovvero $\overline{DA}^2 - \overline{AC}^2 = 2AB \times ED$; ma $2AB \times ED : 2AB \times EC :: DE : EC$, e $2AB \times EC$ è eguale a quattro volte la ſuperficie del triangolo ABC: dunque l'eccesſo del quadrato della ſomma delli due lati di un triangolo ſul quadrato di un terzo lato $(\overline{DA}^2 - \overline{AC}^2 = (AB + \overline{BC})^2 - AC)^2$ è alla ſuperficie del triangolo ABC, come DE alla quarta parte di EC.

Queſta ragione è data allora quando l'angolo ABC è dato, perchè in tal caſo, l'angolo ADC, ch'è la metà, è pur dato; poichè il triangolo rettangolo CED è dato di ſpecie, e la ragione di DE a EC è data: il che dovea dimoſtrarſi.

Aggiungo ancora che *l'eccesſo del quadrato della baſe ſul quadrato della differenza dei lati che formano l'angolo dato, è al triangolo in data ragione.*

Prendete la parte BF eguale al lato BC, ed aggiungetevi CF; dunque AF è la differenza dei lati AB, BC. Prima di tutto $\overline{AF}^2 + 2AB \times BF = \overline{AB}^2 + \overline{BF}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CA}^2 \pm 2AB \times BE$; dunque $\overline{CA}^2 - \overline{AF}^2 = 2AB(FB \pm BE) = 2AB \times EF$; ma $2AB \times EF : 2AB \times EC :: FE : EC$, e l'angolo BFC, metà dell'angolo dato CBD, è dato; dunque il triangolo FEC, rettangolo in E, è dato di ſpecie; e la ragione di FE ad EC è data, come quella di FE, al quarto di EC; e l'ultima è la ſteſſa che quella dell'eccesſo del quadrato della baſe del triangolo ſul quadrato della differenza delli due lati, che formano l'angolo dato, cioè $(CA)^2 - (AB - BC)^2$ alla ſuperficie del triangolo; dunque queſta ragione è data.

Queſta dimoſtrazione ſi applica ſenza difficoltà alla *Fig.* 108.

In termini trigonometri, la ragione prima è quella della cotangente della metà dell'angolo dato al quarto di raggio, e la ſeconda è quella della tangente della metà dell'angolo dato al quarto di raggio. Petchè ſe CE rappreſenta il raggio, ED rappreſenta la cotangente dell'angolo CDE, metà dell'angolo dato CBA; ma FE rappreſenta la cotangente dell'angolo EFC, metà di CBD, ſupplemento dell'angolo dato.

Oſſervate che l'angolo DCF è retto, perchè gli angoli CDF, DFC inſieme fanno un retto, eſſendo la metà degli angoli ABC, CBD che uniti inſieme vagliono due retti. Oppure perchè il ſemicircolo deſcritto dal centro B coll'intervallo BD, paſſa per li punti C ed F, poichè le rette BD, BC, BF, ſono eguali; dunque $DE : EC :: CE : EF$.

Noi veduto abbiamo che il primo eccesſo è al quadruplo della ſuperficie del triangolo, come DE ad EC; che il ſecondo eccesſo è al quadruplo della ſteſſa ſuperficie, come FE ad EC; e che DE è ad EC come CE ad EF. Ne riſulta quindi che il quadruplo della ſuperficie di un triangolo è media proporzionale tra l'eccesſo del quadrato della ſomma delli due lati ſul quadrato del terzo lato, e l'eccesſo del quadrato del terzo lato ſul quadrato della differenza di due altri lati. Noi moſtreremo in ſeguito che queſto corollario rinchiude una propoſizione trigonometrica importante, la quale i moderni dimoſtrano in una maniera molto imbarazzata.

Da queſta propoſizione riſulta altresì che, ſe la ragione dell'eccesſo del quadrato della ſomma di due lati di un triangolo ſul quadrato del ter-

terzo lato al triangolo, o quella dell' eccesso del quadrato del terzo lato sul quadrato della differenza delli due altri lati allo stesso triangolo, è dato all' angolo EDC, od EFC, è per conseguenza anche l'angolo ABC è dato.

Con tal proposizione si risolvono facilmente li problemi del Newton resi generali. Essi si riducono a descrivere un triangolo, essendo dato

1.° Un angolo, il perimetro e la perpendicolare tirata dall' angolo dato sul lato opposto. Questo è il problema IV dell' *Aritmetica universale*.

2.° Un angolo, il lato opposto all'angolo dato, e la somma delli due lati che formano l' angolo dato e della perpendicolare tirata dall' angolo dato sul lato opposto e dato. Questo è il problema V.

3.° Un angolo, la somma delli lati che lo formano, e la perpendicolare tirata dall'angolo dato sul lato opposto. Questo è il problema VI.

4.° Un angolo, la somma dei lati che lo formano, e la somma della base e della perpendicolare tirata dall' angolo dato sul lato opposto. Questo è il problema VII.

5.° Un angolo, la superficie, ed il perimetro. Questo è il problema VIII.

6.° La base, la perpendicolare elevata sulla base, e la somma delli due lati. Questo è il problema IX.

7.° Un angolo, la somma dei lati che lo formano, e il lato opposto. Questo è il problema X.

1.° Sia dunque $AB+BC+CA=a$; $CE=b$; $AB=x$; dunque $BC+CA=a-x$ (fin qui come *Newton*); $(BC+CA)^2=a^2-2ax+x^2$; $(BC+CA)^2-\overline{BA}^2=a^2-2ax$; ed $AB\times EC=bx$.

Ma per la precedente proposizione, la ragione di a^2-2ax a $2bx$ è data. Sia dunque $a^2-2ax:2bx=e:b$; dunque $a^2-2ax=2ex$; $a^2=2ex+2ax$; e $x=\frac{a^2}{2e+2a}$.

2°. Sia $AC+CB+CE=a$; $AB=b$; $CE=x$; per conseguenza $AC+CB=a-x$ come in *Newton*. Ma $(AC+CB)^2=a^2-2ax+x^2$; $(AC+CB)^2-\overline{AB}^2=a^2-2ax+x^2-b^2$; $AB\times CE=bx$; e per la precedente proposizione, $a^2-2ax+x^2-b^2:2bx=e:b$; dunque $a^2-2ax+x^2-b^2=2ex$; ed $a^2-b^2=2ax+2ex-x^2$.

Queste due conclusioni si accordano con quelle del *Newton*, che fa retto l' angolo dato. Perchè in tal caso la tangente della metà dell' angolo retto è $=b$ in questi due problemi.

3.° Sia $AC+CB=a$; $CE=b$; $AB=x$, come *Newton* nella soluzione seconda. Qui $(AC+CB)^2=a^2$; $(AC+CB)^2-\overline{AB}^2=a^2-x^2$; $AB+CE=bx$; ed $a^2-x^2:2bx=e:b$; per conseguenza $a^2-x^2=2ex$, come *Newton*.

4.° Sia $AC+CB=a$; $AB+CE=b$; $AB=y$. Dunque $(AC+CB)^2-\overline{AB}^2=a^2-y^2$; $CE=b-y$; $CE\times AB=by-y^2$. Ma $a^2-y^2:2by-2y^2=e:b$: dunque $a^2-y^2=2ey-\frac{2ey^2}{b}$.

Questa equazione, quando l'angolo è retto, e per conseguenza $e=b$, diviene $a^2=2by-y^2$, equazione che *Newton* averebbe trovata, te, in luogo di esterminare y, avesse esterminato x.

5.° Sia A l'angolo dato, ed $AB+CB+CA=a$; $AB\times CE=2b^2$; $BC=y$; dunque $BA+AC=a-y$; $(BA+AC)^2=a^2-2ay+y^2$; $(BA+AC)^2-\overline{BC}^2=a^2-2ay$; e indi $a^2-2ay:4b^2=e:b$; dunque $a^2-2ay=4be$.

6.° Sia $CE=a$, $AB=2b$; $BC+CA=2e$; $BC-CA=2z$; dunque $(BC+CA)^2-AB^2=4e^2-4b^2$. La superficie del triangolo $=\frac{AB+CE}{2}=ab$; $\overline{AB}^2-(BC-CA)^2=4b^2-4z^2$; ma per il teorema, $4e^2-4b^2:4ab=4ab:4b^2-4z^2$; dunque $\frac{a^2b^2}{e^2-b^2}=b^2-z^2$; e $z^2=b^2-\frac{a^2b^2}{e^2-b^2}$, come *Newton*.

7.° Finalmente sia C l'angolo dato; $AC+CB=2b$; $AB=a$; $CE=y$; $(AC+CB)^2-\overline{AB}^2=4b^2-a^2$; $AB\times CE=ay$; ma $4b^2-a^2:2ay=f:a$; dunque $4b^2-a^2=2fy$.

Se in quest'ultimo problema, si avesse, come *Newton*, cercata la differenza dei lati, averebbesi trovata la stessa equazione che l' autore. Perchè sia B l'angolo dato; CE la perpendicolare su AB; $BD=BC$; e $CA=a$; $AB+BC=2b$; $AB-BC=2x$; egli è chiaro che $(AB+BC)^2-\overline{CA}^2=4b^2-a^2$; e $\overline{CA}^2-(AB-BC)^2=a^2-4x^2$.

Ora $4b^2-a^2$ è al quadruplo della superficie del triangolo in ragione data di DE ad EC. Sia $DE:EC=m:n$; dunque quattro volte la superficie del triangolo è ad a^2-4x^2+ come m ad n; dunque $\frac{4b^2n-a^2n}{m}:a^2-4x^2=m:n$; e $\frac{4b^2n^2-a^2n^2}{m^2}=a^2-4x^2$; per conseguenza $x^2=\frac{a^2(m^2+n^2)-4b^2n^2}{4m^2}$.

Newton ha fatto $CB:BE=d:e$; ed ha trovato $x^2=\frac{a^2d-2b^2(d-e)}{2d+2e}$.

Questa equazione e la precedente sono le stesse.

ſteſſe. Perchè, ſecondo il noſtro autore, $CB : BE = d : e$; dunque $\overline{CB}^2 : \overline{BE}^2 = d^2 : e^2$; e $\overline{CB}^2 - \overline{BE}^2 : \overline{CE}^2 : \overline{BE}^2 = d^2 - e^2 : e^2$, e così $CB + BE\ (DE) : EB = d + e : e$, e $\overline{BE}^2 : \overline{ED}^2 = e^2 : (d + e)^2$, dunque *ex æquo*, $\overline{CE}^2 : \overline{ED}^2 = d^2 - e^2 : (d + e)^2 = d - e : d + e$.

Noi abbiamo fatto $CE : ED = n : m$, cioè, $\overline{CE}^2 : \overline{ED}^2 = n^2 : m^2$; laonde $d - e : d + e = n^2 : m^2$; e *componendo*, $2d : d + e = n^2 + m^2 : m^2$; o $\frac{d-e}{d+e} = \frac{n^2}{m^2}$ e $\frac{2d}{d+e} = \frac{m^2+n^2}{m^2}$.

Dunque $\frac{a^2 (m^2 + n^2)}{4 m^2} = \frac{a^2 d}{2d + 2e}$; $-\frac{b^2 n^2}{m^2} = -\frac{b^2 (d-e)}{d+e} = -\frac{2b^2 (d-e)}{2d + 2e}$;

quindi $x = \frac{a^2 d - 2b^2 (d-e)}{2d+2e}$, la quale preciſamente è l'equazione del Newton.

Mi ſono alquanto eſteſo in queſte ſoluzioni a vantaggio delli principianti, per li quali è ſcritto queſto articolo. Per ciò non eſtenderommi a riſolvere gli ſteſſi problemi, ſupponendo date le differenze in luogo di ſumme, ec. Io darò fine col dimoſtrare, come lo promiſi, che il teorema fondamentale di queſto articolo contiene quello che diedeſi per ritrovare la ſuperficie di un triangolo per li lati. Ecco la regola. Prendete la metà del perimetro del triangolo; ſarà queſta la quantità prima. Di queſta metà del perimetro togliete ſucceſſivamente li tre lati del triangolo, voi averete altre tre quantità, che unite alla prima, ſaranno quattro quantità; eſtraete la radice quadrata del prodotto di queſte quattro quantità, voi averete la ſuperficie del triangolo. Noi moſtrato abbiamo che quattro volte la ſuperficie di un triangolo è media proporzionale tra l'eccesſo del quadrato della ſomma delli due lati ſul quadrato della baſe, e tra l'eccesſo del quadrato della baſe ſul quadrato della differenza dei lati. Ma, per la quinta propoſizione del II libro di Euclide, la differenza delli due lati è eguale ad un rettangolo, un lato del quale è la ſomma, e l'altro è la differenza dei lati delli quadrati: dunque li due lati del primo eccesſo ſono l'uno il perimetro del triangolo, e l'altro l'eccesſo della ſomma delli due lati ſulla ſua baſe; e li due lati dell'altro ſono l'uno la ſomma della baſe e della differenza delli due lati, e l'altro l'eccesſo della baſe ſulla differenza ſteſſa, e prendendo il quarto delli rettangoli, o la metà di ciaſcheduno delli quattro fattori, ec. (*J. D. C.*)

ANALISTA, *in Matematica*, chiamaſi uno verſato nell'*analiſi* matematica. *Ved.* Analisi.

ANALITICO, ag. (*Mat.*) che appartiene all'*analiſi*, o ch'è della natura dell'*analiſi*, o che ſi fa per via di *analiſi*. *Ved.* Analisi. Così egualmente ſi dice *Equazione analitica*, *dimoſtrazione analitica*, *ricerche analitiche*, *tavola analitica*, *calcolo analitico*, ec. *Ved.* Metodo.

Il *metodo analitico* è oppoſto allo ſintetico. Nella Filoſofia naturale, come pure nelle Matematiche, biſogna cominciare ad appianar le difficoltà col metodo *analitico*, prima di venire al metodo ſintetico. Ora queſt'analiſi conſiſte nel fare delle eſperienze e delle oſſervazioni, e trarne delle conſeguenze generali per la via dell'induzione, e non ammettere obbiezioni contro queſte conſeguenze, che quelle che naſcono dagli ſperimenti, o d'altre verità coſtanti. E quando anche li ragionamenti che ſi fanno ſull'eſperienze per la via delle induzioni, non foſſero dimoſtrazioni di conſeguenze generali che ſi hanno ttatte, è tuttavia il metodo migliore di ragionare ſu tal ſorta di oggetti; il ragionamento ſarà tanto più forte, quanto l'induzione ſarà più generale. S'egli non preſenta fenomeni, i quali porgano dell'eccezioni, ſi può rtarne una conſeguenza generale. Per queſta via *analitica* puoſſi procedere dalle ſoſtanze compoſte ai loro elementi, dai moti alle forze che li ptoducono, ed in generale dagli effetti alle cauſe, e dalle cauſe particolari a delle più generali, fino che ſi giunga a quella, ch'è la più grande di rutte. Ecco qual è il metodo *analitico*, dice il Sig. Newton.

Il metodo ſintetico conſiſte nel prendere come principj, le canſe di già conoſciute e verificate; col farle ſervire alla ſpiegazione delli fenomeni che ne provengono, ed a giuſtificate queſta ſpiegazione con prove. *Ved.* Sintesi.

Metodo analitico, in *Geometria*, è il metodo di riſolvere i problemi, e dimoſttare li teoremi di Geometria, facendo uſo dell'analiſi o dell'algebra. *Ved.* Algebra, Analisi, ed Applicazione.

Queſto metodo è oppoſto al metodo chiamato *ſintetico*, il quale dimoſtra li teoremi, e riſolve li problemi, ſervendoſi delle linee ſteſſe che compongono le figure, ſenza rappreſentare queſte linee con tetmini algebraici. Il metodo ſintetico era quello degli antichi; l'*analitico* è dovuto alli moderni. *Ved. gli articoli citati qui ſopra. Ved. altresì* Sintesi. (*O*).

ANALOGIE Differenziali. Se ſi fanno variare infinitamente poco gli angoli ed i lati di un triangolo ſferico, i rapporti che ne riſultano tra le loro differenziali, chiamanſi *analogie differenziali*, e ſono in uſo preſo gli Aſtronomi.

Sieno z, y, e x i tre lati di un triangolo ſferico ϕ, χ, e ψ gli angoli oppoſti, ſi hanno le tre equazioni ſeguenti. *Ved.* Trigonometria Sferica.

Cof. z = cof. ϕ ſen. y. ſen. x + cof. y. cof. x.
Cof. y = cof. χ ſen. x. ſen. z + cof. x. cof. z.
Cof. x = cof. ψ ſen. y. ſen. z + cof. y. cof. z;

differenziando queſte equazioni, col fare x ed y coſtanti ſi averà

$d\varphi$ sen. φ sen. y sen. $x = dz$. sen. z.

$d\chi$ sen. χ sen. x . sen. $z = \ldots\ldots\ldots\ldots$

dz (cos. χ sen. x . cos. z — cos. x sen. z)

$d\psi$ sen. ψ sen. y . sen. $z = \ldots\ldots\ldots\ldots$

dz (cos. ψ sen. y cos. z — cos. y . sen. z).

Queſte eqnazioni, combinate con l'equazioni finite, faranno conoſcere le *analogie* differenziali tra $d\varphi$, $d\chi$, $d\psi$, e dz. Se ſi farà tutto variare nel triangolo, il problema non averà più difficoltà.

ANAMORFOSI, ſ. f. *in proſpettiva ed in pittura*, diceſi di una moſtruoſa projezione, o di una ſfigurata rappreſentazione di qualche immagine, la quale è fatta ſu di una ſuperficie curva, e che tuttavia, ad un certo punto di viſta, moſtra di eſſere regolare e fatta con giuſte proporzioni. *Ved.* PROJEZIONE.

Per fare un' *anamorfoſi*, od una projezione moſtruoſa ſu di un piano, ſegnate il quadrato *ABCD*, (*Tav. di Proſpettiva*, *Fig.* 19, *n.°* 1) di una grandezza a piacimento, e ſuddividetelo in ajuole o piccioli quadrati. In queſto quadrato oſſia ſpazio, il quale chiamaſi *prototipo graticolare*, ſegnate al naturale l'immagine, della quale l'apparenza dev'eſſere moſtruoſa: indi tirate la linea *a b* (*Fig.* 19, *n.°* 2) eguale ad *AB*, e dividetela nello ſteſſo numero di parti eguali che il lato del prototipo *AD*: al punto di mezzo *E* elevate la perpendicolare *EV*, e conducete *VS* perpendicolare ad *EV*, facendo la linea altrettanto più lunga, e la linea *VS* altrettanto più corta, ſecondo che avete diviſato di avere un'immagine la più deforme. Da qualunque punto di diviſione, tirate al punto *V* delle linee rette, e giungete li punti *b*, *S*, colla linea retta *bS*. Per li punti *c*, *e*, *f*, *g*, ec. tirate delle linee rette parallele ad *ab*: allora *abcd* ſarà lo ſpazio dove deveſi ſegnare la projezione moſtruoſa, ed è quello che chiamaſi l' *eſtipo graticolare*.

Finalmente, in qualunque ajuola, o picciolo trapezio dello ſpazio *abcd*, diſegnate quello che volete delineare nell'ajuola corriſpondente al quadrato *ABCD*; per queſto mezzo averete un'immagine deforme, che tuttavia moſtrerà di eſſere con giuſte proporzioni, ſe l'occhio è poſto di maniera che ne ſia lontano pella diſtanza *EV*, ed elevato al diſſopra all'altezza di *VS*.

Lo ſpettacolo ſarà più aggradevole, ſe l'immagine ſfigurata non rappreſenti un puro caos, ma qualche altra apparenza: così videſi una riviera con ſoldati, carri, ec. rappreſentati con tale artifizio, che quando ſi riguardavano al punto *S*, moſtravano il viſo di un ſatiro: ma non ſi poſſono dare regole facilmente per far queſto, dipendendo principalmente dall'induſtria ed abilità dell'artiſta.

Punſſi fare meccanicamente un' *anamorfoſi* nel modo che ſegue: ſi traſorerà da parte a parte il prototipo a colpi d'ago, nel ſuo contorno ed in altri punti; indi ſi eſponerà alla luce di una candela o di una lampada, ed oſſerveraſſi eſattamente il ſito ove cadano ſu di un piano, od una ſuperficie curva, i raggi che paſſano a traverſo di queſti piccioli ſori, che daranno li punti corriſpondenti all' immagine deforme, per mezzo dei quali puoſſi compiere la deformazione.

Fare un' anamorfoſi ſulla ſuperficie conveſſa di un cono. Abbaſtanza appariſce, dal problema precedente, che altro non deveſi fare che un eſtipo graticolare ſulla ſuperficie di un cono che moſtraſſe eſſere eguale al prototipo graticolare, poſto eſſendo l'occhio ad una conveniente diſtanza, al di ſopra della ſommità del cono.

Perciò, ſia la baſe *ABCD* del cono (*Fig.* 20) diviſa da delli diametri in un qualunque numero di parti eguali; o, il che val lo ſteſſo, ſia diviſa la circonferenza di queſta baſe, in qual numero vorraſſi di parti eguali, e ſieno tirate dalli punti di diviſione le linee rette al centro. Sia diviſo ancora un raggio in alcune parti eguali; da ciaſchedun punto di diviſione, deſcrivete dei centri concentrici; con tal mezzo averete ſegnato il prototipo graticolare *A*. Col doppio del diametro *AB*, come raggio, deſcrivete il quarto del cerchio *EG*, (*Fig.* 21), affinchè l'arco *EG* ſia eguale alla circonferenza intiera, e piegate queſto quarto di cerchio, in maniera che formi la ſuperficie di un cono, la di cui baſe ſia il cerchio *ABCD*; dividete l' arco *EG* nel numero ſteſſo di parti eguali che quello delle parti in cui il prototipo graticolare fu diviſo, e tirate dei raggi da ciaſcheduno delli punti di diviſione; prolungate *GF* in *I*, fino a *FI* = *FG*: dal centro *I*, e col raggio *IF*, deſcrivete il quarto del cerchio *FKH*, e dal punto *I* al punto *D*, tirate la retta *IE*; dividete l'arco *KF* nel numero ſteſſo delle parti eguali che il raggio del prototipo graticolare; e dal centro *I* per ciaſchedun punto di diviſione, tirate delli raggi che rincontrino *EF* alli punti 1, 2, 3, ec., finalmente, dal centro *F*, e dalli raggi *F* 1, *F* 2, *F* 3, deſcrivete degli archi concentrici: in tal maniera voi averete l'eſtipo graticolare, nel quale le ajuole ſembreranno eguali tra di eſſe.

Così, traſportando nelle ajuole dell' eſtipo graticolare quanto è diſegnato in ciaſcheduna ajuola del prototipo graticolare, averete un'immagine moſtruoſa, che pure ſembrerà nelle ſue giuſte proporzioni, ſe l'occhio ſia elevato ſopra la ſommità del cono, di una quantità eguale alla diſtanza di queſta ſommità dalla baſe.

Se tiranſi nel prototipo circolare le corde del quarto del cerchio, e nell'eſtipo graticolare le corde di ciaſcheduno delli ſuoi quarti, ogni coſa in tal caſo reſtando la ſteſſa, ſi averà l'eſtipo graticolare in una piramide quadrangolare.

Sarà dunque facile diſegnare un' immagine moſtruoſa ſu di ogni piramide, la di cui baſe ſia un poligono qualunque regolare.

Siccome l'illuſione è più perfetta, quando non

punſſi

puoſſi giudicare, per gli oggetti contigui, della diſtanza delle parti dell'immagine moſtruoſa, meglio è non guardare tal ſorta d'immagini, che per un picciolo foro.

Vedeſi a Parigi, nel chioſtro delli Minimi di Piazza Reale, due *anamorfoſi* ſegnate ſu due dei lati del chioſtro; l'una rappreſenta la Maddalena, l'altra S. Giovanni in atto di ſcrivere il ſuo Vangelo. Elle ſono tali, che quando ſi riguardano dirittamente, non vedeſi che una ſpezie di paeſaggio, e quando ſi guardano ad un certo punto di viſta, rappreſentano diſtintamente delle figure umane. Queſte due figure ſono lavoro del P. Niceron, Minimo, che ha fatto ſu queſto argomento un trattato latino, ch'ha per titolo: *Thaumaturgus opticus*, Ottica miracoloſa, nella quale tratta molti fenomeni curioſi di ottica, e dà alla lunga delli metodi di formare tal ſorta di *anamorfoſi* ſu qualunque ſuperficie. Il P. Emmanuel Maignan, Minimo, ha pure anch'egli trattato queſta materia ſteſſa, in un'opera latina, intitolata: *Perſpectiva oraria*, ſtampata in Roma nel 1648. *Ved. la propoſizione 77 della catottrica oraria di queſta ultima opera, pagina* 438.

Siccome gli ſpecchi cilindrici, conici e piramidali, hanno la proprietà di rendere deformi gli oggetti che loro ſi eſpongono, e che per conſeguenza poſſono far comparire naturali degli oggetti deformi; daſſi per ciò nell'ottica delli mezzi di ſegnare ſulla carta degli oggetti deformi, ch'eſſendo veduti per tal ſorta di ſpecchi, appajono figure naturali.

Per eſempio, ſe ſi voleſſe diſegnare un'immagine deforme, che appariſca della ſua figura naturale, veduta in uno ſpecchio cilindrico; comincieraſſi, (*Fig.* 14 *Proſpet.*) col deſcrivere un cerchio *HBC*, eguale alla baſe del cilindro; indi ſupponendo che *O* ſia il punto ove cada la perpendicolare condotta dall'occhio, tireranno ſi le tangenti *OC* ed *OB*, ſi uniranno li punti di contatto *C* e *B* colla retta *CB*, ſi dividerà queſta linea *CB* in tante parti eguali che ſi vorrà, e per li punti di diviſione, ſi tireranno delle linee al punto *O*; ſi ſupponerà che li raggi *OH*, *OI* ſi riflettino in *F* ed in *G*; indi (*Fig.* 15, *Proſpet.*) in d'una retta indefinita *MQ* ſi alzerà la perpendicolare *MP* eguale all'altezza dell'occhio; ſi farà *MQ* eguale ad *OH* della *Fig.* 14, ed al punto *Q* ſi eleverà la perpendicolare *QK* eguale a *CB*, e diviſa in tante parti che *CB*; per li punti di diviſione, ſi tireranno delle linee al punto *P*, che prolungate ſino alla linea *MN*, daranno li punti *I*, *III*, ec. e le diſtanze *QI*, *III*, *IIIII*, ec. che biſognerà traſportare nella *Fig.* 14 da *I* in *I*, da *I* in *II*, da *II* in *III*, ec. In queſta maniera, li punti *FG* della *Fig.* 14, corriſponderanno al punto *N*, o *IV* della *Fig.* 15. Per queſti punti *FG*, e per il punto *K*, tal che *KH* = *IG*, ſi deſcriverà un arco di circolo ſino in *S*, ed in *T*, cioè, ſino al rincontro delle tangenti, *OS*, *OT*, e ſi farà lo ſteſſo per li punti, *III*, *II*, ec. In ſeguito diſegneraſſi una figura qualunque ſiaſi in un quadrato, i di cui lati ſieno eguali, a *CB*, o *QR*, e ſieno diviſi in altrettante parti, che ſi hanno diviſo queſte linee, in modo che il quadrato di cui ſi parla, ſia diviſo egli ſteſſo in tanti piccioli quadrati. Indi ſi diſegnerà nella figura *SFGT* un'immagine deforme, le di cui parti ſieno poſte nelle parti di queſta figura corriſpondente alle parti del quadrato. Queſta immagine eſſendo avvicinata ad uno ſpecchio cilindrico, del quale ſia la baſe *HBC*, e l'occhio eſſendo elevato al di ſopra del punto *O*, ad un'altezza eguale a *MP*, ſi vederà nello ſpecchio cilindrico la figura naturale ch'era ſegnata nel picciolo quadrato.

Si hanno in tal modo delli metodi molto ſimili alli precedenti, per diſegnare delle immagini deformi, che ſieno riſtabilite nelle figure loro naturali, con degli ſpecchi conici o piramidali. Puoſſi avère un'idea di queſti metodi nella *Catottrica* del Sig. Wolfio. Noi ſi reſtringeremo qui ſolo a quanto riguarda alli noſtri ſpecchi cilindrici, eſſendo li più comuni. Trovaſi negli Atti di Lipſia del 1711, la deſcrizione di una macchina *anamorfotica* del Sig. Giacomo Leopold, per mezzo della quale puoſſi deſcrivere meccanicamente, e con molta eſattezza delle immagini deformi, che ſono riſtabilite nello ſtato loro naturale col mezzo di ſpecchi cilindrici o conici.

Faſſi in tal modo nella diottrica delle *anamorfoſi*. Eſſe conſiſtono in figure deformi che ſono ſegnate ſu di una carta, e che appajono nello ſtato loro naturale, allor quando ſi riguardano a traverſo di un vetro poliedro, cioè da più faccie. Ed ecco in qual modo ſi fanno.

Su di una tavola orizzontale *ABCD*, elevaſi ad angolo retto (*Fig.* 11 *Proſpet.*) altra tavola *AFED*; ſi pongono in ciaſcheduna di queſte due tavole due canali, fatti in modo che il ſoſtegno *BHC* poſſa muoverſi tra li canali della tavola orizzontale, e che ſi poſſa fare che ſcorri una carta tra li canali della tavola verticale; ſi adatta al ſoſtegno *BHC* un tubo *IK* fornito in *I* di un vetro poliedro, piano convеſſo, compoſto di 24 piani triangolari, diſpoſti ad un di preſſo ſeguendo la curvatura di una parabola. Il tubo è forato in *K* con un picciolo buco, che deve eſſere alquanto di là dal foco del vetro; ſi allontana il ſoſtegno *BHC* della tavola verticale, e tanto più ſi allontana quanto più l'immagine deforme deve eſſere più grande.

Poneſi dinanzi del foro *K* una lucerna, ſi ſegnano con la matita le ajuole o punti illuminati che la luce forma ſulla tavola *ADEF*; e per non ingannarſi ſegnandoli, conviene aver attenzione di riguardare per il foro ſe in fatto queſte ajuole non formano che una ſola immagine.

Poſcia ſi ſegneranno in ciaſcheduna di queſte ajuole delle parti di un oggetto, il quale eſſendo

do veduto dal foro *K*, non parerà che formino che un ſol tutto; ed averaſſi attenzione di riguardare per il foro *K*, nel far queſta operazione, onde vedere ſe tutte queſte parti formano in fatto una ſola immagine. Riguardo agli ſpazj intermediarj, riempirannoſi di quello ſi vorrà; e per rendere il fenomeno più curioſo, averaſſi anche attenzione di ſegnar coſe affatto differenti da quelle che devonſi vedere per il foro; allora guardando per il foro *K*, non vedraſſi che un' immagine diſtinta, molto differente da quella che vedraſſi ſulla carta coo la ſemplice viſta.

Vedonſi a Parigi, nella Biblioteca delli Minimi di Piazza Reale, due *anamorfoſi* di tale ſpezie; ſono opera del P. Niceron, del quale parlato abbiamo: e trovaſi ancora nel Tomo IV delle *Memorie dell' Accademia Imperiale di Pietroburgo*, la deſcrizione di uo' *anamorfoſi* di tale ſpecie fatta dal Sig. Lutman, membro di quell' Accademia, in onore di Pietro II, imperatore della Ruſſia: queſto autore eſpone il metodo ch'egli ſeguì nel far ciò, e fa delle utili oſſervazioni ſu tal materia. *Ved. ſu queſto articolo*, la Catottrica e la Diottrica del Sig. Wolfio di già citata. (O).

ANDROIDE, (*Meccanica*); automate di figura umana, la quale per mezzo di certe ſuſte ec. ben diſpoſte, agiſce e fa altre funzioni eſteriormente ſimili a quelle dell'uomo. *Ved.* AUTOMATE. Queſta parola è compoſta dalla greca ἀνὴρ, genitivo ἀνδρὸς, *uomo*, e di εἶδος, *forma*.

Alberto il Grande aveva per quanto ſi dice, fatto un' *androide*. Noi ne abbiamo veduto uno a Parigi nel 1738, *nel Suonator di flauto automate* del Sig. Vancanſon dell'Accademia Reale delle Scienze.

L'autore pubblicò in quell'anno 1738 una Memoria approvata con elogio dalla ſteſſa Accademia: egli fece la deſcrizione del ſuo *Suonatore di flauto*, che tutto Parigi accorſe in folla a vederlo. Noi porremo qui una buona parte di queſta Memoria, che ci pare degna di eſſere conſervata.

La figura è di cinque piedi e mezzo in circa di altezza, aſſiſa ſu di un pezzo di maſſo, e poſta ſu di un piedeſtallo quadrato, di quattro piedi e mezzo di altezza, e tre piedi e mezzo di larghezza.

Nella faccia anteriore del piedeſtallo (eſſendo coperto il tavolato) vedeaſi alla diritta un movimento, che col mezzo di molte ruote, facea girare al diſſotro un'aſſe di acciajo di due piedi, e ſei pollici di lunghezza, incurvato in ſei parti nella ſua lunghezza ad eguali diſtanze; a ciaſcheduna piegatura ſono attaccati delli cordoni che terminano all'eſtremità delli tavolati ſuperiori de' ſei mantici di due piedi e mezzo di larghezza, poſti nel fondo del piedeſtallo, ove le loro tavole inferiori reſtano attaccate ed immobili, in modo che l'aſſe girando, li ſei mantici ſi alzano e ſi abbaſſano ſucceſſivameote l'uno dopo l'altro.

Alla faccia poſteriore, ſopra d'ogni mantice vi ſono due carrucole di diametro ineguale; cioè una di tre pollici, e l'altra di un pollice e mezzo; e queſto per dare più di leva alli maotici, perchè li cordoni che vi ſooo attaccati, vanno a ſcorrere ſul diametro più grande della carrucola, e quelli che ſono attaccati all'aſſe che li tira, ſcorrono ſulla picciola.

Sul gran diametro di tre di queſte carrucole, ſcorrono pure tre cordoni, i quali col mezzo di molte picciole carrucole, terminano nelli piani ſuperiori dei tre mantici poſti nella cima dell' edifizio, alla faccia anteriore e ſuperiore.

La tenſione che faſſi ad ogni cordone, allor quando comincia a tirare il tavolato del mantice ove reſta attaccato, fa muovere una leva poſta al diſſopra, tra l'aſſe e le due carrucole, nel ſito di mezzo ed inferiore dell'edifizio. Queſta leva per varj rimbalzi, termina colla laminetta, che trovaſi al diſſopra del tavolato inferiore di ciaſchedon mantice, e la ſoſtiene alzata, affinchè l'aria v'entri ſenza alcuna reſiſtenza, meotre che il tavolato ſuperiore alzandoſi ne accreſce la capacità. Per queſto mezzo, oltre la forza che ſi guadagna, ſi ſcanſa il rumore che fa ordinariamente queſta laminetta, cagiooata dal tremolio che fa l'aria nell'entrare entro al mantice. In tal modo li nuovi mantici comunicano il loro vento in tre canaletti differenti e ſeparati. Ciaſchedun canaletto riceve quello delli rre mantici; li rre che ſono al baſſo dell'edifizio a parte dritta per la faccia anteriore, comunicano il loro vento ad un canaletto che è poſto nel davanri ſul priocipio dell'edifizio dal lato ſteſſo, e quelli ſono caricati di un peſo di quattro libbre: li tre che ſono a parte ſiniſtra nel ſito ſteſſo, danno il lor vento ad un canaletto ſimile, poſto egualmenre ſul principio dell'edifizio del lato ſteſſo, ed ognuno non è caricato che del peſo di due libbre: li tre che ſono ſulla parte ſuperiore dell' edifizio, danno anch'eſſi il loro vento ad na canaletto poſto orizzontalmente ſu di eſſi, e nel davanti; queſti noo ſono caricati che del peſo del loro ſemplice tavolato.

Queſti canaletti per diverſi giri, terminano in tre piccioli ſerbatoj poſti nel petto della figura. Là tutti uniti non ne formano che un ſolo, che ſalendo per la gola, viene allargandoſi a formare una cavità nella bocca, terminata da due ſpazj di piccioli labbri che poſano ſul buco del flauto; queſti labbri danno più o meno di apertura, ed hanno un moto particolare per avanzare e ritirarſi. Nel di deotro di queſta cavità, vi è una picciola linguetta mobile, che col ſuo moto, può aprire e chiudere al vento il paſſaggio che gli laſciano i labbri della figura.

Ecco con qual mezzo il vento è condotto fino al flauto. Ed ecco quanto ſervì a modificarlo.

Alla faccia anteriore dell'edifizio a parte ſiniſtra, evvi un altro movimento, che col favore

delle

delle ſue ruote, fa girare un cilindro di due piedi e mezzo di lunghezza, e ſeſſantaquattro pollici di circonferenza. Queſto cilindro è diviſo in quindici parti eguali ad un pollice e mezzo di diſtanza. Alla faccia ſuperiore e poſteriore dell'edifizio, vi è un taſto che ſcorre per queſto cilindro, compoſto di quindici leve mobiliſſime nelle eſtremità del lato; nel di dentro ſono armate di un picciolo becco di acciajo, che corriſponde ad ogni diviſione del cilindro; all' altra eſtremità di queſte leve ſonovi attaccati dei fili e delle catenelle di acciajo, che corriſpondono alli varj ſerbatoj del vento, alle dita, alle labbra, ed alla lingua della figura. Quelli che corriſpondono alli differenti ſerbatoj del vento, ſono tre, e le loro catenelle montano perpendicolarmente dietro la ſchiena della figura fino nel petto, ove ſono poſte, e terminano ad una lametta particolare ad ogni ſerbatojo: queſta lametta eſſendo aperta, laſcia paſſare il vento nel canaletto di comunicazione che va, come ſi ha detto, dalla gola alla bocca. Le leve che corriſpondono alle dita, ſono ſette, e le loro catenelle vanno pure perpendicolarmente fino alle ſpalle, e là ſi piegano per inferirſi dietro al braccio fino al gomito, dove elle ſi piegano ancora per andare lungo il braccio fino alla giuntura della mano; terminano ciaſcheduna in una commiſſura che ſi uniſce ad un ganghero, il quale forma il finir della leva contenuta nella mano, imitando l'oſſo che gli anatomici chiamano l'oſſo del *metacarpo*, e che come lui, forma una giuntura con l'oſſo della prima ſalange, in modo che tirandoſi la catenella, il dito poſſa alzarſi. Quattro di queſte catenelle s'inferiſcono nel braccio dritto, per far muovere le quattro dita di queſta mano, e tre nel braccio ſiniſtro per tre dita, non avendo che tre buchi, i quali corriſpondono a queſta mano. Ogni punta di dito è coperta di pelle, per imitare la mollezza delle dita naturali, onde efattamente poter chiudere il foro. Le leve del taſto che corriſpondono al moto della bocca, ſono quattro: i fili di acciajo, cui ſono attaccate, formano dei rimbalzi, per giungere nel mezzo della macchina nel di dentro; ed ivi ſtanno attaccati a delle catenelle che vanno perpendicolarmente, e parallelamente alla ſpina del dorſo nel corpo della figura; e paſſando per il collo, vengono ad attaccarſi nella bocca alle parti, che fanno quattro moti differenti nelle labbra interiori: l'uno fa aprire queſte labbra per dare maggior uſcita al vento; l'altro coll' avvicinarle la diminuiſce; il terzo le fa ritirare indietro, ed il quarto le fa avanzare fino all'orlo del foro.

Altro non reſta ſul taſto, che una leva, ov'è attaccata una catenella, che monta anch'eſſa come le altre, e viene a terminare alla linguetta che trovaſi nella cavità della bocca di dietro alle labbra, per chiudere il foro, come ſi è detto di ſopra.

Queſte quindici leve corriſpondono alle quindici diviſioni del cilindro con l'eſtremità, ove ſono attaccati i becchi di acciajo, ad un pollice e mezzo di diſtanza gli uni dagli altri. Girando il cilindro, le lame di rame poſte ſulle ſue diverſe linee, incontrano li becchi di acciajo, e le ſoſtengono alzate più o meno tempo, ſecondo che le dette lame ſono più o meno lunghe: e ſiccome l'eſtremità di tutti queſti becchi formano tra eſſe una linea retta, parallela all'aſſe del cilindro, interſecando ad angolo retto tutte le linee di diviſione, ogni volta che ſi poſterà a ciaſcheduna linea una lama, e che tutte l'eſtremità formeranno tra di loro una linea egualmente retta, e parallela a quella che formano i becchi delle leve, ogni eſtremità di lama (girando il cilindro) toccherà e ſolleverà nel tempo ſteſſo ogni eſtremità delle leve; e l'altra eſtremità di lame formando egualmente una linea retta, ciaſcheduna laſcierà ſcappare la ſua leva nel tempo ſteſſo. Si comprende facilmente da ciò, come tutte le leve poſſono agire e concorrere tutte in una volta alla operazione ſteſſa, ſe v'è di biſogno. Quando non occorre di fare che agiſca che alcuna delle leve, ſi pongono delle lame alle diviſioni, dove corriſpondono quelle che ſi fanno muovere: ſi determina anche il tempo, ponendole più o meno lontane dalla linea che formano i becchi: in tal modo ſi fa ceſſare l'azione più preſto o più tardi, mettendole più o meno lunghe.

L' eſtremità dell' aſſe del cilindro del lato dritto, è terminata da una ſpirale di ſemplici fili, diſtanti tra loro una linea e mezza in numero di dodici, lo che comprende tutto lo ſpazio di un pollice e mezzo di lunghezza, eguale a quello delle diviſioni del cilindro.

Al di ſopra di queſta vite, vi è un pezzo di rame immobile, ſolidamente attaccato all'edifizio, alla quale vi poſa un perno di acciajo d' incirca una linea di diametro, che cade in una ſcanalatura della vite, e le ſerve di cavo, in modo che il cilindro è coſtretto, girando, di ſeguire la direzione ſteſſa delli fili della vite, contenuti nel perno di acciajo, che n' è fiſſo. Così tutti li punti del cilindro deſcriveranno continuamente girando una linea ſpirale, e ſaranno per conſeguenza un moto progreſſivo da deſtra a ſiniſtra. Con tal mezzo ogni diviſione del cilindro, da prima determinata ſu ciaſcheduna eſtremità di leva, cangierà ad ogni giro che farà, poichè allontaneraſſi d'una linea e mezza, eh' è la diſtanza che hanno i filetti della vite tra di loro.

L' eſtremità delle leve attaccate al taſto reſtando per ciò immobili, e li punti del cilindro, alli quali da prima corriſpondono, allontanandoſi ad ogn'iſtante dalla perpendicolare, formando una linea ſpirale, la quale, per il moto progreſſivo del cilindro, è ſempre diretta al punto ſteſſo, cioè, a ciaſcheduna cima di leva, ne ſiegue che ogni cima di leva trova ad ogn' iſtan-

istante delli punti nuovi sulle lame del cilindro, che non si ripetono mai; poichè formano tra di loro delle linee spirali, le quali formano dodici giri sul cilindro, prima che il punto primo di divisione venga su di un'altra leva, che quello, il quale è stato determinato nel primo luogo.

In questo spazio di un pollice e mezzo si pongono tutte le lame, che formano tra di loro le linee spirali, per far agire la leva sotto la quale devono esse sempre passare nelli dodici giri che fa il cilindro. A misura che una linea cangia per la sua leva, tutte le altre cangiano per le loro; così, ogni leva ha dodici linee di lama, di 64 pollici di diametro, che passano su di essa, e che fanno tra loro una linea di 768 pollici di lunghezza. E su questa linea sono poste tutte le lame occorrenti per l'azione della leva, durante tutto il giuoco.

Non resta che a fare vedere, come tutti questi differenti moti servirono a produrre l'effetto che si è proposto in questo automate, paragonandolo a quelli di una persona viva.

Si vuol fargli trarre dal suono del suo flauto, il primo tuono, ch'è il *re* del basso? Cominciasi da prima a disporre l'imboccatura; per tal effetto, ponesi sul cilindro una lama al di sopra della leva che corrisponde alle parti della bocca, che serve ad accrescere l'apertura che fanno le labbra. In secondo luogo, ponesi una lama sotto la leva, che serve a ritirare indietro le labbra stesse. In terzo luogo si pone una lama sotto il labbro, che apre la laminetta del serbatojo del vento dei piccioli mantici, che non sono caricati. Ponesi finalmente una lama sotto la leva che fa muovere la linguetta per dare il colpo alla lingua; in modo che, queste lame toccando nel tempo stesso le quattro leve, che servono a produrre le suddette operazioni, il flauto sunnerà il *re* in basso.

Per l'azione della leva la qual serve ad accrescere l'apertura delle labbra, imitasi l'azione dell'uomo vivo, il quale è costretto ad accrescerla nelli tuoni bassi. Per la leva, che serve a tirare in dietro le labbra, imitasi l'azione dell'uomo, che le allontana dal buco del flauto, girandole al di fuori. Per la leva che dà il vento proveniente dalli mantici, i quali non sono caricati che del semplice loro tavolato, imitasi il vento fievole che l'uomo dà allora, vento il quale non è egualmente spinto fuori del suo serbatojo, che da una lieve compressione dei muscoli del petto. Per la leva che serve a far muovere la linguetta, nell'aprire il foro che formano i labbri per lasciar passare il vento, imitasi il moto che fa pure la lingua dell'uomo, nel ritirarsi dal foro per dare passaggio al vento, ed in tal modo fargli articolare una tal nota. Risulterà dunque da queste quattro dimostrazioni, che dando un vento fievole, e facendolo passare per una uscita larga di tutta la grandezza del foro del flauto, il suo ritorno produrrà delle lente vibrazioni, che saranno obbligate di continuare in tutte le parti del corpo del flauto, perchè tutti li buchi si trovano chiusi, e per conseguenza il flauto darà un suono basso; lo che trovasi con l'esperienza confermato.

Vuolsi fare che mandi il tuono di sopra, cioè il *mi*? Alle quattro prime operazioni per il *re*, se ne aggiungono cinque; ponesi la lama sotto la leva, che fa alzare il terzo dito della mano dritta per aprire il terzo foro del flauto, e fassi avvicinare le labbra al foro del flauto, abbassando un poco la lama del cilindro, che teneva la leva sollevata per la prima nota, cioè il *re*: così, dando alle vibrazioni una uscita nell'aprire il primo foro nel basso del flauto, deve suonare un tuono di sopra; il che con l'esperienza si conferma.

Tutte queste operazioni si continuano ad un di presso egualmente nelli tuoni della prima ottava, nella quale lo stesso vento è bastante per formarli tutti; la differente apertura delli buchi per il levare delle dita, è quella che li caratterizza: solo devonsi ponere sul cilindro delle lame sotto le leve, che devono alzare le dita per formare l'uno o l'altro tuono.

Per avere li tuoni della seconda ottava, conviene cambiare di situazione l'imboccatura; cioè, ponere una lama sotto la leva, che contribuisce per fare avanzar le labbra al di là del diametro del buco del flauto, ed imitar così l'azione dell'uomo vivo, il quale in tal caso, gira il flauto alquanto al di dentro. In secondo luogo, bisogna ponere una lama sotto la leva, che nel fare avvicinar le due labbra, diminuisce la loro apertura: operazione che fa egualmente l'uomo quando chiude le labbra per dare una minor uscita al vento. In terzo luogo, conviene ponere una lama sotto la leva che fa aprire la laminetta del serbatojo, la quale contiene il vento proveniente dalli mantici caricati dal peso di due libbre: vento che si trova spinto con più forza, e simile a quello che l'uomo vivo caccia con una più forte compressione delli muscoli pettorali. Di più, si pongono le lame sotto le leve necessarie per far che si alzino le dita che conviene. Ne seguirà da tutte queste operazioni differenti, che un vento cacciato con più forza, e passando per una uscita più picciola, raddoppierà la velocità e produrrà per conseguenza le doppie vibrazioni; e questa sarà l'*ottava*.

A misura che si sale nelli tuoni superiori di questa seconda ottava, conviene di più in più chiuder le labbra, perchè il vento, in un tempo stesso, cresca di velocità.

Nei tuoni della terza ottava, le leve stesse che vanno alla bocca, agiscono come quelle della seconda, con questa differenza che le lame sono alquanto più elevate, il che fa che le labbra dano tostamente sull'orlo del buco del flauto, ed il buco, che chiudono, diviene estremamen-

mente picciolo. Si aggiunge ſoltanto una lama ſotto il labbro che fa aprire la laminetta, per dare il vento, che viene dalli mantici i più caricati, cioè dal peſo delle quattro libbre; per conſeguenza il vento ſpinto con più forte compreſſione, e trovando un'uſcita ancora più picciola, accreſcerà di velocità in ragion tripla: averaſſi dunque la *ottava tripla*.

Si trovano delli tuoni in tutte queſte differenti ottave, gli uni più difficili che gli altri. Siamo per tal oggetto coſtretti ad accomodarle, ponendo le labbra ſu di una corda più picciola o più grande del buco del flauto, dando un vento più forte o meno, il che fa pore l'uomo negli ſteſſi tuoni, ne' quali deve regolare il vento, e girare il flauto più o meno fuori o dentro.

Si comprende facilmente che tutte le lame poſte ſul cilindro, ſono più o meno lunghe, ſecondo il tempo che deve avere ciaſcheduna nota, e ſecondo la differente ſituazione in cui devonſi trovare le dita per formarle; lo che qui non ſi ſpiegherà per non eſtendere di troppo queſto articolo. Soltanto ſi farà oſſervare, che nel gonfiamento del ſuono, ha convenuto, durante il tempo della nota ſteſſa, ſoſtituire impercettibilmente un vento debile ad uno forte, e ad uno più forte uno più debole, e variare congiuntamente i moti delle labbra, cioè ponerli nella ſituazione propria ad ogni vento.

Quando ha convenuto fare il dolce, cioè imitare un eco, ſiamo ſtati coſtretti di far avanzare le labbra ſull' orlo del buco del flauto, e mandare un vento baſtante per formare un tal tuono, ma in modo che il ritorno, per una uſcita così picciola com'è quella della ſua entrata nel flauto, non può colpire che una picciola quantità di aria eſteriore: il che produce, come di ſopra ſi ha detto, quello che chiamaſi *eco*.

Le arie differenti di lentezza e di moto ſono miſurate ſul cilindro, col mezzo di una leva, la di cui eſtremità armata di una punta, poſſa, allor quando ſi colpiſce al di ſopra, marcare lo ſteſſo cilindro, all' altra parte della leva eſſendovi un rimbalzo che fa prontamente rilevare la punta. Si rallentò il moto che faceva girare il cilindro con una velocità determinata per tutte le arie: nel tempo ſteſſo, una perſona ſuonava ſul flauto l'aria che volevaſi miſurare: un'altra batteva la miſura ſul terminar della leva, che puntava il cilindro, e la diſtanza che trovavaſi tra li punti, era la vera miſura delle arie che ſi volevano notare; indi ſi dividevano gl'intervalli in quante parti che aveva la miſura del tempo. (O.)

* Quanta finezza in queſta sì particolarizzata deſcrizione! quanta delicatezza in tutta queſto meccaniſmo! Se queſto articolo invece di eſſere l'eſpoſizione di una macchina già eſeguita, foſſe ſtato il progetto di una macchina da farſi, quanti non vi ſarebbero che la giudicherebbero una chimera! Quanto a me, ſembrami che conviene avere una gran penetrazione ed un gran fondo di meccanica, per concepire il moto delle labbra dell' automate, della puntatura del cilindro, e di una infinità di altre particolarità di queſta deſcrizione. Se alcuno ci proponeſſe mai dunque una macchina meno complicata, come ſarebbe quella di un armonometro, o di un cilindro diviſo per linee rette e cerchj con intervalli che ſegnaſſero le miſure, e forati queſti intervalli con piccioli buchi, ne' quali ſi poteſſero inſerire delli punti mobili, i quali, applicandoſi a piacere ſu daſi ſegni di un taſto, eſeguiſſe un tal pezzo di muſica che vorrebbeſi ad una o più parti; allora guardiamoci bene di accuſare queſta macchina, come impoſſibile ad eſeguirſi, e quello che la propone come ignorante di muſica; noi ſi arriſchiareſſimo d' ingannarci vergognoſamente e nell'uno e nell' altro ſenſo. (*Il Sig. Diderot.*)

ANDROMEDA, (*Aſtron.*), coſtellazione boreale ſituata al nord delli peſci e del montone; chiamaſi qualche volta in latino, *Perſea*, *mulier catenata*, *virgo devota*; gli Arabi pingono in ſua vece una foca, o vitello marino, incatenato con uno delli peſci. Queſta coſtellazione ha un rapporto con la ſtoria di *Andromeda*, che il ſuo padre Cefeo fu coſtretto di ſacrificare ad un moſtro marino, per ſalvare il ſuo regno dalla peſte, e che fu liberata da Perſeo. Queſta coſtellazione contiene 63 ſtelle nel gran catalogo Britannico: ecco quali ſono le più rimarcabili: α alla teſta di *Andromeda*; queſta ſtella è anche comune alla coſtellazione del Pegaſo, ed è chiamata *umbilicus Pegaſi*. La ſeconda è la ſtella β alla cintura di *Andromeda*, chiamata *mirach*, o *mizar*; la terza γ è ſul piede auſtrale di *Andromeda*, e ſi chiama *alamack*, e qualche volta *alhamec*. Il tramontare di *Andromeda*, allor quando il ſole è nel ſegno del montone, diede luogo alla nona impreſa di Ercole, contro le Amazoni. (*Aſtr. IV*, 490.)

ANELAR, o ANHELAR, nome della ſtella ε de' Gemelli, teſta di Caſtore. (*D. L.*)

ANELLO di *Saturno*, (*Aſtronomia*); queſto è una faſcia circolare larga e ſottile, che circonda ad una certa diſtanza il globo di Saturno, e che moſtra di eſſere ſituata nel piano del ſuo equatore. Ella accompagna Saturno nella ſua rivoluzione, e reſta ſempre parallela ad ella ſteſſa. Queſto cerchio veduto obliquamente, moſtraſi ſotto di una forma ovale od ellittica (*Fig.* 160 di *Aſtronomia*), e ſparisce totalmente, quando non ci preſenta che la ſua groſſezza.

L'*anello* di Saturno è una delle coſe più ſingolari che ſianſi ſcoperte col mezzo delli canocchiali di approſſimazione. Galileo ſcriveva nel 1612, che aveva veduto Saturno compoſto di tre parti, *Saturnum triformem*; ma ſiccome queſto ſembra molto ſtraordinario, e che poi lo vide in una forma affatto rotonda, non ſeguì

que-

queſta ricerca. Gaſſendi, nel 1643, diceva che Saturno gli pareva accompagnato da due globi della grandezza ſteſſa come Saturno; Evelio, nella ſua *Selenografia*, pubblicata nel 1647, diceva apertamente che non intendeva nulla ſulle due braccia di Saturno. Nel 1656, nella ſua Diſſertazione *de Saturni facie*, diſtingueva ſei faſi differenti di Saturno, e le chiamava *monoſphæricum*, *triſphæricum*, *ſphærico-euſpidatum*, *ſphærico-anſatum*, *elliptico-anſatum diminutum*, *elliptico-anſatum plenum*. Ma la ſeconda ed anche terza faſe erano illuſioni ottiche. Neſſuno prima di Ugenio inteſe ed iſpiegò la cauſa di queſte apparenze di Saturno. Alcuni credevano che foſſe la figura particolare del pianeta, veduta più o meno obliquamente, altri due groſſi ſatelliti (*Veidler hiſtoria Aſtronomiæ*, *pag.* 500). Ma dopo la ſpiegazione di Ugenio, nel ſuo *Siſtema Saturnium*, 1659, non ebbero più dubbio alcuno. L'*anello* è concentrico a Saturno, egualmente lontano dalla ſua ſuperficie in tutti li ſuoi punti; egli è ſoſtenuto dal ſuo peſo naturale e ſimultaneo da tutte le ſue parti, egualmente come un ponte, che foſſe abbaſtanza vaſto per circondare la terra, ſoſtenendoſi ſenza pilaſtri. La parte dell'*anello* ch'è la più vicina a Saturno, è alquanto più luminoſa delle parti lontane. Domenico Caſſini oſſervò che la larghezza dell'*anello* era diviſa in due parti eguali, per un tratto oſcuro della curvatura, che era la ſteſſa che quella dell'*anello*; ma Sohort, col ſuo grande teleſcopio di dodici piedi mi aſſicurò, nel 1763, che aveva diſtinto molte linee nere concentriche alla circonferenza dell'*anello*, e che davano luogo a credere che vi foſſero molte faccie, od *anelli* poſti in un piano ſteſſo; ma Hadley non ne vedeva che uno col ſuo teleſcopio di 5 $\frac{5}{4}$ piedi di foco (*Phil. tranſ. n.°* 378, *abrégé VI*, 221). Le linee nere, rappreſentate nella *Figura* 160, ma che difficilmente ſi ſcoprono nel cielo, diſtinguono le faccie dell'*anello*; elleno ſi avvicinano e ſi confondono verſo il mezzo, in *C* ed in *E*, perchè l'*anello* è troppo ſtretto, a ragione dell'obliquità dell'occhio. Vi è ancora una banda oſcura che vedeſi ſul diſco di Saturno, che moſtra di eſſere l'ombra dell'*anello*. Vedeſi anche qualche volta il bordo dell'ombra di Saturno eſteſa ſulla parte dell'*anello*, la quale è al di là di Saturno.

Il diametro dell'*anello* è a quello del globo di Saturno come 7 è a 3, ſecondo le miſure di Pound; il vuoto *AF* ch'è tra il globo e l'*anello*, è ad un di preſſo eguale alla larghezza *AB* dell'*anello*; così la larghezza della corona è un terzo del diametro di Saturno. Il diametro di Saturno nelle ſue diſtanze medie, eſſendo di 9", il diametro interiore dell'*anello* ſarà di 15', ed il diametro eſteriore 21", il vuoto eſſendo di 6', e la larghezza della corona egualmente di 6'. Riguardo alla grandezza aſſoluta, il diametro di Saturno eſſendo di 28601 leghe, quello dell'*anello* è di 66737 leghe. *Ved.* la tavola, all'articolo PIANETA; così la larghezza è di 9534 leghe.

L'*anello* di Saturno moſtra di eſſere, come l'equatore di queſto pianeta, inclinato ſulla ſua orbita di 30°, e ſempre parallelo a lui ſteſſo nel tempo della rivoluzione di Saturno. Queſto paralleliſmo produce le varie ſue apparenze nella durata di una rivoluzione, come quello dell'aſſe della terra produce la varietà delle ſtagioni. L'*anello* alcune volte ſpariſce, come ſi è oſſervato nel 1655, 1671, 1714, 1760, 1773, 1789, e come ſi oſſerverà ancora nel 1803, 1819, 1832, 1848, 1862, 1878, e 1891. Vi ſono tre cauſe che poſſono cagionare queſta faſe rotonda.

Allorchè Saturno è nel 20 grado della vergine o dei peſci, il piano del ſuo *anello*, il quale coſtantemente è diretto verſo queſti punti dell'ecclittica, (conſiderato nella regione delle ſtelle in una diſtanza infinita), trovaſi nel tempo ſteſſo diretto verſo il ſole: egli non riceve luce che dalla ſua eſpanſione, che non è conſiderabile per eſſere oſſervata sì da lontano; Saturno allora moſtraſi rotondo e ſenza *anello*. Ugenio lo vide così nel 1655; (*Syſtema Saturnium*). Il Sig. Maraldi oſſervò particolarmente queſta faſe rotonda con tutta diligenza, dalli 13 di Ottobre 1714, ſino li 10 Febbraro 1715. (*Mem. Accad.* 1715, *pag.* 12; 1716, *pag.* 172.) Finalmente noi lo abbiamo oſſervato dalli 5 Ottobre 1773, ſino li 11 Gennaro 1774, e dalli 3 Aprile fino al primo di Luglio: baſta che il ſole ſia elevato ſul piano dell'*anello* di un angolo di tre minuti, perchè moſtriſi illuminato. Queſto *anello* non mai ſpariſce per mancanza di lume che per tre o quattro giorni prima del paſſaggio di Saturno per li nodi dell'*anello*. (*Mem.* 1774, *pag.* 91.)

Ecco ad un di preſſo li tempi, ne' quali Saturno ritrovandoſi alli 5° 20°, od 11° 20°, l'*anello* dev'eſſere diretto verſo il ſole, ſecondo i calcoli del Sig. Einſio. Li 21 Dicembre 1671, 6 Giugno 1701, 31 Gennaro 1715, 10 Novembre 1730, 15 Luglio 1744, 5 Maggio 1760, 30 Dicembre 1773, 20 Ottobre 1789, 17 Giugno 1803, 6 Aprile 1819 ec.; ma in luogo di 30 Dicembre 1773, ho trovato con l'oſſervazione li 11 Gennaro 1774. *Ved.* le circoſtanze delle altre diſparizioni fino nel 1891 nell'opera del Sig. du Sejour intitolata: *Saggio ſulli fenomeni relativi alle diſparizioni periodiche dell'anello di Saturno*, 1776, *in* 8°, *pag.* 124—180.

Il luogo del nodo dell'*anello* ſull'orbita di Saturno, era alli 5° 20° 30' verſo la metà del ſecolo paſſato, ſecondo Huygens, come pure il nodo delli quattro primi ſatelliti di Saturno. Il Sig. Caſſini nelli ſuoi elementi di Aſtronomia lo pone a 5° 22°; il Sig. Maraldi a 5° 19° 48', con le oſſervazioni del 1715; queſta poſizione fu oſſervata e diſcuſſa con la maggior diligenza; finalmente io trovai per il 1774, 5° 20° 38', o 5° 17° 5' ſull'ecclittica, lo che non diſcor-

corda dal Sig. Maraldi, che quanto porta la preceſſione degli equinozj in 59 anni. Così il nodo dell'*anello* moſtra di eſſere ſenſibilmente immobile.

Avrebbeſi potuto credere frattanto che le attrazioni del ſole, di Giove, e delli Satelliti di Saturno ſu di un equatore così minuto, doveſſe cauſare una diſparizione ſimile a quella che la terra prova pella preceſſione degli equinozj. Queſto fu che mi determinò nel 1773 a richiamare l'attenzione degli aſtronomi ſu queſto fenomeno con reiterati avvertimenti ſulli pubblici fogli. Queſti avviſi non furono affatto inutili, furono fatte tali oſſervazioni in diverſi luoghi, e riuſcirono beniſſimo. Andai io ſteſſo a Beziers nel meſe di Ottobre del 1773, per oſſervare ſotto il più puro cielo della Francia, la prima diſparizione, e ne reſi conto, come pure di tutte le altre oſſervazioni che ci ſono pervenute, nelle *Memorie del* 1774.

Il Sig. Meſſier ha pubblicato anch'egli molte oſſervazioni nelle *Memorie di Berlino per il* 1776.

L'*anello* diſparve allora quando il ſuo piano paſsò per l'occhio noſtro, eſſendo diretto verſo la terra; da noi allora non ſi vedeva che la ſua groſſezza, la quale è troppo picciola perchè poſſaſi ſcoprirla.

Einſio nella ſua diſſertazione, pubblicata a Lipſia nel 1745, credeva che conveniſſe che la terra foſſe elevata al meno di un mezzo grado ſul piano dell'*anello*, perchè ſi poteſſe ſcoprirla con un huon canocchiale di 15 piedi, il che faceva in certi caſi più di otto giorni prima o dopo il paſſaggio; ma per le oſſervazioni del 1774, riconobbi che l'*anello* non diſpariva che il giorno ſteſſo in cui la terra paſſa per il piano dell'*anello*. (*Mem. dell' Ac.* 1774, *pag.* 91.) Il moto della terra fa che queſto paſſaggio ſia più rapido che quello del ſole per il piano dell'*anello*, e ch'è più facile di oſſervare la diſparizione che viene dal paſſaggio della terra, che quella che viene dal paſſaggio del ſole; così puoſſi avere per quello della terra due faſi corriſpondenti che rendono la determinazione più eſatta. Ecco come ſpiegherei ben preſto la maniera di trovare il nodo dell'*anello* con le ultime oſſervazioni. Il Sig. de Sejour crede che l'*anello* non ſia ſparito che allor quando la terra aveva già una picciola depreſſione di uno o di due minuti. (*pag.* 369.)

Evvi una terza canſa, la quale può fare che ſpariſca per noi l'*anello* di Saturno; ed è quando il ſuo piano paſſa tra noi ed il ſole; perchè in tal caſo la ſuperficie riſchiarata non è girata verſo di noi: fin tanto che Saturno è tra 11ˢ 20°, e 5ˢ 20° di longitudine, il ſole illumina la ſuperficie meridionale dell'*anello*; ſe la terra è allora elevata ſulla ſuperficie ſettentrionale, ella non può vedere la luce dell'*anello*, e queſto ſarà uno dei tempi della faſe rotonda. Così può vederſi diſparire li nodi dell'*anello* due volte nell'anno ſteſſo, e vederli ricomparire due volte, come in fatto ſi è oſſervato. (*Mem. Accad.* 1716, 1774.)

Queſte diſparizioni eſſendo bene oſſervate, fanno conoſcere le poſizioni del nodo dell'*anello*. Sia *L M A* (*Tavole di Aſtronomia*, *Fig.* 163) il globo di Saturno, ſul quale ſi figurano tre cerchi per rappreſentare l'ecclittica, l'orbita di Saturno, ed il cerchio dell'*anello*. La linea *N M* rappreſenta l'orbita che il ſole moſtra di deſcrivere in trent'anni intorno a Saturno; queſt'orbita è nello ſteſſo piano eſattamente, e deſcritta con la ſteſſa velocità che l'orbita di Saturno veduto dal Sole. Il circolo *A T O S L* rappreſenta la traccia del piano dell'*anello* ſulla ſuperficie di Saturno; finalmente il cerchio *N O I* rappreſenta un piano che paſſa per il centro di Saturno, parallelamente all'ecclittica od al piano dell'orbita terreſtre: queſto piano *N O I* prolungato nell'immenſità della ſfera celeſte, paſſa ſulle ſteſſe ſtelle, e ſegna nel cielo la ſteſſa traccia, e li punti ſteſſi come il piano dell'orbita terreſtre egualmente prolungato. L'arco *N O I* appartiene dunque ad un piano che ſi concepiſce parallelo ad un piano dell'ecclittica, facendo in *N* un angolo di 2° 30′ 20″ ch'è l'inclinazione dell'orbita di Saturno, a 3ˢ 21° 31′ di longitudine all'anno 1750. Supponendo il nodo *S* dell'*anello* e dell'orbita di Saturno, a 5ˢ 20° 8′ per l'anno 1774 con Einſio, ed il nodo *N* di Saturno a 3ˢ 21° 55′, la diſtanza *S N* ſarà di 58° 13′. Conoſcendoſi l'angolo *N* e l'angolo *S*, inclinazione dell'*anello* ſull'orbita di Saturno, che le oſſervazioni danno di 30°, ſi potrà riſolvere il triangolo *N S O*. Si troverà *N O* = 54° 41′ 30″, il quale aggiunto alla longitudine del nodo *N*, darà per la longitudine del nodo *O*, 5ˢ 17° 36′ 30″; il che è quanto li Signori Maraldi, ed Einſio chiamano *la longitudine del nodo dell'anello ſull'ecclittica*. Ma poichè il circolo *N O I* rappreſenta l'ecclittica, non deveſi immaginare che la terra od il ſole deſcrivi queſto circolo realmente; egli è ſoltanto un circolo parallelo, li poli del quale eſſendo prolungati nella immenſità della ſfera ſtellata, corriſpondono alli punti ſteſſi come li poli dell'ecclittica, o dell'orbita della terra. Ma queſto non impediſce che queſta ecclittica non ſervi a calcolare le oſſervazioni. Per eſempio, la terra eſſendo ſuppoſta in *T*, con una latitudine *T E* veduta da Saturno, eguale a quella di Saturno veduta dalla terra, il punto *E* eſſendo lontano di ſei ſegni dalla longitudine geocentrica di Saturno ridotto all'ecclittica, come ſi oſſerva dalla terra, l'arco *T E* e l'angolo *T O E* ci faranno trovare *O E*, e per conſeguenza la longitudine del nodo *O* ſull'ecclittica. Nella diſparizione dell'*anello*, oſſervata nel meſe di Ottobre 1714, il luogo di Saturno nell'ecclittica, oppoſto al punto *E* era di 5ˢ 19° 15′ veduto dalla terra, ſecondo il Sig. Maraldi. La latitudine ſettentrionale *E T* della terra, eguale a quella di Saturno, è

di 1° 51'; e l'angolo O di 31° 20', dal che si conclude il lato $EO = 3° 3$, e la loogitudine del nodo O sull'ecclittica 5ˢ 16° 12'. Io lo trovai nel 1774 5ˢ 17° 5'. Queste determinazioni danno così un mezzo di trovare il nodo S dell'*anello* sull'orbita di Saturno; perchè nel triangolo SON, supponendo l'angolo S, e l'angolo N conosciuto egualmente, che la distanza ON del nodo N dell'orbita dal nodo O dell'*anello* sull'ecclittica, si trova SN, che aggiunto alla longitudine del nodo N dell'orbira di Saturno dà quella del nodo S dell'*anello* sull'orbita di Saturno, che io trovai nel 1774, 5ˢ 20° 38'. Il Sig. di Sejour in uoa Memoria analitica letta all'Accademia nel 1773 su questa materia, faceva vedere che in uno spazio di 59 anni, vi erano quattro disparizioni dell'*anello*, due consecutive che sono doppie, ma che può accadere che una sia invisibile, e le due altre che sono semplici, cioè, quando l'*anello* non sparisce che nna sola volta. Ma egli ha ancora trattato molto più profondamente questa materia nell'opera da me citata. Ei fa vedere (*pag.* 186), che questo periodo non dà una regola costante. Nel 1714, e nel 1773, si osservarono delli senomeni corrispondenti e simili, quasi nelli giorni stessi del mese. Li 13 di Ottobre 1714, e li 5 Ottobre 1773, la terra avvicinandosi al piano dell'*anello*, si cessò di distinguerlo. Li 10 Febbraro 1715, e li 11 Gennaro 1774, il sole essendo passato al nord dell'*anello*, si cominciò a rivederlo. Li 23 Marzo 1715, e li 3 Aprile 1774, la terra ritornando verso il piano dell'*anello* si rivide per la seconda volta. (*Memorie Accad.* 1715, 1716, 1774.) Nel 1789, appunto vi saranno due disparizioni, e due riapparizioni, li 5 Maggio, 24 Agosto, 16 Ottobre, e 30 Gennaro 1790, (*Il Sig. di Sejour*, *pag.* 164); nel 1832 e 1833, si osserverà quasi lo stesso. (*pag.* 171.)

La diversità delli canocchiali, e le inegualità dell'atmosfera in diversi climi, mettono qualche giorno dell'incertezza in tal sorta di osservazioni, ma con li canocchiali acromatici, de' quali attualmente si serve la maggior parte degli Astronomi, e che sono ad un di presso eguali, tutti vanno d'accordo colla differenza d'uno o due giorni nelle osservazioni del 1774; non vi è che la disparizione del mese di Otrobre 1773, sulla quale sono differenti di qualche giorno, perchè il tempo era più sereno, e Saturno molto vicino all'orizzonte. Alli 5 di Ottobre quasi turri gli Astronomi l'avevano perduto di vista, sebbene ciò non doveva essere che li 9, secondo il calcolo dedotto dalle altre fasi.

Nella determinazione del nodo dell'*anello*, si suppone conosciura la sua inclinzione, perchè uoa picciola incertezza sull'inclinazione non impedirebbe che non si determinasse beoe il luogo del nodo. Passiamo attualmenre alla ricerca di questa inclinazione. Quando Saturno è nella maggior lontananza dal nodo dell'*anello*, e che la terra è nella maggior elevazione al disopra del piano dell'*anello*, egli ci comparisce sotto la forma di una ellisse, il di cui picciolo asse è la metà del grande, almeno col ridurre le osservazioni al centro del sole. Così supponeodo l'*anello* assolutamente circolare, bisogna che la sua ioclinazione sia di 30° sul piano dell'orbita di Saturoo, per apparire sotto questa forma; da questo egli è facile calcolare qual debba essere l'inclinazione di questo *anello* sul piano dell'ecclittica; perchè nel triangolo NOS si conosce l'angolo N, la distanza NS delli nodi, e l'angolo S di 30°; si averà facilmente l'angolo O ch'è di 31° 20'; ma noi non mai osserviamo l'*anello* di una sì grande apertura, a cagione della laritudine di Saturno.

E' facile dedurre da questi principj la figura dell'*anello* per un dato tempo, perchè non dipende che dalla elevazione della terra sul piano di questo *anello*. Sia B il luogo della terra opposto alla longitudine geocentrica di Saturno, BF la latitudioe della terra veduta da Saturno, eguale alla latirudine di Saturno veduto dalla terra, ma di denominazione contraria, OF la differenza tra la longitudine della rerra vedura da Saturno, e quella del nodo dell'*anello* sull'ecclittica; nel triangolo FBO si cercherà BO, e l'angolo O, la somma o la differenza di BOF, e dell'angolo SOF, inclinazione dell'*anello* sull'ecclittica, 31° 20', darà l'angolo SOB o GOB; nel triangolo BOG si conosce l'ipotenusa OB, e l'angolo BOS, si cercherà BG ch'è la laritudine della terra, per rapporto all'*anello* veduto da Saturno, o l'elevazione della terra al disopra dell'*anello*.

Per il mezzo dell'elevazione dell'occhio nostro sul piano dell'*anello*, trovasi la figura dell'*anello*, od il rapporto degli assi della sua ellisse apparente in qualunque tempo; perchè il grand'asse è sempre al picciolo, come il raggio è al seno dell'elevazione, o dell'obliquità dell'occhio.

L'elevazione del sole al disopra del piano dell'*anello* è più facile da calcolarsi. Supponiamo il sole in C nella orbita che sembra descrivere d'intorno a Saturno, l'arco CD perpendicolare sull'*anello* LSA, CD è la latitudine del sole, per rapporto all'*anello*, il quale trovasi per il semplice triangolo CSD, nel quale si conosce la distanza eliocentrica CS di Saturno dal nodo S dell'*anello*, misurata sull'orbita di Saturno $MCSN$, e l'angolo S 30°, quest'arco CD è l'inclinazione del raggio solare sul piano dell'*anello*, o l'elevazione del sole, per rapporto a questo piano. Da questo potrebbonsi concludere i tempi, ne' quali l'angolo di questa ioclinazione è assai picciolo, perchè il sole non possa più rischiarar sensibilmente una delle superficie dell'*anello*, e renderlo a noi visibile. Puossi ancora cogli stessi principj ridurre le osservazioni che si son fatte sulla terra, a quelle che luogo avrebbero per un osservatore situato nel sole.

Io dissi che l'*anello* è come un piano od un

corpo

corpo ſottiliſſimo ; in fatto, allor quando è diretto verſo noi, ed il ſuo piano paſſa per il noſtro occhio, noi non diſtinguiamo nulla; lo perdiamo di viſta, perchè allora non ha che la ſua groſſezza che ſi preſenta a noi, ed è troppo picciola a poter eſſere diſtinta. Egli è vero che allora vedeſi l'ombra dell'*anello* ſul diſco di Saturno, perchè il ſole lo riſchiara obliquamente, e per conſeguenza egli ha un'ombra più larga che quella della groſſezza dell'*anello*. Quando l'*anello* è diretto verſo il ſole, e la ſua groſſezza ſola è illuminata, egli egualmente ſparisce; il che prova che queſta groſſezza è picciolissima, cioè inſenſibile alla noſtra viſta. Potrebbe eſſere ancora più grande ſenza che noi poteſſimo diſtinguerla, eſſendo il diametro reale dell'*anello* di 66737 leghe, ed eſſendo un quarto di ſecondo inſenſibile ſu di un pianeta così poco illuminato.

L'*anello* è sì ſottile che li ſuoi nodi ſpariſcono il giorno ſteſſo che la terra è nel piano dell'*anello*, e ricompariſcono allora quando la terra ha già paſſato il piano. Il Sig. Maraldi ſe ne aſſicurò nel 1715; ed io trovai il riſultato ſteſſo della diſparizione delli 3 del meſe di Aprile 1774, e la riapparizione del primo Luglio. In fatto, li 3 Aprile la latitudine geocentrica di Saturno, o quella della terra ET, eſſendo di 2° 27′ 5″; ſe ſi divide la tangente di queſto arco per quella dell'inclinazione dell'*anello* ſulla ecclittica, o dell'angolo EOT 31° 20′, ſi ha il ſeno della diſtanza EO della terra dal nodo ſull'ecclittica = 4° 1′ 20″; e queſta diſtanza tolta dal luogo della terra, o di Saturno in E, 21ˢ 21° 7′ 38″ dà il luogo del nodo O ſull'ecclittica 11ˢ 17° 6′ 18″.

Nella riapparizione del primo Luglio, la latitudine 2° 12′ 23″ dà per la diſtanza dal nodo 3° 37′ 16″, e come la longitudine di Saturno era 11ˢ 20° 41′ 41″, il luogo del nodo ſi trova 11ˢ 17° 4′ 25″. La differenza 1′ 53″ tra queſti due riſultati non dipende che da qualche ora di differenza nelle oſſervazioni. Per ciò è evidente ch'è il giorno ſteſſo del paſſaggio della terra nel piano dell'*anello*, che noi lo vediamo ſparire e ricomparire. Il ſegmento AB (*Fig.* 160), di 88° 50′, ch'è interamente illuminato, di cui la corda intera ha 29″ 4, compariſce 12 ore dopo il paſſaggio della terra nel piano dell'*anello*, come ſe egli aveſſe 36 leghe; quindi la groſſezza dell'*anello* potrebbe non eſſere altrimenti che di queſta quantità, o ſoltanto di 18 leghe ſe ſi vedono li nodi diſtaccati due ore prima che noi ſiamo nel piano dell'*anello*. (*Mem.* 1774, *pag.* 93.)

L'*anello* di Saturno moſtra di non eſſere eſattamente piano, perchè Maraldi oſſervò che uno delli nodi ſparisce prima dell'altro, ed Einſio aſſicura che li 29 Novembre 1743, il nodo orientale era più corto dell'altro; il che ſembra dinotare che vi è un poco di curvatura nell'*anello*.

Li 9 Ottobre 1714, li nodi erano la metà più corti dell'ordinario, (*Mem.* 1715, *pag.* 12); la parte orientale moſtrava di eſſere più larga dell'occidentale. Li 12 Ottobre Saturno comparve con un ſolo nodo dalla parte dell'occidente, queſto potè far credere che dopo li 9 fino alli 12, la rotazione di Saturno aveva potuto far paſſare dall'oriente all'occidente queſta parte dell'*anello* ch'era la più viſibile, la meno inclinata o la meno approſſimata al noſtro raggio viſuale.

Li 6 Ottobre 1773, non vedeaſi a Cadice che il nodo occidentale. Li 11 Gennaro 1774 il Sig. Meſſier vedeva li nodi ſtaccati, ed il nodo orientale più lungo. Il primo Luglio oſſervò ſull'*anello* ch'era eſtremamente ancora ſottile, delli punti luminoſi più groſſi che il filo di luce che forma li nodi. Queſte oſſervazioni fatte ſu degli oggetti impercettibili, non ſono sì facili ad eſeguirſi, nè di una certezza affatto ſatisfacente; ma eſſe indicano tuttavia che vi è un poca di curva nel piano dell'*anello*; mentre ſe foſſe in un ſol piano, le ſue parti diritra e ſiniſtra ſparirebbero nel tempo ſteſſo, ed il ſegmento eſteriore ch'è di una luce piena, non mai ſparirebbe il primo, come qualche volta accade.

Trovanſi delle congetture, e delle rifleſſioni ingegnoſe ſulla cauſa e la formazione dell'*anello* di Saturno, in Mauperthis, *Diſcorſo ſulle figure degli aſtri*, impreſſo nel 1732, e nel 1742.

Anello *ſolare* oſſia *orario*, è una ſpecie di picciolo quadrante portatile, il quale conſiſte in un *anello* o cerchio di rame di due pollici incirca di diametro, e di un terzo di pollice di larghezza.

In un ſito del contorno dell'*anello* vi è un foro, per il quale ſi fa paſſare un raggio del ſole, che fa una picciola marca luminoſa nella circonferenza concava del ſemicerchio oppoſto; ed il punto ſul quale cade queſta picciola marca, dà l'ora del giorno che ſi ricerca. Ma un iſtrumento diſpoſto così non è buono che nelli tempi dell'equinozio, e perchè poſſa ſervire tutto il tempo dell'anno, conviene che il foro poſſa cangiar ſito, e che li ſegni del zodiaco o li giorni del meſe ſieno marcati ſulla conveſſità dell'*anello*. In tal modo il quadrante può dar l'ora per qualunque giorno dell'anno ſi vuole.

Per ſervirſene, baſterà mettere il foro ſul giorno del meſe, o ſul grado del zodiaco che il ſole occupa quel giorno, in ſeguito ſoſpendere il quadrante al ſolito in faccia del ſole; il raggio che paſſerà per il foro, marcherà l'ora ſul punto oppoſto, ove caderà.

Anello *aſtronomico* od *univerſale*, è un iſtrumento compoſto di due o tre circoli, il quale ſerve a trovare l'ora del giorno in qualunque ſito ſiaſi della terra, nel mentre che l'*anello* ſolare, del quale parlato abbiamo, è confinato ſoltanto ad una certa latitudine. L'*anello aſtronomico* è rappreſentato nelle *Tavole di A-*

ſtronomia, *Fig.* 248, nella ſua più ſemplice coſtruzione. Queſt'è una ſpecie di quadrante equinoziale portatile, e che puoſſi orizzontare ad un dipreſſo nel modo che noi ſpiegheremo indicando la coſtruzione del quadrante equinoziale. *Ved.* QUADRANTE.

L' *anello* aſtronomico è un' imitazione delle armille di Eratoſtene che fu in Aleſſandria 250 anni prima della naſcita di G. C., e le armille portatili ſono di un uſo antichiſſimo. Gemma Friſia nel ſuo uſo dell' *anello* aſtronomico, impreſſo nel 1544, dice, che non è in tutto di ſua invenzione, ma che ſoltanto ſi eſteſe l'uſo.

Si fanno degli *anelli* aſtronomici da due pollici di diametro fino a ſei. Conſiſtono queſti in due *anelli* o circoli ſottili che ſono allargati ed eſpanſi a proporzione della lunghezza dell' iſtrumento. Il circolo eſteriore *A* rappreſenta il meridiano del luogo dove ſi è; egli contiene due diviſioni, ciaſcuna di 90.°, diametralmente oppoſte, e che ſervono l'una per l'emiſfero boreale, l'altra per l'emiſfero auſtrale. L' *anello* interiore rappreſenta l' equatore, e gira eſattamente nel di dentro del primo per mezzo di due perni che ſono in *E* ed in *F* in ogni circolo. Nel di dentro delli due circoli vi è un picciolo regolo *AP*, o lama ſottile, che gira anch'eſſa ſu due perni con un curſore ſegnato *C*, il quale può ſcorrere lungo il mezzo del regolo. In queſto curſore vi è un picciolo foro per laſciar paſſare i raggi del ſole.

Si computa l'aſſe del regolo come l'aſſe del mondo, e le ſue eſtremità come i due poli. Si notano da una parte li ſegni del zodiaco, dall' altra i giorni del meſe: ſul meridiano vi è un pezzo per cui ſta ſoſpeſo, e che può ſcorrere ſulla circonferenza, ed alla quale ſi attacca un picciolo pendolo *G*, che porta una fibbia *H* per tenere ſoſpeſo l'iſtrumento.

Uſo di queſto iſtrumento. Ponete il mezzo del pendolo al grado di latitudine o dell' altezza del polo del luogo dove vi trovate, ſulla circonferenza *AMP*, per eſempio, a 48° 50' per Parigi; ponete il foro del curſore al grado del ſegno, od al giorno del meſe ſul regolo *DD*; aprite poſcia l'iſtrumento, in modo che li due *anelli* facciano un angolo retto tra di eſſi, e ſoſpendeteli per l'anello *H*, in modo che l'aſſe del regolo che rappreſenta quello dell' iſtrumento poſſa eſſere parallelo all'aſſe del mondo; indi girate il lato piatto del regolo verſo il ſole, fin tanto che il raggio il quale paſſerà per il picciolo foro, vadi a cadere eſattamente ſulla linea circolare ch' è ſegnata nel mezzo della circonferenza concava *DB* dell' *anello* interiore: il raggio ſolare marcherà l'ora ch'è ſu queſta circonferenza concava. In fatto ſi allontani l'alidada dall' equatore, per eſempio, di 13° ½, ſe queſt'è al ſolſtizio; in tale ſtato il ſole paſſando per l'alidada, raderà l'equatore, quando che queſto equatore ſia bene ſituato, poichè è d'uopo che avanzi l'angolo eguale a quello del raggio ſolare ſul piano dell' equatore, e che una linea determini un piano, quando l'inclinazione di queſto piano è data.

Per dividere la regola *DD* ſeguendo i ſegni o li giorni, ſi pongono nel mezzo *N* gli equinozj 21 Marzo, e 21 Settembre, e ſul raggio *FN* ſi formano due angoli eguali alle declinazioni del ſole, nel cominciare di ciaſchedun ſegno, od al cominciare di ciaſchedun meſe, in modo che le porzioni della regola, al partir dal mezzo, ſeguino il progreſſo delle tangenti delle inclinazioni del ſole.

Conviene notare che l'ora 12 o del mezzodì non è data dal quadrante, per la ragione che il cerchio eſteriore eſſendo nel piano del meridiano, impediſce che li raggi del ſole cadano ſul cerchio interiore. Allora il ſole cangiando un poco di altezza verſo il mezzodì, la ſituazione dell' *anello* è mal determinata. L' *anello*, come noi lo deſcriviamo, non darà neppur l'ora quando il ſole ſarà nell' equatore, perchè allora i ſuoi raggi ſaranno paralleli al piano del cerchio interiore; ma vi ſi rimedia con un' altra coſtruzione.

Infatti, v' è ancora un' altra ſpecie di *anello aſtronomico*, al quale ſi aggiunge un circolo orario che gira intorno ai poli *A P*, e porta un' alidada. Così, in luogo delli due circoli, ve ne ſono tre: ma biſogna che l' iſtrumento ſia più grande. Queſto indica quando il ſole è nell' equatore, ed è molto più giuſto. Si fa poco uſo di queſti iſtrumenti, perchè gli orologi reſero inutili tutti queſti quadranti che non danno l'ora con una certa eſattezza, ma l' *anello aſtronomico* è buoniſſimo nelle campagne, dove non vi ſono nè meridiani, nè quadranti ſolari. Si fanno degli *anelli aſtronomici* di ſei pollici, che coſtano cento ſcudi (*Ved. Fig.* 249), ne' quali ſi diſtinguono facilmente tutti li minuti dell'ore, l'altezza del polo di due in due minuti, e li minuti della declinazione del ſole col mezzo di una moſtra verniciata che occupa 60.° ſul circolo orario.

L' equatore è tenuto perpendicolarmente al meridiano con una ſcanalatura, nella quale entra un punto fiſſo del circolo orario che gira intorno ai poli.

Il pezzo di ſoſpenſione è formato come la lampada del quadrante, così che l' iſtrumento prende il ſuo ſtare a piombo in tutti i modi, e ſi ferma con una vite, ſull'altezza del polo del luogo dove ſi guarda.

L'alidada, che muoveſi ſul piano del circolo orario, ha un vetro obbiettivo in luogo di un foro della pinnula e l'immagine del ſole che pingeſi ſulla pinnula, oppoſta, ſerve a prendere le altezze corriſpondenti, che poſſono averſi facilmente a 2", come l'ha provato il Sig. Cardinale di Luynes.

Negli *anelli* i quali hanno un circolo orario portante l'alidada delle declinazioni, il raggio ſolare non può infilzare l'alidada, che quando il circolo orario è diretto alla diſtanza attuale del

del ſole nel meridiano; così, vi ſono due taſteggj da farſi per avere il raggio ſolare nell'alidada..

Meglio ſentiraſſi nel caſo più ſemplice ch'è quello dell'equinozio; io ſuppongo che il ſole ſia nell'eqnatore, e ch'io voglia dirigere l'alidada verſo il ſole che gira nel piano dell'equatore dell'*anello*; non baſterà di girare queſto piano verſo il ſole, convenirà anche girare l'alidada all'altezza del ſole, od alla diſtanza del meridiano.

ANELLO *aſtronomico* in termine di marina, è un iſtrumento molto ſemplice, il quale uſaſi in mare per prendere ſemplicemente l'altezza del ſole: queſto è un circolo di metallo ove vi è un foro allontanato di 45 gradi dalla ſoſpenſione, e alla parte oppoſta del circolo, delle diviſioni, le quali ſegnano le altezze del ſole di grado in grado, allora quando il raggio ſolare paſſando per il picciolo foro cade ſulle oppoſte diviſioni. (*D. L.*)

ANEMOMETRO, (*Idroſtatica*), macchina che ſerve a ſtimare la forza del vento. *Ved.* VENTO. Vi ſono degli *anemometri* di varie ſpezie.

Trovaſi nelle *Tranſazioni Filoſofiche* la deſcrizione di un *anemometro*, il quale conſiſte in una placa mobile ſul lembo graduato di un quarto di cerchio. Il vento ſupponeſi che toſſii perpendicolarmente contro queſta placa mobile, e la forza è indicata dal numero delli gradi che fa ſcorrere.

Il Sig. Wolfio dà nel ſuo *corſo di Matematica*, la coſtruzione di un altro *anemometro*, che trovaſi col mezzo delle ali *A*, *B*, *C*, *D*, (*Pneumat. Fig.* 17.) Queſte ali ſono ſimili a quelle di un mulino a vento. Nel girare, eſſe fanno muovere il raggio *KM*, in modo che il corpo *L*, poſto in una ſcanalatura che ſi poſe in queſto raggio, allontanaſi di più in più dal centro del moto, ed agiſce conſeguentemente ad ogn'iſtante ſu queſto raggio, e per il ſuo mezzo ſull'aſſe al quale è attaccata, con una forza che va ſempre creſcendo; perchè il haſſo della leva, alla quale queſto corpo è applicato, ſi allunga fino che il moto delle ale ſia arreſtaro: allora il peſo fa equilibrio con la forza del vento; e queſta forza è ſegnata da un ago *MN*, fiſſato ſull'aſſe, e facendo un angolo retto col raggio *KM*, il quale gira, per la ſua eſtremità *N*, ſu di un quarto di cerchio diviſo in parti eguali. La forza è tanto più grande o più picciola, quanto l'ago ſegna un più grande o più picciolo numero di queſte parti eguali, ſia nel diſcendere ſia nell'aſcendere. Queſta macchina ſembra di eſſere non molto eſatta.

Il Sig. d'Onſenbray ha dato la deſcrizione di un *anemometro* di ſua invenzione che pretende ſegnare da lui ſteſſo ſu di una carta, non ſolo i venti differenti che hanno ſoffiato in ventiquattro ore, con le ore nelle quali hanno cominciato o ceſſato di agire, ma ancora la forza, o velocità di tali venti. *Ved. Memorie dell' Accademia delle Scienze*, *anno* 1734, *pag.* 169. *Ved.* una più lunga deſcrizione all'articolo VENTO. (*O.*)

ANEMOSCOPIO, (*Idraulica*); Macchina la quale ſerve a predire i cangiamenti del vento.

Si preteſe che degli igroſcopj fatti di budello di un gatto ec. ſi trovino buoniſſimi *anemoſcopj* per predire le variazioni del vento: ma tal fatto merita verificarſi. *Ved.* IGROSCOPIO.

L'*anemoſcopio* uſato dagli antichi, ſembra, ſecondo la deſcrizione che ci dà Vitruvio, avere più ſervito a moſtrare da qual parte veniva il vento, che a prevedere da dove veniſſe.

Otton di Guericke dà il nome di *anemoſcopio* ad una macchina di ſua invenzione per indicare, prima che ſuccedano, li cambiamenti delli tempi. *Ved.* TEMPO.

Queſto è un picciolo uomo di legno che ſi alza e ſi abbaſſa in un tubo di vetro, ſecondo che l'atmoſfera è più o meno peſante.

Il Sig. Lomiers ha dimoſtrato che queſto *anemoſcopio* non è che l'applicazione del Barometro ordinario. *Ved.* BAROMETRO. *Ved.* anche *Merc. Gal.* 1683. *Act. Erud.* 1684, *pagina* 26. (*O.*)

ANFISCJ, *termine d'Aſtronomia o di Geometria*, per il quale s'intendono quei popoli che vedono le ombre loro al mezzodì, alcune volte verſo di un polo, ed alcune volte verſo dell'altro. Lucano oſſerva con ragione, che nella Zona temperata boreale ſi ha ſempre l'ombra a diritta od al nord, guardando la parte di occidente. Si hanno per altro in certi tempi le ombre verſo mezzodì, cioè alla ſiniſtra, guardando verſo l'occidente, ritrovandoſi nella Zona Torrida.

Ignotum vobis, Arabes, veniſtis in orbem,
Umbras mirati nemorum non ire ſiniſtras.
Lucan. *Phars.* III. 247.

Egli ci fa anche ſapere che in Siene, città dell'Egitto ſituata ſotto il Tropico, l'ombra del ſole ſpariſce nel mezzodì il giorno del ſolſtizio, e non ſi eſtende nè alla diritta nè alla ſiniſtra.

Umbras nuſquam flectente Syene. I. 587.

Le diverſe ſituazioni dell'ombre al mezzodì hanno prodotto una ſuddiviſione geografica degli abitanti della terra in Eteroſcj, Periſcj, *Anfiſcj* o *Aſcieni*. Gli Eteroſcj ſono quelli de' quali le ombre meridiane ſono ſempre rivolte dalla parte del polo ſteſſo; tali ſono gli abitanti delle Zone temperate; così, nelli paeſi noſtri, l'ombra verticale ſi dirige ſempre a mezzodì verſo il nord; perch'ella è ſempre oppoſta al ſole, ch'è alla parte del mezzodì. Li Periſcj ſo-

no

no quelli de' quali le ombre girano in 24 ore, verso tutti li punti dell'orizzonte: questi sono gli abitanti delle Zone fredde, alli quali il sole non tramonta mai per un dato tempo dell'anno; allor quando egli è dalla parte del mezzodì, le ombre girano verso il nord, ed allora che trovasi egli dalla parte del nord al di sopra del polo, getta le ombre verso il mezzodì.

Gli *Anfiscj* sono quelli, a' quali le ombre meridiane sono ora al nord, ed ora al sud; tali sono gli abitanti della Zona Torrida: ma affinchè questa definizione comprendi anche quelli che abitano sotto lo stesso Tropico, Varenio, vi aggiunge nella sua Geografia, la parola Ascieni, che vuol dire quelli per li quali l'ombra diviene totalmente nulla in uno o due giorni dell'anno, trovandosi allora il sole nel zenit. Si dividono gli Ascieni in due classi: gli *Ascieni-Anfiscj*, per li quali l'ombra si estende qualche volta verso il nord, e qualche volta verso il mezzodì, e due volte all'anno sparisce: gli Ascieni-Eteroscj, de' quali le ombre sono sempre al lato stesso e spariscono soltanto una volta, cioè il giorno in cui il sole arriva nel Tropico, sotto del quale sono situati questi popoli. Queste parole differenti sono formate da ἀμφὶ *umbra*, con le relative proposizioni a ciascheduna significazione, come ἀμφὶ, *ex utraque parte*. (*D. L.*)

ANFORA, (*Astronomia*); questo nome, ch'è latino, si dà qualche volta alla costellazione dell'Aquario. *Ved.* AQUARIO. (O.)

ANGOLARE, ag. m. (*Geom.*) dicesi di tutto ciò che forma degli angoli, o che con essi ha qualche rapporto. *Ved.* ANGOLO.

La distanza fa sparire gli angoli poligoni; l'occhio scoprendo il corpo dell'oggetto allora quando non vede più le inegualità, che gli angoli facevano sulla superficie, credesi che questa superficie sia unita, ed il corpo dell'oggetto mostrasi rotondo. *Ved.* VISIONE.

Moto angolare. E il moto di un corpo che descrive un angolo, o che muovesi circolarmente intorno ad un punto. Così li pianeti hanno un *moto angolare* intorno al sole. Il *moto angolare* di un corpo è altrettanto più grande, quanto questo corpo descrive, in un dato tempo, un angolo più grande. Due punti mobili *A*, *F*, (*Mec. Fig.* 9) de' quali l'uno descrive l'arco *AB*, e l'altro l'arco *FG*, nel tempo stesso, hanno lo stesso *moto angolare*, sebbene il moto reale del punto *A* sia molto più grande che il moto reale del punto *F*; perchè lo spazio *AB* è molto più grande che *FG*.

Il *moto angolare* si chiama anche una specie di moto composto d'un moto rettilineo, e di un moto circolare ec.

Tale è il moto di una ruota di carrozza, o di altra vettura. *Ved.* RUOTA DI ARISTOTELE. (O.)

ANGOLO, s. m. (*Geom.*). Chiamasi angolo l'apertura formata da due linee che s'incontrano: tale è (*Geom. Fig.* 2, 3, 4,) l'*angolo BAC*, formato da due linee *BA*, *CA*, che s'incontrano nel punto *A*. Si disegna ordinariamente un *angolo* con la semplice lettera posta al suo *vertice* o *sommità A*, o con tre lettere, ed allora quella di mezzo corrisponde alla sommità.

Un *angolo* chiamasi *rettilineo*, allor quando i suoi *lati* o gambe *BA*, *CA* sono linee rette, (*Fig.* 2); *curvilineo*, allor quando le sue gambe sono linee curve, (*Fig.* 3); *mistilineo*, allor quando una gamba è retta, e l'altra curva, (*Fig.* 4).

Devesi osservare che un *angolo* non è lo spazio compreso tra i due lati, ma unicamente l'inclinazione ch'hanno questi lati, l'uno rapporto all'altro, alla loro intersezione *A*. Così, la grandezza di un *angolo* non dipende dalla lunghezza dei suoi lati; in modo che, se, per esempio, si prolungano i lati *AB*, *AC* dell'angolo rettilineo *BAC*, (*Fig.* 2), verso *D*, ed *E*, questi lati, sebbene divenuti più lunghi, conserveranno sempre, l'uno riguardo all'altro, la stessa situazione od inclinazione, o formeranno sempre lo stesso *angolo*. Lo stesso è degli *angoli* curvilinei o mistilinei; perchè, per esempio, l'*angolo* curvilineo *BAC*, (*Fig.* 3), è la stessa cosa che l'angolo *rettilineo MAN*, formato dalle due rette *MA*, *NA*, che toccano le curve *BA*, *CA* nella sommità *A*, e che hanno per conseguenza le direzioni stesse che queste curve nell'origine loro *A*; resta dunque costante sempre, qualunque sieno le lunghezze delli suoi lati *BA*, *CA*. Vedesi nel tempo stesso da ciò, che la misura degli *angoli* curvilinei o mistilinei si riduce a quella degli *angoli* rettilinei, sebbene trattasi in tutti li casi di misurare l'*angolo* formato da due linee rette, che s'incontrano nel punto *A*.

Due piani, od, in generale, due superficie che s'incontrano, formano un *angolo* che si riduce egualmente ad un *angolo* rettilineo. *Ved.* PIANO.

Chiamasi, in un senso alquanto improprio, *angolo solido* lo spazio formato intorno ad un punto da più piani, che passano tutti per questo punto.

Ogni angolo rettilineo MCN, (*Fig.* 5), *può essere misurato dall'arco del circolo MN, descritto dalla sommità C, per centro, con un raggio arbitrario tra i suoi lati CM, CN.*

In fatto, noi possiamo vedere che l'*angolo MCN* è prodotto dalla ruotazione del lato *CN*, che gira intorno al punto *C*, mentre che il lato *CM* stassi immobile. Supponiamo dunque che al primo istante il lato *CN* sia posto sul lato *CM*, e che il punto *N* sia confuso col punto *M*: vedesi che a misura che il punto *N* cammina e descrive l'arco *MN*, si formano successivamente tanti piccioli angoli *MCm*, *mCn*, ec. le cui parti elementari sono *Mm*, *mn* ec. nell'arco *MN*. Ora la summa di tutti questi piccioli *angoli* non è altro che l'*angolo* proposto *MCN*. Dunque questo *angolo* stesso è proporzionale al numero delle parti dell'arco, *MN*, ovvero può essere misurato da quest'arco.

Noi

Noi abbiamo preſo a piacere il raggio *C M*, perchè vi è nell' arco *M N* il numero ſteſſo delle parti, relativamente alla circonferenza intiera per queſto raggio, che vi ſarebbe nell'arco *M' N'*, deſcritto col raggio *C M'*, relativamente alla circonferenza intiera per queſto raggio. Così, gli *angoli* eguali hanno per miſura degli archi eguali in numero delle parti delle circonferenze, alle quali appartengono queſti archi. Se li raggi ſono eguali, non ſolamente gli archi ſaranno eguali in numero delle parti delle circonferenze, ma queſte parti ſteſſe ſaranno eguali in lunghezza.

Vi ſono generalmente tre ſorta di *angoli*, *l' angolo retto*, *l' angolo acuto* e *l' angolo ottuſo*.

L' *angolo retto* è quello ch'è formato da due linee perpendicolari tra di eſſe. (*Ved.* PERPENDICOLARE.) Così allorchè una retta *D E* (*Fig.* 6) cade ſu di un'altra *A B*, ſenza inclinare da alcun luogo, gli *angoli A C D*, *B C D*, *A C E*, *B C E* ſono retti. Egli è chiaro che tutti gli *angoli* retti ſono eguali tra di eſſi, e che gli *angoli* retti hanno per miſura un quarto di circonferenza.

L' *angolo acuto* è più picciolo dell' *angolo retto*, ed al contrario l' *angolo ottuſo* è più grande dell' *angolo retto*. Nella *Figura* 7, *B C O* è un *angolo* acuto, ed *A C O* è un *angolo* ottuſo. L' arco che miſura l' *angolo* acuto, è più piccolo di un quarto di circonferenza, e l' arco che miſura l' *angolo* ottuſo, è più grande di un quarto di circonferenza.

Li due *angoli B C O*, *O C A*, formati alla ſteſſa parte della retta *A B*, chiamanſi *Angoli* in ſerie. Queſti inſieme preſi vagliono due *angoli* retti, perchè la loro ſomma è eguale evidentemente a quella delli due *angoli* retti *B C D*, *B C A*. Si chiamano *ſupplementi* l'uno dell'altro.

Vedeſi parimenti che la ſomma di un qualunque numero di *angoli B C O*, *O C F*, *F C H*, *H C A*, formati da una ſteſſa parte della retta *A B* (*Fig.* 8) vale quanto due *angoli* retti; e che la ſomma di qualunque numero di *angoli B C O*, *O C F*, *F C H*, *H C A*, *A C K*, *K C B*, formati intorno al punto *C*, vagliono quanto quattro *angoli* retti.

Due *angoli B C O*, *O C D*, (*Fig.* 7) che preſi inſieme vagliono un *angolo* retto, ſi chiamano *complementi* l'uno dell'altro.

Due *angoli B C D*, *A C Q* (*Fig.* 10) formati da due rette *A B*, *D Q*, che s'incontrano in *C* (e ſi chiamano *angoli oppoſti al vertice*) ſono eguali tra di loro, perchè il primo aggiunto all' *angolo D C A*, vale quanto due *angoli* retti, ed il ſecondo aggiunto all' *angolo* ſteſſo *D C A*, vale pure quanto due *angoli* retti.

La ſommità di un *angolo* può eſſere poſta fuori del centro del cerchio; e ſpeſſo occorre miſurare l' *angolo* con degli archi della circonferenza di queſto cerchio. Si farà queſto col mezzo delle ſeguenti propoſizioni.

Un angolo che ha la ſua ſommità alla circonferenza di un circolo, ed è formato da due corde, ha per miſura la metà dell' arco compreſo tra i ſuoi lati.

In fatto abbiamo veduto che un *angolo* il quale ha la ſua ſommità al centro di un circolo, tiene per miſura l'arco compreſo tra i ſuoi lati: ſarà dunque dimoſtrato che un *angolo*, il quale ha la ſua ſommità alla circonferenza, ha per miſura la metà dell' arco compreſo tra i ſuoi lati, ſe ſi dimoſtra che queſto arco è la metà di quello il quale comprenderebbe i lati dell' *angolo*, s'egli aveſſe la ſua ſommità al centro. Ora poſſono avvenire tre caſi: o che l'uno dei lati dell'*angolo*, propoſto *B A D* (*Fig.* 11, 12, 13) paſſi per il centro *C* (*Fig.* 11); o il centro ſia poſto dentro all'*angolo* (*Fig.* 12); o il centro è poſto fuori dell'*angolo* (*Fig.* 13).

I.° Caſo. (*Fig.* 11.) Conducete il diametro *M N* parallelo alla corda *A B*; li due *angoli B A D*, *N C D* ſono eguali (*Ved.* PARALLELO); dunque l'arco *N D*, ch'è la miſura dell'*angolo N C D*, la di cui ſommità è al centro *C* del circolo, è pure la miſura dell'*angolo B A D*. Ora l'arco *N D* è la metà dell'arco *D B*, o, il che viene a riferire lo ſteſſo, l'arco *N D* = all'arco *N B*; perchè di due angoli *N C D*, *M C A*, oppoſti alla ſommità, eſſendo eguali, gli archi *N D*, *M A*, che ne ſono le miſure, ſono eguali; ma l'arco *M A* = all'arco *N B*, perchè ſe ſi conduca il diametro *K H* perpendicolare alle due parallele *A B*, *M N*, e ſi concepiſca che il ſemicerchio *K A M H* girando intorno *A K H*, venga ad applicarſi ſul ſemicerchio *K B N H*, il punto *A* cadera ſul punto *B*, il punto *M* ſul punto *N*, e l'arco *A M* ſull'arco *B N*; dunque l'arco *B N* = all'arco *N D*.

II.° e III.° Caſo. (*Fig.* 12, e 13.) Conducete per la ſommità *A* dell' *angolo* propoſto *B A D*, il diametro *A O*: ciaſcheduno delli due *angoli B A O*, *D A O* ha per miſura la metà dell'arco compreſo tra li ſuoi lati (*caſo* I); e per conſeguenza l'*angolo B A D*, il quale è la ſomma o la differenza di queſti due *angoli*, ha per miſura la metà dell'arco *B O*, più o meno la metà dell'arco *B O*, cioè la metà dell'arco *B O*.

Ne ſiegue da ciò che un *angolo* è retto, allora quando avendo la ſua ſommità alla circonferenza, ſi appoggia ſu di un diametro, o che comprende tra li ſuoi lati una ſemi-circonferenza; ed è acuto od ottuſo, ſecondo che l'arco compreſo è più o meno grande che una ſemicirconferenza.

Un angolo B A F (Fig. 14) *formato da una corda A B e da una retta A F, eſteriore al circolo, ha per miſura la metà dell'arco A E B, ſotto ſteſo dalla corda A B, più la metà dell'arco A G D, ſotto ſteſa dalla corda A D, prolungamento di F A.*

Perciocchè la ſomma delli due *angoli* di ſeguito *B A D*, *B A F*, eſſendo eguali alla ſomma di due *angoli* retti, ha per miſura la ſemicirconferenza. Ora l'*angolo B A D*, formato dalle due corde *A B*, *A D*, ha per miſura la metà dell'

arco

arco *B O D*; dunque l'*angolo B A F* ha per misura la metà della parte restante *B E A G D*, o la metà dell'arco *B E A*, più la metà dell'arco *A G D*.

Un angolo B A D, (*Fig.* 15) *che ha il suo vertice in un qualunque punto al di dentro del circolo, ha per misura la metà dell'arco B O D, compreso tra li suoi lati, più la metà dell'arco b o d compresi tra li prolungamenti A b A d delli suoi lati.*

Conducete per il punto *b* la corda *b f* parallela a *d D*, l'*angolo B A D* sarà eguale all'*angolo B b f*, (*Ved.* Parallelo); e per conseguenza questi due *angoli* averanno la misura stessa. Ora l'*angolo B b f*, ha per misura la metà dell'arco *B o f*, o, il che vuol dire lo stesso, la metà dell'arco *B O D*, più la metà dell'arco *D f*. E siccome gli archi *D f*, *d b* sono eguali a cagione delle corde parallele *b f*, *d D*, così possiamo dire che l'*angolo B b f* ha per misura la metà dell'arco *B O D*, più la metà dell'arco *b o d*. Dunque l'*angolo B A D* ha la misura stessa.

Un angolo B A D (*Fig.* 16), *che ha la sua sommità fuori del circolo, ha per misura la metà dell'arco concavo B D, compreso tra i suoi lati, meno la metà dell'arco convesso H K, compreso esso pure tra i suoi lati.*

Conducete per il punto *K*, la corda *K Q* parallela ad *A B*, li due *angoli B A D*, *Q K D* sono eguali, e per conseguenza essi averanno la stessa misura. Ora l'*angolo Q K D* ha per misura la metà dell'arco *Q D*, o, ciò che è lo stesso, la metà dell'arco *B D*, meno la metà dell'arco *B Q*. E perchè l'arco *B Q* = all'arco *H K*, a cagione delli paralleli *A B*, *K Q*, ne viene in conseguenza che la misura dell'*angolo Q K D* è la metà dell'arco *B D*, meno la metà dell'arco *H K*. Dunque l'*angolo B A D* ha questa misura.

Se si vuol fare un angolo che sia eguale ad un angolo dato A C B (*Fig.* 17), *o che sia moltiplicato un dato numero di volte.*

1.° Dalla sommità *C*, col raggio arbitrario *C A*, si descriverà l'arco *A M B*, e si tirerà la corda *A B*; dal punto *c* fatto centro (*Fig.* 18) col raggio *c a* = *C A*, si descriverà l'arco *a m b d e*; dal punto *a* per centro, col raggio *a b* eguale alla corda *A B*, si descriverà un arco del circolo che taglia l'arco *a m b d* al punto *b*; si tirerà la retta *c b*; e quindi l'*angolo a c b* = all'*angolo* proposto *A C B*.

2.° Così si farà ciascheduno degli *angoli b c d*, *d c e* eguale all'*angolo A C B*. Dal che si comprende che l'*angolo a c d* sarà doppio dell'*angolo A C B*; che l'*angolo a c e*, ne sarà il triplo; così di seguito.

Se si vuol dividere un angolo A C B (*Fig* 19) *in due parti eguali:* dal punto *C*, per centro, con un raggio arbitrario *C A*, si descriverà l'arco *A m B*; poi dalli punti *A*, e *B*, si tiri la corda *A B*, e la si divida per metà in *x*, e conducasi la retta *C x*, e così l'*angolo* proposto *A C B* sarà diviso in due *angoli* eguali *A C m*, *m C B*, perchè la retta *C x* è perpendicolare sul mezzo della corda *A B*, e divide l'arco *A m B* in due parti eguali. (*Ved.* Perpendicolare.)

Operando in egual modo, puossi dividere ciascheduno degli *angoli A C m*, *m C B*, in due parti eguali; così ciascheduno degli *angoli* risultanti può essere diviso in due parti eguali: ciascheduno di questi in due parti eguali; così di seguito. Dal che si comprende che l'*angolo* primitivo *A C B* può essere diviso successivamente in un numero di parti eguali, espresso dalli termini di questa progressione ∺ 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : ec.

Per tagliare un *angolo* in tre parti eguali, *ved.* la parola Trisezione. (*L. B.*)

L'arte di prendere il valore degli *angoli* è una operazione di grand'uso e di una grand'estensione nell'Agrimensura, nella Navigazione, nella Geometria, nell'Astronomia, ec. *Ved.* Altezza, Agrimensura.

Gl'istrumenti che servono principalmente a questa operazione, sono li *quadranti*, *li teodoliti*, *o tavolette rotonde*, *li grafometri*, ec. *Ved.* Circolo di Agrimensura, Tavoletta, Grafometro, ec.

Gli *angoli* coi quali devesi determinare la misura e la quantità, sono sulla carta o sul terreno. 1.° Quando essi sono sulla carta, non ricercasi che di applicare il centro di un Quadrante sulla sommità dell'*angolo O*, (*Tavola di Agrimensura*, *Fig.* 29) in modo che il raggio *O B* sia posto sull'uno dei lati di questo *angolo*; allora il grado che taglierà l'altro lato *O P* sull'arco del quadrante darà la quantità dell'*angolo* proposto. *Ved.* Quadrante. Puossi così determinare la grandezza di un *angolo* per il mezzo della linea delle corde. *Ved.* Corde, e Compasso di Proporzione.

2.° Allorchè trattasi di prendere degli *angoli* sul terreno, convien porre un grafometro od un semicircolo (*Fig.* 16) di tal sorta, che il raggio *C G* dell'istrumento corrispondi esattamente ad uno dei lati dell'*angolo* e che il centro *C* sia verticalmente sopra la sommità. Si fa la prima di queste operazioni, osservando per li fori *F G*, qualche oggetto rimarcabile, posto all'estremità o su di uno dei punti del lato dell'*angolo*; ed alla seconda, lasciando cadere un piombo dal centro dell'istrumento. Indi si fa andare e venire l'alidada fino che si veda, dalli suoi fori, qualche segno posto su di uno dei punti dell'altro lato dell'*angolo*: ed allora il grado che l'alidada interseca sul limbo dell'istrumento, fa conoscere la quantità dell'*angolo* che si vuol misurare. *Ved.* Semicerchio.

Puossi vedere agli articoli Circolo d'Agrimensura, Tavoletta, Bossola, ec. come si prendono gli *angoli* con questi istrumenti.

Si vedano anche gli articoli Levare un piano, e Riportare per sapere la maniera di segnare un *angolo* sulla carta quando è data la sua grandezza. *Ved.* alla parola Sferico, Esteriore,

RE, INTERIORE, ALTERNO, ec. ciò che s'intende per un *angolo sferico*, un *angolo esteriore*, un *angolo interiore*, ec.

ANGOLO (*Astr.*); dicesi in varie e molte circostanze. Gli *angoli* o gli archi che ne sono la misura, prendonsi gli uni per gli altri, e l'*angolo* sul quale vediamo la distanza di due astri, è lo stesso dell'arco che li separa.

ANGOLO *di elongazione*, è la differenza veduta della terra tra la longitudine di un pianeta e quella del sole.

ANGOLO *orario*, è un *angolo* sferico formato al polo del mondo, o l'arco dell'equatore, compreso tra il meridiano ed il circolo orario o circolo di declinazione che passa per un astro; quest'è la distanza dal meridiano; ella segna l'ora ch'è quando trattasi del sole; ed è la misura diretta del tempo vero, come, allorchè il sole è al 15° del meridiano, è sempre un'ora se è all'occidente, od 11°. del mattino, se è all'oriente, nel triangolo PZS (*Fig.* 40, *Tav. di Astron.*), nella quale P rappresenta il polo, Z il Zenit, ed S il sole o qualunque astro. L'*angolo* al polo, o l'*angolo* orario P serve a trovare la distanza dal Zenit ZS, e per conseguenza l'altezza dell'astro. *Ved.* ANGOLO *orario*, *nel Dizionario di Marina*, *dove il Sig. Blondeau spiega la maniera di calcolarlo*, *col mezzo dell'altezza osservata in mare*.

ANGOLO *azimutale*. *Ved.* AZIMUT.

ANGOLO *d'azimut* (*Astr.*), nel calcolo delle eclissi del sole, è qualche volta l'*angolo* formato al centro del sole dalla verticale e dalla linea che unisce li centri del sole e della luna, quest'*angolo* dipende in fatto dalla differenza d'azimut tra li due astri, e con essa svanisce.

ANGOLO *di commutazione*; egli è la differenza tra la longitudine di un pianeta veduto dal sole, e la longitudine della terra veduta dal punto stesso, l'uno e l'altro contati sull'ecclittica, partendo dall'astro che ha minor moto, per andare a quello che ne ha più. Copernico chiamava *commutazione* quella che al dì d'oggi chiamasi *parallasse annuale*, o *parallasse del grand'orbe*, cioè la differenza tra la longitudine veduta dal sole, e la longitudine veduta dalla terra, contata nell'ecclittica.

ANGOLO *di congiunzione*, nel calcolo delle eclissi, è l'*angolo* formato dal cerchio di latitudine, e dall'arco che unisce li centri del sole, e della luna; quest'*angolo* dipende in fatto dalla distanza della *congiunzione* stessa, la linea delli centri coincidendo col cerchio di latitudine.

ANGOLO *parallattico*, in uso di Astronomia, dicesi dell'*angolo* formato dalla verticale, e da un circolo o di declinazione, o di latitudine; così se ne distinguono di due sorte: l'*angolo* parallattico del circolo di latitudine serve a trovare le parallassi di longitudine e di latitudine, e per conseguenza a calcolare le eclissi; questo metodo è quello da me adottato di preferenza, come il più esatto e più breve, e che spiegai alla lunga nel X. libro della mia *Astronomia*.

ANGOLO *di posizione*, nell'Astronomia moderna, è l'*angolo* formato al centro del sole, o di una stella col circolo di declinazione, ed il circolo di latitudine: quest'*angolo* dipende in fatto dalla posizione dell'astro, rapporto ai poli dell'ecclittica e dell'equatore. La maniera di calcolarlo per il sole, è questa: il raggio è alla tangente dell'obliquità dell'ecclittica 23° 28', come il coseno della longitudine del sole è alla tangente dell'*angolo* di posizione. Per le stelle, devesi dire: il coseno della latitudine della stella è al coseno dell'ascensione diretta, come il seno dell'obliquità dell'ecclittica è al seno dell'*angolo* di posizione. Io ho dato, nella *Cognizione delli moti celesti* per il 1766, una tavola generale dell'*angolo* di posizione, e nel IV libro della mia Astronomia, una tavola particolare per 157 stelle principali, col cangiamento per dieci anni.

ANGOLO *orientale* in Astronomia, dicesi dell'oroscopo.

ANGOLO *d'occidente*, è la settima casa.

ANGOLO *del cielo* o *casa angolare*, in Astrologia, sono le case 1, 4, 7, 10.

ANGOLO *del sole*, dicevasi un tempo dell'anomalia vera.

ANGOLO *della terra*, in Astrologia è la quarta casa, nel più basso del cielo.

ANGOLO *orario*, nella Gnomonica, dicesi alcuna volta dell'*angolo* formato sul centro del quadrante da una linea oraria col meridiano. (*Il Sig. de la Lande.*)

ANGOLOMETRO, *istrumento di Matematica*, il quale serve a prendere degli angoli, e si usa principalmente per levare dei piani.

L'*angolometro* è fatto ordinariamente in forma di squadra, ed è composto di due rami che si girano intorno d'un chiodo che li unisce.

Quando si vuole misurare un angolo con questo istrumento, si applica il centro di un rapportatore al sito dove li due rami dell'*angolometro* si uniscono, ed osservasi la quantità dei gradi compresi tra li due: o si trasporta l'angolo sulla carta, e si misura con un rapportatore. *Vedete* RAPPORTATORE.

Aggiungesi qualche volta un circolo con li gradi al centro della squadra, con uno stilo che accenni la quantità delli gradi, senza aver d'uopo a ricorrere al Rapportatore.

Quando si vuole misurare un angolo con l'*angolometro*, applicasi il di fuori od il di dentro dell'istrumento sulle linee che lo formano, secondo che l'angolo sporge in fuori o dentro (*E*).

ANGUINEO, ag. *termine di Geometria*; questo è il nome che il Sig Newton diede nella sua numerazione delle linee del terz'ordine, alle iperboli di quest'ordine, che avendo delli punti d'inflessione, tagliano il loro asintoto, e si estendono ai lati opposti. *Ved.* ASSINTOTO, INFLESSIONE. Tale è la curva $DHGAFIC$, (*Fig.*

(*Fig.* 40. *Anal. n.* 2) che taglia il ſuo aſſintoto *D A B* in *A*, e che avendo in *H* ed in *I* delli punti d'inflеſſione, ſi eſtende verſo i lati oppoſti, cioè alla ſiniſtra di *A D* in alto, ed alla dritta di *A B* al baſſo.

Queſta curva chiamaſi *anguinea* dalla parola *anguis*, ſerpente, perchè ella moſtra di ſerpeggiare intorno al ſuo aſſintoto. *Ved.* SERPEGGIAMENTO.

ANIMELLA, (*Meccan.*) è una ſpecie di lamineta fatta di una ruotella di cuojo, bene ſerrata tra due piaſtre di metallo, col mezzo di una o più vite. La ruotella di cuojo ſtaſſi attaccata per un manico ad una corona di cuojo, la quale è ben ſerrata tra il collo del canaletto ſuperiore all'*animella*, ed il collo del canaletto inferiore: ſu queſto manico, il quale è alquanto più ſtretto dell'*animella*, agiſce l'*animella* ſteſſa, come ſu di una commeſſura.

La piaſtra di metallo, la quale è ſul cuojo dell'*animella*, è più grande dell'apertura del diaſragma che deve coprire l'*animella*; e la piaſtra del diſſotto che deveſi porre nell'apertura del diaſragma, quando l'*animella* è chiuſa, è alquanto più picciola che l'apertura.

Così formata eſſendo l'*animella*, allor quando ella è chiuſa, il cuojo combacia eſattamente cogli orli del diaſragma, ed impediſce che l'acqua poſſa paſſare. La piaſtra di metallo ch'è ſul cuojo, la garantiſce dal peſo della colonna d'acqua, e ne porta tutto il carico che il cuojo non potrebbe ſoſtenere. La piaſtra di metallo ch'è ſotto il cuojo, ſerve a due coſe; 1°. ella ſerve con la piaſtra ſuperiore, a comprimere il cuojo per renderlo piano; 2°. ella impediſce che l'acqua che potrebbe inſinuarſi tra la piaſtra ſuperiore, ed il cuojo, non sfondi il cuojo, e non lo faccia paſſare per l'apertura del diaſragma. *Ved. Iſtor. e Memor. Accad.* 1739.

ANIMELLA, (*Idr.*) è un coperchio di un canaletto fatto in modo che ſi apre da un lato, e che dall'altro più ch'è compreſſo, più chiude eſattamente l'apertura; in modo che l'*animella* laſcia entrare il fluido in un canaletto, e gl'impediſce di ritornare in dietro, ovvero ſia lo laſcia ſortire, e gl'impediſce rientrare. *Vedete* TAUMAA, e VALVULA.

ANNO (*Aſtron.*), è il tempo che impiega il ſole a fare il giro del zodiaco per ricondurre le ſtagioni: la ſua vera durata è di 365 giorni, 5 ore, 48 minuti, 48 ſecondi; ma il nome di *anno* ſi è dato ad ogni ſorta di periodi, che ſervono a miſurare il tempo, *anno* ſolare, *anno* lunare, *anno* di Saturno, di Giove ec. *Ved.* RIVOLUZIONE e PERIODO.

Sembra che li giorni da prima ſi contaſſero ſoltanto; almeno in tal modo ſi ſpiega in una maniera che ſoddiſfa li 450 mille *anni*, de' quali ſi vantano li Babiloneſi, ſecondo Cicerone e Diodoro; e queſto ſi accorda con gli *anni*, de' quali parla Calliſtene ſeguendo Simplicio. *Ved. il Sig. Bailles, Iſtit. di Aſtron. p.* 373.

Il meſe lunare eſſendo oſſervabiliſſimo per tutti li giorni, fu il primo periodo od il primo *anno* preſſo quaſi tutti i popoli del mondo. *Ved. Diodoro*, l. 1, p. 30, *edizione* 1745; *Varrone, ſeguendo Lattanzio, Inſtit.* l. 2, c. 13; *Plinio*, l. VII, cap. 49; *Plutarco nella vita di Numa* p. 72, *edizione* 1624; *Endoſſio ſecondo Platone nel ſuo Timeo*, p. 31, *dell'edizione del* 1603; *Stobeo Eclog. phyſ.* p. 81, *edizione del* 1609; *Gemino*, p. 34, *edizione del P. Petavio*, 1630; *Suidas alla parola* ΜΗΝ. Tom. II. p. 54, *edizione di Cambridge*, 1705.

Di poi ſi vide che vi erano dodici meſi lunari, o dodici cangiamenti di faſi della luna da un inverno all'altro, e ſi formò l'*anno* lunare. Queſte varietà di corſo della luna eſſendo più frequenti, e per conſequenza meglio conoſciute dagli uomini che quelle di tutti gli altri pianeti, i Romani regolarono i loro *anni* con la luna ſino al tempo di Giulio Ceſare. *Ved.* CALENDARIO, LUNA.

I Giudei aveano anch'eſſi i loro meſi lunari. Alcuni Rabbini dicono che il meſe lunare non comincia al primo momento in cui la luna compariſce, ma che vi era una legge che obbligava la prima perſona che veduta l'aveſſe a comparire, d'andare toſto a darne avviſo al Sanedrin: ſul quale il preſidente del Sanedrin pronunciava ſolennemente ch'era cominciato il meſe, e davaſi avviſo al popolo con fuochi che ſi accendevano ſulle cime delle montagne; gli Arabi non cominciano ancora a contare il loro *anno* che quando vedono comparire la luna.

Si diſtinguevano anche i tempi per le ſtagioni, ed ecco perchè trovanſi degli *anni* di tre meſi, di quattro meſi, di ſei meſi; *Diodoro ibid.*; *Plinio ibid.*; *Cenſorino* c. 19; *S. Agoſtino de Civitate Dei*, l. 12, c. 10. Quindi vengono confutati quelli che pretendono che le diviſioni di quattro meſi foſſero ſoltanto naturali in Egitto, dove l'inondazione faceva abbandonare le terre per quattro meſi, e dove vi erano quattro meſi di fecondazione, e quattro meſi ſenza coltura. Il P. Kircher pretende anche, che oltre l'*anno* ſolare qualche provincia dell'Egitto aveſſe degli *anni* lunari: e che negli *anni* anteriori alcuni popoli di queſta provincia prendeſſero una ſola rivoluzione della luna per un *anno*; che altri trovaſſero queſto intervallo troppo breve, e per ciò faceſſero l'*anno* di due meſi, altri di tre, ec. *Œdip. Ægypt.* Tom. II, p. 252.

Un autore di queſti ultimi tempi aſſicura che Varrone ha attribuito a tutte le nazioni ciò che noi abbiamo ſoltanto attribuito agli Egiziani, e ſoggiunge che Lattanzio penſava pure così.

Noi non ſappiamo in qual paſſo di Varrone, e di Lattanzio fondi queſt'opinione; tutto quello che poſſiamo aſſicurare ſi è, che Lattanzio, *Divin. Inſtit.* lib. II, cap. XIII. parlando dell'opinione di Varrone ſuppone ch'egli parli ſoltanto degli Egiziani.

Del

Del reſto S. Agoſtino, *de Civit. Dei*, lib. XV, cap. XIV fa vedere che gli *anni* delli patriarchi riportati nella Scrittura, ſono gli ſteſſi che li noſtri; e non eſſer vero, come molti ſi hanno immaginato, che dieci di quegli *anni* non valevano che quanto uno dei preſenti.

Gli abitanti dell'iſola dei Taiti, ſcoperta da qualche *anno*, computando le lune di 29 giorni, di 13 lune coſtituirono un *anno*; eſſi dinotavano ogni meſe con un nome proprio, e li 13 meſi con un nome collettivo, ma di queſto non ſe ne ſervivano che parlando delli miſterj della loro religione. Il giorno è diviſo in 12 parti, delle quali ſei per la notte; il che è una ſerie naturale delle 12 lune che ſi trovano in uo *anno* ſolare; ma contano per 10 nell'uſo della numerazione ordinaria. *Idrografia del mare del Sud del Sig. de Freville*, 1774, Tom. I. pag. 452.

Indipendentemente dalla varietà delle ſtagioni che ſeguono il periodo del ſole, i popoli Paſtori videro che le ſtelle ſi levavano e tramontavano due ote più preſto in ciaſchedun meſe, e che al fine d'incirca 12 meſi, elle comparivano, e ſparivano all'ora ſteſſa; compreſero allora che il ſole girando in dodici lune, od in dodici meſi, ſcorreva tutto il cielo. Allora ſi eſaminarono le ſtelle, dove ſucceſſivamente ſi avvicinavano; ſi formarono dodici gran diviſioni che ſono li dodici ſegni del zodiaco. Queſta ſcopeſta ſi è creduta meraviglioſa, e la ſi celebrò con entuſiaſmo. Se ne ſecero le dodici fatiche di Ercole, i viaggi di Bacco, come ſono oelli poemi delli Dioniſiani, di Nonno, e di una quantità di altre favole, come lo ſece vedere il Sig. Dupuis, profeſſore di Rettorica nella Univerſità di Parigi, nel Giornale de' Dotti del 1779, ed in una Memoria che fa parte del quarto Tomo della mia Aſtronomia. Ogni ſegno ſi divide in tre parti, che chiamanſi Decane, perchè contengono circa dieci giorni; le dieci dita delle mani determinarono in tutta l'antichità la diviſione per dieci, ed ecco forſe perchè ſi fecero da prima gli *anni* di 360 giorni.

Egli è certo per la teſtimonianza degli antichi, che gli *anni* contati in Egitto dopo l'origine della monarchia, non erano di 12 meſi; ma che l'*anno* ſu accreſciuto da molti Re. *Ved. Diodoro di Sic.* lib. 1, pag. 22, *edizione Annov.* 1604; *Plinio*, l. 7, c. 48; *Plutarco in Numa*; *Cenſorino, corretto da Saumaiſe, in Solin.*; *S. Agoſtino de Civit. Dei*, l. 12, c. 11, e l. 15, c. 12; *Riccioli Cron. ref.* p. 31.

Vi ſono molti autori, i quali penſaoo che al tempo di Mosè l'*anno* non aveva che 360 giorni; eſſi ſi fondaoo ſul calcolo che dà la Geneſi ſulla durata del diluvio, dove pare che l'*anno*, di cui ſa uſo lo ſtorico, ſia di dodici meſi, ciaſcheduno di 30 giorni; nulla dice che poſſa ſar ſupponere che allora ſi conoſceſſe la oeceſſità di aggiungere qualche gioroo alli 360 che danno dodici meſi ciaſcheduno di 30 giorni, per eguagliare la durata dell'*anno* civile nella rivoluzione del ſole. In fatto, dice il Sig. Goguet, vedaſi *Gen.* cap. 7, v. 11, e 24, e cap. 8, v. 3, e 4, ſecondo il teſto ebreo, che il diluvio cominciò il 17°. giorno del ſecondo meſe, l'anno 600 di Noè; che le acque accrebbero e ſi ſoſtennero poi al grado ſteſſo di elevazione per 150 giorni conſecutivi, fino al decimoſettimo del ſettimo meſe. Così li cinque meſi dell'*anno* valevano 150 giorni; queſti meſi erano dunque di 30 giorni per ciaſcheduno, e l'*anno* iotiero di 360 giorni.

Si aggiunge a tutto queſto la teſtimonianza degli autori, che dicono che la maggior parte delle nazioni dell'antichità, fino le più illuminate, non hanno conoſciuto per moltiſſimi ſecoli altro *anno* che quello di 360 giorni. *Ved.* la Diſſert. del Sig. Allin, inſerita nella teoria della terra del Wiſthon, l. 2, p. 144, *ediz. di Londra* 1737.

Credeſi ſpecialmente che l'*anno* degli Egizj ſia ſtato un tempo di 360 giorni: puoſſi queſto vedere in *Plutarco de Iſide*, *Diodoro di Sicilia*, *Scaligero*, *Kircher*, *Golio ſull' Alfragan*, *Goguet origine delle leggi, dell' arti, e delle ſcienze*, Tom. 1, p. 220, 230, Tom. 2, p. 254, *in* 4.°

Il recinto di Babilonia aveva 360 ſtadj; ella era ſtata fabbricata in un *anno*, ogni giorno facendoſi uno ſtadio. I poeti aſtronomici di Menſi erano in numero di 360, e ciaſcheduno eſercitava il ſuo nffizio un giorno dell'*anno*. Finalmente la diviſione del circolo in 360 gradi, ne moſtra un'indicaziooe molto antica: ma non ſi potrebbe anche dire che li 360 giorni formavano dodici meſi, e che li cinque ultimi giorni addizionali o epagomeni, erano fuori dell'ordine, o non ſi teneſſero conto di certe circoſtanze, benchè affatto conoſciute. Non vediamo che anche al tempo di Tolomeo, cent' *anni* dopo l'era volgare, ſi contavano tutti li meſi di 30 giorni, benchè l'*anno* foſſe di 365? Io ho molta difficoltà a credere che ſieno ſtati lungo tempo nell'inganno di cinque giorni ſulla durata dell'*anno*, ſubito che oſſervaoſi le levate eliache delle differeoti ſtelle. Almeno gli Egizj facevano ſalire fino ad un'antichità favoloſa l'origine dell'*anno* di 365 giorni. E' ſtato Mercurio il quale aveva giocato alli dadi con la luna. *Plutarco*, t. 2, p. 355, *edizione di Parigi*, 1524; *Diodoro*, l. 1, p. 17, *edizione del* 1745.

Il Sincelle (p. 123, *ediz. di Parigi*, 1612), dice che un re dell'Egitto, chiamato Aſeth, aveva regolato l'*anno* egiziano a 365 giorni, e che prima di lui non aveva che 360 giorni; ma non ſi può ſapere in qual tempo viveſſe Aſeth.

Newton, nella ſua cronologia, pretende che l'*anno* di 365 giorni foſſe ſtabilito in Egitto ſotto il regno di Amenoſi, 884 *anni* prima della oaſcita di G. C., 72 *anni* dopo la morte di Seſoſtri, ed in memoria di queſto ſtabilimento

avevasi posto nel *Memnonium* un cerchio d'oro di 365 braccia di giro, ciascheduna delle quali corrispondeva ad un giorno dell'*anno*, ed erano marcati tutti li giorni del levar del sole, secondo che scrive Diodoro di Sicilia, l. 1, p. 30.

Ma Freret, il quale ha così bene confutato il sistema del Newton, sostiene che Osimande, re di Tebe, il sepolcro del quale era circondato da un egual cerchio, era più antico di Sesostri. (*Difesa della cronologia, pag.* 387.) Egli fa Sesostri contemporaneo di Mosè 1550 anni prima di G. C. (*ibid. p.* 247.) Il Sig. Goguet (*t.* 2, *p.* 255), pensa che Osimande vivesse verso il tempo della guerra di Troja, 1284 anni avanti di G. C. Sembra dunque che a quest' epoca si avesse già fatto l'*anno* di 365 giorni; ma si stette lungo tempo prima che si pensasse di aggiungere un quarto di giorno, e di conoscere l'errore delle sei ore. Appunto questo sono per esaminare, facendo vedere che molti autori si sono ingannati sull'epoca di questa scoperta.

Il Sincello ci dice che l'antica cronaca egiziana contava 36525 anni dal regno del Sole a quello di Alessandro. Gli Egiziani attribuirono a Mercurio li 36525 tratti, ed asficura che attribuivano qualche significazione che nascondevasi sotto questo numero. (*Freret, p.* 230.) Il Sig. Dupuis pensa che questo significasse 365 ed un quarto, espresso in decimali, e questo supporrebbe la cognizione del quarto d'un giorno: ma non si può sapere a qual epoca monti la favola delli 36525 *anni*. Il Sincello dice che questo numero segnava gli *anni* della rivoluzione delle stelle rapporto agli equinozj; ma, siccome questo autore era molto ignorante in Astronomia, non reca stupore ch'egli s'inganni su questo articolo; ma qualunque sia questo numero misterioso non prova che non si conoscesse il quarto di giorno, od il ciclo canicolare, solamente 600 *anni* prima della nascita di G. C.

Il ciclo canicolare di 1460 *anni*, od il periodo Sotiaco, che riconduceva il levar delle stelle alle stesse stagioni dell'*anno*, indica la cognizione del quarto di giorno; ma questo ciclo non mi sembra essere stato conosciuto nella remota antichità.

Il Sig. de la Nauze, il quale ha dato una storia del calendario Egizio nelle Memorie dell' Accademia reale delle iscrizioni e belle lettere (*tom. xiv, pag.* 354), fissa questa scoperta all' *anno* 1322, ch'è quello in cui il levare del sirio concorreva col primo giorno del mese di Tot, e che su l'*anno* primo del ciclo canicolare, o del periodo Sotiaco, da cui sono segnati gli *anni* da Censorino; ma fu poi confutato dal Sig. Dupuis, dell' Accademia delle iscrizioni, nel tomo xxix della stessa Accademia. Il Signor Freret (*Difesa della Cronologia p.* 400), è dello stesso parere che il Sig. de la Nauze. Egli va anche più lontano, e trovando degl' indici del ciclo precedente che dovuto aveva cominciare 2782 anni prima di G. C., pensa che il ciclo, il quale comineiato aveva l'*anno* 1322, non fosse il più antico, nè quello al principiar del quale avevasi stabilito l'uso dell'*anno* vago di 365 giorni. Ma perchè Maneton, Censorino, Clemente Alessandrino si servono di questo ciclo, non ne viene in conseguenza che si conoscesse 1322 anni prima di G. C.; e quanto alle induzioni che il Sig. Freret trae dalli libri di Mosè, eileno al più proverebbero che l'uso dell' *anno* di 365 giorni eravi al tempo di Mosè, nato secondo lui, l'*anno* 1589. I Giudei avevano un *anno* civile antico, il quale cominciava di autunno, come quello degli Egiziani, ed un *anno* religioso dopo l'Esodo; questo cominciava alla luna nuova, che precede l'equinozio di primavera. Ma gli equinozj, i solstizj, il levare di sirio erano cose molto facili ad osservare perchè si facessero delle epoche. Questo non prova che non si conoscesse già la durata dell'*anno* a qualche ora presso, e che non si conoscesse la differenza dell'*anno* vago di 365 giorni, e dell' *anno* siderale di 365 giorni ed un quarto.

L'*anno* vago era l'*anno* religioso che serviva a regolare le feste e li sacrifizj. L'*anno* civile regolava la coltura delle terre, ed il pagamento delle imposte. (*Vettius valens Anthol. lib.* 1.) Il principio era segnato col levare eliaco di soti o sirio. (*Porphirius de antro Nympharum*; *Bainbrigius de anno caniculari, c.* 4, *pag.* 26; *il Sig. Freret, pag.* 393.) Ma s'ignora a qual epoca sia stata conosciuta la differenza di questi due *anni*. Gli autori, da' quali si fa rimontare sì alto la scoperta del ciclo canicolare, sono autori di due o trecento anni prima di G. C., che se ne servirono nelli calcoli loro, i quali non dicono di averlene servito nell'epoca, alla quale eglino rimontano per il calcolo. Secondo il Signor Dupuis nelle memorie dell' Accademia delle iscrizioni, *t.* xxix, *p.* 114, si dubita se fino dal tempo di Erodoto, 450 anni prima di G. C., si conoscesse altro *anno* che quello di 365 giorni, e se nell' Egitto si sapesse la differenza dell'*anno* fisso dall'*anno* vago, ch'è d' incirca sei ore. Vedesi in Erodoto *l.* 1, che Solone dava 30 giorni a ciascheduno mese, e ch' egli credeva che intercalando un mese ogni due *anni*, si assegnasse i limiti nel ritorno delle stagioni. Però aveansi nove giorni e tre quarti di più in questo metodo, conosciuto sotto il nome di Trieteride. Vedesi anche in Erodoto che si ignorava il quarto di giorno, che fa che così l' anno sorpassa l'*anno* vago, (*l.* 2. *p.* 57, *ediz. Enr. St.* 1570.). Soltanto Gemino che viveva al tempo di Cicerone, e Censorino l'*anno* 238 parlano del ciclo canicolare di 1461 *anni* vaghi. Gli Egizj credevano ch'essi facessero 1460 *anni* tanto tropici che siderali, e che questo periodo dovesse ricondurre il cominciare dal loro *anno* civile o levare della canicola, in cui essi avevano fissato il principiare del loro *anno* tropico, secondo Censorino; ma eravi un errore

di

di 36 *anni* o di 47 per questo grande *anno* sotiaco; 36 per il levare delle stelle, 47 per le stagioni. L'*anno* tropico aveva circa 20 giorni di più dell'*anno* siderale al fine del pretelo loro periodo canicolare di 1461 *anni* egizj, civili o vaghi; perchè dividendo 365 giorni per 5ᵉ 48′, 48″ e per 6ᵉ 9′ 10″, trovasi 1506,9 e 1423,7 per li due periodi; cioè 47 *anni* di più per l'uno, e 36 di meno per l'altro: così, nel tempo stesso facevasi uso del ciclo canicolare, del quale malamente conoscevasi la durata, il che non ci annunzia una molto alta antichità per la scoperta del quarto del giorno. Gemino (p. 19) cita Eratostene, come abbia egli dato la ragione del ciclo di 1460 *anni*; conoscevasi dunque allora il quarto del giorno. Perciò verso il tempo di Platone, 80 *anni* dopo Erodoto, o 370 *anni* prima di G. C. conoscevasi questa differenza. Il Sig. Freret nella sua difesa della cronologia, *anno* 247 e 400, si mette a provare che 2780 *anni* prima dell'era volgare, gli Egizj conoscevano il periodo sotiaco. Il Sig. Bailly, nella sua storia dell'Astronomia, dice anche, che Maneton fa credere che il periodo sotiaco rimonta a 2782 *anni*, ed egli riguarda l'osservazione del quarto del giorno come provata nelle osservazioni della più rimota antichità; ma questo è perchè Maneton, 280 *anni* prima di G. C., erasi servito per calcolare la sua storia dell'Egitto; questo è come se si volesse provare che Giulio Cesare aveva riformato il calendario da 6000 *anni*, perchè noi contiamo gli *anni* dalla creazione del mondo sul calendario Giuliano. Non vi è autorità alcuna per il quarto di giorno, perchè gli autori più antichi, e più dotti, come Platone ed Erodoto, non ne parlano.

Così, fino al tempo di Platone, non conoscevasi il quarto del giorno, nè il periodo canicolare. Prima del tempo d'Ipparco, era difficilissimo il determinare la durata dell'*anno*, perchè non si osservavano gli equinozj, ma soltanto li solstizj che sono difficilissimi ad osservarsi esattamente. Per provar questo, io osservo, 1.° che Tolomeo non può trovare eqoinozj più antichi che quelli d'Ipparco per paragonarli con li suoi. 2.° che Ipparco, in un passo citato da Tolomeo, si serve di un solstizio più antico. 3.° che Tolomeo stesso si serve di un solstizio. 4.° che l'uso delli gnomoni era molto più antico che quello delle armille, come più semplice e più naturale. Ora li gnomoni davano facilmente e direttamente li solstizj; per ciò egli è evidente che si è dovuto restringesi per lungo tempo all'osservazione delli solstizj, nè potevano essere precisi.

Ecco perchè ignoravasi fino al tempo d'Ipparco, la diminuzione di alcuni minuti che venivano a fare il quarto del giorno. Sembra dunque che all'incirca 300 *anni* prima dell'era cristiana, si credesse l'*anno* di 365 giorni ed un quarto. Meton la crede anche più grande: ma non sappiamo con qual fondamento. Le osservazioni fatte in Alessandria furono quelle che cominciarono a dare il gusto della precisione, ed Ipparco verso l'*anno* 130 prima dell'era volgare, si accorse che vi era qualche cosa da togliere nel quarto del giorno; così la più antica determinazione che abbiasi della durata dell'*anno* è quella d'Ipparco, riportata nell'almagesto di Tolomeo (*Lib.* 3, *c.* 2.). In un libro fatto espressamente sulla grandezza dell'*anno*, Ipparco paragona un solstizio osservato da Aristarco 280 *anni* prima dell'era volgare con quello che osservato aveva egli stesso dopo un intervallo di 145 *anni*, e trovò che era arrivato due ore più presto di quello che esigesse il quarto di giorno. In un altro libro sulli mesi e li giorni intercalari, parla della durata dell'*anno*, ch'era, secondo Meton ed Euttemone, di giorni 365 $\frac{1}{4}$ e qualche cosa di più, e diceva: „Noi „ abbiamo trovato lo stesso numero, com'essi, per „ li mesi solari, contenuti in 19 *anni*: ma abbiamo altresì trovato che l'*anno* anticipava „ della trecentesima parte di un giorno, Secondo Meton, mancano cinque giorni in 300 „ *anni*; secondo Calippo soltanto un giorno. „ Ho scritto (soggiunse Ipparco) sulla durata „ dell'*anno* un libro nel quale dimostro che l'„ *anno* solare, cioè il tempo nel quale il sole „ ritorna al solstizio od all'equinozio, non con„ tiene che 365 giorni ed un quarto, come „ pensano li Matematici, ma che manca la „ trecentesima parte di un giorno„.

Tolomeo aggiunge: se noi dividiamo un giorno in 300 parti, noi troveremo 12 parti sessagesimali seconde, che tolte essendo da 365 giorni, e 15 parti prime, resterà per la durata dell'*anno* 365, 14,48.

Questa quantità stessa ridotta in ore, minuti, secondi, seguendo la nostra maniera di contare, fa 365 giorni 5ᵉ 55′ 12″; così Ipparco diminuì l'*anno* di 4′ 48″, ma eravi ancora 6′ 24″ di errore nella sua determinazione. Pure Tolomeo dice che ad un dì presso è così come ha trovato in molte osservazioni; ma sembra che Tolomeo ammetta la durata dell'*anno* come Ipparco, e ch'ella sia commensurabile col circolo lunare di Meton; ma come quello era troppo lungo, l'*anno* trovasi così più lungo di sei minuti. Tolomeo pieno di rispetto e di ammirazione per Ipparco, e diffidando di lui stesso, come dice Boulliaud, (*Astron. Filol.*, *p.* 73) non crede poter meglio fare che tenersi alle determinazioni d'Ipparco: ma perchè mostrare di averle trovate con le sue proprie osservazioni? Questo è un rimprovero che gli verrà fatto sempre, come di avere cangiato i tempi delle osservazioni per accordarli con le sue ipotesi.

Per molti secoli altra Astronomia non si conobbe, che quella di Tolomeo, nè altra determinazione dell'*anno* che quella, della quale abbiamo finora parlato. Ma finalmente gli Arabi furono in caso di riconoscerne l'errore, allora quando paragonarono le loro osservazioni con

quel-

quelle d'Ipparco; così in Albategnio, il quale viveva nell'880, non si trovano più di 365 giorni 5ᵉ 46′ 24″; e nelle tavole alfonsine 5ᵉ 49′ 16″. Il che molto si accostà a quella che da noi fu attualmente trovata; questa fu adottata da Copernico e dalli riformatori del Calendario sotto Gregorio XIII, nel 1582. (*Ved.* Clavius, *Romani calendarii explicatio*, *p.* 65, *ediz.* 1612, *in foglio*.) Ma come non vi è neppure un mezzo minuto di più, il calendario gregoriano non cessa d'esser esattissimo relativamente agli usi della società, cioè acconcio a ricondurre le stagioni nelli giorni stessi delli mesi.

Nel libro di Copernico che comparve nel 1543, la media durata dell'*anno* è di 365ᵈ 5ᵉ 49′ 16″.

Ticone nelli suoi progimnasmi, *p.* 53, 365ᵈ 5ᵉ 48′ 45″ $\frac{2}{3}$.

Keplero nelle sue tavole Rodolfine, 365ᵈ 5ᵉ 48′ 57″ $\frac{2}{3}$.

Boulliaud, nella sua Astronomia filolaica, 365ᵈ 5ᵉ 49′ 4″ $\frac{1}{3}$.

Riccioli, nel suo Almagesto, *tom.* 1, *p.* 139, 365ᵈ 5ᵉ 48′ 40″. Nella sua Astronomia riformata, 48″.

Flamsteed e Newton hanno supposto la lunghezza dell'*anno* 365ᵈ 5ᵉ 48′ 57″ $\frac{1}{2}$.

Il Sig. le Monnier, Instituz. Astronom. (*p.* 469) 365ᵈ 5ᵉ 48′ 57″.

Il Sig. Halley, nelle sue Tavole Astronomiche, 365ᵈ 5ᵉ 48′ 54″, 8.

Il Sig. Cassini, nelle sue tavole, 365ᵈ 5ᵉ 48′ 52″, 4.

Il Sig. Mayer, (*Mem. di Gotting.*, *tom.* III), 365ᵈ 5ᵉ 48′ 51″.

Il Sig. de la Caille, nelle sue tavole (*Mem. Accad.* 1757, *p.* 140), 365ᵈ 5ᵉ 48′ 49″.

Finalmente in una gran Memoria la quale ha riportato il premio di Coppenaghen nel 1781, e che sarà impressa nelle Memorie dell'Accademia delle Scienze, io ho esaminato con somma diligenza li nove equinozj osservati da Ipparco, i quali mi hanno dato 48″; li 22 equinozj osservati da Ticone Brahe che mi hanno dato 46′; finalmente, 50 osservazioni di Flamsteed, fatte nel 1689, 1690 e 1691, 56 osservazioni del Mayer, e 56 osservazioni fatte dal Sig. Dagelet, alla scuola militare nel 1780, elle mi hanno dato 50″; così, il mezzo è ancora 48″, il che prova incontrastabilmente che la durata dell'*anno solare* è realmente 365ᵈ, 5ᵉ 48′ 48″.

Così, le osservazioni d'Ipparco fatte saranno quasi due mille anni, quelle di Ticone Brahe fatte saranno due cento anni, e quelle dello scorso secolo si accordano egualmente sulla durata dell'*anno solare*. Non vi sono che le osservazioni di Tolomeo che si discostano, ma già è provato che sono difettosissime o supposte, e che conviene rigettarle.

Nelli tempi, nei quali ammettevansi le osservazioni di Tolomeo, si era quasi per credere che la durata dell'*anno* era divenuta più picciola, cioè, che la terra accelerava il suo moto intorno al sole; il Sig. Eulero, nelle sue tavole del sole, ammetteva questa diminuzione dell'*anno*. Questa accelerazione della terra già dava luogo ad una conseguenza funesta per l'umanità, annunciandoci quasi e li tempi e la maniera con cui doveva finire: in fatto, se la terra accelera così il suo moto, è una prova certa che soffre una resistenza per parte dell'etere o della materia sottile ch'empie l'universo, se anche non fosse che quella della luce. L'idea la più naturale che si possa formare di questa resistenza, è ch'ella diminuisce la velocità della projezione; ora la forza centripeta in una data orbita è come il quadrato della velocità: dunque se la velocità diminuisce, prevalerà la forza centrale; il pianeta avvicinerassi al centro; la sua orbita divenirà minore; sarà dunque percorsa in un tempo più breve, perchè le durate delle rivoluzioni diminuiscono come le radici quadrate delli cubi delle distanze: così si osserverà un'accelerazione continua nel suo moto.

Questa causa cominciato avendo ad agire una volta, ella agirà sempre; la distanza della terra dal sole non tralascierà di diminuire, perchè la velocità proverà sempre una nuova resistenza, l'effetto divenirà anche sempre più considerabile, a misura che la terra avvicinerassi al centro, perchè la densità della luce e la forza centrale accrescono l'una e l'altra, come diminuisce il quadrato della distanza. In tal modo la terra discenderebbe per gradi fino al sole per essere assorbita e distrutta. Sarebbe forse anche possibile di calcolare il tempo di questo grande avvenimento, tosto che si riconoscesse col mezzo delle osservazioni il ritardo provato dalla terra da due mille anni in circa; e vedrebbonsi un giorno li pianeti inferiori, Mercurio e Venere, sparire successivamente agli occhi nostri, perdersi nel sole, e predirci il tempo del nostro fine: ma io allontanai ben presto così tristi presagi, facendo vedere che devonsi rigettare le osservazioni di Tolomeo, e che non v'ha prova alcuna dell'accelerazione nel moto della terra. (*Mem. dell'Accad.* 1757, *p.* 413.)

L'*anno solare* del quale veduto abbiamo la durata per le osservazioni astronomiche, è l'*anno tropico* od il tempo che scorre tra li due equinozj della primavera e dell'autunno; chiamasi *anno tropico*, perchè conviene che scorra questo intervallo di tempo, acciocchè ogni stagione si ristabilisca nell'ordine stesso come avanti: questo *anno* è di 365 giorni 5 ore 48 minuti 48 secondi.

L'*anno siderale* è lo spazio di tempo che il sole impiega nel fare la sua rivoluzione apparente intorno alla terra, ed a ritornare alla stessa stella, o per dir meglio, è il tempo che la terra impiega a ritornare nello stesso punto del cielo. Questo tempo è di 365 giorni 6 ore 9 minuti 11 secondi e mezzo. La ragione della differenza tra l'*anno solare tropico* e l'*anno side-*

Digitized by Google

derale, deriva da ciò che l'equinozio, o la sezione dell' ecclitrica e dell' equatore retrocede di 50 secondi ed un quarto ogni *anno*; perciò il sole dopo d' essere partito da un equinozio, deve mostrare di incontrare questo stesso equinozio l'*anno* seguente in un punto un poco di qua da quello in cui l'ha lasciato; e per conseguenza il sole non avrà ancora compiuta la sua rivoluzione intiera allor quando sarà di ritorno alli punti stessi degli equinozj.

Anno civile è quello che si compone di un numero di giorni ad un di presso eguali a quello dell'*anno* solare; egli è presso noi di 365 giorni, e qualche volta di 366.

L'*anno* civile degli Egiziani era di 365 giorni, come lo abbiamo spiegato; era questo un *anno* vago diviso in 12 mesi, dei quali ecco li nomi: *Thoth*, *Phaophi*, *Athyr*, *Kiak*, *Tybi*, *Mechir*, *Phamenoth*, *Pharmouthi*, *Pakon*, *Pachi*, *Epiphi*, *Mesori*, e cinque giorni epagomeni. Tolomeo, nel suo *Almagesto*, conta gli *anni* egizj dall'era di Nabonassar, che si riferisce alli 26 di Febbraro del 746 prima di Gesù C., secondo il metodo degli Astronomi, o 747, secondo il metodo delli Cronologisti; in modo che il primo del mese di Thoth avanzava di un giorno tutti li 4 *anni*, e l'*anno* 748 di Nabonassar cade alli 23 Agosto dell'*anno* zero dell'era nostra, o di quella che distingue gli *anni* prima di Gesù Cristo dagli *anni* dopo di Gesù Cristo.

Allora quando gli Egiziani rimasero soggiogati dalli Romani, ricorsero all'*anno Giuliano*, del quale in seguito ne parleremo, ma con qualche alterazione; perchè essi ritengono gli antichi loro nomi dei mesi con li cinque giorni epagomeni, ed essi posero il giorno intercalato ogni quarto *anno*, tra li 28 e li 29 di Agosto.

Il cominciar dell'*anno* loro corrispondeva alli 29 Agosto dell'*anno Giuliano*. L'*anno* loro riformato in tal modo, chiamavasi *annus Actiacus*, a cagione ch'era stato instituito dopo la battaglia di Azzio, 32 *anni* prima di Gesù Cristo.

L'*anno Etiopico* è un *anno* solare che si accorda perfettamente con l'Azziaco, fuorchè nelli nomi delli mesi. Il suo principio corrisponde a quello dell'*anno* Egizio, cioè, secondo il parere di alcuni Autori, alli 29 di Aprile dell'*anno Giuliano*; ma io credo che fosse piutrosto li 29 Agosto.

Li mesi di questo *anno* sono, 1. *Mascaram*, 2. *Tykympi*, 3. *Hydar*, 4. *Tyshas*, 5. *Tyr*, 6. *Jacatil*, 7. *Magabit*, 8. *Mijaria*, 9. *Giribal*, 10. *Syne*, 11. *Hamle*, 12. *Habase*, e vi sono di più cinque giorni intercalari.

L'*Anno Greco* era lunare, e composto di dodici mesi, ch'erano da prima tutti di 30 giorni, e furono poi alternativamente di 30 e di 29 giorni; cominciavano li mesi con la prima apparenza della luna, ed a ciascheduno 3°, 5°, 8°, 11°, 14°, 16° e 17° *anno* del ciclo di 19 *anni*, aggiungevasi un mese embolismico di trenta giorni, affinchè le noove e piene lune ritornassero alli termini stessi o stagioni dell'*anno*. *Ved.* Ciclo Lunare.

L'*anno Greco* cominciava alla prima luna piena dopo il solstizio di estate. L'ordine dei loro mesi era, 1. *Hecatombæon*, di 29 giorni; 2. *Metagitnion*, di 30 giorni; 3. *Boedromion*, di 29 giorni; 4. *Mæmacterion*, di 30 giorni; 5. *Pyanepsion*, di 29 giorni; 6. *Posideon*, di 30 giorni; 7. *Gamelion*, di 29 giorni; 8. *Anthesterion*, di 30 giorni; 9. *Elaphebolion*, di 29 giorni; 10. *Munichion*, di 30 giorni; 11. *Thargelion*, di 29 giorni; 12. *Scirophorion*, di 30 giorni.

Questo *anno* era particolarmente chiamato l'*anno Attico*; ed il mese intercalare o embolismico si poneva dopo *Posideon*, od il sesto mese; chiamavasi *Posideon* 2, o secondo *posideon*.

Li Macedoni aveano dato altri nomi ai loro mesi, così pure li Siro-Macedoni, li Smirnei, li Tiri, li popoli di Cipro, li Pafieni, li Bitinii, ec.

L'antico *anno Macedone* era un *anno* lunare, che non è differente dal Greco, che per il nome ed ordine delli mesi. Il primo mese Macedone corrisponde al mese Mæmacterion, o quarto mese attico: ecco l'ordine, la durata ed il nome di questi mesi Macedoni; 1. *Panemus*, di 29 giorni; 2. *Lous* di 30 giorni; 3. *Gorpiæus*, di 29 giorni; 4. *Hyperberetæus*, di 30 giorni; 5. *Dius*, di 29 giorni; 6. *Apellæus* di 30 giorni; 7. *Audynæus*, di 29 giorni; 8. *Peritius* di 30 giorni; 9. *Dystrus*, di 29 giorni; 10. *Xanticus*, di 30 giorni; 11. *Artemisius*; di 29 giorni; 12. *Desius*, di 30 giorni.

Il noovo *anno Macedone* è un *anno* solare, il principio del quale è fissato al primo Gennaro dell'*anno* Giuliano, col quale perfettamente si accorda.

L'*anno delli Giudei* era un *anno* lunare composto ordinariamente di 12 mesi alternativi di 30 e di 29 giorni. Facevasi che corrispondessi all'*anno* solare, aggiungendovi alla fine 11 o qualche volta 12 giorni, o inserendovi un mese embolismico.

Ecco li nomi e la durata di questi mesi: 1. *Nisan* o *Abib*, 30 giorni; 2. *Jiar* o *Zius*, 29 giorni; 3. *Siban* o *Sivan*, giorni 30; 4. *Thamuz* o *Tamuz*, giorni 29; 5. *Ab*, giorni 30; 6. *Elul*, giorni 29; 7. *Tisri* o *Ethanim*, giorni 30; 8. *Marchesvan* o *Bul*, giorni 29; 9. *Cisleu*, giorni 30; 10. *Thebeth*, giorni 29; 11. *Sabat* o *Schebeth*, giorni 30; 12. *Adar*, negli *anni* embolismici, 30 giorni; *Adar* negli *anni* comuni era di 29 giorni.

L'*anno Giudaico moderno* è parimenti un *anno* lunare di 12 mesi negli *anni* comuni, e di 13 negli *anni* embolismici, li quali fanno il 3°, 6°, 8°, 11°, 14°, 17°, e 19° del circolo di 19 *anni*. Il cominciare di quest'anno civile delli Giudei è fissato alla luna nuova la più vicina all'

all'equinozio di autunno. Nel 1779, egli cominciò li 11. Settembre; nel 1780 li 7. Settembre.

Li nomi delli mesi e loro durata sono, 1. *Tisri*, 30 giorni; 2. *Marchesvan*, giorni 29; 3. *Cisleu*, giorni 30; 4. *Tebeth*, giorni 29; 5. *Sebebeth*, 30 giorni; 6. *Adar*, giorni 29; 7. *Veadar* negli anni embolismici, giorni 30; 8. *Nisan*, giorni 30; 9. *Jiar*, giorni 29; 10. *Sivan*, giorni 29; 11. *Thamuz*, giorni 29; 12. *Ab*, giorni 30; 13. *Elul*, giorni 29.

Secondo li Giudei, l'*anno* della creazione del mondo è il 959° del periodo Giuliano, cominciando alli 7 di Ottobre: e come l'*anno* della nascita di Gesù Cristo è il 4714 del periodo Giuliano, ne viene in conseguenza, che Gesù Cristo è nato l'*anno* 3761 dell'era delli Giudei: e per questo se si aggiungono 3761 ad un qualunque *anno* dell'era cristiana, si avrà l'*anno* Giudaico corrispondente, il quale deve cominciare in autunno; intendendosi bene che l'*anno* Giudaico riguardasi come un *anno* solare: e pnossi in fatto riguardar come tale, a cagione degli *anni* embolismici, i quali riconducono ad un di presso di tre in tre *anni* il cominciare dell'*anno* Giudaico con quello dell'*anno* solare.

Anno Sabbatico: presso gli antichi Giudei, così chiamavasi ogni *anno* settimo. Durante questo *anno*, i Giudei lasciavano riposare le terre loro.

Ogni settimo *anno Sabbatico*, vale a dire, ogni 49 anni, chiamavasi l'*anno del Giubbileo*, e celebravasi con una grande solennità.

Anno *degli antichi Romani*. Il *Calendario Romano*, che diede origine al nostro, rimonta fino al tempo di Romolo. Questo legislatore, più versato nell'arte della guerra che nelle materie astronomiche, non divise l'*anno* che in dieci mesi, che alternativamente erano di trent'uno e di 30 giorni: egli cominciava il primo di Marzo; per ciò li Romani supponevano che col mezzo di questa distribuzione, l'*anno* cominciasse sempre alla primavera, immaginandosi che il sole scorresse per tutte le stagioni nello spazio di trecento e quattro giorni; mancavano sessanta un giorni che quest'*anno* si accordasse col vero *anno* solare. *Macrobio*, *saturn.* l. 1: *Solino*, *memorab.*, pag. 1.

Il primo mese, cioè quello di Marzo, conteneva 31 giorni; il secondo, quello cioè di Aprile, 30; 3. Maggio, 31; 4. Giugno 30; 5. Quintile o Luglio, 31; 6. Sestile o Agosto, 30; 7. Settembre, 30; 8. Ottobre, 31; 9. Novembre, 29; 10. Dicembre, 30: in tutto facevano 304 giorni. Così quest'*anno* trovasi minore di 50 giorni dell'*anno lunare* reale, e di 61 dell'*anno solare*.

Da questo risulta che il cominciar dell'*anno* di Romolo era vago, e non corrispondeva ad alcuna stagion fissa. Allor quando si potè avvertire l'inconveniente di una tale variazione, aggiunsesi all'*anno* il numero delli giorni necessarj, perchè il mese primo corrispondesse ad un di presso allo stato stesso del cielo: ma questi giorni aggiunti non erano divisi in mesi. *Macrobio*, lib. 1, cap. 12.

Il *Calendario di Romolo* fu riformato da Numa. Ecco in qual maniera Don Clemente dotto Benedettino, autore dell'ultima edizione dell'Arte di verificare le date, spiega questa riforma in un manoscritto ch'egli ha voluto confidarmi. Numa volendo mettere l'*anno Romano* in un ordine più conforme alle rivoluzioni degli astri, prese per modello l'*anno* di cui si servivano la maggior parte delli Greci, ma non seguì esattamente le proporzioni.

Per distribuirlo in dodici mesi come quello delli Greci, tolse un giorno da ciascheduno delli sei mesi pari dell'*anno* di Romolo, ed unendoli alli cinquantaun giorni che aveva ad aggiungere, li divise in due nuovi mesi: Gennaro composto di 29 giorni, e Febbraro di 28. Con una tale distribuzione, non solamente l'*anno*, ma tutti li sei mesi furono dispari, lo che credevasi fosse di un felice presagio; se si eccettua il mese di Febbraro, ch'era destinato a delle ceremonie lugubri, il quale aveva un giorno di meno, e conteneva il numero funesto. *Censorino*, cap. 20; *Macrobio*, lib. 1, c. 12; *Plut. in Numa*, pag. 72; *Ovid.* lib. 1. *Fast.*, v. 43.

Il mese di Gennaro fu il primo mese dell'*anno*, e questo mese ha conservato il suo posto assegnatogli da Numa; ma il mese di Febbraro destinato alle purificazioni, e consacrato agli Dei Mani, era stato posto da Numa alla fine degli altri, e terminava l'*anno*.

Ma benchè conforme fosse questo *anno* con le rivoluzioni della luna, non potè seguire il corso del sole e l'ordine delle stagioni. I Greci avevano rimediato con aggiustatezza ad un tale inconveniente; e siccome l'*anno* loro ridotto a 354 giorni, era di undici giorni sei ore più corto della tropica rivoluzione del sole, e che a causa della stazione delle sei ore, non era possibile di fare ogni *anno* una giusta intercalazione; essi avevano stabilito che a tutti li otto *anni* si aggiungessero li 90 giorni risultanti da undici giorni sei ore che mancavano a ciascheduno di questi otto *anni* lunari, (*Macrob.*, c. 12. *Solin.*, c. 1.), ed il loro *anno* lunare, per li mesi diveniva solare per l'embolismo; e questo è il nome che davano essi alla intercalazione.

Numa si accorse egli pure della necessità dell'intercalare con precisione e con ordine; ma obbliando che per un pregiudizio sul numero pari, aveva formato il suo *anno* di un giorno di più di quello dei Greci, egli diede alle sue intercalazioni il numero stesso di giorni che questo popolo aveva assegnato, e non differiscono dall'embolismo che per l'ordine. Egli regolò col fare che l'intercalazione si farebbe ogni due *anni*. Il primo *anno* del suo calendario fu un *anno* comune di 355 giorni; il secondo un *anno* inter-

intercalare ſemplice di 377 giorni ; il terzo un *anno* comune di 355 giorni ; il quarto un *anno* intercalare doppio di 378 giorni, e così ſucceſſivamente . Con queſto meazo , l'*anno Romano medio* era un giorno più lungo dell'*anno ſolare*. (*Macrob.*, ibid.; *Cenſorin.*, c. 20.; *Plutarco in Numa*, p. 72.) Ne ſeguì da queſta prima inſtituzione di Numa che ogni *anno Romano* avanzava di un giorno ſull'*anno aſtronomico* , e doveva in tal modo allontanarſi dall'ordine delle ſtagioni , e far paſſare ſucceſſivamente alla ſtate ed all'autunno i meſi aſſegnati alla primavera ed all'inverno.

Noi detto abbiamo che gli *anni Romani* erano alternativamente comuni ed intercalari : l'*anno* comune era compoſto di dodici meſi , e contenevano 355 giorni ; che facevano in qualche modo la fiſſa coſtituzione . L'*anno* intercalare ſemplice conteneva 22 giorni di più ; per conſeguenza aveva egli un terzodecimo meſe chiamato *intercalarius* dalli Latini , e *merkedonius* da Plutarco.

Finalmente , il ſito che Numa diſegnò per mettere l'intercalazione , fu tra li 23 ed i 24 Febbraro , cioè dopo la feſta dei *terminali*, e prima del *regifugio* ; e quando intercalavaſi, ſi toglievano dal meſe di Febbraro li cinque ultimi giorni, ed aggiungevanſi al meſe intercalare. (*Varo de L. Lat.* lib. 5 , pag. 32 ; *Macrobio* , c. 12.) In queſto ſenſo il Giureconſulto Celſo (*in leg.* 98. §. 2. *de verb. ſignif.*) dice che il meſe intercalare era compoſto di 28 giorni: egli infatto li conteneva , allorchè l'intercalazione era doppia.

Trovaſi in Tito Livio (lib. 1 , cap. 8), che Numa nelli primi giorni del ſuo regno , ſi affrettò di fare le ſue politiche e religioſe iſtituzioni , e la prima di tutte fu la riforma del calendario . Plutarco (*Queſt. Rom.* p. 268), ed Ovidio (l. 1 , *Faſt.* v. 160), dicono che Numa nel riformare il Calendario, miſe il principio dell'*anno* al ſolſtizio d'inverno , e ſiccome gli antichi ponevano li punti cardinali al 8°. grado delli ſegni, e ſiccome il ſole al tempo di Numa entrava nel capricorno dalli 29 alli 30 di Dicembre, ſeguendo il calendario giuliano ; ne ſegue da ciò che l'*anno* primo del calendario di Numa doveva eſſere riportato alli 6 Gennaro giuliano dell'anno 41 di Roma prima di Gesù Criſto 713 ; ma ſi ſeparò ben preſto , per la ragione che l'*anno romano medio* avanzava di un giorno ſull'*anno tropico*, ed allontanavaſi ſempre dal ſolſtizio fino al momento che queſto principe l'arreſtò per le nuove miſure , delle quali parlato abbiamo.

Numa eſſendoſi accorto di queſto diſetto e della ſucceſſiva progreſſione del ſuo *anno* ſul corſo del ſole, volle porvi rimedio: per tal ragione diviſe il tempo in periodi di 24 *anni*, ed ordinò (*Macrob.* lib. 1. *Saturn.*, c. 13) , che nelli otto ultimi *anni* di ciaſchedun periodo, in vece d'intercalare 90 giorni, ſe ne intercalaſſero ſoltanto 66, e credette con tal mezzo di rimediare al diſetto del ſuo calendario.

L'epoca di queſto cangiamento nell'ordine delle intercalazioni è dall'*anno* 76 di Roma , prima di Gesù Criſto 678, 37 dal regno di Numa. Queſto *anno* dovuto avrebbe ricevere una intercalazione di 23 giorni, ma egli non n'ebbe che una di 22; e l'*anno* 80, il quale doveva egualmente avere una intercalazione di 23 giorni, non n'ebbe punto . Così egli non ſoppreſſe nello ſpazio di 40 *anni*, ch'ebbe dopo lo ſtabilimento del ſuo calendario fino la fine dell'*anno* 80 di Roma, che 24 giorni, in vece che avrebbe dovuto ſopprimerne 40 , atteſo che l'*anno romano medio*, come abbiamo già oſſervato, avanzava di un giorno ogni *anno* ſul corſo del ſole ; per conſeguenza laſciava ſedici giorni di più, perchè l'*anno* 81 di Roma, il 1. Gennaro romano concorreva con li 22 Gennaro giuliano, in vece di concorrere con li 6 di queſto meſe; e queſt'*anno* 81 è il primo di un ciclo; ma ſiccome trovaſi rimontando che l'*anno* 57 di Roma, prima di Gesù C. 697 , ha cominciato li 22 del Gennaro giuliano, noi poniamo in queſto *anno* 57 il primo ciclo, ch'è il punto fiſſo, dal quale parte ogni nuovo ciclo, e da dove l'*anno* ritorna alla fine di ciaſcheduna rivoluzione di 24 *anni*.

Dopo queſt'ultima diſpoſizione del calendario di Numa, a cominciare dall'*anno* 57 di Roma, ch'è quello in cui comincia l'*anno* primo del 1°. ciclo, il 2, 6, 10, 14, 18, 20 e 22 *anni*, doveano avere una intercalazione di 22 giorni; e l'intercalazione di 23 giorni doveva aggiungerſi al 4, 8, 12 e 16 *anni* di ciaſchedun ciclo. Con un tal metodo Numa giunſe a rimettere tutti li 24 *anni* il ſuo *anno* al punto in cui era, quando cominciato aveva il periodo; e ſenza che ſembraſſe avere egli ritrattati li ſuoi principj, nè roveſciato totalmente l'ordine primo, ebbe l'arte di correggerlo.

Il calendario era deſtinato a regolare li giorni delle feſte e delli ſacrifizj; e riguardavaſi come parte del culto , ed affidavaſi la cuſtodia alli pontefici . Avevano eſſi il carico di ridurlo, e farlo ſervire all'accreſcimento del loro potere. Il calendario era tenuto naſcoſto con ſomma diligenza; ed ogni cittadino non ſapendo in qual giorno la religione permetteſſe di perorare, e neppur di tenere li comizj , doveva ricorrere per ogni ſuo affare alli miniſtri della religione, ed attendere che piaceſſe loro d'illuminarli, e regolare le ſue condotte. Li pontefici ſeguirono li principj ſtabiliti da Numa per le intercalazioni, fino al principio della repubblica; ma poi derogarono le leggi ſtabilite da queſto principe, ed arrogaronſi il potere di ſopprimere e di aggiungere l'intercalazione a loro volere : fecero queſto per la prima volta l'*anno* di Roma 257, prima di Gesù Criſto 497; e queſta maniera arbitraria di ponere le intercalazioni, è la cagion vera della confuſione , in cui ſi trova l'antico

calendario romano. Questo disordine era pervenuto a tal punto negli ultimi tempi della repubblica, che li mesi destinati a concorrere con l'inverno, arrivarono nell'autunno ec.; lo che avrebbero scansato li pontefici, se avessero seguito esattamente l'ultimo metodo prescritto con lo stabilimento dei cicli, perchè non si avrebbe avuto a fare che togliere 12 giorni dell'*anno romano*, per rimetterlo al punto in cui Giulio Cesare voleva farlo cominciare l'*anno* 47 prima di Gesù Cristo, come vedrassi.

Li mesi di Numa erano, 1. Gennaro, 29 giorni; 2. Marzo, 31; 3. Aprile, 29; 4. Maggio, 31; 5. Giugno, 29; 6. Quintile, 31; 7. Sestile, 29; 8. Settembre, 29; 9. Ottobre, 31; 10. Novembre, 29; 11. Dicembre, 29; e 12. Febbraro, 28. Questa disposizione di mesi non sussistette che circa tre secoli; l'*anno* 304 di Roma, prima di Gesù Cristo 450, li Decemviri tolsero dal suo sito il mese di Febbraro, e lo posero dopo immediatamente il mese di Gennaro dell'*anno* seguente 305. Così questo mese, che nell'ordine stabilito da Numa, era l'ultimo dell'*anno*, divenne il secondo. Secondo Tuditano, citato da Macrobio (l. 1, c. 13), li Decemviri, nell'*anno* secondo della loro magistratura, fecero una legge sulle intercalazioni: e possiamo credere che, levando il mese di Febbraro, furono costretti di ordinare con una legge che le intercalazioni, le quali doveano essere poste per la legge di Numa al fine dell'*anno*, continuassero ad essere unite a questo mese, sebbene cessasse di essere l'ultimo dell'*anno romano*. Con questa innovazione, li Decemviri prolungarono la loro magistratura: mentre essendo installati, secondo Dionisio di Alicarnasso, e Tito Livio alle Idi di Maggio, il mese di Febbraro dell'*anno* della loro installazione (304) trovossi di diritto nell'*anno* del loro decemvirato. Ma impiegandosi il mese di Febbraro l'*anno* seguente (305) più presto che non era in uso, e facendolo lasciare l'ultimo posto ch'esso occupava nell'*anno*, per ponerlo in seguito del mese di Gennaro, essi davano alla loro amministrazione un *anno* di 14 mesi (compreso l'intercalare), facendo 406 giorni, e destramente impiegavano più tempo per far riuscire il loro progetto. Non vi fu altro motivo che questo particolare interesse delli Decemviri per trasferire in altro tempo questo mese. Questa confusione del calendario romano non fu tolta che al tempo di Giulio Cesare; noi parleremo già qui presso del calendario giuliano.

L'*anno Siriaco* è un *anno* solare, che principia nel cominciare del mese di Ottobre dell'*anno* giuliano, e che non differisce in altro dal detto *anno* giuliano che nel nome delli mesi, essendo la durata la stessa. I nomi dei suoi mesi sono, 1. *Tishrin* che corrisponde al mese di Ottobre e contiene 31 giorno, 2. il secondo *Tishrin*, il quale contiene come Novembre 30 giorni, 3. *Canun* 31, 4. il secondo *Canun* 31, 5. *Shabat* 28, 6. *Adar* 31, 7. *Nisan* 30, 8. *Achar* 31, 9. *Haziram* 30, 10. *Tamuz* 31, 11. *Ab* 31, 12. *Elul* 30.

L'*anno persiano* è un *anno* solare di 365 giorni, e composto di dodici mesi, ciascheduno di 30 giorni, con cinque giorni intercalari aggiunti al fine. Questi sono li nomi delli mesi di questo *anno*, 1. *Atrudiamech*, 2. *Ardihasehlmeh*, 3. *Cardimeh*, 4. *Thirmeh*, 5. *Merdedmeh*, 6. *Schabarirmeh*, 7. *Meharmeh*, 8. *Abenmeh*, 9. *Adarmeh*, 10. *Dimeh*, 11. *Behenmeh*, 12. *Asfirermeh*. Questo *anno* è chiamato *anno Jezdegerdico*. Dunque questo *anno* delli Persiani è lo stesso che l'*anno* egizio o l'*anno* di Nabonassar, e fu posto in uso dopo la morte di Jezdegerda, ultimo delli Re di Persia, il quale rimase ucciso dalli Saraceni. L'*anno persiano* era allora di 365 giorni, senza che si pensasse di ammettere intercalazione alcuna; e sembra che più anticamente, dopo essere scorsi 120 *anni*, il primo giorno dell'*anno*, che aveva sensibilmente retrogradato, fosse stato rimesso nel luogo stesso ch'era per lo avanti, aggiungendo un mese di più all'*anno*, il quale per loro diveniva di 13 mesi. Ma l'*anno*, del quale hanno fatto uso nelle tavole loro astronomiche tutti gli autori, i quali hanno scritto in Arabo od in Persiano, è simile agli *anni* egizj, li quali sono tutti eguali, essendo di 365 giorni senza intercalazione. *Instit. di Astr. del Sig. le Monnier*.

Golio nelle sue *note sull' Alfergan*, pag. 27 e seg., entrò in un grande detaglio sulla forma antica e nuova dell'*anno* persiano, la quale è stata seguita dalla maggior parte degli autori orientali. Egli ci fa sapere che sotto il sultano Gelaluddaulè Melicxa, o Gelaleddan, verso la metà del secolo undecimo, si sono posti a correggere la grandezza dell'*anno*, e stabilire un'epoca nuova; la regola presa fu dunque che di quattro in quattro *anni* aggiungerebbesi un giorno all'*anno* comune, il quale per conseguenza sarebbe di 366 giorni. Ma perchè si accorsero che l'*anno solare* non era esattamente di 365 giorni 6 ore, restò deciso che alternativamente (dopo 7 od 8 intercalazioni) s'intercalerebbe il quinto, e non il quarto *anno*; dal che sembra che questi popoli conoscessero molto esattamente la grandezza dell'*anno*, mentre in tal modo, l'*anno* persiano sarebbe di 365 giorni 5 ore 49 minuti 31 secondi, il che differisce poco dall'*anno gregoriano*, che gli Europei od Occidentali non hanno impiegato nel loro calendario che più di 590 *anni* dopo gli Asiatici od Orientali.

Così il calendario gelaleeno è una correzione del calendario persiano jezdegerdico. Il cominciat dell'era gelaleena fu fissata all'entrar del sole nel capro, il 467 *anno* dell'egira, e di Gesù Cristo 1075. L'*anno* arabico 467, cominciava li 27 Agosto 1074. *Memorie dell' Accademia delle Iscrizioni*, Tom. 1, pag. 17.

L'*anno* arabo o turco è un *anno* lunare, composto di 12 mesi, che sono alternativamente di

30 e

30 e di 29 giorni; così qualche volta contiene 13 mesi. Ecco li nomi di questi mesi. 1. *Muharram* di 30 giorni, 2. *Saphar* 29, 3. *Rabiu* 30, 4. *secondo Rabia* 29, 5. *Jomada* 30, 6. *secondo Jomada* 29, 7. *Rajab* 30, 8. *Shaaban* 29, 9. *Ramadan* 30, 10. *Shawal* 29, 11. *Dulkaadah* 30, 12. *Dulheggia* 29 e di 30 negli *anni* iperemeri o embolismici. Si aggiunge un giorno intercalare a ciascheduno 2, 5, 7, 10, 13, 15, 18, 21, 24, 26, 29 *anno* di un ciclo di 30 *anni*, e gli *anni* sono embolismici o di 355 giorni; gli altri comuni, o di 354 giorni.

L'era delli Maomettani comincia nel Venerdì 6 Luglio dell'*anno* 622 di Gesù Cristo, il quale è l'*anno* primo dell'egira; dal che ne deriva che se di un qualunque *anno* dell'era cristiana si toglie 621, il resto sarà il numero degli *anni* di Gesù Cristo scorsi dopo il cominciar dell'era maomettana. Ora l'*anno* giuliano essendo di 365 giorni 6 ore, e gli *anni* dell'egira, che sono *anni lunari*, essendo di 354 giorni 8 ore 48'; ne segue che ogni *anno* dell'egira anticipa sull'*anno* giuliano di 10 giorni 22 ore 12', e per conseguenza in 33 *anni*, di 359 giorni 3 ore 36', cioè di un *anno*, più quattro giorni 18 ore 48'. Dunque se si divida per 33 il numero trovato degli *anni* giuliani scorsi dopo l'era maomettana, ed aggiungasi il numero quoziente a questo numero di *anni*, averassi il numero degli *anni* maomettani, nè si ha alcun altro riguardo al resto della divisione. Questo calcolo non ci dimostra in qual giorno l'*anno* abbia cominciato; ma questo detaglio sarebbe troppo lungo. *Ved.* Gravio *Epochæ celebriores*, 1650.

Conviene notare che il dì più delli 4 giorni 18 ore 48', deve anche formare un *anno* al fine di molti secoli, cioè al fine d'incirca 72 volte 33 *anni*. Ma li Maomettani non si piccano di una sì grande esattezza; non si accordano neppure tra loro sul principiar dell'*anno*. In Gravio vi è una tavola degli *anni* dell'egira riportati al nostro calendario; un'altra ve ne è sull'*Arte di verificare le date*, che fa cominciare un giorno più tardi gli *anni* dell'egira. Il Sig. Cardone mi fece vedere un calendario turco il quale accordasi con la prima tavola; e secondo le lettere del Sig. Fonton, primo interprete del re a Costantinopoli, l'*anno* 1195 dell'egira ha cominciato li 28 Dicembre 1780, il quale si accorda con la tavola seconda. Forse la tavola di Gravio è formata secondo l'uso degli astronomi arabi, i quali contano dal tramontar del sole, che ha preceduto il giorno civile, mentre l'altra è formata secondo l'uso civile. Ve ne sono anche di quelli che fanno principiar l'*anno* un giorno più presto, per esempio, li 26 Dicembre 1780. Al contrario, vi sono delle parti dell'Arabia, nelle quali non si comincia l'*anno* che quando si è veduto la luna; il che ritarda sovente di due giorni. *Ved.* Niebuhr, *Descriz. dell'Arab.*, t. 1, 1774, p. 204.

L'*anno* lunare è composto di dodici mesi lunari: ma vi sono due specie di mesi o di rivoluzioni lunari, cioè la rivoluzione periodica, la quale è di 27 giorni 7 ore 43 minuti 4 secondi; questo è a un dipresso il tempo impiegato dalla luna a fare la sua rivoluzione intorno alla terra rapporto ai punti equinoziali: 2.° il mese sinodico, il quale è il tempo che questo pianeta impiega a ritornare verso il sole ad ogni congiunzione; questo tempo, il quale è l'intervallo fra due nuove lune, è di 29 giorni 12 ore 44 minuti 3 secondi. *Ved.* Sinodico, Luna. Questo mese sinodico, segnato dalle fasi della luna, è il solo, di cui si fa uso per misurare gli *anni* lunari. Ora siccome questo mese è di 29 giorni e mezzo in circa, così si ha adottato di far supporre li mesi lunari civili di 29 giorni, e di 30 alternativamente. Quindi *il* mese sinodico essendo di due specie, astronomico e civile, convenne distinguere così due specie di *anni* lunari, l'uno astronomico, l'altro civile.

L'*anno* astronomico lunare è composto di dodici mesi sinodici lunari, e contiene per conseguenza 354 giorni 8 ore 48 minuti 35 secondi.

L'*anno* lunare civile è o comune o embolismico.

L'*anno* lunare comune è di dodici mesi lunari civili, cioè di 354 giorni.

L'*anno* embolismico od intercalare è di tredici mesi lunari civili, cioè di 384 giorni.

Anni giuliani, sono quelli de' quali si fece uso in tutta l'Europa dopo il tempo di Giulio Cesare. Noi detto abbiamo che li pontefici, ai quali Numa aveva confidata la cura del calendario, avevano posto un sommo disordine nella costituzione dell'*anno*. Giulio Cesare, in qualità di sovrano pontefice e di dittatore, voleva rimediarvi. Con tal vista, s'indirizzò a Sosigene, dotto astronomo: questi cercò il mezzo di rendere la distribuzione del tempo nel calendario, in modo che le stesse stagioni ritornassero nel giorno stesso del mese; e siccome il corso annuale del sole si compisce in 365 giorni 6 ore, fece l'*anno* con tal numero di giorni, e ne aggiunse uno ogni quattro *anni*. L'*anno* di questa correzione del calendario fu un *anno* di confusione; perchè convenne, affine di togliere un errore di 67 giorni, per li quali l'incominciar dell'*anno* s'era allontanato dal solstizio dell'inverno, aggiungere due mesi oltre l'intercalazione di 23 giorni, che trovasi in quest'*anno* stesso nell'antico calendario; in modo che questo *anno* fu composto di quindici mesi facendo 445 giorni (o secondo altri 443). Questa riforma si fece l'*anno* di Roma 707, quarantasette anni prima di G. C. Ma non si conta ordinariamente che dall'*anno* 444; l'equinozio accadè li 25 Settembre. *Ved.* Scaligero, e Petrus, *lib.* 4, *cap.* 1, *e lib.* 10, *cap.* 61.

Questo calendario romano, che chiamasi anche calendario giuliano, dal nome di Giulio Cesare, era dunque disposto per periodi di quattro *anni*. Li tre primi *anni*, che chiamansi co-

muni, hanno 365 giorni; ed il quarto, chiamato *biſeſtile*, ne ha 366, a cagione delle ſei ore che nello ſpazio di quattro anni compongono un giorno. Si poſe il giorno intiero, formato da queſte quattro frazioni, dopo li venticquattro di Febbraro, ch'era il ſeſto delle calende di Marzo.

Ora ſiccome queſto giorno così ripetuto era chiamato in conſeguenza *bis ſexto calendas*, l' *anno* in cui queſto giorno era aggiunto, fu chiamato *bis ſextus*, dal che derivò *biſeſtile*.

Il giorno intercalare non è più al preſente riguardato come la ripetizione del 24 Febbraro, quando nol foſſe per le feſte della chieſa; ma è aggiunto alla fine di queſto meſe e ne forma il vigeſimo nono.

Li meſi dell'*anno* giuliano erano diſpoſti così: 1. Gennaro 31 giorni, 2. Febbraro 28, 3. Marzo 31, 4. Aprile 30, 5. Maggio 31, 6. Giugno 30, 7. Luglio 31, 8. Agoſto 31, 9. Settembre 30, 10. Ottobre 31, 11. Novembre 30, 12. Dicembre 31; ed in tutti gli anni biſeſtili il meſe di Febbraro aveva come al preſente 29 giorni. Si troveranno li meſi romani più detagliatamente ſpiegati alla parola CALENDARIO.

Queſta alternativa di meſi di 30 e di 31 giorni non baſta perchè li 12 ſegni del zodiaco ſieno d'accordo con li dodici meſi; perchè acciò che il ſole impieghi un meſe a ſcorrere ogni ſegno, biſognerebbe che li tre primi meſi e li tre ultimi foſſero di 30 giorni e gli altri di 31; negli *anni* comuni ſe ne toglierebbe uno al meſe di Gennaro o di Dicembre, che ſono li più vicini al perigeo del ſole ove la ſua velocità è la maſſima.

L'*anno giuliano* ſupponeva l'*anno aſtronomico* di 365 giorni 6 ore; e per conſeguenza ſorpaſſava il *vero anno ſolare* d'incirca 11 minuti, il che cagionò la correzione gregoriana.

L'*anno gregoriano* non è altro che l'*anno* giuliano, corretto per la ſoppreſſione di tre *biſeſtili* in quattro ſecoli.

La ragione di queſta correzione fu che l'*anno giuliano* ſi ſupponeva che foſſe di 365 giorni 6 ore, eſſendo invece il vero *anno* ſolare di 365 giorni 5 ore 48' 48", il che produceva un'anticipazione di quaſi un giorno tutti li cento anni, od almeno di tre quarti di giorno.

Ora quantunque queſto errore di 11 minuti che trovaſi nell'*anno giuliano* ſia piccioliſſimo, tuttavia divenne in ſeguito così conſiderabile nell'accumularſi dopo il tempo di Giulio Ceſare, che era arrivato a 10 giorni, lo che aveva notabilmente alterato l'equinozio. Perciò al tempo del Concilio Niceno, quando ſi trattò di fiſſare il tempo, nel quale dovevaſi celebrare la Paſqua, l'equinozio di primavera trovavaſi nelli 21 di Marzo. Ma queſto equinozio avendo continuamente anticipato, ſi accorſero l'anno 1582, allora quando ſi propoſe di riformare il calendario di Giulio Ceſare, che il ſole entrava già nell'equatore nelli 11 di Marzo; cioè, 10 giorni prima del tempo del Concilio Niceno. Per rimediare ad un tale inconveniente, il quale in ſeguito doveva creſcere ancora più, il Papa Gregorio XIII. fece venire a ſe i più abili aſtronomi del ſuo tempo, e concertò con eſſi la correzione che dovevaſi fare, affinchè cadeſſe l'equinozio nel giorno ſteſſo, come nel tempo del Concilio Niceno, e perchè era ſcorſo un errore di dieci giorni da quel tempo, tolſero queſti dieci giorni dall'*anno* 1582, nel quale ſi fece la correzione; ed in vece delli 5 di Ottobre di queſto *anno*, ſi contò immediatamente li 15.

La Francia, la Spagna, li paeſi Cattolici dell'Allemagna e l'Italia, in una parola tutti li paeſi che ſono ſotto l'obbedienza della Chieſa, ricevettero queſta riforma fino dal tempo che fu fatta: ma li proteſtanti toſto la rigettarono.

Nell'*anno* 1700 l'errore di dieci giorni eraſi ancora accreſciuto e divenuto era di undici; il che determinò li proteſtanti dell'Allemagna ad accettare la riforma gregoriana ed a contare ſul nuovo ſtile, così pure lo ſteſſo fecero li Daneſi e gli Olandeſi. In Ingbilterra pure ſi adottò tal correzione nel meſe di Settembre del 1752. Li Ruſſi ſono li ſoli i quali abbiano conſervato il calendario giuliano, oſſia il vecchio ſtile, e contano undici giorni di più. Gli *anni* 1700, 1800, 1900, ſono comuni; l'*anno* 2000 ſarà biſeſtile, come pure il 2400, 2800, e così di ſeguito, aggiungendone ſempre 4; così non vi ſono che gli *anni* ſecolari, ne' quali il numero del ſecolo è diviſibile per 4, che ſieno biſeſtili; come nel corſo di un ſecolo non vi ſono che gli *anni* diviſibili per 4 che ſieno biſeſtili, 1784, 1788, 1792 ec.

Seguendo queſta regola, ſi ſopprimono tre biſeſtili in quattro ſecoli, od in 36 ſecoli 27 biſeſtili; ſarebbe coſa più eſatta ſopprimerne 28, per accordarſi con la vera durata dell'*anno ſolare*; ma la differenza è inſenſibile.

Cominciamento dell'anno. Il giorno dell'anno, od il giorno nel quale l'*anno* comincia, fu ſempre differentiſſimo preſſo tutte le nazioni.

Li Franceſi, ſotto li re della ſtirpe Merovingia, cominciavano l'*anno* dal giorno della reviſta delle truppe, eh' era il primo di Marzo; ſotto li re Carlovingj, cominciavano l'*anno* il giorno di Natale; e ſotto li Capetingj, il giorno di Paſqua, in modo che il principiar dell'*anno* variava allora dalli 22 di Marzo fino alli 25 di Aprile.

L'*anno eccleſiaſtico* comincia nella prima domenica dell'Avvento.

Quanto all'*anno* civile, Carlo IX. ordinò nel 1564, che ſi doveſſe cominciare nell'avvenire al primo di Gennaro.

A Roma vi ſono due modi di contare gli *anni*; l'uno comincia dalla Natività del Noſtro Signore; ed è quello ch'è ſeguito dalli Notai, che fanno la data *a Nativitate*, l'altro comincia alli 25 di Marzo, giorno dell'Incarnazione,

ed

ed in queſto modo ſi fa la data delle Bolle, *anno Incarnationis*.

Nel 1746, l'*anno civile* a Piſa, cominciava ancora li 25 di Marzo; e l'Imperatore ordinò il cangiamento con un editto, l'eſtratto del quale ſta ſcolpito ſu di un marmo in lettere d'oro, alla ſiniſtra riva dell'Arno. Queſt'uſo rimonta fino ai tempi degli Etruſchi, da quali l'aveano preſo i Romani.

L'*anno civile* o *legale*, in Inghilterra, comincia il giorno dell'Annunziazione, cioè, li 25 Marzo; ſebbene l'*anno cronologico* comincia il giorno della Circonciſione, cioè il primo giorno di Gennaro, come l'*anno* delle altre nazioni dell'Europa. Guglielmo il Conquiſtatore eſſendo ſtato coronato il primo di Gennaro, diede occaſione agl'Ingleſi di cominciar a contare l'*anno* da quel giorno per la ſtoria; ma per certi affari civili, hanno ritenuto ancora la loro antica maniera, la quale era di cominciare l'*anno* li 25 di Marzo. Nella parte dell'*anno* ch'è tra queſti due termini, ſi pongono ordinariamente tutte due le date, le due ultime cifre ſcrivendoſi l'una ſull'altra nella maniera ſteſſa delle frazioni; per eſempio $172\frac{5}{6}$ è la data per il tempo tra il primo di Gennaro 1725 e li 25 Marzo dello ſteſſo *anno*. Dopo Guglielmo il Conquiſtatore, le patenti delli Re, le carte, ec. ſono ordinariamente con la data dell'*anno* del regno del Re.

La Chieſa d'Inghilterra comincia l'*anno* nella prima domenica dell'Avvento.

I Giudei, come pure la maggior parte delle altre nazioni dell'Oriente, hanno un *anno* civile che comincia con la nuova luna di Settembre, ed un *anno* eccleſiaſtico che principia con la nuova luna di Marzo.

I Greci cominciano l'*anno* il primo di Settembre, e fanno la data dal principio del mondo. I Maomettani cominciano l'*anno* al momento in cui il ſole entra nel capricorno.

Li Perſiani, nel meſe che corriſponde al noſtro meſe di Giugno.

Li Chineſi, alla nuova luna, dopo che il ſole è entrato nelli peſci. La maggior parte degli Indiani comincia l'*anno* con la prima luna del meſe di Marzo. Li Bramani con la nuova luna di Aprile, nel qual giorno eſſi celebrano una feſta chiamata *Samwat ſaradi pauduga*, cioè la feſta dell'*anno* nuovo.

Li Meſſicani, ſecondo d'Acoſta, cominciavano l'*anno* li 21 di Febbraro; tempo in cui comincia a ſpuntare la verzura. Il loro *anno* era compoſto di diciotto meſi ognuno di venti giorni, ed impiegavano li cinque giorni che rimanevano dopo queſti diciotto meſi, nei piaceri, e non era conceſſo di attendere ad alcun affare, e neppure al ſervizio delli tempj. Alvarez narra lo ſteſſo degli Abiſſini, i quali cominciavano l'*anno* li 26 d'Agoſto, ed avevano cinque giorni ozioſi nel fine dell'*anno*, che chiamavano *pagomen*; ma queſto non è certo; puoſſi vedere in Ludolf quanto riguarda agli Abiſſini.

Grande anno; *anno* platonico è un'eſpreſſione alla quale ſi danno varie ſignificazioni. Vi è una opinione generale che vi era un *grande anno*, il quale rinchiudeva in eſſo il principio ed il fine di tutti gli eſſeri, il loro cangiamento e la loro rinnovazione. Queſta idea ſiſica, morale o ſuperſtizioſa fu frammiſchiata con delle idee aſtronomiche, e formò queſto *grande anno* chiamato platonico; ma Platone non parla che in generale del periodo incognito il quale ricondurrebbe gli aſtri nelle ſteſſe circoſtanze, il quale dovrebbe chiamarſi il *grande anno* platonico. Ecco quello che ne dice nel ſuo Timeo.

Eſt tamen intellectu facile, quod perfectus numerus temporis perfectum tum demum compleat annum, cum octo ambitus conjectis ſuis curſibus, quos orbis ille ſemper idem ſimiliterque procedens metitur, ad idem ſe caput retulerunt.

Queſto *grand'anno* platonico ha luogo, ſecondo Cicerone, *de nat. deor. l.* 2, allorquando il ſole, la luna e li cinque pianeti ritornano nello ſteſſo ſito. Alcuni dicono che quanto accade nel mondo ricomincierà nell'ordine ſteſſo, (*Clavius in ſph. c.* 1): credeſi eſſere quello di cui parla Virgilio, *Ecl.* 4, *v.* 5 *e* 36.

Magnus ab integro ſæclorum naſcitur ordo.
Atque iterum ad Trojam magnus mittetur Achilles.

Altri penſano che *magnus* ſignifichi ſoltanto illuſtre, e che il reſto non è che una maniera di dire che il ſecolo d'oro ritornerebbe dopo la pace ch'era per eſſere conchiuſa a Pozzuolo, 40 *anni* prima di G. C., tra Ottavio ed il figlio di Pompeo. Ma ſarebbe anche poſſibile che Virgilio, dietro alle tradizioni antiche, abbia voluto dire che gli avvenimenti favoloſi ricomincierebbero con l'ordine ſteſſo, perchè queſti avvenimenti, come quello del ſecolo d'oro, i viaggi degli Argonauti, le fatiche di Ercole, ec. non ſono che allegorie tratte dalle ſituazioni delle ſtelle, e devono per conſeguenza ricominciare allor che queſte ſituazioni ſi trovano le ſteſſe, producendo gli ſteſſi fenomeni al fine di 25750 *anni*, come il Sig. Dupuis lo dimoſtrò baſtantemente a lungo in una Memoria ſull'origine delle coſtellazioni, e della favola, inſerita nel quarto volume della mia *Aſtronomia*.

Ma queſta parola di *grande anno* fu preſa in varj ſenſi. Alcuni hanno inteſo il periodo di 600 *anni* che riconduce la luna ed il ſole nel punto ſteſſo del cielo; queſto è il periodo luniſolare del quale il Sig. Caſſini parlò nel ſuo Trattato dell'origine dell'Aſtronomia, e nelle ſue Regole dell'Aſtronomia indiana. Il Sig. di Mairan diede una diſſertazione ſu queſto argomento in ſeguito delle ſue lettere al P. Parennin. Egli è vero che 7421 meſi lunari e 600

anni

anni tropici fanno quaſi lo ſteſſo intervallo, pure li 600 *anni* fanno 28 $\frac{3}{4}$ ore di meno.

Si chiamò anche il *grande anno* il periodo canicolare di 1460 *anni*, nel quale gli *anni* egizj s'incontravano con gli *anni* ſolari; ma almeno ſi erra citando ſu queſto Platone, perchè non conobbe egli mai queſto periodo, neppure quello della preceſſione degli equinozj, il quale è di 25750 *anni*, ſecondo gli ultimi miei calcoli. Altri hanno fatto il *grande anno* di nove mille *anni*, di 12, di 15, di 24, di 36, di 49, di 100, di 300, di 470 mille *anni*, ed anche di 1753000 e di 6570000 *anni*. *Ved.* Giuſeppe Scaligero *canon. iſagog. p.* 251.; Riccioli *Chronol. reform.*, *p.* 8.; Hevelii *Prodromus*, *p.* 86. ed il Sig. de la Nauze, *Memorie dell' Accademia delle Iſcrizioni*, *Tom. XXIII.*

La durata delli 4,320,000 *anni* che gl' Indiani davano alla durata del mondo, non è che un numero allegorico, eſprimente li dodici ſegni per dodici mille, ripetuti 360 volte, lo che forma la rivoluzione dell'*anno*; e la favola della vacca dalle quattro gambe viene dal toro, il quale era il ſegno primo della primavera. Il Sig. Dupuis *Mercurio delli* 14 *Giugno* 1783. (*Il Sig. de la Lande.*)

Anno, ſi dice l'*anno* della grazia per dire l'*anno* di G. C. o dell'era volgare, l'*anno* di Roma ec.

Giorno dell' anno. Preſſo li Romani, il primo ed ultimo giorno dell'*anno* erano conſacrati a Giano; e per queſto rappreſentavaſi coo due faccie.

Dalli Romani giunſe a noi la ceremonia di augurare il buon *anno*; ceremonia che moſtra di eſſere antichiſſima. Non ſolamente li Romani ſi facevano delle viſite, e delli reciprochi complimenti prima del finire del primo giorno; ma ſi preſentavano anche delli doni, *ſtrenæ*, ed offrivano agli Dei delli voti per la conſervazione gli uni degli altri.

Luciano ne parla come di un coſtume antichiſſimo, fino dal ſuo tempo, e ne riporta l'origine da Numa.

Ovidio allude a queſta ceremonia nel principio delli ſuoi faſti.

Proſpera lux oritur, linguiſque animiſque favete:
Nunc dicenda bono ſunt bona verba die.

E Plinio dice più eſpreſſamente l. 27., c. 5. *Primum anni incipientis diem lætis precationibus invicem fauſtum ominantur.*

ANNUALE (*Aſtron.*) diceſi di tutto quello che ritorna ogni *anno*, o che dura un *anno*. Chiamaſi moto *annuale* della terra, quello per il quale deſcrive eſſa la ſua orbita intorno al ſole, come lo proveremo alla parola Sistema di Copernico.

Il moto *annuale* di un pianeta ſignifica il ſuo moto in 365 giorni, qualche volta anche il ſuo moto proprio o di rivoluzione intorno al ſole.

Equazioni annuali nelle tavole della luna, del ſuo apogeo, e del ſuo nodo, ſono le ineguaglità prodotte dall'attrazione del ſole a cagione della eccentricità della ſua orbita o del cangiamento delle ſue diſtanze: l'equazione *annuale* della luna fu indicata da Ticone Brahe, determinata poi più eſattamente da Roccio dietro le di lui oſſervazioni; finalmente Newton riconobbe ch'ella era una conſeguenza della Teoria dell'attrazione, e concluſe che vi era un'equazione ſimile per l'apogeo, ed una per il nodo, del quale il ſole ne accreſce il moto, allora quando eſſendo più vicino alla terra, agiſce con maggior forza ſulla luna. L'azione del ſole, allungandoſi l'orbita della luna, ritarda il ſuo moto, e queſto produce l'equazione *annuale*. La maggiore equazione *annuale* della luna è, ſecondo il Newton, di 11' 51" per la luna, 20' 0" per l'apogeo, e 9' 30" ſoltanto per il nodo il di cui moto è più lento che quello dell'apogeo. Ellene ſono nelle nuove tavole del Mayer di 11' 16", 23' 12" ed 8' 50". *Ved.* Luna. (*D. L.*)

Parallaſſe annuale. *Ved.* Parallasse.

Annuale, (*Alg.*) diceſi di una rendita che non è pagata che per un certo numero di anni: in modo che al fine di queſto tempo, il debitore trovaſi avere quitato la ſua impreſtanza con l'intereſſe, dando ogni anno una ſomma ſteſſa.

Li *annuali* ſono moltiſſimo di vantaggio al commercio nelli paeſi dove ſono in uſo. Il debitore trova in tal modo delle preſtanze, la facilità di quitarſi inſenſibilmente e ſenza incomodarſi, ſe il creditore ha delli debiti da pagare prima del termine dell'anno, e ſe ne ſerve come dell'argento, ſottraendo gl'intereſſi a proporzione del tempo che deve attendere fino al termine.

Li *annuali* ſono molto uſati in Inghilterra, e lo ſtato ſe ne ſerve vantaggioſamente, allora quando ha delle preſtanze conſiderabili da fare.

In Francia i biglietti d'intereſſe della lotteria reale del 1744 erano degli *annuali*, de' quali ogn'uno perdente dopo il tiro della lotteria, dovea produrre 65 lire ogn'anno, per dieci anni, al fine delli quali il biglietto era rimborſato.

Il Sig. Deparcieux, delle Accademie Reali delle Scienze di Parigi e di Berlino, ha inſerito nel fine del ſuo *Saggio ſulle probabilità della durata della vita umana*, impreſſo a Parigi nel 1746, una tavola molto utile per la quale ſi vede la ſomma che deveſi preſtare per ricevere 100 lire alla fine di ogni anno, in modo che ſi ſia rimborſato intieramente alla fine di tal numero di anni che ſi vorranno fino al cento, cioè, il valore degli *annuali* che riporterebbero 100 lire per un certo numero di anni. Ecco una parte di queſta tavola, che può eſſere comodiſſima nel calcolo degli *annuali*.

Tavola

Tavola delle ſomme che devono preſtarſi per ricevere 100 *lire alla fine di ogni anno, in modo che ſi reſti rimborſato intieramente al fine di tal numero di anni che ſi vorrà fino al cento.*

Gl' Intereſſi contati ſul piede di den. 20.

Ann.	*Lir.*	*S.*	*D.*	*Ann.*	*Lir.*	*S.*	*D.*
1	95	4	9	51	1833	17	3
2	185	18	10	52	1841	15	6
3	272	6	6	53	1849	6	1
4	354	11	11	54	1856	9	7
5	432	19	0	55	1863	6	3
6	507	15	5	56	1869	16	4
7	578	12	9	57	1876	0	4
8	646	6	5	58	1881	18	4
9	710	15	8	59	1887	10	9
10	772	3	5	60	1892	17	10
11	820	12	9	61	1897	19	9
12	886	6	5	62	1902	16	10
13	939	7	1	63	1907	9	4
14	989	17	2	64	1911	17	4
15	1037	19	3	65	1916	1	4
16	1083	15	5	66	1910	1	3
17	1127	8	0	67	1913	17	4
18	1168	16	0	68	1937	9	9
19	1208	10	6	69	1930	19	8
20	1246	4	3	70	1934	4	6
21	1282	2	1	71	1937	7	1
22	1316	5	10	72	1940	6	9
23	1348	16	11	73	1943	3	6
24	1379	17	0	74	1945	17	7
25	1409	7	8	75	1948	9	11
26	1437	10	1	76	1950	18	1
27	1464	5	9	77	1953	4	10
28	1489	15	11	78	1955	9	4
29	1514	1	10	79	1957	11	8
30	1537	4	6	80	1959	12	0
31	1559	5	3	81	1961	10	5
32	1580	5	0	82	1963	7	0
33	1600	4	8	83	1965	1	11
34	1619	5	5	84	1966	15	1
35	1637	7	11	85	1968	6	9
36	1654	13	3	86	1969	16	10
37	1671	2	1	87	1971	5	6
38	1686	15	4	88	1971	12	10
39	1710	13	7	89	1973	18	10
40	1715	17	8	90	1975	3	7
41	1729	8	2	91	1976	7	2
42	1742	5	10	92	1977	9	8
43	1754	11	3	93	1978	11	1
44	1766	5	0	94	1979	11	5
45	1777	7	6	95	1980	10	10
46	1787	19	6	96	1981	9	4
47	1798	1	5	97	1982	6	11
48	1807	13	8	98	1983	3	8
49	1816	16	10	99	1983	19	8
50	1825	11	2	100	1984	14	10

Se ſi vuole ſapere il metodo, ſul quale queſta tavola è formata, eccolo. Supponiamo che ſi tolga in preſtito una ſomma, che io chiamo a, e che, gli intereſſi eſſendo contati ſul piede del denaro 20, od in generale, del denaro $\frac{1}{m}$, ſi renda ogni anno una ſomma b, e vediamo che ne derlverà.

In primo luogo, perchè gl'intereſſi ſono contati ſul piede del denaro $\frac{1}{m}$, ne ſiegue che quello che ha preſo in preſtito la ſomma a, dovrà, al fine del primo anno, queſta ſomma, più il denaro $\frac{1}{m}$ a di queſta ſomma, cioè, ch'egli dovrà $a + \frac{1}{m}\, a$ o $a \times \left(\frac{m+1}{m}\right)$. Ora, per la ſuppoſizione, egli rende alla fine del primo anno, la ſomma b; dunque al cominciar dell'anno ſecondo, egli non prende in preſtito realmente più della ſomma $a\left(\frac{m+1}{m}\right) - b$.

Al fine dell'anno ſecondo egli dovrà dunque $\left(a\left(\frac{m+1}{m}\right) - b\right) \times \left(\frac{m+1}{m}\right)$ o $a\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 - b\left(\frac{m+1}{m}\right)$; e, ſiccome alla fine di queſto ſecondo anno egli rende ancora b, ne ſiegue che al cominciare dell'anno terzo, egli non toglie in preſtito più che $a\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 - b\left(\frac{m+1}{m}\right) - b$.

Alla fine dell'anno terzo, dovrà dunque $a\left(\frac{m+1}{m}\right)^3 - b\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 - b\left(\frac{m+1}{m}\right)$, da cui biſogna ancora levare b, per ſapere quanto egli prende in preſtito realmente al cominciar del quarto anno.

Continuando a ragionar ſempre in tal modo, vedeſi che alla fine del *nono* anno, od al principiar dell'anno ſeguente, egli realmente prende in preſtito $a\left(\frac{m+1}{m}\right)^n - b\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n-1} - b\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n-2} \ldots - b$.

Dal che ne ſiegue, che ſe il pagamento deveſi fare in un numero n di anni, non ſi ha che fare la quantità precedente eguale a zero; mentre al fine di queſto tempo, per la ſuppoſizione,

ne, il debitore avrà intieramente pagato, e così il suo debito sarà nullo, o zero alla fine del *nono* anno.

Ora, in quest'ultima quantità, tutti li termini che sono moltiplicati per b, formano una geometrica progressione, di cui $\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n-1}$ è il primo termine, $\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n-2}$ il secondo, e 1 l'ultimo. Dal che ne siegue (*Ved.* PROGRESSIONE) che la somma di questa progressione è $\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n} - 1$ diviso per $\frac{m+1}{m} - 1$.

Quindi ne risulta questa generale equazione,

$$a\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n} - b \times \frac{\left(\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n} - 1\right)}{\frac{m+1}{m} - 1} = 0,$$ ossia $a\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n+1} - a\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n} - b\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n} + b = 0$, ficchè si può trovare

1.° La somma a, che devesi dare in prestito per ricevere la somma b ogni anno, per un numero di anni n, essendo gli interessi contati sul piede dell'ultimo $\frac{1}{m}$, cioè troverassi a, supponendo che $b, n, \frac{1}{m}$ sieno dati.

2.° Si troverà anche b supponendo che $a, n, \frac{1}{m}$ sieno dati.

3.° Se a, b, n sono dati, puossi trovare $\frac{1}{m}$; ma in tal caso il calcolo è più difficile, perchè, nelli due casi precedenti, l'equazione non era che del primo grado, in vece che in questo, l'equazione che devesi risolvere, è di un grado, il cui esponente è n. *Ved.* EQUAZIONE.

4.° Finalmente, se a, b, e $\frac{1}{m}$ sono dati, puossi trovare n col mezzo delli logaritmi. Per ciò, scriverassi in tal modo l'equazione, $b = \left(\frac{m+1}{m}\right)^{n} \times \left(b + a - a\left(\frac{m+1}{m}\right)\right)$; dal che risulta

$$n = \frac{\log. b - \log.\left(b + a - a\left(\frac{m+1}{m}\right)\right)}{\log.\left(\frac{m+1}{m}\right)}$$

Ved. EQUAZIONE, INTERESSE.

Il Sig. Deparcieux, nell'opera da noi citata, dà una tavola molto più estesa, ed applicabile al calcolo della lotteria reale del 1744.

Noi aggiungeremo a questo articolo la tavola seguente, che ne ha correlazione, e che fu tratta dal Sig. Deparcieux.

Distribuzione di una prestanza di 6000000 di lire, divisa in 12000 azioni o biglietti, ognuno di 500 lire, per acquistare interesse e capitale in dieci anni, pagando ogni anno la stessa somma od una di presso, tanto per gl'interessi, che per il rimborsamento di una parte delle azioni o biglietti.

AN.	Azioni esistenti per ciascheduno anno.	Interessi dovuti alla fine di ogni anno.	Azioni che si rimborsano ogni anno.	Prezzo delle azioni che si rimborsano tutti gli anni.	Totale di ciascheduno anno.
Si contano gl'Interessi sul piede del denaro 20.					
		Lire.		*Lire.*	
1	12000	300000	954	477000	777000
2	11046	276150	1002	501000	777150
3	10044	251100	1052	526000	777100
4	8992	224800	1104	552000	776800
5	7888	197200	1160	580000	777200
6	6728	168200	1218	609000	777200
7	5510	137750	1279	639500	777250
8	4231	105775	1342	671000	776775
9	2889	72225	1410	705000	777225
10	1479	36975	1479	739500	776475

Ecco la spiegazione ed uso di questa tavola.

Supponiamo che una compagnia di negozianti, o sia lo stato voglia prendere in prestito 6000000 di lire in 12000 azioni, ciascuna delle quali sia di 500 lire pagando l'interesse al denaro venti, questa compagnia renderà dunque 300000 lire ogni anno, cioè 25 lire per ogni biglietto. Supponiamo oltre di ciò che questa compagnia si proponga di rimborsare ogni anno una parte delli biglietti, è chiaro ch'ella dovrà dare ogni anno più di 300000 lire. Supponiamo finalmente ch'ella voglia dare ogni anno ad un di presso la somma stessa, tanto per gl'interessi che per il rim-

rimborso di una parte delli biglietti, in modo che tutto sia rimborsato al fine di dieci anni; si dimanda come si bisogneranno rimborsare li biglietti per anno.

Trovasi da principio, per la prima tavola qui sopra riportata, che se si vogliano rimborsare 6000000 di lire in dieci anni, in dieci eguali pagamenti sul piede dell'ultimo venti, bisognano 777000 lire per anno; così siccome gl'interessi di 6000000 di lire al fine di un anno fanno 300000 lire, ne viene che restano 477000 lire, le quali servono a rimborsare 954 biglietti. Il debitore non deve dunque più che 12046 biglietti, gl'interessi de' quali dovuti al fine del secondo anno sono 276150 lire, ch'essendo tolte dalle 777000 lire, le quali furono dal debitore pagate al fine di ogni anno, restano 500850 lire che danno quasi di che rimborsare 1002 biglietti, ec. Per rimborsarli esattamente bisognano 777150 lire, in vece di 777000.

Con questo mezzo puossi fare la prestanza per classi. Il primo sarà di 954 biglietti rimborsabili alla fine del primo anno, il debitore pagando 777000 lire; 1002 alla fine del secondo, il debitore pagando 777150 lire; 1052 per essere rimborsato alla fine del terzo anno, il debitore pagando 777100 lire ec; così di seguito.

Questo modo di prestanza può essere vantaggiola, e comoda in certe occasioni tanto per il debitore, quanto per il creditore. *Ved.* l'Opera citata, *pag.* 32 *e seg.*

Il Sig. d'Alembert aggiunge le seguenti riflessioni che rischiarano meglio la teoria degli *annuali.*

Sia a una somma prestata, n l'interesse col quale s'è prestata questa somma, m l'*annuale* o la somma costante che viene resa ogni anno, k il numero degli anni, al fine delli quali il debito è pagato; egli è chiaro

1°. Che il primo anno essendo pagato, il debito non è più che $a(1+n)-m$:

2°. Che alla fine dell'anno secondo il debito è $a(1+n)^2-m(1+n)-m$:

3°. Che al fine dell'anno terzo il debito è $a(1+n)^3-m(1+n)^2-m(1+n)-m$; e così di seguito.

Dal che ne segue che al fine del numero k degli anni, il debito è $a(1+n)^k-m(1+n)^{k-1}-m(1+n)^{k-2}\ldots\ldots-m$; ora questa quantità deve essere $=0$; dunque $m=a(1+n)^k$ diviso per $(1+n)^{k-1}\ldots\ldots+1=a(1+n)^k$ diviso per la somma di una progressione geometrica, di cui 1 è il primo termine, k il numero delli termini, $1+n$ il secondo termine; il che dà $a(1+n)^k$ diviso per $\frac{(1+n)^k-1}{n}$

$$=\frac{an(1+n)^k}{(1+n)^k-1}.$$

Il denominatore di questa frazione è $kn+n^2\frac{k-1}{2}+\frac{n^3}{2.3}k.\overline{k-1}.\overline{k-2}$. ec. ed allora

quando k è piccolissimo, $kn-\frac{kn^2}{2}+\frac{2.kn^3}{2.3}$ ec. Dunque allora la frazione precedente, od il valore di m diventa $\frac{an(1+n)^k}{k(1-\frac{n^2}{2}+\frac{n^3}{3}\text{ ec.})}=$ (supponendo $k=0$), $\frac{an}{0}=\infty$; il che dà un falsissimo valore di m, mentre egli è chiaro, che allora quando $k=0$, si ha $m=0$.

La soluzione di questa difficoltà è, che allora quando k è una frazione, la formula degli *annuali* $a(1+n)^k-m(1+n)^{k-1}\ldots\ldots-m$, non è più la stessa che allora quando k è un numero intero, e diviene anche falsissimo.

Se si fa il pagamento per metà dell'anno, si averà $m=\frac{an(1+n)\frac{k}{2}}{(1+n)\frac{k}{2}-1}$ e se $k=2$, si averà $m=\frac{an(1+n)}{n}=a(1+n)$, che è la somma che devesi pagare alla fine di un anno. Ma si osserverà che due volte il valore di m cioè $\frac{2an(1+n)\frac{k}{2}}{(1+n)\frac{k}{2}-1}$, non è punto eguale (facendo $k=1$) alla somma $a(1+n)$.

ANNULARE, ag. *eccliſſe annulare* (*Aſtron.*) chiamasi così un'eccliſſe del sole, nella quale la luna mostrasi più picciola del sole, e lo covre nel mezzo, di modo che la luce del sole vedesi investire la luna tutta all'intorno. Tale fu l'eccliſſe del primo Aprile dell'anno 1764, osservata nella Spagna, in Francia, in Inghilterra, come vedesi nella gran carta di questa eccliſſe pubblicata dalla Signora le Paute. Il diametro della luna è di 29' 25" gradi nel suo apogeo, e di 33' 37" nel suo perigeo; il diametro del sole è di 31' 31" nel suo apogeo, e di 32' 36" nel suo perigeo; dal che facilmente si conchiude che si deve avere un gran numero di eccliſſi, nelle quali il diametro della luna non sarà bastante per coprire quello del sole. Nella tavola delle 59 eccliſſi del sole visibili a Parigi, che il Sig. du Vaucel ci diede, e che si estende dal 1769 fino al 1900; non ve n'è alcuna di totale per Parigi; ma ve ne è una *annulare*, annunciata per li 8 Ottobre 1847. *Mem. presentate all' Accademia delle Scienze*, Tom. V, pag. 575. Le eccliſſi del 1737 e 1748 sono state *annulari* nella Scozia, ed il Sig. le Monnier si trasportò colà per osservar quelle del 1748, e per poter misurare il diametro della luna, allora quando compariva intero sotto del sole. Indipendentemente

delli fenomeni ottici, alli quali danno luogo queſte oſſervazioni, come puoſſi vedere nell' *Avvertimento* del Sig. Delisle ſull' eccliſſe del 1748, queſta eccliſſe ſervì per provare, come pur quella del 1764, che il diametro della luna non compariſce ſenſibilmente più picciolo, allora quando è ſotto del ſole, ſe non ſe trovandoſi la luna piena e luminoſa, come pretende il Sig. de la Hire. Ma il Sig. du Sejour, che fece ſulle oſſervazioni del 1764 una quantità immenſa di calcoli e di eſami, ne deduſſe una inflеſſione di 3 a 4 ſecondi, la quale equivale per la durata di una eccliſſe, ad una diminuzione di 6 od 8 ſecondi nel diametro della luna. (*Mem. dell' Accad.* 1767.) Egli trova anche che la più grande durata poſſibile di una eccliſſe *annulare* è di 12 24" (*Mem. dell' Accad.* 1777.), quantunque la maſſima durata d'un' eccliſſe totale non poſſa andare al di là di 7 52", perchè il diametro apparente della luna è più ſpeſſo al diſſotto che al diſſopra del valore del diametro ſolare. (*Il Sig. de la Lande.*)

ANOMALIA, (*Aſtron.*) è la diſtanza di un pianeta dal ſuo apſide, o dalla ſommità del grand'aſſe della ſua orbita. Queſta parola deriva dal greco Ἀνωμαλία, *inæqualis*, perchè la diſtanza di un pianeta dal ſuo apſide è in fatto quella che regola la ſua ineguaglianza, e che ſerve a calcolarla nelli punti differenti della ſua orbita. Per il ſole e per la luna, l' *anomalia* è la diſtanza rapporto all'apogeo; nelli cinque pianeti principali è la diſtanza dall'afelio. Si diſtinguono tre ſorta di *anomalie*.

L' *anomalia* vera è l'angolo formato al ſoco dell'elliſſe dal raggio vettore, che va dal ſole al pianeta, e dalla linea degli apſidi, o dal grand'aſſe dell'elliſſi. Sia *S* il ſole, (*Fig. di Aſtronom.* 83) *M* il luogo del pianeta nella ſua orbita *M A P*, *A* l'afelio, *P* il perielio, l' *anomalia* vera è l'angolo *A S M*.

L' *anomalia* eccentrica è l'angolo *A C N* formato al centro *C* della elliſſe dal grand'aſſe, e dal raggio *C N* di un circolo circoſcritto, condotto alla eſtremità dell'ordinata *R M N*, che paſſa per il luogo vero *M* del pianeta.

L' *anomalia* media è una diſtanza dall'afelio ſuppoſto uniforme, e proporzionale al tempo; ed è quella che aumenta uniformemente, ed egualmente dall'afelio fino al perielio. Così un pianeta che impiega ſei meſi ad andare dall'afelio al perielio, averà alla fine del primo meſe 30 gradi d' *anomalia* media, 60 gradi al fine del ſecondo meſe, e così degli altri.

Keplero avendo trovato che li pianeti deſcrivono delle elliſſi con aree proporzionate alli tempi (*Ved.* Area), compreſe che per determinare il vero luogo di un pianeta per un dato tempo, biſogna trovare l' *anomalia* vera col mezzo dell' *anomalia* media, la quale ſi chiama *Problema di Keplero*. Allora quando ſi conoſce la durata della rivoluzione del pianeta, per eſempio, quella di mercurio, la quale è di 86 giorni; e che ſi dimanda il luogo di Mercurio dopo due giorni, cioè dopo la quarantеſima terza parte della ſua rivoluzione, ſi ſa allora che l'area della ſezione compreſa tra l'afelio ed il raggio vettore è la quarantеſima terza parte della ſuperficie dell'elliſſe. Queſta porzione di tempo, o queſta porzione dell'elliſſe è propriamente l' *anomalia* media, che in tal modo puoſſi eſprimere in gradi, prendendo la quarantеſima terza parte di 360 gradi o del circolo intero; perciocchè poſſiamo chiamare indifferentemente *anomalia* media una porzione di tempo, una porzione dell'elliſſe, una porzione della circonferenza del circolo. Quando ſi ricerca il luogo di un pianeta, ſi ricorre ſempre ad una data frazione; ma noi prendiamo l' *anomalia* in gradi per ſeguire la forma uſata nelle Tavole Aſtronomiche, e tutte le equazioni ſi eſprimono in gradi, minuti e ſecondi. Puoſſi immaginare un pianeta, il quale deſcriva il circolo *A N P* nel tempo ſteſſo; ed il punto X ov'egli ſi trova, ſegnerà l' *anomalia* media *A X*. Quindi ſi conoſce per un tempo qualunque l' *anomalia* *A X*, o la ſuperficie *A M S* di un ſettore ellittico, e così ſi ſa trovare l' *anomalia* vera o l'angolo di queſto ſettore. Keplero compreſe bene la difficoltà di queſto problema, il quale nel circolo e nell'elliſſe è eguale; gli baſtò d'invitare i geometri a cercarne la ſoluzione, ſenza ſperanza che la ſi poſſa trovare con una diretta maniera, perchè ella ſuppone conoſciuto il rapporto tra gli archi, ed i loro ſeni, il quale non è dato che per approſſimazione. Queſto famoſo problema ſi chiamò ſempre *Problema di Keplero*, perchè in fatto egli fu il primo a proporlo, e diede anche una ſoluzione che vi ſi approſſima, nella ſua bell'opera *de Stella Martis*.

Abbiamo delle ſoluzioni di queſto problema date dal Wallis e dal Newton col mezzo della cicloide allungata, ma in pratica ſono inutili. La Hire ne diede una nelle *Memorie dell' Accademia delle Scienze* nel 1710. Keill *nelle Tranſazioni Filoſofiche* del 1713; il Sig. Caſſini nelle *Memorie* del 1719; Herman nel primo volume delle *Memorie di Pietroburgo*; Machin nelle *Tranſazioni* del 1737; Simpſon nelli ſuoi *Eſſays on ſeveral curious and uſeful ſubjects*, Londra 1740, pag. 41. Vi è anche una ſoluzione analitica nel XXI. libro della mia *Aſtronomia*.

Ma la ſoluzione inverſa, la quale conſiſte nel trovare l' *anomalia* media col mezzo dell' *anomalia* vera, eſſendo molto più ſemplice e potendo baſtare in tutti li caſi, noi ci contenteremo di dimoſtrarla.

In una elliſſe *A M P*, alla quale ſi ha circoſcritto un cerchio *A N P*, *C X* eſſendo la linea dell' *anomalia* media, *M* il vero luogo del pianeta, *R M N* l'ordinata che paſſa per il luogo del pianeta; il ſettore circolare *A N S A* è ſempre eguale al ſettore circolare *A C X* dell' *anomalia* media. In fatto ſia *T* il tempo intero della rivoluzione intera del pianeta, *t* il tempo ch'e-

ch'egli impiega nell'andare da *A* ad *M*, si averà per la regola delle aree proporzionali al tempo, *t* è a *T* come il settore *AMS* è alla superficie dell'ellisse; così poichè *ACX* è l'*anomalia* media, si averà, *t* è a *T*, come *ACX* è alla superficie del circolo: dunque *AMS* è a *ACX* come la superficie dell'ellisse è alla superficie del circolo. Ma per la proprietà dell'ellisse *AMS* è ad *ANS*, come la superficie dell'ellisse è alla superficie del circolo. Dunque noi abbiamo date due proporzioni, le quali hanno tre termini comuni; cioè *AMS*, la superficie dell'ellisse, e la superficie del circolo; il termine il quale sembra differente, è dunque per necessità lo stesso; dunque *ACX* ed *ANS* sono eguali tra di loro.

La radice quadrata della distanza perielia, è alla radice quadrata della distanza afelia, come la tangente della metà della vera *anomalia* è alla tangente della metà dell'*anomalia* eccentrica. In fatto è una proprietà delli triangoli rettangoli, come *RSM*, che la tangente della metà dell'angolo *RSM* sia eguale al lato opposto *RM*, diviso per la somma delli due altri lati *SR*, *SM*; così nelli triangoli *MSR*, e *NCR*, si ha questa proporzione: tang. $\frac{1}{2}$ *MSR*: tang. $\frac{1}{2}$ *NCR* :: $\frac{RM}{SR+SM}$: $\frac{RN}{CR+CN}$; se si pone in luogo del rapporto *RM* a *RN*, quello di *CD* a *CA*, che gli è eguale per la proprietà dell'ellisse; ed in luogo di *SR*+*SM* il suo valore *PR*. $\frac{SA}{CA}$, che risulta pure dalle proprietà dell'ellisse, e finalmente *PR* in luogo di *CR*+*CN*, si cangierà la proporzione in questa: tang. $\frac{1}{2}$ *MSR* : tang. $\frac{1}{2}$ *NCR* :: $\frac{CD.CA}{PR.SA}$: $\frac{CA}{PR}$ :: *CD* : *SA*; e chiamando *a* il semiasse *CA* dell'ellisse, ed *e* l'eccentricità *CS*, si averà tang. $\frac{1}{2}$ *MSR* : tang. $\frac{1}{2}$ *NCR* :: *CD*: *SA* :: $\sqrt{aa-ee}$: *a*+*e*; se si divideranno li due ultimi termini per $\sqrt{a+e}$, si averà tang. $\frac{1}{2}$ *MSR* : tang. $\frac{1}{2}$ *NCR* :: $\sqrt{a-e}$: $\sqrt{a+e}$ :: $\sqrt{PS}$: $\sqrt{SA}$: dunque la tangente della metà dell'*anomalia* vera *ASM*, è alla metà della tangente dell'*anomalia* eccentrica *ACM*, come la radice quadrata della distanza perielia *PS* è a quella della distanza afelia *AS*. Questa proporzione è bastante per trovare l'*anomalia* eccentrica *AN* col mezzo dell'*anomalia* vera *ASM*; la seguente farà trovare l'*anomalia* media col mezzo dell'eccentrica.

La differenza tra l'*anomalia* eccentrica e l'*anomalia* media è eguale al prodotto dell'eccentricità, per il seno dell'*anomalia* eccentrica. In fatto, poichè il settore circolare *ANSA* è eguale al settore dell'*anomalia* media *ACX*; se si toglie da tutti due la parte comune *ACN*, si averà il settore *NCX* eguale al triangolo *CNS*. La superficie del settore circolare *NCX* è eguale al prodotto di *CN* per la metà dell'arco *NX*; la superficie del triangolo *CNS* è eguale al prodotto di *CN* per la metà dell'altezza *ST*, la quale è una perpendicolare abbassata del foco *S* sulla base *NC* prolungata al di là del centro *C*. Così, le due superficie essendo eguali, ed avendo uno delli producenti *CN* il quale è comune a tutte due, gli altri producenti sono anch'essi eguali; dunque l'arco *NX* è eguale alla linea retta *ST*. Ma nel triangolo *STC* rettangolo in *T*, si ha *ST* = *CS*. sen. *TCS*, per le regole della Trigonometria rettilinea; dunque anche *NX* = *CS*. sen. *TCS* = *CS*. sen. *ACN*. Dunque la differenza *NX* tra l'*anomalia* eccentrica *AN*, e l'*anomalia* media *AX* è eguale al prodotto dell'eccentricità *CS* per il seno dell'*anomalia* eccentrica *ACN*.

Si usò di esprimere tutte le *anomalie* dei pianeti in minuti e secondi; così, per trovare la differenza in secondi tra l'*anomalia* media e l'*anomalia* eccentrica, bisogna che l'eccentricità sia egualmente espressa in secondi. Se questa eccentricità è espressa in parti della stessa specie come la distanza media, dirassi che la distanza media è alla eccentricità, come il numero delli secondi che contiene il raggio di un circolo 206264, 8, od in circa 57° è al numero delli secondi contenuti nell'eccentricità.

Il raggio vettore, o la distanza di un pianeta dal sole è facile a calcolarsi, allora quando si conosce la vera *anomalia* e l'*anomalia* eccentrica; basta di fare questa proporaione: il seno dell'*anomalia* vera è al seno dell'*anomalia* eccentrica, come la metà del picciolo asse al raggio vettore. Perchè avendo tirata la linea *NQ*, (*Fig.* 83), parallela al raggio vettore *MS*, si ha per li triangoli simili questa proporzione *SM*: *QN* :: *RM*: *RN* :: *CD*: *CK* o *CN*; dunque *SM*: *CD* :: *QN*: *CN* :: sen. *QCN*: sen. *CQN* :: sen. *KCN*: sen. *KSM*; dunque sen. *ASM*: sen. *NCR* :: *CD*: *SM*.

Così per dare una idea della maniera di risolvere direttamente per approssimazione il problema del Keplero, in sceglierei il metodo del Signor Cassini (*Elementi di Astronomia*). Nel circolo *ANB*, (*Fig.* 84) circonscritto all'orbita *AMB* di un pianeta, si è veduto che essendo l'arco *AX* preso per l'*anomalia* media, la differenza *NX* tra l'*anomalia* media e l'*anomalia* eccentrica *ACN* è eguale alla perpendicolare *ST*: se dal punto *X* si tira una linea *HT* parallela a *NCT* o perpendicolare su *ST*, la picciola linea *ST* sarà la differenza tra l'arco *NX* eguale ad *ST*, ed *TT*, il quale è eguale al seno di quest'arco *XN*. Questa differenza tra l'arco, ed il seno non eccede un mezzo secondo, allora quando l'arco *NX* non va al di là di un grado e mezzo; puossi allora negligerla intera-

teramente e considerare le linee NC, XS come parallele tra di loro. In tal caso, l'angolo CXS è eguale all'angolo NCX; nel triangolo SCX si conoscono due lati e l'angolo compreso; cioè l'eccentricità SC, il raggio del circolo, cioè CX, eguale alla distanza media o al semi asse dell'ellisse, e l'angolo compreso SCX, il quale è il supplemento dell'*anomalia* media data ACX; si troverà dunque l'angolo CXS eguale a NCX, che tolto dall'*anomalia* media ACX, darà l'*anomalia* eccentrica ACN, di cui il supplemento è NCS; nel triangolo NCS, si conoscono anche li due lati SC, CN, e l'angolo compreso NCS; si troverà dunque l'angolo NSP. Si cercherà anche SN per pervenire a trovar la distanza; finalmente, si dirà seguendo la proprietà dell'ellisse, PN è a PM, o il grand'asse è al picciolo asse come la tangente di questo ultimo angolo NSP, è alla tangente dell'*anomalia* vera MSP. Così potrassi in luogo delle ultime due operazioni, impiegare la regola da noi qui sopra dimostrata per l'*anomalia* eccentrica.

Se l'angolo CXS o l'arco NX, il quale pochissimo differisce, è grande abbastanza perchè il suo seno eguale a TT sia sensibilmente minore dell'arco o di NX; cioè, se quest'angolo passa 1.° 30' si prenderà la differenza dell'arco, al seno in decimali del raggio CA; già il Sig. Cassini ne fece una tavola; così si averà ST: allora cercherassi anche il lato di SX del triangolo CSX: nel triangolo TSX rettangolo in T, si conoscerà SX ed ST nelle parti del raggio CA, il quale è sempre preso per l'unità, si troverà l'angolo SXT, il quale tolto da SXC, darà TXC eguale all'angolo NCX, del quale si aveva bisogno nel calcolo precedente, per toglierlo dall'*anomalia* media; il resto del calcolo sarà lo stesso.

La distanza del pianeta dal sole è facile da trovarsi nel tempo stesso che l'*anomalia* vera; perchè nelli triangoli PSN, PSM, prendendo SP per raggio, i lati SN ed SM saranno come le secanti degli angoli PSN, PSM, o, che vuol dire lo stesso, in ragione inversa delli coseni: dunque il coseno dell'*anomalia* vera è al coseno dell'angolo PSN come il lato SN trovato qui prima è al raggio vettore SM.

Anomalia *di commutazione*, secondo Keplero, era l'angolo formato tra li raggi condotti ad un pianeta ed alla terra, partendo dal centro di eguaglianza o dal centro del moto medio del pianeta. *De Stella Martis*, *pag.* 128.

Gli antichi chiamavano *anomalia orbis* la distanza di un pianeta dalla sommità del suo epiciclo; era in Copernico *anomalia commutationis*, *anomalia secundæ inæqualitatis*; ma *anomalia excentrici* era il moto del centro dell'epiciclo contato dopo l'apogeo della eccentricità; e siccome la luna aveva delle altre ineguaglianze, vi erano altre *anomalie* le quali, secondo Keplero, si chiamavano *soluta*, *menstrua temporanea*, *menstrua perpetua*; questi erano li argomenti delle massime ineguaglianze della luna.

Anomalia *eguagliata*, secondo alcuni autori, è l'angolo formato al centro della ellisse dal grand'asse dell'orbita e la linea condotta al vero luogo del pianeta. Ozanam.

Anomalia *completa dell'orbe*, secondo alcuni autori, è per la luna quella che noi chiamiamo *anomalia* vera.

Anomalia *della obliquità del zodiaco*, *anomalia* degli equinozj, nell'antica Astronomia erano le ineguaglianze che si ammettevano in questi due elementi. Si chiamavano anche *librazione prima* e *librazione seconda* e *trepidazione*. (*D. L.*)

ANOMALISTICO ag. (*Astron.*), dicesi di una rivoluzione di un pianeta, rapporto al suo apside, sia apogeo sia afelio, o di ritorno al punto stesso della sua ellisse. Se le orbite delli pianeti fossero fisse, e che corrispondessero sempre alle stesse stelle, la rivoluzione *anomalistica* sarebbe eguale alla rivoluzione siderale; ma tutti li pianeti hanno un moto progressivo nei loro apsidi, perciò richiedesi più tempo per arrivare all'afelio che si è avanzato nell'intervallo per ritornare alla stessa stella. Per esempio la rivoluzione tropica del sole, rapporto agli equinozj è di 365^{g} 5e 48' 48''; l'anno siderale, od il ritorno alle stelle è di 365^{g} 6e 9' 10'' $\frac{1}{2}$; finalmente, la rivolozione *anomalistica* è di 364^{g} 6e 15' 22'', perchè l'apogeo del sole avanza ogni anno di 65' $\frac{1}{2}$ rapporto agli equinozj, ed il sole non può giungere al suo apogeo che dopo avere scorso li 65'' $\frac{1}{2}$ di più della rivoluzione dell'anno che lo riconduce agli equinozj. Per trovare la durata di una rivoluzione *anomalistica*, si può fare questa proporzione; il moto totale di un pianeta, per un secolo, meno il moto del suo afelio, è alla durata di un secolo, ossia 3,155,760,000'', come 360° sono alla durata della rivoluzione *anomalistica*. (*Il Sig. de la Lande.*)

ANSA di *Paniere Ved.* Arco a manico di Paniere.

ANSE, *in Astronomia*; sono le parti sensibilmente eminenti dell'anello di Saturno, che si scoprono allora quando questo anello si comincia ad aprire, cioè, quando la sua parte anteriore e la sua parte posteriore cominciano a farsi distinguere; al vederle esse hanno la forma di due *anse* o manichi attaccati a questo pianeta. *Ved.* Anello.

ANTARES (*Astron.*); nome di una stella della prima grandezza, situata verso il cuore dello scorpione; in greco Ἀντάρης. Ella si vede nel meridiano al cominciare di Luglio alle nove e mezza della sera, e verso 15° di altezza a Parigi; la sua longitudine, nel 1750, era di 8^{s} 6°, 16 28', e la sua latitudine 4° 32 12' australi. (*D. L.*)

ANTARTICO, ag. (*Astronomia.*) *Polo antartico*, o *polo meridionale*, è l'estremità meridio-

ridionale dell' asse della terra, ed uno delli punti, intorno ai quali la terra gira. *Ved.* Polo ec. Questa parola è composta della proposizione ἀντι, *contra*, dirimpetto, e di ἀρκτος, *ursa*, orsa. *Ved.* l'articolo Orsa.

Le stelle vicine al polo *antartico* non mai si vedono sul nostro orizzonte. Così, a Parigi, dove la latitudine è di 48 gradi 50 minuti, non si vede mai alcuna delle stelle che sono lontane dal polo *antartico* meno di 48 gradi 50 minuti: perchè queste stelle stanno sempre al di sotto dell'orizzonte di Parigi. *Ved.* Stella, Orizzonte ec.

Circolo *antartico*, o circolo polare *antartico*, è uno delli piccioli cerchi della sfera; è posto parallelo all'equatore, e lontano dal polo meridionale 23 gradi 28 minuti. *Ved.* Circolo.

L'epiteto di *antartico* viene dalla sua opposizione ad un altro circolo, ch'è anch'egli parallelo all'equatore ed alla distanza di 23 gradi 28 minuti dal polo settentrionale. Chiamasi *circolo artico polare*. *Ved.* Artico. La parte della superficie del globo terrestre, compresa tra il polo *antartico* ed il circolo polare *antartico* chiamasi *zona ghiacciata meridionale*. *Ved.* Zona. (O).

ANTECANE. *Ved.* Procione.

ANTECEDENTE, (*Analisi*); nome che si dà al primo delli due termini che compongono un rapporto. *Ved.* Rapporto. *Ved.* anche Conseguente. Così, in generale, nel rapporto di *a* a *b*, *a* è *antecedente*.

ANTECEDENTIA, *termine di Astronomia*. Dicesi in Astronomia che un pianeta si muove in *antecedentia* o *præcedentia* allora quando mostra egli di andare verso l'occidente contro l'ordine delli segni, come dal toro all'ariete. *Ved.* Pianeta, Segno ec. Al contrario, allora quando egli si muove dalla parte dell'oriente, seguendo l'ordine delli segni, come dall'ariete al toro, dicesi che si muove *in consequentia* (O).

ANTICHTONI (*Astron.*); popoli i quali abitano negli emisferi opposti della terra, ma ad uguali latitudini: l'uno ha la state mentre l'altro ha l'inverno. Questa parola viene da ἀντι *contra* e χθων *terra*. Per questo Macrobio chiama *antichtoni* gli abitanti, ch'egli suppone nella luna come stanti in una terra opposta alla nostra. Questo nome su dato anche qualche volta agli antipodi e qualche volta agli antisci; ma è poco in uso, e la significazione non è bastantemente determinata. (*D. L.*)

ANTILOGARITMO, (*Analisi*), dicesi qualche volta del complemento del logaritmo di un seno di una tangente, d'una secante: cioè, della differenza fra questo logaritmo e quello del seno totale. *Ved.* Logaritmo e Complemento.

ANTINOO; costellazione boreale che si riunisce ordinariamente con l'aquila. Tolomeo non ne fa una costellazione; dice soltanto, *le stelle informi intorno all'aquila, tra le quali v'è Antinoo*. *Proclo*, autore del quinto secolo, anch'egli di più non disse. *Ved.* il Sig. Bailly, *tom.* 2, *pag.* 199. Questa costellazione è chiamata dagli autori *puer Adrianæus* o *Bithynicus*, *novus Ægypti Deus*, *puer Troicus*, *Phrygius*, *puer Aquilæ*, *Jovis Cynædus* o *Catamitus*, (favorito) *Pincerna* o *Pocillator*, *Ganymedes*. Questo fu, secondo la comune opinione, un giovane bellissimo nato in Claudiopoli nella Bitinia, che annegossi nel Nilo l'anno 131 (*Spart. Dion. lib.* lxix); altri dicono che sacrificò se' stesso per salvare Adriano. Questo imperatore pianse amaramente la sua perdita ed onorò la sua memoria a segno di fargli innalzare degli altari come ad una nuova divinità. Goltz, nel suo Tesoro delle antichità, riporta una iscrizione greca trovata in Roma nel campo di Marte, dov'era il tempio d'Iside: *Antinoo eumdem cum diis Ægyptiis thronum occupanti*. Così pure in onore di *Antinoo* l'imperatore Adriano fece battere delle medaglie e fabbricare una città nell'Egitto col nome di Antinoia, la quale fu poi chiamata *Adrianopoli*. Era pure adorato in Arcadia. Si può vedere sul culto di *Antinoo* Pausania, Dione, Sparziano, Atanasio, Teofilo, Eusebio, Atenagora, Tertulliano ed il Dizionario di Bayle. Il Sig. Bailly *Ist. dell' Astron. II.*, 19, rimprovera fortemente a Tolomeo di avere preso *Antinoo* per un vivo adulatore. Si pretese anche che l'*Antinoo* celeste sia uno degli amanti di Penelope, del che Properzio fa menzione:

Penelopem quoque neglecto clamore mariti
Nubere lascivo cogeret Antinoo. L. IV, elcg. 5.

Finalmente, altri hanno creduto che l'*Antinoo* celeste sia lo stesso che Ganimede, figlio di Troade, Re dei Trojani, amato da Giove; dal che fu soprannomato *puer Troicus*. Ma vi è più verisimiglianza che quest'ultima favola si riferisca all'acquario. Tolomeo per altro nomina *Antinoo* senza farne una costellazione, e queste sono le stelle ν, ϑ, ι, κ, λ della costellazione dell'aquila, che sono figurate nelle nostre carte celesti come poste sotto la figura di *Antinoo*. (*D. L.*)

ANTIPARALLELE (*Linee*). (*Geom.*) Sieno due linee rette tirate, come vorrassi, in un piano e che noi chiameremo *A* e *B*; sieno due altre, che tagliano le linee *A* e *B*, e che noi chiameremo *C* e *D*; se l'angolo della linea *C* con la linea *A* o con la linea *B* è eguale all'angolo della linea *D* con la linea *B* o con la linea *A*, le linee *C* e *D* si chiamano *antiparallele*; elleno saranno parallele se l'angolo *C* con *A* o *B* sarà eguale all'angolo di *D* con *A* o *B*.

La sezione di un cono obbliquo, fatto per un piano *antiparallelo* alla base, è un circolo. *Ved.* Cono. (O).

ANTIPODI, (*Astron. Geogr.*) luoghi della terra diametralmente opposti tra di loro. Questa parola viene dal greco; ella è composta da ἀντι con-

contra, e da πούς, ποδὸς, piede. Quelli che ſono ſotto delli paralleli all'equatore, egualmente lontani da queſto circolo, gli uni dalla parte del mezzodì, gli altri dalla parte del nord, i quali hanno il meridiano ſteſſo, e che ſono ſotto queſto meridiano alla diſtanza gli uni dagli altri di 180 gradi, o della metà di queſto meridiano, ſono *antipodi*, cioè hanno li piedi diametralmente oppoſti. Gli *antipodi* hanno ad un di preſſo lo ſteſſo grado di caldo e di freddo; ed i giorni e le notti egualmente lunghe; ma in tempi oppoſti. E' mezzodì per gli uni allorchè è mezza notte per gli altri; ed allora quando gli uni hanno i giorni più lunghi, gli altri hanno li giorni più corti.

Platone ſi tiene che ſia ſtato il primo ad immaginarſi la poſſibilità degli *antipodi*; egli può eſſere l'inventore di queſto nome; ma li primi filoſofi i quali conſiderarono la terra eſſere rotonda, hanno dovuto comprendere la neceſſità degli *antipodi*: al contrario, quelli che hanno avuto la preſunzione di ragionare ſu quello che non intendevano, hanno negata l'eſiſtenza degli *antipodi*. Per eſempio, Lattanzio diſputa lungamente per provare che non vi poſſono eſſere *antipodi*, perchè averebbero la teſta al baſſo. *Inſtitutionum divinarum*, *l.* 3, *cap.* 24. Tratta egli di ſollia e di empietà l'idea della rotondità della terra, e dice che il contrario è provato abbaſtanza dalli fiſici, e dalli Scrittori ſacri. Si dura fatica a concepire una tale ignoranza nel precettore del figlio di Coſtantino; ed un veſcovo, chiamato *Virgilio*, fu depoſto per avere ſoſtenuto che vi erano gli *antipodi* (*a*).

Trovaſi ancora di quando in quando nella buona compagnia delle perſone, le quali non ſi poſſono familiarizzare con l'idea di queſti abitanti, i piedi de' quali ſono rivolti verſo li noſtri. Sembra a prima viſta che gli uni e gli altri debbano avere la teſta al baſſo, cioè, eſſere poſti in una ſituazione roveſcia e contraria allo ſtato naturale. Ma, per rettificare le loro idee ſu queſto, non hanno che ad eſaminare perchè noi ſiamo in piedi ritti ſulla ſuperficie del globo, ed i noſtri piedi ſieno rivolti verſo la terra e la teſta elevata verſo il cielo; perchè noi continuamente ricadiamo in queſta prima ſituazione, allora quando uno ſforzo od un moto ſtraordinario ci ha rivolti. Queſta forza per la quale tutti li corpi diſcendono verſo la terra, ſia che ſi chiami gravità, peſo, od attrazione, ſebbene ne ſia incognita la cauſa, ſi manifeſta in tutti li punti del globo; da per tutto i corpi gravi tendono verſo il centro della terra, per uno ſforzo coſtante e inalterabile; per tutto ſi dice che quanto cade verſo la terra diſcende, e che aſcende quanto ſi allontana. Così il corpo *A*, (*Tavola di Aſtron. Fig.* 35), attratto per il centro *C* del globo terreſtre ſeguendo la linea *ABC*, od il corpo *E*, attratto in un ſenſo contrario, ſeguendo la linea *EDC*, cadono e diſcendono tutti due verſo la terra, perchè la tendenza loro e la loro naturale direzione è di avvicinarſi al centro *C*. Un abitante poſto in *B* vedrà cadere la pioggia verſo lui da *A* in *B*, e quello il quale è agli *antipodi* in *D*, vedrà venire la pioggia ſulla terra da *E* in *D*. Per verità queſte ſono direzioni differenti, ma ſono altresì egualmente neceſſarie, perchè il centro *C* della terra è il termine comune, il punto di riunione e di tendenza della pioggia e di tutti gli altri corpi gravi. Io ſentii fino da principio dimandarmi perchè ſe il corpo *A* diſcende da *A* in *B* l'altro non diſcende egualmente da *D* in *E*; eſſi non ſi ſono ancora accoſtumati ad oſſervare che il corpo *A* non diſcende verſo *B* che perchè egli è forzato ad avvicinarſi al centro della terra *C*, in vece che il corpo *F* non ha niente dalla parte di *F* che poſſa determinarlo a muoverſi, alcuna forza, alcuna legge, alcun oggetto, alcuna cauſa di moto; egli non ha rapporti che con la terra; in eſſa ha la ſua naturale propenſione, la cauſa ed il termine del ſuo moto; ed andando da *E* verſo *D*, egli obbediſce alla forza ſteſſa, ed alla ſteſſa cauſa; muoveſi nella maniera ſteſſa, per la ſteſſa ragione, e ſegue la ſteſſa legge che il corpo *A* nel diſcendere verſo *B*. Così, ſi può dire che due corpi cadono l'uno e l'altro benchè vadino per due ſenſi oppoſti; finalmente l'avvicinarſi alla terra è lo ſteſſo che cadere.

I viaggiatori che hanno fatto il giro del mondo, e ſono in un gran numero, ſono più volte andati nelli noſtri *antipodi*. Quelli di Parigi ſono nel mare del ſud, preſſo della nuova Zelanda, de' quali il capitano Cook ci ha data la deſcrizione.

Gli *antipodi* della Spagna ſono nell' iſola ſteſſa in cui il Signor Marion fu uccifo nel 1772; e nel planiſfero auſtrale fatto dal Signor Duca di Croy, e Sig. Roberto de Vaugondy (*a Parigi preſſo Ferrin*, 1773), ſi trovano ſegnati gli *antipodi* delli luoghi principali dell'Europa. (*De la Lande.*)

ANTITESI (*Algebra.*) Alcuni autori chiamano *antiteſi* l'operazione per la quale ſi traſporta da un membro all'altro di un'equazione un termine di queſta equazione, e queſto ſi fa cancellando queſto termine dal membro dove ſi trova, ponendolo nell'altro membro con un ſegno contrario a quello ch'egli aveva. Così nell' equazione $x+b=a$, ſi ha per *antiteſi* $x=a-b$.

APE (*Aſtronomia.*) Coſtellazione meridionale: chiamaſi anche *moſca indiana*; in latino *muſca* o *apis*; ella non ſi vede in Europa. Non contiene che quattro ſtelle rimarcabili, tre delle quali ſono della quarta grandezza; le altre ſono più picciole. La ſtella principale è le-

(*a*) Nel racconto di queſta iſtoria vi ſono degli errori. *Ved.* le noſtre *Oſſervazioni* all' articolo ANTIPODES nel Dizionario di Geografia dell' Enciclopedia Metodica.

ſegnata nel *Catalogo delle ſtelle* dell'abbate de la Caille, per il 1750 a 185° 38′ 44″ di aſcenſione retta, ed a 67° 45′ 15″ di declinazione auſtrale. *Ved.* Costellazione. (*Sig. de la Lande.*)

API; toro ſacro degli Egizj, emblema del toro celeſte od equinoziale, il quale era conſacrato nelle religioni di tutti i popoli antichi come l'emblema del rinnovellamento della natura in primavera.

APO (*Aſtron.*), cioè *pedibus carens*; alcuna volta corrottamente chiamaſi *Apis*, ma queſto nome è riſervato all'ape od alla moſca. *Apo* è il nome di una coſtellazione meridionale, chiamata anche *uccello del paradiſo*, *avis indica*, *manucodiata*, o *paradiſea*, ed un tal nome le diede Linneo. Queſta coſtellazione, nelle carte del Bayer, ha dodeci ſtelle, nel catalogo del Signor abbate de la Caille vi è un numero più grande. Ved. *Cælum auſtrale ſtelliferum*, e le *Memorie dell' accademia reale delle ſcienze di Parigi* del 1752, *pag.* 569. La ſtella principale di queſta coſtellazione ſi è della quinta grandezza; ella aveva nel 1750, 214° 32′ 45″ di aſcenſione retta, e 77° 57′ 6′ di declinazione auſtrale; ella paſſa al meridiano 37° al di ſotto dell' orizzonte di Parigi. (*D. L.*)

APOCATASTASI, (*Aſtron.*) ſignifica rivoluzione. *Ved.* Grande Anno.

APOGEO (*Aſtron.*) viene da due parole greche ἀπὸ, *longe*, γῆ, *terra*, e ſignifica il punto nel quale un pianeta è più lontano dalla terra. Il ſole e la luna ſopra tutto hanno un *apogeo* ch'è la ſommità del grand' aſſe delle orbite, ch' eſſi deſcrivono o moſtrano di deſcrivere intorno alla terra, perchè, ſebbene la terra giri intorno al ſole, dicesi ſpeſſo, per conformarſi all'uſo antico, che il ſole è in *apogeo* allora quando è la terra afelia, e le apparenze ſono aſſolutamente le ſteſſe quanto al moto annuale; il moto di determinare il luogo dell' *apogeo* di un pianeta, è eſattamente lo ſteſſo che per determinare il luogo dell' afelio per il ſole e li pianeti ſuperiori. *Ved.* Afelio. Il luogo dell' *apogeo* del ſole, al principiar del 1750, era a 3ˢ 8°, 38′ 4″ ſecondo le tavole del de la Caille, ed il ſuo moto, per rapporto agli equinozj, è di 1° 49′ 10″ per ſecolo. La cauſa di queſto moto è l'attrazione delli pianeti, ſpecialmente di Venere e di Giove, come ſi può vedere nell'opera del Sig. Eulero *ſulle ineguaglità della terra*, che ottenne il premio nel 1756 dell' Accademia delle Scienze, ella è nell'ultimo tomo delle Memorie coronate, impreſſo nel 1771. Si poſſono anche vedere le *ricerche* del Sig. d' Alembert ſulli differenti punti importanti del ſiſtema del mondo, la Memoria del Sig. Clairaut ſull' orbita apparente del ſole ch'è nelle Memorie dell' Accademia dell'anno 1754, e nella ſeconda edizione della mia Aſtronomia.

L' *apogeo* della luna, nel 1750, è ſtato a 5ˢ 21° 2′ 32″; ed il ſuo moto nello ſpazio di un anno è di 1ˢ 10° 39′ 50″; ſecondo la tavola del Mayer, la rivoluzione dell' *apogeo*, rapporto alle ſtelle fiſſe è di 8 anni 311 giorni o 3231 giorni 8° 34′ 57′ ½. Oltre il moto progreſſivo dell' *apogeo* della luna, gli aſtronomi hanno oſſervato per lungo tempo l'orbita della luna come ſoggetta ad un bilanciamento nel ſuo *apogeo* giunto ad una variazione nella eccentricità. Oroccio fu il primo autore di queſta ingegnoſa ipoteſi adottata dal Newton nel ſuo famoſo libro dei Principj, e ſulla quale ſono fondate le tavole della luna di Halley e quelle del Flamſteed, che il Sig. le Monnier ha dato alla luce nelle ſue inſtituzioni aſtronomiche. Il Sig. Eulero è il primo che abbia ſoſtituito a queſta ipoteſi una equazione molto più comoda, e che chiamaſi evezione. La ſua quantità è di 1° 20′ 34″. Per rendere ragione dell' ipoteſi dell' Oroccio nelli principj dell' attrazione, bisogna conſiderare che il moto dell' *apogeo* della luna viene dall' eſſere la forza centrale della luna diminuita verſo la terra, ed il moto dev' eſſere più grande quando la linea delle ſizigie concorre con la linea degli apſidi, od allora quando il ſole corriſponde all' apogeo, o perigeo della luna. Quando egli ſi trova nelle quadrature, il moto dell' *apogeo* è al contrario il più lento, perchè la diminuzione totale della forza centrale è la più picciola. Quando il ſole è a 45° degli apſidi, il moto vero dell' *apogeo* è eguale al moto medio; ma allora il ſuo vero luogo è il più differente dal luogo medio, e l' equazione è la maſſima perchè ella è il riſultato di tutti li gradi di veloeità che l' *apogeo* ha ricevuto fino a quel ſegno. Queſta equazione nelle tavole dell' Halley monta a 12° 18′.

Vi è anche una ineguaglianza nel luogo dell' *apogeo* che proviene dalle diſtanze del ſole dalla terra, e che è di 23′ 12″ additiva quando il ſole è a 3 ſegni di anomalia, queſt'è un'equazione annuale. Il moto dell' *apogeo* della luna è difficile da calcolarſi con la teoria dell' attrazione. Clairaut, nel 1747, aveva creduto che la teoria non daſſe che la metà del moto che ſi oſſerva. Egli annunciò ſolennemente queſto riſultato nell'aſſemblea dell' Accademia, delli 15 Novembre 1747, e fece ſtampare la ſua Memoria nel volume del 1745, *p.* 376; ma il volume non era ancora compito d'imprimerſi, quando egli leſſe all' Accademia, li 17 Maggio 1749, una ſpecie di ritrattazione che trovaſi nello ſteſſo volume *pag.* 557, e più detagliatamente nelle Memorie del 1748, *pag.* 433. La prima teoria detagliata dove ſi vede che la legge dell' attrazione ſoddisfaceva eſattamente al moto dell' *apogeo*, è l' opera di Clairaut; che riportò il premio dell' Accademia di Pietroburgo propoſto nel 1750. Il Sig. Eulero, che ne fu giudice, mi raccontò che aveva egli trovata la coſa sì ſtraordinaria, che non aveva potuto perſuaderſi che quando arrivò allo ſteſſo riſultato con un metodo che gli era particolare. Vide allora che i termini i quali tutti li geometri avevano

aſſo-

assolutamente creduto da trascurarsi nella teoria della luna, influivano molto sull' *apogeo*. Clairaut stesso non vi giunse che cercando con un calcolo rigorosissimo il valore di uo termine che bisognava aggiungere, secondo lui, all'espressione generale dell'attrazione newtoniana per trovare un'altra legge di attrazione propria a rappresentare il moto dell'*apogeo*. Questa questione non fa oggi difficoltà alcuna, ed il Sig. d'Alembert dimostrò dal canto suo che l'attrazione del sole in ragione inversa del quadraro della distanza spiega perfettamente la rivoluzione dell'*apogeo* della luna, come si trova per le osservazioni. (*De la Lande*.)

APOGIOVE, (*Astron.*); nome che alcuni astronomi hanno dato all' apside superiore dell' orbira del quarto satellite di Giove, od al punro del suo più grande allontanamento, sebbene questo termine sia composto di una parola greca e di una latina.

APOLLO, (*Astronom.*); nome che alcuni Autori hanno dato alla stella di gemini, chiamata anche *castore*, è la precedente e la più bella delle due; ella è segnata α. (*D. L.*)

APOLLONIANO, ag. Si disegna qualche volta l'iperbole e la parabola ordinaria, con li nomi d'*iperbole* e di *parabole Apolloniane*, per distinguerle da alcune altre curve di un genere più elevato, ed alle quali pure si ha dato il nome d'*iperbole* e di *parabola*. Così $ax = yy$ disegna la parabola *apolloniana*; $aa = xy$ disegna l'iperbole *apolloniana*: ma $aax = y^3$ disegna una parabola del 3° grado; $a^3 = xyy$ disegna un'iperbole del medesimo grado. *Ved.* Parabola ed Iperbole. Chiamansi la *parabola* e la *iperbole* ordinaria *parabola ed iperbole di Apollonio*, perchè di questo antico geometra abbiamo un trattato di sezioni coniche molto esteso. Questo matematico chiamato *Apollonio Pergeo*, perchè era di Perga nella Panfilia, viveva all'incirca 200 anni prima di G. C. Egli ammassò con le sezioni coniche, quanto aveano fatto prima di lui Aristeo, Eudossio di Gnido, Menecmo, Euclide, Conon, Trasideo, Nicotelo; e diede alle tre sezioni coniche il nome di *parabola*, di *ellissi* e d'*iperbole*, che non solo le distinguono, ma le caratterizzano ancora. *Ved. i loro articoli*. Aveva scritto otro libri che giunsero interi fino alli tempi di Pappo di Alessandria, il quale viveva sotto Teodosio; ma poi non si trovarono che li primi quattro libri, fino al 1658, che il famoso Borelli scoperse nella biblioteca di Firenze un manoscritto arabo, il quale conteneva oltre li quattro primi, li tre seguenti: con l'assistenza di un professore arabo, il quale nulla sapeva di Geometria, tradusse questi libri, e li pubblicò. *Ved.* l'*Elogio* del Sig. *Viviani*, fatto dal Sig. de Fontenelle, *Ist. accad.* 1703.

Pare che l'ottavo libro di Apollonio sia stato trovato dopo, perchè si legge nell'elogio del Sig. Halley fatto dal Sig. Mairan (*Ist. acad.* 1742) che il Sig. Halley abbia dato nel 1717 una traduzione latina degli otto libri di Apollonio. Ma questo ottavo libro di Apollonio, il quale si trova nella edizione data dal Sig. Halley, non è dell'antico geometra, come gli altri sette; egli fu rifatto dall'editore sulle indicazioni di Pappo. *Ved. la storia delle Matem.* di Montucla. *Tom.* 1, *pag.* 262. (O.)

In Fabrizio si può vedere un'immensa erudizione sopra le opere di Apollonio Pergeo, come sopra tutti li Matematici greci. *Biblior. gr. t.* 2.

APOMECOMETRIA, (*Geom.*) è l'arte o la maniera di misurare la distanza degli oggetti lontani. *Ved.* Distanza. Questa parola viene dal greco ἀπὸ, μῆκος, *lunghezza*, e μετρέω, *misurare*. (O.)

APORON o Aporismo, significa presso alcuni antichi *geometri* un problema difficile a risolversi, ma di cui non è certo se sia impossibile la soluzione. *Ved.* Problema.

Questa parola viene dal greco ἄπορος, che significa *qualche cosa difficilissima* ed anche *impraticabile*; ella è formata dall'α privativa, e da πόρος, *passaggio*. Tale è il problema della quadratura del circolo. *Ved.* Quadratura, ec.

Allora quando si proponeva una questione a qualche filosofo Greco, specialmente della setta degli accademici, se non potevasi dare la soluzione, la sua risposta era ἀπορῶ, io *non la concepisco*, io *non sono capace di spiegarla*. (O.)

APOTELESMA, (*Astron.*) significa predizione; in Sesto Empirico significa *effetto*, quello ch'è stato fatto, compiuto, deciso. (*Il Sig. de la Lande*.)

APOTEMA, nella *Geometria elementare*, è la perpendicolare condotta dal centro di un poligono regolare su di uno delli suoi lati.

Questa parola viene dal greco ἀπὸ *ab*, *de*, e τίθημι, *sto*, *pono*, apparentemente come chi dicesse *linea tirata dal centro fino al lato*. (O.)

APOTOME, parola usata da alcuni autori, per disegnare la differenza di due quantità incommensurabili. Tale è l'eccesso della radice quadrata di 2 su 1. *Ved.* Incommensurabile.

Questa parola è derivata dal greco ἀποτέμνω, *abscindo*, io tolgo: un *apotome* in Geometria è l'eccesso di una linea data su di un'altra linea che l'è incommensurabile. Tale è l'eccesso della diagonale di un quadrato su di un lato. (O.)

APPARATO, (*Idrod.*) alcuna volta chiamasi così lo stantuffo di una tromba.

Apparato pure significa il complesso di tutte quelle parti, o pezzi, li quali uniti assieme formano una tromba aspirante, o premente, o composta con tutte le sue adiacenze. *Apparato* finalmente in Astronomia è l'ordine, con cui sono disposte in una cassetta le lenti da applicarsi ad un canocchiale, o telescopio.

APPARENTE (*Prosp.*): luogo *apparente*. Il luogo *apparente* di un oggetto, in Ottica, è quello ove esso si vede. Come la distanza *apparente*

rente di un oggetto è ſpeſſo molto differente dalla ſua diſtanza reale, così il luogo *apparente* è ſpeſſo molto differente dal luogo *vero*. Il luogo *apparente* ſi dice particolarmente del luogo, dove ſi vede un oggetto, oſſervandolo a traverſo ad uno o più vetri, o col mezzo di molti ſpecchi. *Ved.* Diottrica, Specchio, ec.

Noi diciamo che il luogo *apparente* è differente dal luogo vero; perchè allora quando la refrazione che ſoffrono a traverſo di un vetro i principali raggi che ogni oggetto molto vicino invia alli occhi noſtri, rende queſti raggi meno divergenti; od allora quando per un effetto contrario, i raggi che vengono da un oggetto molto lontano ſono reſi dalla refrazione in modo divergenti come ſe veniſſero da vicino; allora è neceſſario che l'oggetto compariſca all'occhio di avere cangiato di luogo; ora il luogo che l'oggetto moſtra di occupare, dopo queſto cangiamento prodotto per la divergenza o la convergenza dei raggi, è ciò che ſi chiama *ſuo luogo apparente*. Lo ſteſſo è negli ſpecchi. *Ved.* Visione.

Gli Ottici ſono molto diviſi ſul luogo *apparente* di un oggetto veduto per uno ſpecchio, o per un vetro. La maggior parte hanno creduto, fino a queſti ultimi tempi, che l'oggetto compariſſe nel punto ove il raggio rifleſſo o rotto paſſando per il centro dell'occhio, rincontra la perpendicolare condotta dall'oggetto ſulla ſuperficie dello ſpecchio o del vetro. Tacquet ha cercato nella ſua Catottrica di ſpiegare li fenomeni degli ſpecchi conveſſi e concavi; e di lui ſi è ſervito il Sig. de Mairan per trovare la curva *apparente* del fondo di un bacino pieno di acqua, in una Memoria impreſſa con quelle dell'Accademia del 1740. Ma il padre Tacquet conviene anch'egli, nel fine della ſua Catottrica, che il principio di cui ſe n'è ſervito, non è generale, e ch'è contraddetto dall'eſperienza. A riguardo del ſig. de Mairan, ſembra ch'egli dia queſto principio come un principio di Geometria pinttoſto che di Ottica; ed egli accorda che Newton, Barrow, ed i più celebri autori non l'hanno intieramente ammeſſo. Queſti per determinare il luogo *apparente* dell'oggetto, immaginaronſi da prima che l'oggetto invii ſulla ſuperficie del vetro o dello ſpecchio due raggi viciniſſimi l'uno all'altro, i quali dopo avere ſofferto una o più refrazioni o rifleſſioni entrano nell'occhio. Queſti raggi rotti o rifleſſi, eſſendo prolungati, concorrono in un punto, ed eſſi entrano per conſeguenza nell'occhio, come ſe veniſſero da queſto punto; dal che ne ſegue, ſecondo Newton e Barrow, che il luogo *apparente* dell'oggetto è al punto del concorſo dei raggi rotti o rifleſſi ch'entrano nell'occhio, e queſto punto è facile ad eſſere determinato con la Geometria. *Ved.* L'*Ottica* del Newton, e le *lezioni Ottiche* del Barrow. Queſt'ultimo autore riporta anche una eſperienza che ſembra incontraſtabile, e per mezzo della quale ſi dimoſtra evidentemente che l'immagine *apparente* di un filo a piombo attuffato nell'acqua è curvo; dal che riſulta che il luogo *apparente* di un oggetto veduto per refrazione non è nel ſito, dove il raggio ſpezzato taglia la condotta perpendicolare dell'oggetto ſulla ſuperficie ſpezzante. Ma biſogna confeſſare anche che Barrow, nel fine di queſte *lezioni Ottiche*, fa menzione di un'eſperienza che ſembra contraria al ſuo principio ſul luogo *apparente* dell'immagine che queſta eſperienza è anche contraria all'opinione del padre Tacquet, come alla ſua. Con tutto ciò Barrow non è meno attaccato al ſuo principio ſul luogo *apparente* dell'oggetto, che gli ſembra evidente e ſempliciſſimo; e crede che, nel caſo particolare, in cui queſto principio non ſembra avere luogo, non deveſi attribuire la cauſa che alla poca luce, che noi abbiamo ſulla diretta viſione. A riguardo del Sig. Newton, ſebbene egli ſegua il principio di Barrow nel luogo *apparente* dell'immagine, moſtra di riguardar la ſoluzione di queſto problema come una delle più difficili dell'Ottica. *Punctî illius*, dic'egli, *accurata determinatio problema ſolutu difficillimum præbebit, niſi hypotheſi alicui ſaltem veriſimili, ſi non accurate veræ, nitatur aſſertio. Lec. opt. ſchol. prop. VIII. pag.* 80. *Ved.* Specchio e Diottrica.

In qualunque modo la coſa ſia, ecco delli principj ſulli quali tutti gli Ottici ſi accordano.

Se un oggetto è poſto ad una diſtanza di un vetro conveſſo, minore che quella del ſuo foco, ſi potrà determinare il luogo ſuo *apparente*; s'egli è poſto al foco, il ſuo luogo *apparente* non potrà eſſere determinato; e ſoltanto ſi vedrà in queſt'ultimo caſo lontano moltiſſimo, o, per dir meglio, ſi vedrà confuſamente.

Il luogo *apparente* ancora non ſi potrà determinare, ſe l'oggetto ſia poſto al di là del foco di un vetro conveſſo. Pure ſe l'oggetto è più lontano del vetro conveſſo che del foco, e l'occhio ſia poſto al di là della ſua diſtinta baſe, il ſuo luogo *apparente* ſarà nella baſe diſtinta. Si chiama *baſe diſtinta* un piano, il quale paſſa per il punto del concorſo delli raggi rotti. *Ved.* Lente.

Così ſe un oggetto è poſto ad una diſtanza di uno ſpecchio concavo, minore di quello del ſuo foco, ſi può determinare il ſuo *luogo apparente*; s'egli è poſto al foco, moſtrerà di eſſere moltiſſimo lontano, o per dir meglio, ſi moſtrerà confuſamente, ed il ſuo luogo *apparente* non potrà eſſere determinato.

Se l'oggetto è più lontano dello ſpecchio che il foco, e che l'occhio ſia poſto al di là della baſe diſtinta, il luogo *apparente* ſarà nella baſe diſtinta. *Ved.* Specchio, Concavo, e Catottrica.

Si può ſempre determinare il luogo apparente dell'oggetto in uno ſpecchio conveſſo. (*O.*)

Apparente, *apparens*, ag. in *Aſtronomia*, *al-*

tezza apparente, è quella che si osserva, ed è finta per la *refrazione* e la *parallasi*.

Congiunzione apparente. Vi è *congiunzione apparente* di due pianeti allora quando le loro *apparenti* longitudini, vedute dalla superficie della terra, sono le stesse. La *congiunzione apparente* è distinta dalla *congiunzione vera*, ove il centro della terra è in uno stesso piano perpendicolare all'ecclittica con li centri delli due pianeti. *Ved.* CONGIUNZIONE.

Orizzonte apparente o *sensibile*, è il gran circolo che termina la nostra vista, o quello ch' è formato per il rincontro *apparente* del cielo e della terra.

Quest' orizzonte separa la parte visibile o superiore del cielo dalla parte inferiore che ci è invisibile a cagione della rotondità della terra.

L'*orizzonte apparente* differisce dall'*orizzonte razionale*, che gli è parallelo, ma che passa per il centro della terra. *Ved.* ORIZZONTE. Si può concepire un cono, la di cui sommità sarebbe nell'occhio nostro, e la base sarebbe il piano circolare che termina la nostra vista. Questo piano è *l'orizzonte apparente* o *sensibile*. *Ved.* ABASSAMENTO.

Il diametro *apparente* del sole, della luna o di un pianeta, è la quantità dell'angolo sotto al quale un osservatore posto sulla superficie della terra, scopre questo diametro; si distingue dal diametro reale, il quale si conta in leghe o tese.

Li diametri *apparenti* delli corpi celesti non sono sempre gli stessi. Il diametro *apparente* del sole non è mai più picciolo di 31' 31" al cominciar di Luglio, e non mai più grande che quando è nel suo perigeo o al cominciar di Gennaro; egli è allora di 32' 36". Si troveranno gli altri diametri alla parola PIANETA.

Quando gli oggetti sono molto lontani dall' occhio, il loro diametro *apparente*, cioè, le grandezze *apparenti*, sono proporzionate agli angoli, sotto li quali sono vedute; così sebbene il sole e la luna sieno molto differenti l'uno dall' altro per la grandezza reale, tuttavia il loro diametro *apparente* è ad un di presso lo stesso, perchè si vede quasi sotto lo stesso angolo. La ragione di questo è, che quando due corpi sono molto lontani, qualunque differenza vi sia tra le loro distanze reali, questa differenza non si scopre dagli occhi nostri, e noi le uniamo l'una, e l'altra alla stessa distanza *apparente*; dal che ne avviene che la grandezza, con la quale essi si mostrano, è allora proporzionale all'angolo ottico o visuale. Per conseguenza se due oggetti sono molto lontani, e che le loro grandezze reali sieno come le loro reali distanze, questi oggetti compariranno della stessa grandezza, perchè saranno veduti sotto angoli eguali.

Vi è una sensibilissima differenza tra le grandezze *apparenti*, o diametri *apparenti* del sole e della luna verso l'orizzonte, ed i loro diametri *apparenti*, allor quando sono molto lontani al meridiano. Questo fenomeno ha molto imbarazzato li filosofi; il P. Malebranche è quello che sembra averlo spiegato in una maniera più verisimile, e noi riporteremo la sua spiegazione alla parola DIAMETRO.

E' ancora più singolare la differenza allora quando si riguarda col canocchiale; spesso una persona giudica il pianeta grande come un piatto, un' altra come una picciola moneta; in fatto non vi può esser regola, perchè non vi è termine di comparazione, e si stima la grandezza *apparente* a caso, seguendo il rapporto che si è involontariamente stabilito tra l'impressione che allora si prova nell'occhio, e quella che si ha l'uso di provare riguardando gli oggetti familiari.

La grandezza *apparente* può dunque cangiare, sebbene l'angolo del diametro *apparente* non cangi mai. Così, sebbene l' angolo ottico sia la misura della *grandezza apparente*, secondo gli autori di Ottica, altri ottici pretendono con più fondamento che la *grandezza apparente* di un oggetto, o piuttosto il giudizio che ne portiamo, non dipendi soltanto dall'angolo sotto al quale egli si è veduto; e per provarlo, dicono che un gigante di sei piedi veduto a sei piedi di distanza, ed un nano di un piede veduto ad un piede di distanza, si vedono l'uno e l'altro sotto l'angolo stesso, e che tuttavia il gigante sembra molto più grande; dal che essi concludono che tutto il resto essendo per altro eguale, la *grandezza apparente* di un oggetto dipende molto dalla sua distanza *apparente*, cioè dall' allontanamento al quale mostra di essere. *Ved.* ANGOLO, DIAMETRO.

Così, quando si dice che l'angolo ottico è la misura della *grandezza apparente*, si deve ristringere questa proposizione alli casi nelli quali la distanza *apparente* è supposta la stessa; ovvero devesi intendere per la parola di *grandezza apparente* dell'oggetto, non la grandezza sotto la quale veramente apparisce, ma la grandezza dell' immagine che forma nel fondo dell'occhio. Questa immagine è in fatto proporzionata all' angolo, sotto al quale si vede l'oggetto; ed in questo senso si può dire che la *grandezza apparente* di un oggetto è di altrettanti gradi quanti ne contiene l' angolo ottico, sotto al quale si vede questo oggetto. *Ved.* VISIONE.

Distanza apparente è quella che si osserva in gradi, minuti e secondi tra due astri, prima che sieno sgombri della rifrazione che li fece comparire troppo piccioli, e della parallasse, che cangia anch' essa le distanze, cioè, quegli archi *apparenti* compresi tra li due astri osservati. *Ved.* LONGITUDINE.

Tempo apparente è lo stesso che *tempo vero*; egli differisce dal tempo medio a ragione dell' *equazione del tempo*. (*Il Sig. de la Lande.*)

APPARENZA, (*Prospettiva*): rappresentazione o projezione di una figura, di un corpo o

di

di qualunque oggetto, ſul piano di una tavola. *Ved.* Prospettiva e Proiezione.

Si fa uſo del termine di *apparenza diretta*, per ſegnare la viſta di un oggetto con raggi diretti, cioè con raggi che vengono dall'oggetto, ſenza che ſieno ſtati rifleſſi o rotti. *Vedete* Raggio. *Ved. anche* Ottica, e Visione.

APPIANATO, ag. Chiamaſi *ſferoide appianata* una ſferoide ch'abbia l'aſſe più picciolo del diametro dell'equatore. *Ved.* Sferoide.

APPLICARE ſignifica, in *Matematica*, traſportare una linea data, ſia in un circolo, ſia in un'altra figura curvilinea o rettilinea, in modo che le due eſtremità di queſta linea ſieno nel perimetro della figura.

Applicare ſignifica anche *dividere*, ſpecialmente negli Autori Latini. Eſſi hanno l'uſo di dire: *duc A B in C D*, *conducete A B ſu C D*; parimente *moltiplicate A B per C D*, o fate un parallelogrammo rettangolo di queſte due linee; ed *applica A B ad C D*, *applicate A B a C D*, *dividete A B per C D*, il che ſi eſprime in tal modo $\frac{AB}{CD}$. S'intende anche per *applicare*, ſegnare una linea ſull'altra delle figure differenti; le aree delle quali ſono eguali.

APPLICATA, ſ. f. in *Geometria*; generalmente eſſa è una linea retta terminata con una curva che ne taglia il diametro; od in generale è una linea retta che termina con una delle ſue eſtremità in una curva, e con l'altra eſtremità termina ancora nella ſteſſa curva, od in una linea retta ſegnata ſul piano di queſta curva. Così (*Sez. Con. Fig.* 26) *E M*, *M M*, ſono due *applicate* alla curva *M A M*. *Ved.* Curva, Diametro ec.

APPLICAZIONE, è l'azione di applicare una coſa ad un'altra, avvicinandole, o ponendole l'una dopo l'altra.

Si definiſce il moto per l'*applicazione* ſucceſſiva di un corpo alle differenti parti dello ſpazio. *Ved.* Moto.

S'intende qualche volta per *applicazione* in Geometria, quello che noi chiamiamo in Aritmetica *diviſione*. Queſta parola è più uſata in latino che in francese: *applicare* 6 *ad* 3, è lo ſteſſo che *dividere* 6 per 3. *Ved.* Divisione.

Applicazione, ſi dice anche dell'azione di poſare o di applicare l'una ſull'altra due figure piane egnali od ineguali.

Con l'*applicazione* o ſoprappoſizione ſi dimoſtrano molte propoſizioni fondamentali della Geometria elementare; per eſempio che due triangoli, i quali hanno una ſteſſa baſe, e li angoli ſteſſi alla baſe ſono affatto eguali; che il diametro di un circolo lo divide in due parti perfettamente eguali; che un quadrato è diviſo dalla ſua diagonale in due triangoli eguali e ſimili. *Ved.* Superposizione.

Applicazione di una ſcienza ad on'altra, generalmente ſi dice dell'uſo che ſi fa delli prin-

cipj e delle verità, che appartengono all'una, per perfezionare ed accreſcere l'altra.

In generale non vi è ſcienza od arte che non abbia parte con un'altra. Il diſcorſo preliminare ch'è nel principio dell'Enciclopedia, ed una quantità di articoli di queſto Dizionario, ne fanno la prova.

Applicazione *dell'Algebra* o *dell'Analiſi alla Geometria*. L'Algebra eſſendo, come l'abbiamo detto nel ſuo articolo, il calcolo delle grandezze in generale, e l'Analiſi l'uſo dell'Algebra per iſcoprire le quantità incognite; egli è evidente che dopo averſi ſcoperto l'Algebra e l'Analiſi, ſi pensò ad applicare queſte due ſcienze alla Geometria, perchè le linee e le ſuperficie, e li ſolidi, de' quali tratta la Geometria, ſono grandezze miſurabili e comparabili tra di loro, e che per conſeguenza ſi poſſono aſſegnare i loro rapporti. *Ved.* Aritmetica Universale. Pare che fino al Sig. Carteſio, neſſuno vi abbia penſato, ſebbene l'Algebra aveſſe già fatto delli grandi progreſſi, ſpecialmente con gli ſtudj di Vieta. *Ved.* Algebra. Nella Geometria del Sig. Carteſio ſi trova per la prima volta l'*applicazione* dell'Algebra alla Geometria, come pure li metodi eccellenti per perfezionar l'Algebra ſteſſa. Queſto gran genio ha reſo in tal modo un vantaggio immortale alle Matematiche, ed ha dato la chiave delle più grandi ſcoperte che ſi potè mai ſperar di fare in queſta ſcienza.

Egli fu il primo ad eſprimere con equazioni la natura delle curve, a riſolvere col mezzo di queſte ſteſſe curve, i problemi di Geometria; finalmente a dimoſtrare ſpeſſo i teoremi della Geometria col ſolo uſo del calcolo algebraico, nel mentre che ſarebbe moltiſſimo difficile dimoſtrarli altrimenti ſervendoſi delli metodi ordinarj. Si vederà agli articoli Costruzione, Equazione, Curva, in che conſiſte queſt'*applicazione* dell'Algebra alla Geometria. Noi non ſappiamo ſe gli Antichi aveſſero qualche ſoccorſo ſimile nelle loro ricerche: ſe eſſi non ne ebbero, deveſi molto ammirarli di eſſere andati sì avanti ſenza un tale ſoccorſo. Abbiamo il trattato di Archimede ſulle ſpirali, e le ſue proprie dimoſtrazioni; è difficile di ſapere ſe queſte dimoſtrazioni eſponevano il metodo preciſo, col quale egli è arrivato a ſcoprire le proprietà delle ſpirali; o ſe dopo avere trovato queſte proprietà con qualche metodo particolare, abbia avuto in mira di tenere naſcoſto queſto metodo con delle dimoſtrazioni confuſe. Ma ſe in fatto egli non ſeguì altro metodo, che quello ch'è contenuto in queſte ſteſſe dimoſtrazioni, ci fa ſorprendere ch'egli non ſi ſia ſmarrito; e non ſi può dare una più gran prova della profondità e della eſtenſione del ſuo genio; perchè Bouillaud confeſſa di non avere inteſo le dimoſtrazioni di Archimede; e Vieta le ha ingiuſtamente accuſate di paralogiſmo.

Comunque ſia la coſa, queſte dimoſtrazioni

ſteſſe, le quali hanno coſtato tanta fatica a Bouillaud ed a Vieta, ed altrettanta forſe ad Archimede, in oggi poſſono eſſere moltiſſimo facilitate dall'*applicazione* dell'Algebra alla Geometria. Si può anche dire lo ſteſſo di tutte le opere geometriche degli Antichi: alcuno adeſſo appena le legge, per la facilità che dà l'Algebra di ridurre le loro dimoſtrazioni ad alcune linee di calcolo.

Pure il Sig. Newton, il quale conoſceva meglio di alcun altro tutti il vantaggi dell'Analiſi nella Geometria, ſi lagna in molti luoghi delle ſue Opere, che più non ſi leggono i Geometri antichi.

In fatto comunemente ſi riguarda il metodo, del quale ſi ſono ſerviti gli Antichi nei loro libri di Geometria, come più rigoroſo che quello dell'Analiſi; e le lagnanze del Newton ſono fondate principalmente ſu queſto, temendo che l'uſo troppo frequente dell'Analiſi non faceſſe che la Geometria perdeſſe queſto rigore, il quale caratterizza le ſue dimoſtrazioni. Non ſi può negare che queſto grand'uomo non aveſſe giuſta ragione, almeno in parte, nel raccomandare ſino ad un certo ſegno la lettura delli Geometri antichi. Le loro dimoſtrazioni erano più difficili, eſercitavano più lo ſpirito, e l'accoſtumavano ad una maggior *applicazione*, dandogli più eſtenſione e addeſtrandolo alla pazienza, ed alla fiſſazione tanto neceſſarie per le ſcoperte. Ma non conviene mai andare al di là; e ſe ſi ſtaſſe ſoltanto al metodo degli Antichi, non vi è apparenza che anche li ſommi genj, poteſſero fare nella Geometria grandi ſcoperte, od almeno in sì gran numero come col ſoccorſo dell'Analiſi. Riguardo al vantaggio, che ſi vorrebbe dare alle dimoſtrazioni fatte all'uſo degli Antichi, di eſſere più rigoroſi, che noi, con le dimoſtrazioni analitiche, dubito molto che una tale pretenſione ſia ben fondata. Apro li principj del Newton; vedo che tutto è dimoſtrato alla maniera degli antichi; ma nel tempo ſteſſo vedo chiaramente che Newton ha trovato i ſuoi teoremi con un altro metodo, che quello col quale egli li dimoſtra, e che le ſue dimoſtrazioni non ſono altro che calcoli analitici ch'egli ha tradotti, e traveſtiti col ſoſtituire i nomi delle linee al loro valore algebraico. Se ſi pretende che le dimoſtrazioni del Newton ſieno rigoroſe, il che per altro è vero, perchè le traduzioni di queſte dimoſtrazioni in linguaggio algebraico non ſono elleno pur rigoroſe? Che io chiami una linea $A\cdot B$, o che la diſegni con l'eſpreſſione algebraica a, quale differenza ne può riſultare per la certezza della dimoſtrazione? Per vero dire l'ultima determinazione ha queſto di particolare, che quando averò diſegnato tutte le linee con caratteri algebraici, potrò fare ſu queſti caratteri molte operazioni, ſenza penſare alle linee nè alla figura; ma anche queſto ſi è un vantaggio; lo ſpirito è ſollevato, nè ha biſogno di tutte le ſue forze per riſolvere certi problemi, e l'Analiſi gli riſparmia il più che l'è poſſibile. Baſterà di ſapere che li principj del calcolo ſono certi; la mano calcola con tutta ſicurezza, ed arriva quaſi macchinalmente ad un riſultato che dà il teorema od il problema che ſi ricerca, ed al quale ſenza queſto non ſi giungerebbe, o non ſi ſarebbe arrivati ſe non che con molta fatica. Non dipenderà che dall'Analiſi di dare alla ſua dimoſtrazione od alla ſua ſoluzione il rigore preteſo, che ſi credeva mancargli. Baſterà per queſto di tradurre la dimoſtrazione nel linguaggio degli Antichi, come il Newton ha fatto delle ſue. Si contenti dunque di dire che l'uſo troppo frequente e troppo facile dell'Analiſi può rendere lo ſpirito tardo, e ſi averà ragione, purchè ſi accordiamo nel tempo ſteſſo ſull'aſſoluta neceſſità dell'Analiſi per un gran numero di ricerche; ma io molto dubito che queſto uſo renda le dimoſtrazioni matematiche meno rigoroſe. Si può riguardare il metodo degli Antichi come una ſtrada difficile, tortuoſa, imbarazzata, nella quale il Geometra guida i ſuoi lettori: l'Analiſta poſto ad un punto di viſta più elevato, vede, per così dire, queſta ſtrada ad un colpo d'occhio; dipende da lui di ſcorrere tutti li ſentieri, di condurre gli altri, e di arreſtarli quanto egli vuole.

Del reſto vi ſono dei caſi, ne' quali l'uſo dell'Analiſi, in vece di abbreviare le dimoſtrazioni, le rende al contrario più imbarazzate. In queſto numero ſono tra gli altri molti problemi o teoremi, ne' quali ſi tratta di comparare degli angoli tra loro. Queſti angoli non ſono eſprimibili analiticamente che per i loro ſeni, e l'eſpreſſione delli ſeni degli angoli è ſpeſſe volte complicata; il che rende le coſtruzioni e le dimoſtrazioni difficili ſervendoſi dell'Analiſi. Del reſto, devono i grandi Geometri ſapere quanto debbaſi far uſo del metodo degli Antichi e preferirgli l'Analiſi. Sarà difficile il dare ſu queſto delle regole eſatte e generali.

Applicazione *della Geometria all'Algebra*. Sebbene ſia molto più in uſo e più comodo di applicar l'Algebra alla Geometria, che la Geometria all'Algebra, pure queſt'ultima *applicazione* ha luogo in certi caſi. Siccome ſi rappreſentano le linee geometriche con lettere, ſi può alcuna volta figurare con delle linee le grandezze numeriche eſpreſſe con queſte lettere, e può anche in qualche occaſione riſultarne più facilità per la dimoſtrazione di certi teoremi, o la riſoluzione di certi problemi. Per darne un ſemplice eſempio, ſi ſupponga che io voglia prendere il quadrato di $a+b$; io poſſo col calcolo algebraico dimoſtrare che queſto quadrato contiene il quadrato di a, più quello di b, più due volte il prodotto di a per b. Ma io poſſo anche dimoſtrare queſta propoſizione ſervendomi della Geometria. Per ciò non altro devo fare che un quadrato, del quale io dividerei la baſe, e ciaſcuna altezza in due parti, delle quali una chiamerei a, l'altra b; indi tirando per li punti

di

di divisione le linee parallele ai lati del quadrato, io dividerei questo quadrato in quattro superficie, dal che si vedrà al primo colpo d'occhio che l'una sarà il quadrato di a, un'altra quello di b, e le due altre saranno ciascheduna un rettangolo formato di a e b; dal che ne segue che il quadrato del binomio $a+b$ contiene il quadrato di ciascheduna delle due parti, più due volte il prodotto della prima per la seconda. Questo esempio semplicissimo ed a portata di ogn' uno, può servire a far vedere come si applica la Geometria all' Algebra, cioè come può servir la Geometria per dimostrare i teoremi dell' Algebra.

Del resto l'*applicazione* della Geometria all' Algebra non è tanto necessaria nell'esempio da noi riportato, che in molti altri troppo complicati. Per non farne qui un'esatta numerazione, si contenteremo di dire che la considerazione, per esempio, delle curve del genere parabolico, e del corso di queste curve rapporto al loro asse, è spesse volte utile per facilmente dimostrare molti teoremi sulle equazioni, e sulle radici. *Ved.* soprattutto l'uso che il Sig. abbate di Gua fece su tal sorta di curve, *Mem. Accad.* 1741, per dimostrare la famosa regola di Cartesio sul numero delle radici delle equazioni. *Ved.* Parabolico, Costruzione, ec.

Si può anche qualche volta applicare la Geometria all' Aritmetica, cioè servirsi della Geometria per dimostrare più facilmente senza Analisi, ed in una maniera generale certi teoremi di Aritmetica; per esempio, che la serie delli numeri impari 1, 3, 5, 7, 9, ec. aggiunti successivamente, danno la serie delli quadrati 1, 4, 9, 16, 25, ec.

Per far questo si faccia un triangolo rettangolo ABE (*Meccan. Fig.* 65), un lato del quale sia orizzontale, e l'altro verticale (io li disegno per *orizzontale* e *verticale*, per fissare l'immaginazione): dividete il lato verticale AB in quante parti eguali vorrete, e per li punti di divisione 1, 2, 3, 4, ec. conducete le parallele $1f$, $2g$, ec. a BE; voi tosto avrete il picciolo triangolo $A1f$, indi il trapezio $1fg2$, il quale varrà tre volte questo triangolo; poi un terzo trapezio $2gb3$, il quale varrà cinque volte questo triangolo: in modo che gli spazj terminati dalle parallele $1f$, $2g$ ec. saranno rappresentati dalli seguenti numeri, 1, 3, 5, 7, ec. cominciando per il triangolo $A1f$, e disegnando questo triangolo per 1.

Ora le somme di questi spazj saranno li triangoli $A1f$, $A2g$, $A3b$ ec, i quali sono come li quadrati dei lati $a1$, $a2$, $a3$, o come 1, 4, 9, ec. Dunque la somma delli numeri impari dà in seguito delli numeri quadrati. Certamente si può dimostrare questa proposizione algebraicamente; ma la precedente dimostrazione può soddisfare quelli che ignorano l'Algebra. *Ved.* Accelerazione.

Applicazione *della Geometria e dell' Algebra alla Meccanica*. Ella è fondata sulli principj stessi come l'*applicazione* dell' Algebra alla Geometria. Ella principalmente consiste a rappresentare con delle equazioni le curve che descrivono i corpi nel loro moto, a determinare l'equazione degli spazj descritti dalli corpi (allora quando sono animati da qualunque forza), ed il tempo che impiegano a scorrere questi spazj ec. Per verità non si possono paragonare insieme due cose di una differente natura, come lo spazio ed il tempo; ma si può paragonare il rapporto delle parti del tempo, con quello delle parti dello spazio percorso. Il tempo per sua natura scorre uniformemente, e la Meccanica suppone questa uniformità. Del resto senza conoscere il tempo in lui stesso, e senza avere una precisa misura, noi non possiamo rappresentare più chiaramente il rapporto delle sue parti, che con quello delle parti di una linea retta indefinita. Ora l'analogia che vi è tra il rapporto delle parti di una tal linea, e quello delle parti dello spazio scorso da un corpo che in qualunque maniera si muove, può essere espresso sempre da una equazione. Si può dunque immaginare una curva, le ascisse della quale rappresentino le porzioni del tempo scorso dopo il cominciamento del moto; le ordinate corrispondenti disegnino gli spazj scorsi, duranti queste porzioni di tempo. L'equazione di questa curva esprimerà, non il rapporto delli tempi agli spazj, ma, se si può dire così, il rapporto del rapporto che le parti del tempo hanno fra loro unite, a quello che le parti dello spazio scorso hanno fra loro; perchè l'equazione d'una curva può essere considerata o come esprimente il rapporto dell'ordinate alle ascisse, o come l'equazione tra il rapporto che le ordinate hanno alla loro unità, e quello che le ascisse corrispondenti hanno alla loro unità.

Dunque egli è evidente, che con l'*applicazione* sola della Geometria e del calcolo, si può senza il soccorso di altro principio, trovare le proprietà generali del moto vario che segue una qualunque legge. Si può vedere all'articolo Accelerato, un esempio dell'*applicazione* della Geometria alla Meccanica; i tempi della discesa di un corpo pesante sono rappresentati dalle ascisse di un triangolo, le velocità dalle ordinate (*Ved.* Ascissa ed Ordinata), e gli spazj scorsi dall'area delle parti del triangolo. *Ved.* Traiettoria, Moto, Tempo, ec.

Applicazione *della Meccanica alla Geometria*. Consiste principalmente nell'uso che si fa qualche volta del *centro di gravità* delle figure per determinare i solidi, ch'esse formano.

Applicazione *della Geometria e dell' Astronomia alla Geografia*. Consiste in tre cose. 1°. A determinare con le operazioni geometriche ed astronomiche la figura del globo da noi abitato. *Ved.* Figura della Terra, Grado, ec. 2°. A trovare con le osservazioni delle longitudini e latitudini la posizione dei luoghi. *Ved.* Longitudine e Latitudine. 3°. A determinare con geo-

geomettiche operazioni la posizione dei luoghi poco lontani l'uno dall'altro. *Ved.* Carta.

L'Astronomia e la Geometria sono di un grand' uso nella navigazione. *Ved.* Navigazione, ec.

Applicazione *della Geometria e dell'Analisi alla Fisica*. Noi la dobbiamo al Newton, come a Cartesio dobbiamo l'*applicazione* dell'Algebra alla Geometria. La maggior parte delle proprietà delli corpi hanno tra loro dei rapporti più o meno marcati che possiamo paragonare insieme, e questo lo facciamo con la Geometria e con l'Analisi o l'Algebra. Tutte le scienze fisico-matematiche hanno per fondamento quest' *applicazione*. Una sola osservazione od esperienza dà sovente tutta una scienza. Supponete, come si sa per esperienza, che i raggi della luce si riflettino facendo l'angolo d'incidenza eguale all'angolo di riflessione, averete tutta la Catottrica. *Ved.* Catottrica. Questa esperienza una volta che sia ammessa, diviene la Catottrica una scienza puramente geometrica, mentr' ella si riduce a paragonare degli angoli e delle linee date di posizione. Lo stesso è di un' infinità di altre. Generalmente, col soccorso della Geometria e dell'Analisi si giunge a determinare la quantità di un effetto che dipende da un altro effetto che sia meglio conosciuto. Dunque questa scienza ci è quasi sempre necessaria nella comparazione ed esame delli fatti scoperti dalla esperienza. Conviene confessare pertanto, che i differenti soggetti di Fisica non sono in egual modo suscettibili *dell'applicazione* della Geometria. Molte espetienze, come quella della calamita, dell'elettricità, ed una infinità di altre, non dipendono dal calcolo; in tal caso bisogna lasciare di applicarla. I Geometri qualche volta cadono in questo difetto, sostituendo delle ipotesi alle esperienze, e per conseguenza facendo calcoli. Ma questi calcoli non devono aver valore che quanto le ipotesi sulle quali sono appoggiati, sono conformi alla natura, e bisogna perciò che le osservazioni le confermino, il che per avventura non accade sempre. Quand' anche le ipotesi sieno vere, non sono tuttavia sufficienti. Se vi è in un effetto un gran numero di circostanze dovute a molte cause che nel tempo stesso agiscono, e ci basti di considerare alcuna di queste cause, perchè essendo più semplici, può essere più facilmente calcolato il loro effetto; si potrà con un tal metodo avere l'effetto parziale di queste cause; ma questo effetto sarà molto differente dall'effetto totale che risulta dalla riunione di tutte le cause.

Applicazione *del metodo geometrico alla Metafisica*. Si è qualche volta fatto abuso della Geometria nella Fisica, applicando il calcolo delle proprietà dei corpi a delle ipotesi arbitrarie. Nelle scienze che non possono per loro natura essere sommesse ad alcun calcolo, si fece abuso del metodo delli geometri; perchè non si può far abuso che del metodo. Molte opere metafisiche, che spesso non contengono niente meno che delle verità certe, sono state eseguite alla maniera delli geometri; e si vedono in tutte le pagine le grandi parole di *assioma*, di *teorema*, di *corollario*, ec.

Gli autori di queste opere apparentemente s'immaginarono che tali parole facessero per qualche secreta virtù l'essenza di una dimostrazione, e che scrivendo al fine di una proposizione, *il che era da dimostrarsi*, si rendesse dimostrato ciò che non lo è. Ma la Geometria non riconosce la sua certezza da questo metodo, ma bensì dall'evidenza, e dalla semplicità del suo oggetto; e siccome un libro di Geometria potrebbe essere buonissimo allontanandosi anche dalla sua forma ordinaria, un libro di Metafisica o di Morale può spesso essere cattivo seguendo il metodo delli Geometri. Conviene diffidare di tal sorta di opere; perchè la maggior parte delle pretese dimostrazioni non sono fondate che sull'abuso delle parole. Quelli che si sono posti a riflettere su questa materia, sanno bene come l'abuso delle parole è facile ed ordinario specialmente nelle materie metafisiche. E si può dire che gli Scolastici in questo si sono distinti. Non si potrebbe mai abbastanza lagnarsi di non avere essi fatto miglior uso della loro perspicacia.

Applicazione *della Metafisica alla Geometria*. Si fà qualche volta abuso della Metafisica nella Geometria, come si abusa del metodo delli Geometri in Metafisica. Non è che anche la Geometria non abbia, come tutte le altre scienze, una metafisica che le è propria; questa metafisica è anche certa ed incontrastabile, perchè le proposizioni geometriche che ne risultano, sono di un'evidenza tale che non si può rifiutarle. Ma siccome la certezza delle Matematiche dipende dalla semplicità del suo oggetto, così la Metafisica non potrebbe mai essere troppo semplice, e troppo luminosa: ella deve ridursi a delle nozioni chiare, precise, e senza oscurità alcuna. In fatto, come mai le conseguenze potrebbero essere certe ed evidenti, se li principj non lo fossero! Tuttavia qualche Autore ha creduto poter introdurre nella Geometria una metafisica bene spesso oscura molto, e ciò ch'è peggio, dimostrare con questa metafisica delle verità, delle quali già eravamo certi per altri principj. Questo è il modo di rendere queste verità dubbiose, che non lo erano. La nuova Geometria diede occasione principalmente ad un sì cattivo metodo. Si è creduto che gl'infinitamente piccioli, su quali ella versa, fossero quantità reali. Si ha voluto ammettere degli infiniti più grandi gli uni degli altri. Si sono riconosciuti degli infinitamente piccioli di ordini differenti, riguardandoli come realità; in vece di cercare di ridurre queste supposizioni e questi calcoli a semplici nozioni. *Ved.* Differenziale, Infinito, ed Infinitamente picciolo.

Un altro abuso della Metafisica in Geometria con-

conſiſte a voler confinarſi in certi caſi alla Metafiſica per delle dimoſtrazioni geometriche. Suppoonendo anche che li principj metafiſici da' quali ſi parte, ſieno certi ed evidenti, non vi ſono propoſizioni geometriche che non ſi poſſano rigoroſamente dimoſtrare con queſti ſoli ſoccorſi; e, per così dire, quaſi tutte domandano la miſura ed il calcolo. Queſta maniera di dimoſtrare è bensì meteriale, ſe così ſi vuole; ma finalmente è quaſi ſempre la ſola, che ſia ſicura: beosì con la penoa io mano, e non con metafiſiche ragioni ſi poſſono fare delle combinazioni, e delli calcoli eſatti.

Del reſto, queſt' ultima metafiſica, della quale parlato abbiamo, è buona fino ad un certo ſegno, purchè non ſi ſi confini in eſſa. Ella fa travedere i principj delle ſcoperte: ella ci preſta delle viſte; ella c' indirizza nel cammino: ma noi non ſiamo certi di eſſervi, ſe ſi può eſprimerſi in tal modo, che dopo di eſſerci ajutati coll' appoggio del calcolo, per conoſcere gli oggetti che noi non travedevamo prima che confuſamente.

Pare che i gran Geometri dovrebbero eſſere ſempre eccelleoti Metafiſici, al meno ſugli oggetti della loro ſcieoza: ma por queſto non è ſempre. Alcuni Geometri ſembrano a certuni che aveſſero il ſenſo della viſta contrario a quello del tatto; e queſto non prova niente più che come il calcolo è neceſſario per le verità geometriche. Del reſto, io credo che ſi può almeno aſſicurare che un Geometra, il quale ſia cattivo Metafiſico ſopra i ſoggetti ne' quali egli ſi occupa, ſarà certamente un deteſtabile Metafiſico anche ſul reſto. Così, la Geometria, che miſura i corpi, può ſervire in certi caſi a miſurare gli ſpiriti ſteſſi.

Applicazione *di una coſa ad un' altra*, generalmeote ſi dice, *in materia di Scienza* o *di Arte*, per diſegnare l' uſo che oe fa la prima per conoſcere o perfezionare la ſeconda. Così, l' *applicazione* della cicloide ai penduli, ſignifica l' uſo che ſi fa della cicloide per perfezioonare i penduli. *Ved.* Pendulo, Cicloide ec., e così di una infinità di altri eſempj. (O.)

Applicazione, *termine di Aſtrologia*, il quale eſprime il rapporto di un grado precedente ad un grado ſeguente, quanto alle influenze. *Ptolem. de judiciis, l.* 1 *in fine*. (*D. L.*)

APPOGGIATO ag. Si dice, *in termine di Geometria*, che gli angoli, la ſommità de' quali è nella circonferenza di qualche ſegmento di circolo, *ſi appoggiano* o ſono poſati ſull' arco dell' altro ſegmento del di ſotto. Così, (*Geomet. Fig.* 12) l' angolo *BAD*, che ha la ſommità nella circonferenza del ſegmento *BGAHD*, ſi dice *appoggiato* ſull' altro ſegmento *BOD*. *Ved.* Segmento.

APPOGGIO o *Punto di Appoggio in una leva*, è il puoto fiſſo, iotorno al quale il peſo e la potenza ſono equilibrati io una leva. Così, in una bilancia ordinaria il punto di mezzo, per il quale ſi ſoſpende la bilancia, è il punto *di appoggio*. *Il punto di appoggio* in una leva, allora quando la potenza ed i peſi ſono in direzioni parallele, è ſempre caricato di una quantità eguale alla ſomma della potenza e del peſo. Così, in una bilancia ordinaria a braccia eguali, il carico *del punto di appoggio* è eguale alla ſomma delli peſi che ſono oelli piatti della bilancia, cioè al doppio di uno di queſti peſi. Per queſta ragione ſi vede, che *l' appoggio* è meno caricato nella bilancia chiamata *romana* o *ſtadera*, che nella bilaneia ordinaria; perchè per peſare, per eſempio, un peſo di ſei libbre con la bilancia ordioaria, biſogna che dall' altra parte vi ſia un peſo di ſei libbre, ed il carico dell' *appoggio* è di dodici libbre, In vece che, ſervendoſi della ſtadera, ſi può peſare il peſo di ſei libbre col peſo di una libbra, ed il carico dell' *appoggio* non è allora che di ſette libbre. *Ved.* Stadera, Romana, ec. (O.)

APPROSSIMAZIONE (*Alg.*); operaz'one per mezzo della quale ſi trova in una maniera approſſimata il valore di una quantità che rigoroſamente non ſi può trovare.

Queſta operazione è uſata per le radiei delli numeri, che non ſono delle potenze perfette; per trovare il valore approſſimato dell' ineognita in una equazione che non ſi può eſattameote riſolvere, ec. Entriamo in qualche detaglio.

I. Tutti li Trattati di Aritmetica inſegnano a trovare per *approſſimazione* le radiei quadrate, e cubiche dei numeri che non ſono quadrati perfetti, o perfetti cubi. Si può arrivare facilmente al fine ſteſſo, per una qualunque radice, o mezzo di algebra, come ſono per iſpiegare.

Sia primieramente da trovarſi la radice quadrata approſſimata di un numero, che non è un quadrato perfetto. Io comineio ad oſſervare che un tal numero (già ſi tratta ſempre di numeri iotieri) è compreſo tra due quadrati conſecutivi, cioè tra due quadrati, le radici de' quali non differiſcono che dell' unità. Dal che ne ſegue che ogni numero non quadrato può eſſere ſegnato con la formula $m^2 \pm n$; m^2 eſſendo il quadrato ſuperiore od ioferiore a queſto oumero, n la parte che biſogna aggiungere ad m^2, o ſottrarre, per formare il numero in queſtione. Poſto queſto io conſidero che $\sqrt{(m^2 \pm n)}$ è lo ſteſſo che $(m^2 \pm n)^{\frac{1}{2}}$ (*Ved.* Esponente); ed io ſviluppo $(m^2 \pm n)^{\frac{1}{2}}$ in ſerie, col mezzo della formula del binomio (*Ved.* Binomio); il che mi dà $\sqrt{(m^2 \pm n)} = m \pm \frac{n}{2m} - \frac{n^2}{8m^3} \pm \frac{n^3}{16m^5}$ — ec. Si vede che m ed n, eſſendò ſuppoſti numeri intieri, queſta ſerie convergerà ſempre, purchè $\frac{n}{m}$ non ſorpaſſi l' unità.

Per

Per esempio, sia il numero 150, che non è un quadrato perfetto, e del quale si dimanda la radice approssimata: io comincio col cercare, col mezzo delle regole dell' Aritmetica, la radice del più grande quadrato contenuto in 150; questa radice è 12, ed il quadrato 144: dal che io rilevo che 150 è compreso tra il quadrato di 12, cioè 144, e quello di 13, cioè 169; ma, siccome il numero 150 è più vicino a 144 che a 169, io lo riporto alla formula $m^2 \pm n$, prendendo $m^2 = 144$, $n = 6$. Allora la formula diviene $12 \pm \frac{6}{24} - \frac{36}{8.1728} \pm \frac{216}{16.248832}$ — ec.; lo che forma una serie convergentissima. Basterà di prendere li suoi tre primi termini per avere il valore approssimato di tutto il resto, o della radice quadrata di 150. Ora li due primi termini, i quali hanno il segno + essendo insieme uniti, daranno $12 + \frac{1}{4}$, da cui togliendo la frazione $\frac{36}{8.1728}$ o $\frac{1}{384}$, si avrà, per risultato delli tre termini, de' quali si tratta, $12 + \frac{95}{384}$ o (riducendo la parte $\frac{95}{84}$ in parti decimali, *Ved.* questa parola) 12,247395, che appena differisce dalla vera radice di $\frac{1}{100000}$.

Sia, per il secondo esempio, il numero 1289, che non è un quadrato perfetto. Si trova tosto che la radice del più gran quadrato, contenuto in questo numero, è 35, il di cui quadrato è 1225. Il quadrato immediatamente superiore, vale a dire quello di 36, è 1296. Per conseguenza il numero proposto è compreso tra li due quadrati consecutivi 1225, e 1296 ma più approssimantesi al secondo di quello che al primo. Io lo riporto dunque alla formula $m^2 - n$, prendendo $m^2 = 1296$, $n = 7$. Allora la serie diviene $36 - \frac{7}{72} - \frac{49}{8.46656}$ — ec. da cui prendendo solamente li tre primi termini, si ha 35, 902644 per la radice quadrata approssimata di 1289.

La formula è la stessa per la radice cuba, la radice quarta, ec. Per esempio, un numero che non è un cubo perfetto, può essere rappresentato per $m^3 \pm n$, m^3 essendo il cubo superiore od inferiore, n la parte aggettiva o sottrattiva, la quale compie il numero proposto. Allora si ha $\sqrt[3]{(m^3 \pm n)} = (m^3 \pm n)^{\frac{1}{3}} = m \pm \frac{n}{3m^2} - \frac{n^2}{9m^5} \pm \frac{5n^3}{81m^8} - \frac{10n^4}{243m^{11}} \pm$ ec. L' applicazione alli numeri non ha difficoltà alcuna.

II. L'arte di risolvere per *approssimazione* le equazioni che rigorosamente non si possono risolvere, è fondata su di alcuni principj generali, che sono per ispiegare. Comincio dalle equazinni numeriche, cioè, dalle equazioni, nelle quali non vi è altra quantità letterale che l'incognita.

III. Teorema. *Se, sostituendo in una qualunque siasi equazione due numeri differenti al sito dell' incognita si ottengono delli risultati di segni contrarj; uno dei valori dell' incognita sarà compreso tra li due numeri sostituiti.*

Sia, per esempio, l' equazione $x^4 + nx^3 + px^2 + qx + r = 0$; supponiamo che le sue quattro radici sieno $x = a$, $x = b$, $x = c$, $x = d$, e che si abbia $a > b$, $b > c$, $c > d$. Noi averemo $(x-a).(x-b).(x-c).(x-d) = 0$; e sostituendo successivamente g ed b in luogo di x, formeremo li due prodotti:

$(A) \ldots (g-a) \times (g-b) \times (g-c) \times (g-d)$,

$(B) \ldots (b-a) \times (b-b) \times (b-c) \times (b-d)$.

Posto questo, sieno $g > a$; $b < a$, ed $b > b$: egli è chiaro che tutti li fattori del prodotto (A) sono positivi, che il primo fattore del prodotto (B) è negativo, e gli altri positivi; dunque il prodotto (A) è positivo, il prodotto (B) negativo, e la radice a è compresa tra g ed b.

2.° Sieno $g > b$, e $g < a$; $b < b$, ed $b > c$: il primo fattore di (A) è negativo, gli altri positivi: li due primi fattori di (B) sono negativi, gli altri positivi: dunque il prodotto (A) è negativo, il prodotto (B) positivo, e la radice b compresa tra g ed b.

3.° Sieno $g > c$, e $g < b$; $b < c$, e $b > d$: li due primi fattori di (A) sono negativi, e li due altri positivi; li tre primi fattori di (B) sono negativi, il quarto positivo; dunque il prodotto (A) è positivo, il prodotto (B) negativo, e la radice c è compresa tra g ed b.

4.° Finalmente, sieno $g > d$, e $g < c$; $b > d$: li tre primi fattori di (A) sono negativi, il quarto positivo; li quattro fattori di (B) sono negativi; dunque il prodotto (A) è negativo, il prodotto (B) positivo, e la radice d è compresa tra g ed b.

Si applicherà facilmente la stessa dimostrazione ad una equazione di qualunque altro grado.

IV. Corollario I. Quindi se li due termini g, ed b non differiscano tra loro che d'un' unità, il valore che si otterrà di x ponendo g, od b in luogo di questa incognita, non differirà punto d'una unità dal vero valore di x.

V. Corollario II. Ogni equazione, l'ultimo termine della quale è negativo, il primo essendo positivo, ha necessariamente almeno una radice positiva. Perchè, sia l'equazione generale $x^m + px^{m-1} + qx^{m-2} \ldots - K = 0$. Se si fa $x = 0$, si averà il risultato negativo $-K$; e se si fa $x = \infty$ (*a*), si averà il risultato positivo $+\infty$. Così, si ha qui $g = 0$, $b = \infty$. Dunque uno delli valori

(*a*) Questo carattere ∞ serve generalmente a dispignare una qualunque siasi grandezza infinita.

Digitized by Google

lori di x è compreso tra 0 e ∞; per conseguenza egli è uno delli numeri reali positivi compresi tra questi due limiti.

VI. Corollario III. Ogni equazione di un grado impari ha almeno una radice reale la quale sarà positiva o negativa, secondo che l'ultimo termine dell' equazione sarà negativo o positivo, il primo essendo sempre supposto positivo. In fatto, si vede tosto che il primo caso è compreso nell' articolo precedente. Per dimostrare il secoado, si osserverà che il numero delli termini di un' equazione di un grado impari essendo pari, se si cangiano li segni di questi termini presi a due a due contando dopo il secondo inclusivamente fino all' ultimo, le radici positive diveniranno negative e le negative positive. (*Ved.* Radice). Ora con questo cangiamento delli segni, l'ultimo termine dell' equazione diviene negativo. Dunque la nuova equazione ha almeno una radice positiva, e per conseguenza la equazione primitiva ha almeno una radice negativa corrispondente.

VII. Corollario IV. Una equazione di un grado pari, l'ultimo termine della quale sia negativo, ha almeno due radici reali, una positiva, l'altra negativa. Perchè da prima ella ha una radice reale positiva (V). Indi se si cangiano li segni delli suoi termini presi a due a due contando dal secondo infino all' ultimo, per cangiare le radici positive in negative, e le negative in positive; si averà un equazione, l'ultimo termine della quale resterà lo stesso in tutto quello della proposta. Dunque questa nuova equazione averà almeno una radice reale positiva; e per conseguenza la radice corrispondente dell' equazione proposta sarà reale e negativa.

VIII. *Osservazione*. Può succedere che una equazione non dia mai delli risultati di segni contrarj, qualunque numero si sostituisca in luogo dell' incognita. Ciò accade, 1. allora quando l' equazione contiene soltanto delle radici eguali due a due, quattro a quattro ec. Così, per esempio, l'equazione $(x-a)^2 \times (x-b)^4 \ldots = 0$, conserverà evidentemente sempre lo stesso segno, qualunque valore si attribuisca ad x.

2. Allora quando l' equazione contiene soltanto delle radici immaginarie. Tale è l'equazione $(x+a+b\sqrt{-1}).(x+a-b\sqrt{-1}).(x-c+d\sqrt{-1}).(x-c-d\sqrt{-1}) \ldots = 0$, che averà sempre lo stesso segno, qualunque valore si dia ad x. Sulla qual cosa bisogna ricordarsi che vanno le immaginarie sempre a due a due, e che due radici, le quali compongono uno stesso pari, non mai differiscono che per il segno della parte immaginaria.

3. Allorquando l' equazione contiene nel tempo stesso delle radici eguali due a due, quattro a quattro ec., e delle radici immaginarie. Tale è l' equazione $(x-a)^2 (x-b)^4 (x+c+d\sqrt{-1})(x+c-d\sqrt{-1}) = 0$.

Concludiamo da questo che tutte l'equazioni, le quali danno dei risultati di segni contrarj,

ponendo in luogo dell' incognita delli numeri reali, differenti, non cadono in alcuno delli tre casi precedenti.

IX. Problema. *Risolvere una equazione qualunque sia, se non rigorosamente, almeno per approssimazione*. Comincio dall' esaminare se questa equazione non contenga delle radici eguali; queste radici, se ve ne sono, si trovano come si dimostrerà alla parola *radice*; e si arriva ad una equazione di un grado inferiore, che più non contiene radici eguali. Esamino ancora se l' equazione non ha delli divisori commensurabili di una dimensione; questi divisori si trovano col metodo che si spiegherà alla parola Divisore *commensurabile*. Col mezzo di queste preliminari ricerche, non si averà che a risolvere delle equazioni, le quali contengono delle radici reali ineguali e incommensurabili, o delle radici immaginarie, o delle radici in parte ineguali reali ed incommensurabili, in parte immaginarie. Suppongo dunque che le equazioni che si devono risolvere per *approssimazione*, sieno di questa natura: si vedrà con li seguenti esempj come bisogna operare in generale. Questi esempj differenti hanno ciascheduno la loro difficoltà particolare, e si riportano a differenti sorta di equazioni.

Esempio I. *Risolvere con una prima approssimazione l' equazione* $x^3+5x+7=0$.

Siccome questa equazione è di un grado impari, ed il suo termine ultimo è positivo, io son assicurato (VI) ch' ella ha almeno una radice reale negativa, e che per conseguenza non posso mancar di ottenere delli risultati di segni contrarj, sostituendo per x due numeri negativi differenti. Faccio dunque da prima $x=0$, o $x=-0$, il che dà il risultato positivo $+7$; io faccio $x=-1$, il che dà ancora un risultato positivo $+2$; faccio $x=-2$, il che dà il risultato negativo -11. Dal che concludo che una delle radici dell' equazione è compresa tra -1, e -2. Le due altre radici sono immaginarie; ma, se elleno sono reali, si determineranno egualmente i loro limiti.

Noi fra poco vedremo come si abbiano a trovare i limiti più stretti per la radice reale.

Esempio II. *Risolvere per una prima approssimazione l' equazione* $x^3-16x^2+7x+37=0$.

Supponiamo successivamente $x=0$, $x=1$, $x=2$, $x=3$ ec., poscia $x=-0$, $x=-1$, $x=-2$, $x=-4$ ec. Noi ricaveremo la tavola qui posta:

Suppoſizioni.	Riſultati.	Suppoſizioni.	Riſultati.
$x=0$	$+37.$	$x=-0$	$+37.$
$x=1$	$+29.$	$x=-1$	$+15.$
$x=2$	$+3.$	$x=-2$	$-25.$
$x=3$	$+5.$	$x=-3$	$-47.$
$x=4$	$+65.$	$x=-4$	$+9.$
$x=5$	$+297.$		

Dal che dobbiamo concludere che uno dei valori di x è compreso tra 2 e 3; un secondo, tra 3 e 4; un terzo tra -1 e -2; finalmente un quarto tra -3 e -4.

Esempio III. *Risolvere, con una prima approssimazione, l'equazione* $x^4 - 15x^2 + 7x + 37 = 0$.

Facendo successivamente $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$, $x = 4$, $x = 5$, ec., si troveranno sempre delli risultati positivi; ma non devesi aver fretta di concludere che l'equazione non ha radici positive: perchè potrebbe avvenire che li valori supposti per x diventino troppo grandi. Il più facile mezzo di assicurarsene, si è di cangiare l'equazione in un'altra ch'abbia le radici più grandi, per esempio, dieci volte più grandi; e di esaminare se accrescendo successivamente di una unità la nuova incognita, non si giunga a delli risultati di segni contrarj. Io faccio dunque $x = \frac{y}{10}$; (io farei $x = \frac{y}{m}$, se avere voleſſi una equazione, le radici della quale fossero m più grandi).

La suppoſizione $x = \frac{y}{20}$ cangia l'equazione proposta in questa: $y^4 - 1500y^2 + 7000y + 3700000 = 0$. Indi suppongo successivamente $y = 0$, $y = 1$, $y = 2$, $y = 3$ ..... $y = 10$, $y = 11$, $y = 12$ ..... $y = 20$, $y = 21$, $y = 22$ ec., ed io trovo che le due suppoſizioni $y = 24$, $y = 25$, hanno delli risultati di segni contrarj. Così uno delli valori di y è tra 24 e 25; e per conseguenza, il valore corrispondente di x è tra 2,4, e 2,5. Lo stesso si fa, s'egli è necessario, per le altre radici della proposta equazione.

Esempio IV. *Trovare nell'equazione* $x^2 + 3x + 7 = 0$, *della quale le radici sono immaginarie, approssimate l'espressioni di queste radici.*

Io mi fingo che l'equazione proposta provenga da questa: $(x + p + q\sqrt{-1}) \times (x + p - q\sqrt{-1}) = 0$, o $x^2 + 2px + pp + qq = 0$, p e q essendo delle quantità reali, che conviene determinare, al meno ad un dipresso. Ora l'equazione proposta e l'equazione finta dovendo essere identiche, si averà $2p = 3$, $pp + qq = 7$. Noi conosciamo tosto p, perchè il suo valore è $\frac{1}{2}$ o 1, 5; si sostituisca il suo valore nell'equazione $pp + qq = 7$; noi averemo $qq = 7 - \frac{9}{4} = \frac{19}{4}$, o $q^2 - \frac{19}{4} = 0$. Questa equazione ha (VII) due radici reali, una positiva, l'altra negativa; e facendo successivamente $q = 0$, $q = 1$, $q = 2$, $q = 3$, ec. poi $q = -1$, $q = -2$ ec., si trova che la radice positiva entra 2 e 3, e la negativa tra -2 e -3.

Questo esempio è semplicissimo, ma si farà lo stesso nelli casi analoghi più compositi. Qualunque sia il grado di una equazione che contiene delle radici immaginarie, queste radici vanno sempre due a due, e possono essere riguardate come prodotte da delle equazioni del secondo grado: elle sono dunque sempre riducibili alla forma che si è attribuita alle radici dell'equazione precedente. Così, fingendo che una equazione, le di cui radici sono immaginarie, sia il prodotto di molte paja di radici immaginarie, simili a quelle dell'esempio precedente, e comparando termine a termine l'equazione proposta con l'equazione finta, si averanno molte equazioni, che serviranno ad eliminare tutti li coefficienti incogniti delle radici finte, ad eccezione di uno solo che si troverà in una equazione finale, la quale averà, almeno una radice reale. Si prenderà questa radice per il valore del coefficiente, del quale parlato abbiamo; indi rimontando alle altre equazioni delli coefficienti si giungerà a determinarli tutti ad un di presso egualmente. Egli è chiaro che i loro valori saranno delle quantità reali, e che le radici dell'equazione non sono immaginarie che perchè li coefficienti delle equazioni finte sono in parte moltiplicati da $\sqrt{-1}$.

X. Scolio I. La trasformazione presa nell'Esempio III, ha non solo il vantaggio di togliere facilmente la difficoltà che si trova nelle questioni di tal natura; ma ella serve ancora a trovare, in una maniera più approssimata, le radici di una equazione, e ripetendole più volte si spingerà l'approssimazione quanto più oltre si vorrà. Per rendere tutto questo chiaro, riprendiamo l'equazione $x^2 + 5x + 7 = 0$ (Esempio I.). Io la cangio in un'altra ch'abbia le radici dieci volte più grandi facendo $x = \frac{y}{10}$; il che mi dà $y^2 + 50y + 7000 = 0$; io determino due numeri che non differiscano che di 1, e tra li quali sia compreso il valore di y, e siccome ho già trovato che il valore di x è tra -1 e -2, vedo in conseguenza che quello di y è tra -10 e -20. Si restringa questo intervallo. La suppoſizione $y = -10$ dà per l'equazione in y, un risultato positivo, e la suppoſizione $y = -20$ dà un risultato negativo. Facciamo $y = -15$, ed avremo un risultato negativo, dunque il valore di y è tra -10 e -15. Sia $y = -12$; si averà ancora un risultato negativo; dunque il valore di y è tra -10 e -12. Sia $y = -11$; si averà un risultato positivo; dunque il valore di y è tra -11, e -12, e quello di x fra -1, 1, e -1,2.

Per rendere l'approssimazione più avanzata, io cangio l'equazione in y in un'altra ch'abbia le radici dieci volte più grandi che quelle di y, o cento volte più grandi di x. Faccio dunque $y = \frac{z}{10}$; e l'equazione si cangia in questa $z^2 + 500z + 700000 = 0$. E come il valore di y è tra -11 e 12, quello di z sarà tra -110, e -120. La suppoſizione $z = -110$ dà per l'equazione in z, un risultato positivo, e la suppoſizione $z = -120$ dà un risultato negativo. Facciamo $z = -115$: noi averemo un risultato ne-

negativo ; dunque il valore di z è tra — 110 e — 115. Sia $z = -112$: noi avremo un risultato negativo ; dunque il valore di z è tra — 110 e — 112. Sia $z = -111$; il risultato è positivo ; dunque il valore di z è tra — 111 e — 112 ; quello di y tra — 11,1 e — 11,2, e quello di x tra — 1,11 e — 1,12. Si rileva dunque x di $\frac{1}{100}$ a un di presso ; e continuando sempre ad operare nel modo stesso, si potrà trovare un valore che differisca di poco quanto si vorrà da quella di x.

Farò di passaggio osservare, che la trasformazione di un' equazione in un'altra, le radici della quale sieno 10 volte, 100 volte, 1000 volte, ec. più grandi, serve a cangiare un'equazione che contiene delle parti decimali in un' altra che non ne contiene. Sia per esempio, l' equazione $x^3 + 5,745\ x^2 + 6,7847\ x + 9,7428 = 0$: li coefficienti del secondo termine contengono tre figure decimali ; cangio l' equazione in un'altra, le radici della quale sieno cento volte più grandi ; faccio dunque $x = \frac{y}{1000}$, il che mi dà $y^3 + 5745\ y^2 + 6784700\ y + 9742800000 = 0$, equazione nella quale non vi sono parti decimali.

XI. Scolio II. Quando si è trovato $\frac{1}{10}$ al meno per una delle radici di un'equazione, il metodo seguente dovuto al Newton, dà per calcolo speditissimo il valore di questa radice, approssimata quanto vicino si vorrà. Per esempio, sia ancora la nostra equazione $x^3 + 5x + 7 = 0$, nella quale il valore di x è, almeno $\frac{1}{10}$, — 1,1, così come l'abbiamo trovata.

Prima si prenda $x = -1,1 + z$, z essendo ciò che bisognerebbe giungere a — 1,1, per avere esattamente x. Indi col mezzo di questo valore, si elimini x della proposta equazione $x^3 + 5x + 7 = 0$; si averà la trasformata $z^3 - 2z^2 + 8,63z + 0,169 = 0$. Ora siccome la quantità z è al disotto di $\frac{1}{10}$, e che per conseguenza il suo quadrato è al disotto di $\frac{1}{100}$, il suo cubo disotto $\frac{1}{1000}$: egli è chiaro che li due termini, i quali contengono z^3, z^2, sono molto più piccioli che gli altri, e che possono essere negletti. Noi averemo in conseguenza $8,63z + 0,169 = 0$; il che dà $z = -\frac{0,169}{8,63} = -\frac{169}{8630} = -0,019$, ad un di presso. Dunque $x = -1,1 + z = -1,119$, ad un di presso.

L' *approssimazione* può essere spinta molto più in là con diversi mezzi, i quali dipendono tutti dal metodo stesso. Da prima noi possiamo scrivere l'equazione generale in z sotto questa forma : $z = \ldots \frac{-0,169}{z^2 - 3,3z + 8,63}$. Sostituendo nel denominatore in luogo di z, il suo primo valore approssimato — 0,019, ed in luogo di z^2 il suo valore parimenti approssimato 0,000361, si

averà, $z = \frac{-0,169}{8,693061} = -0,0194$, ad un di presso. Dunque $x = -1,1194$, poco presso.

La stessa equazione generale in z può essere risolta, senza negligere altro termine che z^3. Da quella si ha l'equazione del grado secondo, $-3,3z^2 + 8,63z + 0,169 = 0$, la quale dà $z = -0,0195$, ad un di presso. Dunque $x = -1,1195$ ad un di presso.

Finalmente in egual modo che si è servito del primo valore — 1,1, approssimato di x, per trovare il secondo valore — 1,119, il quale è più esatto, noi possiamo servirsi di questo per trovarne un terzo ancora più esatto. Supponiamo dunque $x = -1,119 + u$; e poniamo questo valore nella proposta equazione $x^3 + 5x + 7 = 0$. E come li termini che conterrebbero u^3 ed u^2 potrebbero essere negletti senza riguardo, si dispenseremo di scriverli per risparmiarci delli calcoli inutili. La trasformata in u sarà dunque semplicemente, $8,756483\ u + 0,00383852 = 0$. Dal che si trae presso a poco $u = -0,00044$. Dunque $x = -1,11944$, ad un di presso.

Egli è evidente che col mezzo di questo terzo valore approssimato di x ; si può trovare un quarto più approssimato ancora, e così di seguito.

Passo alla risoluzione approssimata delle equazioni *letterali*, cioè delle equazioni che oltre l'incognita, contengono ancora altre lettere qualunque esse si sieno.

XII. I metodi di *approssimazione* per l'equazioni numeriche, si applicano egualmente alle equazioni letterali omogenee che contengono semplicemente due lettere, cioè l'incognita ed una lettera cognita. Per esempio, se si propone l'equazione $x^4 - 5a^1x^3 + 7a^2x + 11a^4 = 0$, che non contiene se non l'incognita x, e la cognita a ; si supporrà $a = 1$, e da quella si averà l'equazione numerica $x^4 - 5x^3 + 7x + 11 = 0$; e ritrovate le radici di questa equazione, si moltiplicheranno per a, e si averanno quelle della proposta. Dunque non si fa questione qui di tal sorta di equazioni.

Deve si osservare che se una equazione, nella quale non si vedono che due lettere, non fosse omogenea, si considererebbe come se contenesse tre lettere, perchè li termini ove le dimensioni sono le minori, si devono considerare come moltiplicate per le potenze di una lettera che si è riguardata come l'unità che si è sottointesa. Egualmente un'equazione ove non si vedono che tre lettere, e non è omogenea, deve essere considerata come se contenesse quattro lettere, e così di seguito.

XIII. Problema I. *Trovare col mezzo di una serie infinita convergente, il valore prossimo delle radici di una equazione, che contiene più di due lettere.*

Sia per esempio, l'equazione omogenea ed a tre lettere $x^3 + a^2x + abx - 2a^3 - b^3 = 0$.

Le due quantità date a e b devono essere riguardate come ineguali; perchè se si avesse $a = b$, l'una o l'altra di queste lettere potrebbe essere cassata dall'equazione, la quale in tal caso non conterrebbe che due lettere.

I. Caso: $a > b$. Io fingo che si abbia $x = A + Bb + Cb^2 + Db^3 +$ ec.; A, B, C, D, ec. essendo delli coefficienti incogniti che trattasi di determinare. Col mezzo di questo valore di x, l'equazione proposta $x^3 + a^2x + abx - 2a^3 - b^3 = 0$, dà ordinando il secondo membro per rapporto b:

$$\begin{aligned} x^3 = {} & + A^3 + 3A^2B.b + 3AB^2b^2. + B^3.b^3 + \text{ec.} \\ & + 3A^2C.b^2 + 3A^2D.b^3 + \text{ec.} \\ & + 6ABC.b^3 + \text{ec.} \\ + a^2x = {} & + a^2A + a^2B.b + a^2C.b + a^2D.b^3 + \text{ec.} \\ + abx = {} & + aA.b + aBb^2 + aCb^3 + \text{ec.} \\ - 2a^3 = {} & - 2a^3 \\ - b^3 = {} & \ldots\ldots\ldots\ldots - 1b^3. \end{aligned}$$

E siccome si ha $x^3 + a^2x + abx - 2a^3 - b^3 = 0$, ne segue che la somma di tutte le serie che compongono il secondo membro dell'espressione precedente, deve essere così eguale a zero. Dunque ciascheduno termine particolare di questa somma deve essere zero. In fatto il valore di b può essere quanto picciolo si vorrà; e se si suppone infinitamente picciola, si vedrà, comparando tra di essi li termini del secondo membro, che il primo dev'essere riguardato come infinito per rapporto al secondo, il secondo come infinito per rapporto al terzo, il terzo come infinito per rapporto al quarto; così di seguito. Dal che ne risulta che non può alcun termine essere distrutto nè da quelli che lo precedono, nè da quelli che lo seguono, e che per conseguenza la totalità delli termini non sarà zero, se ciascun di essi in particolare non fosse zero. Si averan dunque per determinare A, B, C, D, ec. l'equazioni particolari, $A^3 + a^2A - 2a^3 = 0$; $(3A^2.B + a^2B + aA)\,b = 0$; $(3AB^2 + 3A^2C + a^2C + aB)\,b^2 = 0$; $(B^3 + 3A^2.D + 6ABC + a^2D + aC - 1)\,b^3 = 0$, ec. La prima dà $A = a$; la seconda dà (dividendo tutto per b, e mettendo per A il suo valore), $3a^2B + a^2B + a^2 = 0$, e per conseguenza $B = -\frac{1}{4}$. La terza dà (togliendo b^2, A, B), $\frac{1}{16}a + 4a^2C - \frac{a}{4} = 0$, e per conseguenza $C = \frac{1}{64a}$. La quarta dà similmente $D = \frac{131}{512a^2}$, ec. Si sostituiscano questi valori di A, B, C, D, ec. nella supposta serie, ed averemo $x = a - \frac{b}{4} + \frac{b}{64a} + \frac{131b^3}{512a^2} +$ ec., che è la serie cercata nel primo caso. Si vede che questa serie è convergente.

Egli è a proposito il rimarcare che s'è determinato il primo coefficiente A per la risoluzione dell'equazione $A^3 + a^2A - 2a^3 = 0$; risoluzione ch'è stata facile, perchè questa equazione è decomponibile in divisori razionali. Ma se in tal caso, l'equazione non fosse decomponibile in divisori razionali, si determinerà almeno A per *approssimazione* (XII), poichè l'equazione è omogenea, e non contiene che due lettere.

II. Caso: $a < b$. Io fingo che si abbia $x = A + Ba + Ba^2 + Da_1 +$ ec. Dunque, ordinando il membro secondo per rapporto ad a, si averà:

$$\begin{aligned} x^3 = {} & A^3 + 3A^2B.a + 3AB^2a^2 + B_1.a^3 + \text{ec.} \\ & + 3A^2C.a^2 + 3A_1Da^3 + \text{ec.} \\ & + 6ABC.a^3 + \text{ec.} \\ + a^2x = {} & + Aa^2 + B.a^3 + \text{ec.} \\ + abx = {} & + Bba^2 + C.ba^3 + \text{ec.} \\ - 2a^3 = {} & - 2.a^3 \\ - b^3 = {} & - b^3. \end{aligned}$$

Dunque a cagione di $x^3 + a_1x + abx - 2a^3 - b^3 = 0$, il secondo membro dell'espressione precedente sarà così zero. Di più, ciascheduno delli termini in particolare di questa espressione sarà zero. Così, si averà le equazioni, $A^3 - b^3 = 0$; $(3A^2B + Ab)\,a = 0$; $(3AB^2 + 3A^2C + A + Bb)\,a^2 = 0$; $(B^3 + 3A^2D + 6ABC + B + C - 2)\,a^3 = 0$ ec. le quali danno $A = b$, $B = -\frac{1}{4}$, $C = -\frac{1}{3b}$, $D = \frac{55}{81b^2}$, ec. Dunque, ponendo per A, B, C, D, ec. i loro valori, la supposta serie divenirà, $x = b - \frac{a}{3} - \frac{a^2}{3b} + \frac{55a^3}{81b^2} -$ ec.

XIV. Corollario. Il valore trovato per x essendo una delle tre radici dell'equazione proposta $x^3 + a^2x + abx - 2a^3 - b^3 = 0$: se si chiama questa radice M, e se si divida l'equazione per $x - M = 0$, si ottenerà un'equazione di un grado più basso, di cui si conoscerà, ad un di presso, li coefficienti, e l'ultimo termine, e così si determineranno le radici con una procedura simile alla precedente, supposto che queste radici sieno reali. Lo stesso sarà per l'equazioni delli gradi più elevati.

XV. Scolio. L'equazioni che contengono più di tre lettere, si possono trattare, ad un di presso, nella maniera stessa. Ogni difficoltà che si prova a formare le serie che devono esprimere li valori dell'incognito, consiste a scegliere, fra li termini dell'equazione, quelli che sono più grandi degli altri, e che determinano in conseguenza la legge secondo la quale la serie deve discendere. Newton ha dato, per questo, una regola molto comoda, ordinariamente chiamata il *parallelogrammo del Newton*. Ella è spiegata in una maniera chiarissima e la più dettagliata, in un'opera eccellente del Sig. Cramer, intitolata: *Introduzione all'analisi delle linee curve algebraiche*, *Gen.* 1750. (*L. B.*)

Noi aggiungeremo un altro Metodo *per avere il valore approssimato di tutte le radici di un'e-*

un' equazione numerale determinata. Questo metodo è del Sig. de la Grange, riportato nelli *volumi* XXIII e XXIV delle *Memorie di Berlino*.

Il primo oggetto che si propone il Sig.r della Grange, si è di trovare le radici reali, positive ed ineguali di una equazione; ma, per far questo conviene cominciare dal conoscere il numero di tali radici. Sia dunque la proposta equazione $x-a.x-b.x-c\ldots=0$, è facile da vedersi che se io pongo in luogo di x un numero positivo qualunque siasi, li $x-a, x-b, x-c$, ec. resteranno sempre positivi, se a, b, c sono numeri negativi; che se sono immaginarj, il prodotto di ciascheduno pajo d' immaginarj sarà esso pure positivo, e sarà lo stesso di ogni pajo di eguali radici, qualunque sia il loro segno. Dunque se si divide un' equazione proposta in due fattori A e B, l' uno de' quali A contenga le radici immaginarie, le radici negative, o finalmente le paja di radici eguali, e B le radici reali, positive, ed ineguali, il valore del fattore A non cangierà segno, (qualunque numero positivo si ponga al sito di x), e resterà sempre positivo. Considero dunque soltanto il fattore B, che suppongo eguale a $x-a'.x-b'.x-c'\ldots$ le a', b', c', essendo numeri positivi, ed $a'<b'<c'<$, ec. in tali casi se io pongo per x un numero più picciolo di quello sia a', tutti li fattori saranno negativi; e se io pongo per x un numero $>a'$ e $<b'$, saranno ancora tutti negativi fuorchè il fattore $x-a$, che sarà positivo; sicchè il prodotto B cangerà segno. Cangierà anche allora quando si porrà per x un numero $>b'<c'$, ed ancora quando si metterà per x un numero $>c'$, e più picciolo che la radice seguente, e così di seguito, in modo che se si pone per $x, 0, \Delta, 2\Delta, 3\Delta$, ec. dove la differenza Δ sia più picciola che la differenza più picciola tra due radici consecutive, vi saranno altrettante reali radici positive ineguali che il valore della quantità eguale a zero cangerà segno. Dunque conviene ora conoscere, 1.° un numero tale che ponendo per x un numero qualunque siasi più grande, B non cangia il segno, affine di non essere obbligato di estendere all' infinito la sostituzione delli $0, \Delta, 2\Delta, 3\Delta$, ec. per x; 2.° un numero Δ, tal che sia più picciolo che la più picciola differenza tra due radici consecutive, od in generale tra due radici.

Per il primo punto, come questo valore di x deve rendere B positivo, il segno del primo termine essendolo anch' egli, è chiaro che prendendo un numero eguale al coefficiente il più grande delli termini negativi, accrescinto dell' unità, B non divenirà negativo, ponendo per x questo numero, od un numero più grande; perchè prendendo il caso più sfavorevole, quello in cui si averà $x^n=ax^{n-1}+bx^{n-2}+q$, $a, b, \ldots q$ essendo positivo, si troverà che $p+1^{n-1}=p.p+1^{n-1}+p.p+1^{n-2}\ldots ap+1^{n-1}+bp+1^{n-2}\ldots$ perchè $a, b\ldots q$ per ipotesi non possono essere più grandi di p.

Per il punto secondo, si prenderà da prima l' equazione tra le differenze delle radici della proposta equazione, e per questo si rimarcherà che questa differenza sia u, e ponendo in luogo di $x, x+u$ nella proposta, si averà un' equazione che dovrà aver luogo nel tempo stesso della proposta, ed eliminando x, resterà un' equazione in u, che sarà l' equazione ricercata. Questa equazione non conterrà che delle potenze pari di u, perchè se siano u e b due radici della proposta, egli è chiaro che l' equazione riguardo le differenze averà per radici egualmente $a-b$ e $b-a$, che per conseguenza u^2-a-b^2 sarà uno delli divisori. Di più sarà ella altrettante volte divisibile per u^2, quante vi saranno radici eguali tra di loro. Poichè dunque noi cerchiamo un numero più picciolo di questa differenza tra le radici ineguali, ponendo in luogo di u^2 la quantità $\frac{1}{z}$, si averà un' equazione in z, e conoscendo un valore più grande della più grande radice positiva di questa equazione, l' unità divisa per la radice quadrata di questo valore sarà più picciola che la più picciola differenza tra le radici; e si troverà questo valore col metodo stesso, che il limite delle radici positive qui sopra già trovate. Posto questo, se si sostituisce in luogo di x li numeri $0, \Delta, 2\Delta, 3\Delta\ldots\Delta$, essendo $\frac{1}{\sqrt{x}}$ fino al numero $p+1$; che sorpassa la radice più grande positiva, si averanno altrettante radici positive quanti vi saranno cangiamenti di segni, ponendo in seguito in luogo di x una quantità $-x$, e facendo le operazioni stesse, vi saranno tante radici negative ineguali quanti cangiamenti di segni.

Quanto alle radici eguali, sia $X=0$ la proposta, $\frac{dX}{dx}=0$ averà luogo nel tempo stesso, se v' avessero delle eguali radici. Ma sia di più $\frac{dX}{dx}=x+a.x+b.x+c$, ec. $X=\int x+a.x+b\ldots dx+N.=\frac{x-a^2}{2}.x-b.x+c\ldots-\frac{x+a^2}{2}.\int x+b.x+c\ldots dx+N$. Sia ora X così divisibile per $x+a$, conviene che ponendo $-a$ per x in questa integrale, ella divenga zero; dunque $N=0$; dunque X è divisibile per $x-a^2$; dunque tutta la radice comune tra X, e $\frac{dX}{dx}=0$, dà un' eguaglianza di questa radice tra quella di $X=0$; prendendo dunque il comune divisore di X,

di X, e $\frac{dX}{dx}$, egli è chiaro che non contiene che le radici eguali di X, elevate a delle potenze minori di una unità che in X; dunque, trattando il comune divisore come la proposta, si troverà che la proposta ha tante radici reali positive o negative eguali al numero pari, quante radici ineguali ha il divisore comune. Indi se io chiamo X' il divisore comune, ed abbia quello di X' e di $\frac{dX'}{dx'}$, averò altrettante radici eguali tre a tre, od in numero impari od al di sopra di tre, quante radici ineguali ha il divisore comune, e così di seguito. Sia per esempio, m il grado dell'equazione ed $n < m$ il numero delle radici ineguali, determinato col metodo sopra espresso, ed in cui le radici eguali al numero impari sono contate per una radice, p quello delle radici ineguali del primo divisore comune, r quello delle stesse radici per il divisore secondo comune, ed s per il terzo, e che non ne ha al di là, la proposta averà $n - r + 2p - 2s + 3r + 4s \ldots$ radici reali, $n - r$, ineguali, $p - s$ eguali due a due, r eguali tre a tre, ed s eguali quattro a quattro, e le r radici eguali tre a tre saranno state determinate per le r radici che il metodo qui sopra esposto trova per l'equazione $X = 0$, egualmente che le s per quelle del comune divisore di X e di dX eguale a zero.

Il numero delle radici immaginarie è eguale al numero totale delle radici meno quello delle reali: dunque si averà il numero delle radici; e quanto alla distinzione di quelle che sono eguali, si troverà come qui sopra, conoscendo il numero delle radici immaginarie delli comuni divisori.

Ora se si vuole avere un valore approssimato di una delle radici reali positive ed ineguali della proposta, si prenderà una serie, $0, \Delta, 2\Delta, 3\Delta$, ec. dove Δ è nel tempo stesso più picciola dell'unità, e più picciola che la più picciola differenza tra due radici; si pongano successivamente nella proposta per x li termini differenti di questa serie, e si osserverà il punto in cui ponendo l'uno dopo l'altro due valori consecutivi, il risultato cangerà segno; allora il più picciolo di questi valori non differirà dalla più picciola delle radici positive che di una quantità minore di Δ. Chiamando p questo valore, io farò $x = p + \frac{1}{z}$, ed averò un'equazione z che io tratterò come la proposta; chiamando il suo primo valore q, averò $x = p + \frac{1}{q + \frac{1}{u}}$ ed una equazione in u; chiamando r il primo valore di u trovato sempre col metodo stesso, io averò $x = p + \frac{1}{q + \frac{1}{r + \frac{1}{\ldots}}}$ valore che avvicinasi continuamente, alla verità, poichè per ipotesi, q, r ec. sono quantità più grandi dell'unità.

Se Δ è più picciola che 1, facendo $\Delta = \frac{a}{b}$, a e b sono degli intieri, nè si averà che a porre, in luogo di x, un'altra quantità $\frac{z}{b}$, e si averà per l'equazione in z, $\Delta = a$, e per conseguenza Δ sarà un intiero, e potrà essere supposto 1, e si averà, 1.° le quantità p, q, r ec. eguali a delli numeri intieri, il che semplifica la frazione continua; 2.° si averà un valore esatto della radice ogni volta che ella ne ha una razionale (*Ved.* il fine dell'articolo) purchè tutti li coefficienti dell'equazione in q, fienn intieri, il che sempre è possibile di fare.

Si potrà trovare con questo metodo, un valore successivamente approssimato di tutte le radici positive della proposta; per trovar quelle di queste radici che potrebbero averne delle altre eguali, chiamando $X = 0$, la proposta, prendendo il comune divisore di X, e dX, questo comune divisore conterrà le radici della proposta, che ne hanno delle altre che sono tra loro eguali, e saranno tutte ineguali tra loro in questo divisore. Sostituendo dunque in questo divisore la serie stessa $0, \Delta, 2\Delta$, ec. od $0, 1, 2, 3, 4 \ldots$ che nella proposta, si troverà se ve n'ha una o molte, fra le radici trovate per *approssimazione*, le quali sieno anche radici approssimate del divisore, e tutte quelle che sono nel caso indicato come nella proposta, ellene sono eguali al meno due a due; si troverà anche quelle che sono eguali tre a tre, cercando il comune divisore di X, $\frac{dX}{dx}$, $\frac{ddX}{dx^2}$, e così di seguito.

Dopo avere trovato così tutte le radici positive, facendo $x = -x'$ si averà una equazione in x', di cui si cercheranno le radici positive, e prendendole col segno $-$, si averanno le radici negative ricercate.

Quanto alle immaginarie, che sono della più grande importanza per la soluzione approssimata delle equazioni differenziali (*Vedete* l'articolo Equazione Secolare), si sarà $x = a + b\sqrt{-1}$, e prendendo la parte reale e la parte immaginaria di quella che diviene la proposta dopo questa sostituzione, eguagliandole ciascheduna a zero, eliminando a, si perverrà tosto ad avere $a = \frac{A}{B}$, A e B essendo delle funzioni razionali ed intere di b; di più si averà un'equazione in b. Posto questo, egli è chiaro che ogni valore reale di b darà un valore reale di a, quando che A, B, non sieno nulli nel tempo stesso che la proposta. Se dunque ciò non ha luogo,

luogo, si prenderà nell'equazione in b i valori approssimati delle radici reali positive, a ciascheduna delle quali corrisponderà una radice negativa del valore stesso; si averà a col ponere in $\frac{A}{B}$ in luogo di b questo valore approssimato, e per conseguenza si conoscerà un valore approssimato di due radici immaginarie $a+b\sqrt{-1}$, $a-b\sqrt{-1}$. Ma se l'equazione in b ha luogo nel tempo stesso che $A=0$, e $B=0$, si prenderà il comune divisore di queste tre equazioni, indi si dividerà per questo comune divisore l'equazione in b, e ciascheduna radice dell'equazione così divisa darà un valore di b; indi prendendo il divisore comune ed una equazione del secondo grado trovata nell'eliminare a, e della forma $Ma^2+Na+P=0$, si osserverà se il comune divisore M, N e P possano essere nel tempo stesso eguali a zero. Se questo non può accadere, si prenderanno le radici di questo divisore comune, a ciascheduna delle quali corrispondono le due radici dell'equazione in a. Se M, N, P possono divenire nulle nel tempo stesso che il divisore comune, si prenderà nuovamente il divisore comune di queste quattro frazioni, ed una equazione del terzo grado trovato nell'eliminare a, e che sarà della forma $Ma^3-Na^2+Pa+Q=0$, e si opererà come qui sopra, e così di seguito.

Ogni volta, che nella ricerca delle radici approssimate, si averà sostituito in ogni *approssimazione* la serie 0, 1, 2, 3..... in luogo della radice, saremo sicuri di ritrovare il valore esatto allorchè sarà razionale; in fatto, questo esatto valore è necessariamente tra p, primo valore trovato, e $p+1$, tra $p+\frac{1}{q}$ e $p+\frac{1}{q+1}$; q essendo un intiero, tra $p+\frac{1}{q+\frac{1}{r}}$ e $p+\frac{1}{q+\frac{1}{r+1}}$ e così di seguito. Ora sia $\frac{m}{n}$ la quantità più picciola che 1, da aggiungersi a p per avere il valor vero, q sarà eguale al quoziente di n per m più un resto $\frac{n'}{m}$, m' essendo più picciolo di m; così r sarà eguale al quoziente di m per n' più un resto $\frac{m'}{n'}$, m' essendo più picciolo di n'; dunque, sempre così seguitando, si arriverà ad un resto nullo, e per conseguenza all'esatto valore. *Ved.* FRAZIONE CONTINUA.

Il metodo che io addito, è generale per tutte le numerali equazioni, e dà per tutti li casi in una maniera certa un valore così approssimato quanto si vuole per qualunque radice. Ha di più l'avvantaggio ch'è inutile il conoscere allora il valore approssimato delle radici, come lo era necessario nel metodo suggerito dal Newton.

Metodo di avere il valore approssimato delle radici di un' equazione algebraica determinata.

Bisognerebbe, acciò questo metodo fosse generale, poter ritrovare tante espressioni dell'incognita in serie convergenti quante radici reali ha la proposta equazione.

Cominciamo col ricercare un mezzo generale di ridurre il valore di x in serie. Per far questo io rimarco che qualunque sia una funzione di x che sia eguale a y, io posso supporre di avere l'equazione $y-x+\phi x=0$, o $x=y+\phi x$; dunque se io cerco d'avere in $y+\phi x$ il valore di una funzione di x, io averò, per il teorema di Taylor, dimostrato all'*articolo* SERIE

$$\varphi x=\varphi y+\frac{d\varphi y}{dy}\phi x+\frac{d_1\varphi y}{2dy^2}\phi x^2\ldots\ldots$$

e per conseguenza,

$$\phi x=\phi y+\frac{d\phi y}{dy}\phi x+\frac{d^2\phi y}{2dy^2}\phi x^2\ldots\ldots$$

facendo dunque $\phi x=\phi y+B$, nella seconda formula, ed ordinando per il rapporto alle potenze di ϕy, egli è facile di vedere che B dev'essere una serie, di cui il primo termine sarà del secondo grado eguagliando a zero il termine, che dopo la sostituzione è di questo grado; e prendendo il valore ch'egli da per B, s'avrà quello del primo termine del vero valore di B; egli è $\frac{d\phi y}{dy}\phi y$; farò in seguito $B=\frac{d\phi y}{dy}\phi y+C$, dove C è una serie, il primo termine della quale è del primo grado, e continuando così troverò

$$\phi x=\phi y+\frac{d\phi y^2}{2dy}+\frac{d^2\phi y^3}{2.3dy^3},\text{ ec.}$$

Con lo stesso metodo

$$\frac{\phi x^2}{2}=\frac{\phi y^2}{2}+\frac{2d\phi y^3}{2.3dy}+\frac{3d^2\phi y^4}{2.3.4dy^2}+\text{ ec.}$$

$$\frac{\phi x^3}{2.3}=\frac{\phi y^3}{2.3}+\frac{3d\phi y^4}{2.3.4.dy}+\frac{2.3d^2\phi y^5}{2.3.4.5.dy^2},\text{ ec.}$$

sostituendo questi valori nell'espressione di φx, ordinandola per rapporto alle potenze di φy e ϕy, e riducendo ogni rango di termini, averò finalmente,

$$\varphi x=\varphi y+\frac{\phi y d\varphi y}{dy}+\frac{d.\phi y^2 d\varphi y}{2dy}+\frac{d^2\phi y^3 d\varphi y}{2.3dy^2}+\text{ec.}$$

.... serie, la legge della quale è facile ad intendersi.

E facilmente si vede, che se ϕx contenga ancora y, si avrebbe egualmente il valore di φx

in y

in y, quando anche ϕx conteneſſe pure y, oſſervando allora nella maniera di prendere le differenze, che $\frac{d\phi y}{dy}$ o $\frac{d\phi y}{dy}$, ſono allora eguali a quello che diviene $\frac{d\phi x}{dx}$, $\frac{d\phi x}{dx}$, ſe, dopo la differenziazione, ſi pone y per x, o, che vale lo ſteſſo, biſogna differenziare riguardando come coſtanti li y che ſi trovano in x, e ϕx. Da ciò ſi vede, come ſe ſi ha $\phi x, y = o$, ſi averà (per una ſerie) x in y, ed egualmente in una funzione qualunque di x ed y. Se ſi vuole applicare queſta maniera di avere in y il valore di x, allora quando ſi ha x per un' equazione in x ed in y alla ſoluzione delle equazioni determinate, ſi oſſerverà 1. che ſe eſſa ſi applica immediatamente, non ſi averanno che delle eſpreſſioni reali e razionali per il valore di x; 2. che potendoſi prendere per y tale quantità, quale ſi vorrà, ſi averà un' infinità di valori di x; 3. che fra tutti queſti valori, ve ne ſaranno di realmente differenti, quante radici la propoſta può avere; 4. che vi ſarà un numero di ſerie convergenti differenti tra loro, eguale al numero delle radici reali; 5. che ſe ſi prende un numero m minore che n grado dell' equazioone, ſi faccia $at \pm x^m = o$, e ſi ſoſtituiſca, in luogo di x il ſuo valore in t, ſi averà una nuova equazione, dalla quale riducendo il valore d e t in ſerie, ſi averà altrettanti valori immaginarj dati per ciaſchednna ſerie qnante radici immaginarie ha l' eqnazione $x^m \pm 1 = o$, e la propoſta averà tante radici immaginarie, ſe una di queſte ſerie è convergente.

Poſti queſti principj, ſi vede che ſi tratta da prima di ſapere diſtinguere tra nna infinità di ſerie quelle che ſi poſſono prendere per radici differenti; ſia dunque la propoſta $a + bx + cx^2 \overset{n}{\cdots} + px = o$; è facile il vedere che ſe ſi fa $a = o$, ſi averà una radice che ſvanirà, due che tvaniranoo, ſe ſi fa nel tempo ſteſſo a, e $b = o$, tre, ſe ſi fa $a, b, c = o$, e così di ſeguito. Per conſeguenza, ſe da prima ſi fa $b = o$, ſi averà $a + cx^2 \overset{n}{\cdots} + px = o$, l'equazione averà due radici eguali a zero, facendo $a = o$, e per conſeguenza due radici infinitamente picciole ed eguali a due radici di $a + cx^2 = o$, allora quando a è infinitamente picciola. Facilmente in effetto ſi vede che a eſſeodo infinitamente picciola, e mancando b, la propoſta ha due radici infinitamente picciole, che nel caſo di due radici infinitefime c ſi riduce ad eſſere il prodotto di tutte le altre radici, perchè gli altri termini ch' entrano in c, ſpariſcono d' innanzi a queſto, e che così a, ch'è il prodotto di tutte le radici, eſſendo diviſo per c, di viene il prodotto di due radici infinitamente picciole, che ſono per conſeguenza eguali alle radici dell'equazione $a + cx^2 = o$. Così ſe ſi fa b e c eguali a zero, ed a iofinitamente picciola, tre delle radici dell' equazione diveniranno eguali a quelle dell' equazione $a + dx^3 = o$, e così di ſeguito.

Se dunque ſi hanno differenti ſerie che rappreſentino il valore di x, ſi potranno diſtinguere con ciò quelle che ſono realmente differenti, vale a dire, che appartengono a delle differenti radici.

Il metodo propoſto qui ſopra dà un valore di x in quantità cognite ogni volta che x è dato da nna determinata equazione, ſia che v' abbiano o no delle traſcendenti. Ma non ſiamo ſicuri di avere queſto valore con una ſerie che ſia ſempre convergente. Per tal ragione io indicherò un metodo elementare, e ſempliciſſimo, col quale ſi giungerà ſempre a tutti li valori approſſimati di x.

1. Se la funzione $X = o$ ha molti valori, ſe li prenderanno ſucceſſivamente; così X ſarà conſiderato nella ſerie come nna funzione, la quale non ha che un valore corriſpoodente ad ogni valore di x.

2. Si cercheranno da prima i valori di x poſitivi che tendono a $X = o$, e ſi comincierà col determinare per x una qnantità tale che nell'accreſcerla, x non poſſa cangiar ſegno, ne divenir zero, il che ſarà ſempre poſſibile ogni volta che $X = o$ non averà una infinità di radici. Queſt' ultimo caſo ſi ridurrebbe agli altri, ponendo ef. gr. in luogo di x, $x = \text{ſen. } x$; in fatto allora in vece di x ſi averebbe un angolo, il di cui ſeno è x, ed in luogo di un ſolo X da eſaminare, ſi ponerebbe un' infinità corriſpondente all'angolo, il ſeno del qnale è $x + m\Pi$, m eſſendo un qnalunque intiero.

3. Conoſcendo i limiti di x, ſi prenderà $x + \frac{1}{y}$ che ſi ſoſtitnirà nella propoſta, e ſi averà $X = o$, allora $\frac{1}{y}$ rappreſenterà le differenze che vi ſono tra x, ed il valore della radice dell'equazione $X = o$.

4. Soſtituendo in $X = o$ li valori ſucceſſivi in numeri intieri di x, da $x = o$ fino al ſuo limite, e cercando per ciaſchedno li limiti di y, averò $y = A$, A eſſendo limite: dunque non vi ſono radici di $X = o$ tra queſto valore di x, e $x + \frac{1}{A}$.

5. Prendendo in ſeguito tutti li valori $x + \frac{1}{A}$ tra o ed il limite di x, ſi farà l'operazione ſteſſa, e con queſto mezzo ſi giungerà ad approſſimare i valori di x.

6. Per trovare i valori negativi, ſi farà nella propoſta $x = -x$, e ſi cercheranno i valori poſitivi di x.

7. Per trovare ſe vi ſono radici eguali, ſi egua-

guaglierà a zero la quantità $\frac{dX}{dx}$, indi si cercheranno le radici positive o negative, e si vedrà se le radici non differiscono da quelle di $X=0$ che di una picciola quantità, e se nel ripetere le *approssimazioni*, questa differenza continuamente si diminuisca.

Il metodo del Sig. de la Grange dà un mezzo di avere in serie il valore di una quantità qualunque y in x: allora quando y è data da un'equazione in x ed in y, e che questa equazione è differenziale, si giungerà ad avere egualmente una tal serie: sia in fatto un'equazione differenziale in y e x, si farà in modo ch'ella non contenga più che dx; posto questo, se l'equazione posta sotto una forma razionale ed intiera, avendo tutti li suoi posti, e la più alta differenza trovandosi nel primo, ella non ha termine costante, si farà $y = Ae^{fx} + Be^{f'x} + Ce^{f''x} \ldots + A'e^{2fx} + B'e^{f+f'x} + C'e^{2f'x}$ ec. e, 1.° si averanno A, B, C, ec. arbitrarie; e se n è l'ordine dell'equazione, f sarà data da una equazione del grado n, per la stessa equazione, ec. in modo che f, f', f'' sono le radici differenti di questa equazione: 2.° la sostituzione di $A'e^{2fx} + B'^{f+f'x}$ ec. nel primo rango darà delli termini eguali ognuno ad ognuno a quelli che $Ae^{fx} + Be^{f'x}$ ec. produce nel secondo; dunque A', B', ec. saranno dati in A, B, e così di seguito: 3.° se l'equazione in f ha due radici eguali, sia f questa radice, bisognerà fare $Axe^{fx} + Be^{fx}$ ec. Che se $Pd^n y + Qd^{n-1} y + Rd^{n-2} y$ ec. è il primo ordine della proposta, si averà $A\left(Pf^n + Qf^{n-1} + Rf^{n-2} \text{ ec.}\right) = 0$ e $B.\left(Pf^n + Qf^{n-1} + Rf^{n-2} \text{ ec.}\right) + A\left(nPf^{n-1} + \overline{n-1}.Qf^{n-2} + \overline{n-2}.Rf^{n-3} \ldots\right) = 0$; dunque averassi al tempo stesso,

$$Pf^n + Qf^{n-1} + Rf^{n-2}, \text{ ec.} = 0, \text{ e}$$

$$nPf^{n-1} + \overline{n-1}.Qf^{n-2} + \overline{n-2}.Rf^{n-3}, \text{ ec.} = 0.$$

Il che ha luogo ogni volta che l'equazione in f ha due radici eguali. Si proverà anche che se questa equazione ne ha tre, bisognerà fare $y = Ax^2 + Bx + Ce^{fx} + De^{fx}$, ec., e così di seguito, per quattro, cinque ec. radici eguali: 4.° in luogo di $A'e^{2fx} + B'e^{f+fx} + Ce^{2fx}$ ec. si vede che, nel caso delle due radici eguali, vi è $A'xe^{fx} + B'xe^{xfx} + C'e^{xfx} + Dxe^{f+fx}$ ec. da prendersi, e così di seguito.

Per la stessa ragione, che nel caso delle radici eguali, bisogna prendere, nel primo rango del valore di y, un termine di Axe^{fx} per ciascheduna radice eguale, due, a due, e così di seguito; egualmente, se si ha f ed f' essendo due radici, la somma di queste due radici ciascheduna moltiplicata per un numero intiero positivo, eguale ad una di queste radici, o ad un'altra delle radici dell'equazione in f, egli è chiaro che, siano n ed m questi numeri, e si abbia $nf + mf' = f'$, il termine $Ae^{nfx+mf'x}$ sparirà dal primo rango dell'equazione in y; non si potrà dunque, determinando A, fare sparire li termini $e^{nf+mf'x}$, i quali si troveranno nelli ranghi superiori, e bisognerà supporre, per giunger al valore di y un termine $Ax + Be^{nf+mf'x}$. Lo stesso ha luogo per la somma delle tre radici ec. Non si può trarre questa regola generale che ogni volta che l'equazione in f ha delle radici positive e negative commensurabili, ed il valore di y contenga x. Lo stesso ha luogo quando il valore di f eguaglia zero. Questa osservazione ha luogo per integrare l'equazione in y, qualunque sia il metodo del quale si fa uso.

Se la proposta equazione avuto avesse un termine costante, e se ella contenuto avesse y nel primo rango, si averebbe fatto $y = A + Be^{fx} + Ce^{f'x}$ ec. $+ Ae^{2fx} + B'e^{f+f'x}$, e se y fosse stato nel rango superiore, si averebbero trovate le B, C, ec. sempre arbitrarie, ed f per una equazione di un grado dipendente dal rango del valore ipotetico, dove si s'avrebbe fermato: se y manca nelli ranghi superiori della proposta, allora f è ancora data qui per un'equazione del grado n.

Se la proposta non contiene y al primo rango, ed ella abbia un termine costante, bisognerà prendere $y = Ax + Be^{fx} + Ce^{f'x}$ ec. $A'x^2 + B'xe^{fx}$ ec. e procedere come qui sopra. Del resto il caso, in cui vi è un termine costante, si può agevolmente richiamare a quello in cui egli manca; basta differenziare la proposta equazione.

La forma di y non è la stessa nelli casi di questi due metodi: nel primo il valore delle f, ed il numero loro cangia a misura che si prende un più gran numero di termini della serie. Nel secondo x entra necessariamente nel valore di y.

Questo metodo di avere in serie il valore di y, allora quando si ha una equazione differenziale in y ed in x, si applica al caso, in cui avendosi m equazioni in $m+1$ variabili z, u, $y \ldots x$, si cerca di esprimere z, u, $y \ldots$ per una funzione in x.

Si può anche estenderlo alle equazioni delle differenze finite, nelle quali Δx è supposto costan-

ſtante, la ſoluzione aſſolutamente ſarà la ſteſſa, che quella preſſo la quale le arbitrarie $A, B, C,$ ec. ſaranno in queſti caſi eguali a delle funzioni di e^{ax}; a eſſendo tale che $e^{a\Delta x} = 1$, e queſte funzioni tali che elle non cangiano di valore, allora quando x diviene $x + \Delta x$.

Queſto metodo ſteſſo ſi applicherà ancora alle equazioni a differenze parziali; in fatto ſia una di queſte equazioni, la quale non contenga che z, e le ſue differenze, ſenza contenere niente di x, di y, nè di termine coſtante; ſe io faccio $z = Ae^{fx+gy} + Be^{f'x+g'y}$ ec. $+ Ae^{2fx+2gy} + Be^{2fx+g+g'y}$ + ec. averò le $A, B,$ arbitrarie, una equazione in f, e g, in modo che f ſarà tutto quello che vorraſſi, e g dato in f, ed in oltre il termine Ae^{fx+gy} ec. ſarà la ſomma di tutti queſti numeri, il termine dei quali è infinito.

Se ſi ha un numero coſtante, e che z ſia nel primo rango, ſi farà $z = Abe^{fx+gy}$ ec., ed allora, ſecondo il rango in cui ſi arreſterà, l'equazione in f e g ſarà di un ordine più elevato.

Il mezzo per determinare le arbitrarie ſarà lo ſteſſo delle equazioni lineari. (*Ved.* l'articolo EQUAZIONE LINEARE.)

Il metodo eſpoſto fino ad ora ſerve a dare y in x, allora quando ſi ſa che y è piccioliſſimo, e non ſi può negligere una certa potenza. Ecco un altro metodo che può ſervire ad avere y in x, quando x è piccioliſſimo, allora quando l'equazione è dell'ordine primo.

Egli è fondato ſu di queſta oſſervazione, che ſe $Adx + Bdy$ è un'equazione, avente tutti i ſuoi termini, eſſendo A e B razionali, e ſe il fattore $\frac{A'}{B}$ (queſte funzioni eſſendo del grado m) rende differenziale eſatta una equazione poco differente da $Adx + Bdy = 0$, ſi potrà, prendendo $\frac{A'+Z}{B'+Z'}$ per fattori di $Adx + Bdy$, fare Z e Z' di un grado tale, che negligendo le ſeconde dimenſioni delli coefficienti di $Adx + Bdy$, nella condizione della integrabilità, ſi potrà fare in modo che il numero delli coefficienti indeterminati ſorpaſſi quello delle equazioni della comparazione; dunque ſi averà in ſerie l'integrale di $Adx + Bdy$, ogni volta che ſi averà quella di una equazione poco differente; dunque la ſi averà ogni volta che ſi potrà riguardare x come una quantità piccioliſſima.

Si può eſtendere queſto metodo agli ordini più elevati.

Si può anche far uſo del metodo ſeguente per le equazioni differenziali.

1°. Sia $dy = \phi(x)\,dx$, A il valore di y, allora quando $x = a$. Il valore y, allora quando $x = a + \Delta x$; Δx eſſendo piccioliſſimo, potrà ſupporſi eguale, in generale, ad $A + \phi(a)\Delta x + \frac{d\phi(a)}{2da}\phi x^2$. Noi ſi fermeremo al ſecondo termine; ſi vede che ſi può arreſtarſi egualmente che al 3. od al 4. ec. Per la ſteſſa ragione, per $x = a + 2\Delta x$, ſi averà,

$$y = A + \phi(a)\Delta x + \frac{d\phi(a)}{2da}\Delta x^2 + \phi(a+\Delta x)\Delta x + \frac{d.\phi(a+\Delta x)}{2.da}\Delta x^2.$$

Per $x + 3\Delta x$, y ſarà,

$$A + \phi(a)\Delta x + \frac{d\phi(a)}{2.da}\Delta x^2 + \phi(a+\Delta x)\Delta x + \frac{d.\phi(a+\Delta x)}{2da}\Delta x^2 + \phi(a+2\Delta x)\Delta x + \frac{d\phi(a+2\Delta x)}{2da}\Delta x^2,$$

e così di ſeguito fino ad $m\Delta x + x$. Si averà dunque con queſto mezzo un valore approſſimato di y, ed altrettanto approſſimato quanto ſi averà potuto prendere m più grande riſpetto a Δx più picciola.

2°. Sia una equazione $d^n y = \phi.dx^n$, noi ſupporremo da prima che ſi conoſcano li valori di x corriſpondenti ad $x = a$, $x = a + \Delta x$, $x = a + 2\Delta x$, $x = a + 3\Delta x$ .... noi poi ſupporremo Δx eſſendo riguardato come piccioliſſimo,

$$\Delta.\frac{d^{n-1}.y}{dx^{n-1}} = \phi\Delta x + \phi'\Delta x^2$$

$$\Delta^2.\frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}} = \phi\Delta x^2 + \phi''\Delta x^3$$

$$\Delta^n y = \phi\Delta x + \phi'\Delta x^{n+1}, \text{ dove } \phi\ \phi'' \ldots$$

Δ^n ſono preſi differenziando ϕ in x ed y, riguardando le y, $\frac{dy}{dx}$.... come funzioni di x, e ponendo in luogo di $\frac{d^n y}{dx^n}$ il ſuo valore ϕ.

Poſto queſto, li $\phi \ldots \phi'^n$ ſaranno lo ſteſſo che ϕ delle funzioni di x, y, $\frac{dy}{dx} \ldots \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, e ſi avrà per conſeguenza n equazione alle differenze finite tra le $n+1$ indeterminate, $xy \ldots \frac{d^{n-1}.y}{dx^{n-1}}$, e per conſeguenza dopo avere eliminata un'equazione finale tra $xy, \Delta y, \Delta^2 y \ldots \Delta^{\frac{n.n+1}{2}} y$. Dal che ne riſulta che avendoſi un valore di y dato

dato per $x = a$, $a + \Delta x a + \left(\frac{n.n+1}{2} - 1\right) \Delta x$, ſi averà un valore approſſimato di y, corriſpondente a $x = a + \frac{n.n+1}{2} \Delta x$, e ſucceſſivamente della ſteſſa maniera che qui ſopra, per $x = a + \left(\frac{n.n+1}{2} - 1\right) \Delta x + m \Delta x$.

Baſta per l'oggetto di queſt'opera d'indicare qui li principj generali di queſto metodo, e non entraremo in particolarità delli mezzi di ſimplificarlo, nè di quelli dell'applicazione al caſo, in cui li valori di y cognite, non corriſponderanno a delli valori di x in proporzione aritmetica.

Dopo aver dato il mezzo di avere y in x con una ſerie, allora quando y è data in un'equazione differenziale, ſupponiamo che y ſia piccioliſſima, che ſi poſſa negligere ad una certa potenza, e vediamo quello che deve accadere.

1°. La ſerie, per la quale y è eſpreſſa, può o non contenere x, o contenerlo.

2°. Se non contiene x, e che tutte le radici f ſieno o reali negative, od immaginarie con una parte reale negativa, egli è evidente che la ſerie, conſervando gli ſteſſi coefficienti, potrà eſſere convergente dopo un certo dato valore di x fino a $x = \frac{1}{0}$.

3°. Se ella non contiene che delle radici poſitive reali, od immaginarie con la parte reale poſitiva, la ſerie non ſarà convergente, che dopo un certo valore negativo di x fino a $x = \frac{1}{0}$.

4°. Se la ſerie contenga x, queſta variabile non monta che ad una potenza finita e determinata, per qualunque lontananza ſi ſpinga la ſerie; allora ſe le ſerie particolari che moltiplicano le potenze di x ſieno convergenti per tutta l'eſtenſione dei valori di x, la ſerie potrà eſſere ſtimata come a figurare y a un di preſſo per tutti queſti valori.

5°. Se x è introdotta nella ſerie, perchè ella ha nella equazione in f delle radici eguali, e che li coefficienti dell'equazione in y non ſieno cogniti che a un di preſſo, non ſi potrà dire che x non debba entrare nella ſerie, eccetto quando le ſue radici ſaranno inegualiſſime, e non ſaremo mai ſicuri che x vi debba entrare.

6°. Lo ſteſſo ſarà ſe x ſia introdotta nella ſerie, perchè ha delle radici tali che le loro ſomme moltiplicate con numeri interi poſitivi, ſieno egnali ad una radice dell'equazione ſteſſa. Ma ſi deve eccettuare il caſo, in cui queſta proprietà di radici ha luogo, perchè mancano all'equazione certi termini che devono mancare per la natura ſteſſa del propoſto problema. *Ved.* EQUAZIONE SECOLARE.

7°. Ogni volta che l'equazione non averà che radici immaginarie pure, cioè che la ſerie ſarà compoſta di ſeni e di coſeni moltiplicati in x, queſta ſerie conterrà neceſſariamente x al terzo rango. In fatto ſieno due radici immaginarie $+b\sqrt{-1}$, $-b\sqrt{-1}$, noi avremo al terzo rango $(2b\sqrt{-1} - b\sqrt{-1})x = e^{b\sqrt{-1}x}$, termine che ſoddisfa per l'ipoteſi, all'equazione del termine lineare in y. *Ved.* EQUAZIONE SECOLARE.

8°. Ogni volta che la ſerie non dà il valore di y convergente, che per una certa eſtenſione di valori di x, ſi dovranno prendere nuovi valori di y con delli nuovi coefficienti arbitrarj, che ſi determineranno dopo li valori di y, dati per una delle ſerie precedenti in de' punti, ne' quali queſta ſerie era ancora convergente. (*M. D. C.*)

APPULSO (*Aſtron.*), eſprime la proſſimità della luna ad una ſtella, ſia ch'ella abbia l'eccliſſe, ſia che l'orlo della luna paſſi ſoltanto a qualche minuto della ſtella, in modo che ſia oſſervata nel campo ſteſſo del canocchiale. Si oſſervano gli *appulſi* diligentemente per determinare i luoghi della luna, gli errori delle tavole, e le longitudini delli luoghi. Si fa uſo per queſte oſſervazioni, di un micrometro, col quale ſi oſſervano le differenze delle aſcenſioni rette e delle declinazioni tra la ſtella, e l'orlo della luna, ovvero di un eliometro o micrometro obiettivo, per miſurare le diſtanze tra la ſtella e l'orlo della luna, prima e dopo il momento della più breve diſtanza. Si calcolano gli *appulſi* riportando la luna al ſuo poſto ſu di una figura o zodiaco, come quello del Senex, o dell'Heulland, fatto a viſta del Sig. le Monnier, e queſto è ſufficiente per predirli nelle *Efemeridi* o nella *Cognizione delli tempi*. (*D. L.*)

APRILE, quarto meſe dell'anno, ſecondo il noſtro calendario. Era il ſecondo meſe nell'antico anno romano, cioè nell'anno di Romolo, che cominciava dal meſe di Marzo, ed aveva dieci meſi. Numa aggiunſe a queſto anno li due meſi di Gennaro e di Febbraro, ed il meſe di *aprile* era allora il quarto. *Ved.* MESE.

Queſta parola viene dal latino *aprilis*, e queſta da *aperio*, apro, a cagione che in queſto meſe la terra comincia ad aprire il ſuo ſeno per la produzione delli vegetabili.

In queſto meſe il ſole ſcorre il ſegno del toro, o, per parlare più eſattamente, il ſole entra nel ſegno del toro verſo li 20 di *aprile*, e moſtra di ſcorrere queſto ſegno fino li 21 di Maggio; cioè che la terra ſcorre allora realmente il ſegno dello ſcorpione, oppoſto a quello del toro (*O*).

APSIDI, *auges*, *apſides*, (*Aſtron.*); queſta parola eſprime le due ſommità di un orbita ellittica, e viene da ἁψὶς, curvatura o ſtorta, perchè queſti ſono li punti, ne' quali l'orbita ſi curva, ſi piega, e cangia direzione. L'*apſide* ſuperiore, la grande *apſide*, *ſumma apſis*, ſi chiama apogeo, quando ſi riferiſce al ſole ed alla luna: afelio quando ſi parla delli principali pianeti; e qualche volta apogiove, quando ſi riferiſce alli ſatelliti

telliti di Giove; la picciola *apside*, *infima apsis*, è il perigeo, od il perielio.

La retta che passa per il centro dell'orbita del pianeta, ed unisce questi due punti, chiamasi la linea degli *apsidi* del pianeta. Ella è il grande asse di un orbita ellittica; tale è la linea *AP*, (*Tavole di Astronomia*, *Fig.* 83 e seg.) tratta dall'afelio *A*, al perielio *P*. *Ved.* Orbita e Pianeta.

Si conta l'eccentricità sulla linea degli *apsidi*; perchè questa è la distanza dal centro *C* dell'orbita del pianeta dal foco *S* dell'orbita. *Ved.* Eccentricita'.

Newton ha dato nel suo libro delli *Principj* un metodo bellissimo per determinare il moto degli *apsidi* di un pianeta cagionato dall'attrazione di un altro, supponendo che l'orbita descritta dal pianeta sia poco differente di un circolo; fece vedere che se il sole è immobile, e tutti li pianeti passassero verso lui in ragione inversa del quadrato delle loro distanze, il moto delle *apsidi* sarebbe nullo, cioè che la linea della più grande distanza e la linea della distanza più picciola sarebbero lontane di 180 gradi l'una dall'altra, e non formerebbero che una sola linea retta. Quello dunque che fa che li due punti degli *apsidi* non sieno sempre esattamente in linea retta col sole, è che per la mutua tendenza delli pianeti gli uni verso gli altri, la loro gravità verso il sole non è precisamente in ragione inversa del quadrato della distanza. Newton dà un metodo molto elegante per determinare il moto degli *apsidi*, supponendo che si conosca la forza ch'è aggiunta alla gravità del pianeta verso il sole, e che questa forza aggiunta abbia sempre la sua direzione verso il sole.

Tuttavia per quanto bello fosse questo metodo, non può egli bastare, come osserva il Sig. d'Alembert, perchè in tutti li pianeti, tanto primarj che secondarj, la forza aggiunta alla gravità verso il foco dell'orbita, non ha quasi giammai la sua direzione verso questo foco. Così il Sig. Newton non se ne servì per determinare il moto degli *apsidi* dell'orbita lunare; ed il Sig. Clairaut fa vedere che il calcolo rigoroso dell'attrazione del sole sulla luna, era necessario per trovare il moto dell'apogeo della luna conforme all'osservazione. La maniera di determinare per osservazione la situazione degli *apsidi* è stata spiegata alla parola Afelio. (*D. L.*)

AQUARIO (*Astronomia*); undecimo segno del zodiaco. La costellazione di questo nome chiamasi anche *Aquarius*, *Junonis astrum*, *Deucalion*, *Ariftæus*, *Ganymedes*, *Puer Iliacus*, *Jovis Cinedus* (favorito di Giove) *Cecrops*, *Fusor aquæ*, *Amphora*, *Urna*, *aquæ Tyrannus*. Molti altri hanno pensato che questa costellazione tragga il suo nome dalla stagione delle pioggie che cadono nell'Europa all'entrar dell'inverno. Li Poeti pretesero che questo fosse Deucalione, il riparatore ed il padre del genere umano, che gli uomini per riconoscenza deificarono. Alcuni vogliono che questo sia *Cecrope*, il quale venuto in Grecia dall'Egitto, fabbricò la città di Atene, il quale ebbe il soprannome di *Biforme*. Altri hanno detto che era *Ganimede*, giovane bellissimo, che Giove fece trasferire da un'aquila per somministrare il nettare alla mensa degli Dei, dopo che Ebe se ne rese indegna per un fallo. *Virg. Æneid.* III. ed *Ovidio*, *Met.* X. *Vedete* l'origine egiziana di questa costellazione nelle Mem. del Sig. Dupuis, che la trae dall'allagamento del Nilo. Vi sono 108 stelle dell'*aquario* nel catalogo del Flamsteed.

Manilio, all'occasione dell'*aquario*, lib. IV., v. 259, parla delli getti di acqua:

Ille quoque inflexa fontem qui projicit urna,
Cognatas tribuit juvenilis Aquarius artes,
Cernere sub terris undas, inducere terris,
Ipsaque conversis aspergere fluctibus astra.

cioè: „ l'*aquario*, questo segno che inchinato „ sulla sua urna, fa sortire delli torrenti impe„ tuosi, influisce sulli vantaggi che da noi si ri„ trae dalla condotta delle acque: a lui dobbia„ mo l'arte di conoscere le sorgenti nascoste „ nel seno della terra, ed egli ci addita il mo„ do di elevarle alla superficie, e slanciarle „ verso i cieli, dove elleno mostrano di fram„ mischiarsi con le stelle „. Questo passo di Manilio prova che non fu al secolo di Luigi XIV. che si scoperse l'arte di fare le acque zampillanti, come immaginò Perrault. (*D. L.*)

AQUILA (*Astron.*); costellazione boreale. *Aquila*, *Jovis nutrix*, *Jovis Armiger*, *raptrix Ganimedis*, *fervans Antinoum*, *Promethei Aquila*, *Vultur volans*, *tortor Prometbei*. I poeti dicono che l'*aquila* portava del nettare a Giove, allora quando egli erasi nascosto in un antro in Creta, suo padre volendolo far perire: l'*aquila* contribuì anch'essa alla sua vittoria contro li giganti arrecandogli dell'arme. Contribuì anche alli suoi piaceti, rapindo Ganimede, acciò lo servisse a tavola. Per questo l'*aquila* fu consecrata a Giove, e fu posta nel cielo. Altri pretendono che sia questa l'*aquila* generata da Tifone, che devorava il cuore a Prometeo che fu ucciso da Ercole. Il Sig. Dupuis crede che l'*aquila* sia stata posta nel cielo, come simbolo della più grande elevazione del sole, e che segna il solstizio della state col suo tramontare eliaco, nel primo stabilimento delle costellazioni. *Ved.* la sua *Memoria* nel IV libro della mia *Astronomia*.

La costellazione dell'*aquila* unita con quella di Antinoo, contiene 17 stelle nel Catalogo Britannico; ed in questo numero vi è una bella stella, che si avvicina alla prima grandezza, e si vederà qual sia la sua posizione alla parola Stella.

ARAGNO o Ragno (*Astron.*), si dà qualche volta questo nome ad uno dei cerchi d'un Astrolabio, ch'è aperto a parte a parte, e porta dine-

differenti braccia, li di cui eſtremi ſegnano le poſizioni delle ſteſſe (*Tav. di Aſtron. Fig.* 230.) L'*Aragno* ſi gira ſu d'un Planiſfero, ove ſono diſegnati differenti cerchi, ai quali corriſponde la poſizione delle ſtelle, onde trovare il loro levare, e tramontare ec. *Vedete* ASTROLABIO. (*D. L.*)

ARAMECH. *Ved.* AATURO.

ARBITRARIO, *funzione*, (*Analiſi*). Sia $dz = pdx + qdy$, e l'equazione in differenze parziali $q = n + mp$, ſi averà $dz = ndy + p(dx + mdy)$. Perchè queſta equazione ſia poſſibile, ſenza ſupporre delle relazioni tra x ed y, p deve eſſere una funzione di $x + my$, affinchè $p(dx + mdy)$ ſia una differenziale eſatta; allora ſi averà $z = ny + \varphi(x + my)$. Queſta funzione φ ſi chiama funzione *arbitraria* nel calcolo integrale delle equazioni in differenze parziali, perchè l'integrale verifica la propoſta, qualunque ſia la forma della funzione. Ogni equazione dell'ordine primo ammette una funzione di queſta ſpecie nel ſuo integrale. Per determinarla ad un dato valore di y in x, deve corriſpondere un valore pur dato di z in x.

ESEMPIO. Sia $z = \frac{x^2}{a}$; quando $y = Kx$, ſi averà $\frac{x^2}{a} - Knx = \varphi(x(1 + mK))$. Sia $x(1 + Km) = u$, ſi averà $\varphi(u) = \frac{u^2}{a(1+Km)^2} - \frac{Knu}{1+Km}$; dunque $\varphi(x + my) = \frac{(x+my)^2}{a(1+Km)^2} - \frac{Kn(x+my)}{1+Km}$.

Se l'equazione in differenze parziali foſſe di un ordine ſuperiore, ſi avrebbero molte funzioni arbitrarie. *Ved.* il quinto articolo INTEGRALE e l'articolo PARZIALI. La loro determinazione dipenderà allora da equazioni in differenze finite, e qualche volta anche da equazioni in differenze infinitesime, e finite, come il Marcheſe di Condorcet oſſervò il primo, nella ſua lettera al Sig. d'Alembert, ſtampata nel 1768.

Eſempio per le equazioni in differenze finite ſoltanto.

Sia $dz = pdx + qdy$
$dp = rdx + qdy$
$dy = sdx + tdy$
e l'equazione in differenze parziali del ſecondo ordine $xt - (x+y)s + yr = \frac{x+y}{x-y}(p-q)$.

L'integrale completo di queſta equazione è $z = \varphi(y+x) + \downarrow(y^2 + x^2)$; ſia $z = mx + a$, quando $y = E + \frac{4x}{3}$, e $z = nx + b$, quando $y = \frac{17E}{25} + \frac{8x}{15}$; ſi averà $mx + a = \varphi(E + \frac{7}{3}x) + \downarrow\left(\frac{25}{9}(x + \frac{12E}{15})^2 + \frac{9}{25}E^2\right)$, e $nx + b = \varphi\left(\frac{17E}{25} + \frac{23}{15}x\right) + \downarrow\left(\frac{17}{15}\right)^2(x + \frac{3.8E}{17.5})^2 + \left(\frac{9}{25}E^2\right)$.

Queſte equazioni devono verificarſi, qualunque ſia x: dunque una di queſte equazioni, nella ſeconda, per eſempio, ſi può cangiare x in $\frac{35x}{23} + \frac{24E}{5.23}$; allora ella divenirà ..... $\frac{35nx}{23} + \frac{24nE}{5.23} + b = \varphi(E + \frac{7}{3}x) + \downarrow\left(\left(\frac{17}{15}\right)^2\left(\frac{35x}{23} + \frac{24.8}{23.17}E\right)^2 + \frac{9E^2}{25}\right)$; e col levare da queſta equazione la prima, ſi averà $x\left(\frac{35n}{23} - m\right) + \frac{24nE}{23.5} + b - a = \downarrow\left(\left(\frac{17}{15}\right)^2\left(\frac{35x}{23} + \frac{24.8E}{23.17}\right)^2 + \frac{9E^2}{25}\right) - \downarrow\left(\frac{25}{9}(x + \frac{12E}{25})^2 \frac{9E^2}{25}\right)$.

Prendiamo due indeterminati π, ρ, tali che ſi abbia $\left(\frac{17}{15}\right)^2\left(\frac{35x}{23} + \frac{24.8E}{23.17}\right)^2 = \frac{25}{9}(x\pi + \rho + \frac{12E}{25})^2$, o ſia $\left(\frac{17.7}{23}\right)^2(x + \frac{24.8E}{35.17})^2 + 25\pi^2(x + \frac{\rho + \frac{12E}{25}}{\pi})^2$.

Poſto queſto, ſe ſi ſa $x + \Delta x = x\pi + \rho$ (Δ è la caratteriſtica delle differenze finite), ſi averà $\Delta \downarrow\left(\frac{25}{9}(x + \frac{12E}{25})^2 + \frac{9E^2}{25}\right) = x\left(\frac{35n}{23} - m\right) + \frac{24nE}{5.23} + b - a = Rx + T$, per abbreviare. Si averà dunque ..... $\downarrow\left(\frac{25}{9}(x + \frac{12E}{25})^2 + \frac{9E^2}{25}\right) = \Sigma(Rx + T)$.

Sia queſta integrale $= Ax + B\Sigma 1$, ſi averà $Rx + T = A(x + \varphi) - Ax + B$; il che dà $A = \frac{R}{\pi - 1}$, e $B = T - \frac{R\varphi}{\pi - 1}$.

Si

Si ha $\Sigma 1 = \frac{\log.\left(x+\frac{\phi}{\pi-1}\right)}{\log.\pi}$; perchè . . . .

$\Delta \log.\left(x+\frac{\phi}{\pi-1}\right) = \log.\left(x\pi+\phi+\frac{\phi}{\pi-1}\right) - \log.\left(x+\frac{\phi}{\pi-1}\right) - \log.\left(\frac{x\pi+\frac{\phi\pi}{\pi-1}}{x+\frac{\phi}{\pi-1}}\right)$

$= \log.\pi$; dunque ec. Io dico ancora che si potrà prendere per la costante, la quale entra nella integrazione, una funzione arbitraria dei seni. $2\pi \frac{\log.\left(x+\frac{\phi}{\pi-1}\right)}{\log.\pi}$.

(π esprime la semicirconferenza, di cui il raggio è 1).

Effettivamente, la componente di questa funzione, corrispondente ad $x\pi - \phi$, sarà sen. $2\pi\left(1+\frac{\log.\left(x+\frac{\phi}{\pi-1}\right)}{\log.\pi}\right) =$ evidentemente al sen. $2\pi\frac{\log.\left(x+\frac{\phi}{\pi-1}\right)}{\log.\pi}$

Posti questi principj, che si troveranno sviluppati più particolarmente nelle Memorie dell' Accademia delle Scienze di Parigi degli anni 1773, 1775, nel tomo X della stessa collezione, ed alla parola INTEGRALE di questo Dizionario, articolo terzo, si averà . . . . . .

$$+\left(\frac{25}{9}\left(x+\frac{12E}{25}\right)^2+\frac{9E^2}{24}\right) = \frac{Rx}{\pi-1} + \left(T-\frac{R\phi}{\pi-1}\right)\frac{\log.\left(x+\frac{\phi}{\pi-1}\right)}{\log.\phi} + \chi\left(\text{fin. } 2\pi\frac{\log.\left(x+\frac{\phi}{\pi-1}\right)}{\log.\phi}\right)$$

(χ è la funzione arbitraria).

Sostituendo questo valore della funzione $\downarrow$ nella equazione $mx+a =$ ec., si averà . . . .

$$\phi\left(E+\frac{7}{3}x\right) = a + x\left(m-\frac{R}{\pi-1}\right) - \left(T-\frac{R\phi}{\pi-1}\right)\frac{\log.\left(x+\frac{\phi}{\pi-1}\right)}{\log.\pi}.$$

Tralascio la funzione χ per abbreviare. Ora sia $E+\frac{7}{3}x = u$; si averà * . . . . . .

$$\phi(u) = a+\frac{3E}{7}\left(m-\frac{R}{\pi-1}\right)+\frac{3u}{7}\left(m-\frac{R}{\pi-1}\right) - \left(T-\frac{R\phi}{\pi-1}\right)\frac{\log.\left(\frac{3}{7}u-\frac{3}{7}E+\frac{\phi}{\pi-1}\right)}{\log.\pi}.$$

Sia $\frac{25}{9}\left(x+\frac{12E}{25}\right)^2+\frac{9E^2}{25} = u$; si averà

$$\downarrow(u) = -\frac{3R}{5\pi-1}\left(\frac{4E}{5}-\sqrt{u-\frac{9}{25}E^2}\right) + \left(T-\frac{R\phi}{\pi-1}\right)\frac{\log.\left(\frac{\phi}{\pi-1}-\frac{12E}{25}+\frac{3}{5}\sqrt{u-\frac{9E^2}{25}}\right)}{\log.\pi}.$$

Dunque finalmente si ha $z = a - \frac{3Em}{7} - \frac{9ER}{7.25\pi-1}+\frac{3}{7}\left(m-\frac{R}{\pi-1}\right)(y+x) + \frac{3R}{5(\pi-1)}\sqrt{x^2+y^2-\frac{9E^2}{25}} + \ldots\ldots$

$$\left(T-\frac{R\phi}{\pi-1}\right)\frac{\log.\left(\frac{\phi}{\pi-1}-\frac{12E}{25}+\frac{3}{5}\sqrt{y^2+x^2-\frac{9}{25}E^2}\right)}{\log.\pi}$$

$$\frac{\phi}{\pi-1}-\frac{3}{7}E+\frac{3}{7}(y+x).$$

Espressione nella quale non vi è più da sostituirsi per π ed ϕ che il loro valore.

OSSERVAZIONE.

I valori di π e di ϕ sono doppj; così si averanno due integrali complere realmente distinte, come altrove ho già dimostrato. Solamente, il che pure osservai anche nel tempo stesso, una di queste integrali conterrà in generale il logaritmo di un numero negativo, e la sua realità sarà almeno equivoca. Ma se si suppone $T = \frac{R\phi}{\pi-1}$, impiegando il valore negativo di π e la corrispondente ϕ, e se si riduce la funzione arbitraria, sottintesa nell' esempio, ad una costante assoluta, questa integrale sarà reale, e risolverà il problema egualmente bene che l' altro, in

ſin maniera, che ſe per fiſſare le idee ſi riguardano le integrali che contengono una radicale, e che vengono da due valori di r, come rappreſentanti due ſuperficie, le coordinate delle quali ſaranno x, y, z, e ſe ſi averà propoſto di farle paſſare per rette date di poſizione, queſte ſuperficie averanno ciaſcheduna due ſoglie, e riſolveranno il problema talmente, che le noſtre rette ſaranno nella ſoglia ſuperiore della ſuperficie, la quale corriſponde alli valori poſitivi di r, e ſaranno, l'una nella ſoglia ſuperiore, l'altra nell'inferiore della ſuperficie che corriſponde alli valori negativi r. (r).

ARCHITETTURA *Idraulica*. Applicazione delli principj della Idrodinamica alla coſtruzione di tutte le opere meccaniche, ove l'azione di qualunque fluido, acqua, aria, vapore dell'acqua ec. è impiegata, ſia come potenza motrice, ſia come reſiſtenza, a combattere od a vincere, ſia a tutto queſto nel tempo ſteſſo.

Da queſto ſi rileva che in generale tutte le macchine idrauliche, li mulini, le trombe, le corone, la coſtruzione delle dighe, degli ſteccati, delli canali per la navigazione ec. ſi riportano all'*architettura idraulica*.

L'opera del Sig. Belidor ſu queſto argomento, ſebbene difettoſa, in molti luoghi della parte della teoria, contiene una quantità di detagli utiliſſimi in pratica.

Il Sig. Fabre, Ingegnere idraulico della Provenza, e corriſpondente dell'Accademia reale delle Scienze ec., ha pubblicato nel 1783, un'opera *Sulla maniera di coſtruire le macchine idrauliche, ed in particolare i mulini da frumento*: opera eccellente, piena di nuove ricerche, e nella quale la teoria e l'eſperienza ſono utilmente inſieme unite. (*L. B.*)

ARCO, (*Geom.*); egli è una porzione di curva, per eſempio, di un circolo, di una elliſſi o di un altra curva. *Ved.* CURVA.

Arco di circolo, è una porzione di una circonferenza, minore della circonferenza intiera del circolo. Tale è *AEB*, *Geom.* (*Fig.* 20.) *Ved.* CIRCOLO, e CIRCONFERENZA. La retta *AB*, che unisce l'eſtremità di un *arco*, ſi chiama *corda*; e la perpendicolare *DE* tirata ſul mezzo della corda ſi chiama *freccia*. *Ved.* CORDA, FRECCIA. Tutti gli angoli ſono miſurati da degli *archi*. Per avere il valore di un angolo, ſi deſcrive un *arco* di circolo, il di cui centro ſia alla ſommità dell'angolo. *Ved.* ANGOLO. Ogni circolo ſi ſuppone diviſo in 360 gradi. Un *arco* è più o meno grande, ſecondo che contiene un più grande ed un più picciolo numero di queſti gradi. Così ſi dice un *arco* di 30, di 80, di 100 gradi. *Ved.* GRADO. La miſura degli angoli per gli *archi* del circolo è fondata ſu queſto che la curva del circolo è uniforme. Gli *archi* di un' altra curva non potrebbero ſervire.

Archi concentrici, ſono quelli, i quali hanno lo ſteſſo centro: così nella *Figura* 21., gli *archi b H*, *c K* ſono *archi* concentrici. *Ved.* CONCENTRICO.

Archi eguali, ſono quelli che contengono lo ſteſſo numero di gradi di uno ſteſſo circolo o di circoli eguali. Nello ſteſſo circolo o nelli circoli ſteſſi eguali le corde eguali ſottendono degli archi eguali. Un raggio *CE*, (*Fig.* 20), che taglia in due parti eguali in *D* una corda *AB*, taglia anche in *E* l'*arco AEB* in due parti eguali, ed è perpendicolare alla corda, e *viceverſa*. Il problema di *tagliar l'arco* in due parti eguali ſarà dunque riſoluto, tirando una linea *CE* perpendicolare ſul mezzo *D* della corda.

Archi ſimili, ſono quelli che contengono lo ſteſſo numero di gradi di circoli ineguali. Tali ſono gli *archi AXB*, e *DHE*, (*Fig.* 22). Se due raggi partono dal centro di due circoli concentrici, gli *archi* compreſi tra queſti due raggi hanno lo ſteſſo rapporto alle loro circonferenze intiere; e li due ſettori lo ſteſſo rapporto alla ſuperficie intiera dei loro cerchi.

ARCO *ſemidiurno*, (*Aſtron.*) queſto è l'*arco* del parallelo diurno di un aſtro il quale è compreſo tra il meridiano e l'orizzonte; egli regola il tempo che ſcorre dal levare ſino al paſſaggio per il meridiano, e da queſto paſſaggio ſino al tramontare. Così, il calcolo del levare, o tramontare di un aſtro, ſi riduce a quello degli *archi ſemidiurni*, che cangiano in ragione dell'altezza del polo del luogo, e della declinazione dell'aſtro. Si trova una tavola molto particolarizzata nella maggior parte degli antichi volumi della *Cognizione dei tempi*, opera che l'Accademia ogni anno pubblica, per uſo degli aſtronomi e dei naviganti. *V.* LEVARE, e TRAMONTARE.

ARCO *di emerſione*, o *arco di viſione* (*Aſtronom.*), è la quantità, di cui biſogna che il ſole ſia abbaſſato verticalmente ſotto all'orizzonte perchè un aſtro ſia viſibile alla ſemplice viſta; ſi ſtima ordinariamente l'*arco di emerſione* di diciotto gradi per le ſtelle più picciole, di quattordici gradi per le ſtelle di terza grandezza, di undici a dodici gradi per le ſtelle di prima grandezza, come per Marte e per Saturno, di dieci gradi per Mercurio e Giove, e di cinque per Venere; ma queſt'ultima varia molto, e ſi riduce anche a niente, perchè qualche volta ſi vede Venere in pieno giorno, ed il ſole è già molto elevato ſull'orizzonte. *Ved.* CREPUSCOLO.

L'*arco di retrogradazione*. è un *arco* dell'ecclittica che moſtra un pianeta di deſcrivere, movendoſi contro l'ordine delli ſegni. *Ved.* RETROGRADAZIONE.

ARCO *di poſizione*, *angolo di poſizione*, (*termine di Aſtron.*); l'*arco* dell'equatore compreſo tra il meridiano, ed il circolo orario, o circolo di declinazione, il quale paſſa per il polo e per l'aſtro il quale ſi conſidera, ed è la coſa ſteſſa che quello, che ora noi chiamiamo *angolo orario*. Chiamaſi *arco di poſizione* perchè ſegna la diſtanza del circolo di poſizione dal meridiano, o l'*arco* dell'equatore che deve paſſare da

da che l' aſtro è nel circolo di poſizione fino a quando egli paſſerà al meridiano. (*D. L.*)

Arco *Celeſte*, od *Arco baleno* (*Ott.*); meteora in forma d' *arco* di varj colori, che faſſi vedere allora quando il tempo è piovoſo, in una parte del cielo oppoſta al ſole, ed è formata dalla refrazione delli raggi di queſt' aſtro, a traverſo delle goccie ſferiche d' acqua, della quale l' aria va allora ripiena. *Ved.* Meteore, Pioggia, e Refrazione.

Vedeſi ordinariamente un ſecondo *arco celeſte* che cinge il primo ad una certa diſtanza. Queſto ſecondo *arco celeſte* chiamaſi *arco celeſte eſteriore*, per diſtinguerlo da quello ch' egli rinchinde, e che ſi chiama *arco celeſte interiore*.

L' *arco* interiore ha li colori più vivi, e chiamaſi per queſto *arco principale*. Li colori dell' *arco* eſteriore ſono più deboli, e per queſto porta il nome di *arco ſecondo*. Se ſi vede comparire un terzo *arco*, il che di rado accade, li ſuoi colori ſono ancora meno vivi delli precedenti. I colori ſono roveſciati nelli due *archi*; quelli dell' *arco* principale ſono con queſt' ordine, contando dal di dentro al di ſuori: violaceo, indago, turchino, verde, giallo, melarancio, roſſo; ſono in ordine a queſto contrario nell' *arco* ſecondo, roſſo, melarancio, giallo, verde, turchino, indago, violaceo. Queſti ſono li colori ſteſſi che ſi vedono nelli raggi del ſole che attraverſano un priſma di vetro. *Ved.* Prisma. Li Fiſici fanno menzione di un *arco celeſte lunare* e di un *arco celeſte marino*, delli quali parleremo qui ſotto.

L' *arco celeſte*, come oſſerva il Newton, non ſi vede che ſoltanto nelli ſiti dove piove, e il ſole nel tempo ſteſſo riſplende. Si può formarlo con arte vogliendo il dorſo al ſole, e facendo zampillar dell' acqua, che gettata in aria e diſperſa in goccie, cade in forma di pioggia; perchè il ſole dirigendo i raggi ſu queſte goccie fa vedere un *arco celeſte* a tutti gli ſpettatori che ſi trovano in una ginſta poſizione rignardo a queſta pioggia ed al ſole, ſpecialmente ſe ſi ponga un corpo nero dietro le goccie dell' acqua.

Antonio de Dominis moſtra in un ſuo libro, *De radio viſus & lucis*, impreſſo a Venezia nel 1611, che l' *arco celeſte* è prodotto dalle goccie rotonde di pioggia, per delle refrazioni della luce ſolare ed una rifleſſione: conferma queſta con l'eſperienza ch'egli ha fatto con una fiala e delle bolle di vetro piene di acqua eſpoſte al ſole. Biſogna anche ſapere, che alcuni antichi prima di Antonio de Dominis, aveano detto che l' *arco celeſte* era formato dalla refrazione delli raggi del ſole nelle goccie di acqua. Keplero aveva pure anch'egli così penſato, come ſi rileva dalle lettere che egli ſcriſſe a Berengero nel 1605, e ad Harriot nel 1606. Carteſio, che ſeguì nelle ſue meteore la ſpiegazione d' Antonio de Dominis, ha corretto quella dell' *arco* eſteriore. Ma, come che queſti dotti non conoſceano la vera origine delli colori, così la ſpiegazione che danno di queſta meteora, è diffettoſa. Antonio de Dominis ha creduto che l' *arco celeſte* eſteriore ſia formato dalli raggi che radevano l' eſtremità delle goccie di pioggia e che vengono all'occhio dopo due refrazioni, ed una rifleſſione. Si trova col mezzo del calcolo, che queſti raggi, nella loro ſeconda refrazione, devono fare un angolo molto più picciolo col raggio del ſole che paſſa per l'occhio, che l'angolo ſotto al quale ſi vede l' *arco celeſte* interiore; e pure l'angolo ſotto al quale ſi vede l' *arco celeſte* eſteriore è molto più grande di quello ſotto al quale ſi vede l' *arco celeſte* interiore. Di più, li raggi che cadono molto obliquamente ſu di una goccia di acqua non fanno colori ſenſibili nella loro ſeconda refrazione, come ſi vedrà chiaramente in quello che diremo. Riguardo a Carteſio che ha ſpiegato il primo l' *arco celeſte* eſteriore per due rifleſſioni, e due refrazioni, non ha oſſervato che li raggi eſtremi che fanno il roſſo, hanno la loro refrazione molto minore che ſecondo la proporzione del 3 al 4, e che quelli che fanno il violaceo l'hanno più grande. Di più, ſi contentò di dire che veniva più luce all'occhio ſotto gli angoli di 41°, e di 42°; che ſotto agli altri angoli, ſenza provare che queſta luce doveva eſſere colorata; e così non ha dimoſtrato baſtantemente da che venga che appariſcano delli colori ſotto un angolo in circa di 42°, e non ne compariſcano ſotto gli angoli che ſono minori di 40.° e maggiori di 44.° nell' *arco celeſte* interiore. Queſto celebre autore non ha dunque baſtantemente ſpiegato l' *arco celeſte*, ſebbene abbia molto avanzata queſta ſpiegazione Newton l'ha compita col mezzo della ſua dottrina dei colori.

Teoria dell' arco celeſte. Per concepir l'origine dell' *arco celeſte*, eſamineremo prima quello che accade allora quando un raggio di luce viene da un corpo lontano, come dal ſole, e cade ſu di una goccia di acqua sferica, come ſono quelle della pioggia. Sia dunque una goccia di acqua *ADKN* (*Tav. Ott. Fig.* 45), e le linee *EF*, *BA* delli raggi luminoſi che partono dal centro del ſole, e che noi poſſiamo concepire come paralleli tra di loro a cagione della lontananza immenſa di queſto aſtro. Il raggio *BA* eſſendo il ſolo che cade perpendicolarmente ſulla ſuperficie dell'acque, e tutti gli altri eſſendo obliqui, è facile da vedere che tutti queſti ſoffriranno una rifrazione, e ſi approſſimeranno alla perpendicolare, cioè che il raggio *EF*, per eſempio, in luogo di continuare il ſuo cammino ſeguendo *FG*, ſi romperà al punto *F*, e ſi approſſimerà alla linea *HFI* perpendicolare alla goccia in *F*, per prendere il cammino *FK*. Lo ſteſſo è di tutti li raggi vicini al raggio *EF*, li quali ſi allontaneranno da *F* verſo *K*, ove ne ſaranno probabilmente alcuni che ſcapperanno nell'aria, mentre che gli altri ſi rifletteranno ſeguendo la linea *KN*, per ſare de-

degli angoli d'incidenza e di riflessione eguali tra loro. *Ved.* Riflessione.

Di più, siccome li raggi KN, e quelli che li seguono, cadono obliquamente sulla superficie di questo globulo, così non possono ripassare nell'aria senza rifrangersi di nuovo, ed allontanarsi dalla perpendicolare MNL; in modo che non possono andara direttamente verso T, e sono costretti di allontanarsi verso P. Bisogna anche osservare qui che alcuni delli raggi, dopo che sono arrivati in N, non passano nell'aria, ma si riflettono di nuovo verso Q, dove soffrindo una refrazione come tutti gli altri, essi non vanno in retta linea verso P, ma verso R, allontanandosi dalla perpendicolare TV. Ma siccome non deve si qui avere riguardo che alli raggi i quali possono ferire l'occhio, che noi supponiamo posto alquanto di sotto alla goccia, per esempio al punto Z, così noi lasciamo quelli che si riflettono da N verso Q come inutili, a cagione che non possono pervenire giammai all'occhio dello spettatore. Tuttavia bisogna osservare che vi sono degli altri raggi, come 2, 3, che si spezzano da 3 verso 4, di là si riflettono verso 5, e da 5 verso 6, poi si spezzano seguendo 6, 7, ficchè possono finalmente arrivare fino all'occhio ch'è posto al di sotto della goccia.

Quanto fino ad ora si è detto, è chiarissimo: ma per determinare precisamente i gradi della refrazione di ogni raggio di luce, bisogna ricorrere al calcolo, per il quale si sa che li raggi, i quali cadono sul quarto del cerchio AD, continuano il loro cammino seguendo le linee che si vedono tirate nella goccia $ADKN$, dove vi sono tre cose molto importanti da osservare. In primo luogo, le due refrazioni delli raggi alla loro entrata, ed alla loro sortita sono tali, che la maggior parte delli raggi che sono entrati paralleli sulla superficie AF, sortono divergenti, cioè si allontanano gli uni dagli altri, e non arrivano fino all'occhio. In secondo luogo, del fascio delli raggi paralleli che cadono sulla parte AD della goccia, ve ne è una picciola parte ch'essendo stata spezzata dalla goccia, essi vengono a riunirsi al fondo della goccia nel punto stesso, e che essendo riflessi da questo punto, sortono dalla goccia paralleli tra loro, come vi erano entrati. Siccome questi raggi sono vicini gli uni uni agli altri, possono agire con forza sull'occhio in caso che vi possano entrare, e per questo si chiamano *raggi efficaci*, mentre che gli altri si allontanano troppo per produrre un effetto sensibile, od almeno produrre colori così vivi, come l'*arco celeste*. In terzo luogo, il raggio NP ha un'ombra od oscurità al di sotto, perchè non sortendo raggio alcuno dalla superficie N 4, è lo stesso come se questa parte fosse coperta da un corpo opaco. Si può aggiungere a questo che il raggio stesso NP ha dell'ombra sopra l'occhio, perchè li raggi che sono in questo sito, non hanno maggior effetto, come se del tutto non esistessero.

Ne segue da questo, che per trovare i raggi efficaci, bisogna trovare i raggi, i quali hanno lo stesso punto di riflessione, cioè che bisogna trovare quali sono li raggi paralleli e contigui, i quali dopo la refrazione, si rincontrano nel punto stesso della circonferenza della goccia, e si riflettono da di là verso l'occhio.

Ora supponiamo che NP sia il raggio efficace, e che EF sia il raggio incidente che corrisponde ad NP, cioè che F sia il punto in cui cade un piceiolo fascio di raggi paralleli, i quali dopo essersi spezzati, vengono a riunirsi in K, per rifletterli di là in N, e sortire seguendo NP; e troveremo col calcolo che l'angolo ONP, compreso tra il raggio NP, e la linea ON tirata dal centro del sole, è di 41° 30'. Si insegnerà qui il metodo di determinarlo.

Ma siccome, oltre il raggio che viene dal centro del sole alla goccia dell'acqua, ne parte una infinità dagli altri punti della sua superficie, ci restano ad esaminare molti altri raggi efficaci, quelli particolarmente della parte superiore, e della parte inferiore del suo disco.

Il diametro apparente del sole essendo circa 32', ne segue che se il raggio EF passa per il centro del sole, un raggio efficace che partirà dalla parte superiore del sole, caderà più alto del raggio EF di 16', cioè sarà con questo raggio EF un angolo in circa di 16'. Questo è quanto fa il raggio GH (*Fig.* 46), che soffrindo la stessa refrazione che EF, si piega verso I, e da di là verso L, fino che sortendo con la stessa refrazione che NP, giunge in M per formare un angolo di 41° 14' con la linea ON.

Egualmente il raggio QR che viene dalla parte inferiore del sole, cade sul punto R, 16' più basso, cioè fa un angolo di 16 disotto col raggio EF, e soffrindo una refrazione, si torce verso S, e da di là verso T, ove passando nell'aria giunge fino a V; in modo che la linea TV, ed il raggio [illegible] formano un angolo di 41° 46'.

Rignardo ai raggi che giungono all'occhio dopo due riflessioni e due refrazioni, si devono riguardare come efficaci quelli, che dopo queste due riflessioni e queste due refrazioni, sortono dalla goccia paralleli tra loro.

Supputando dunque le riflessioni delli raggi che vengono, come 23 (*Fig.* 45), dal centro del sole, e che penetrando nella parte inferiore della goccia, soffrono, come noi abbiamo supposto, due riflessioni, e due refrazioni, ed entrano nell'occhio con linee simili a quella che è segnata da 67 (*Fig.* 47), noi troveremo che li raggi che si possono guardare come efficaci, per esempio 67, formano con la linea 86 tirata dal centro del sole, un angolo 867 d'incirca 52°: dal che ne segue che il raggio efficace che parte dalla più elevata parte del sole, fa con la linea stessa 86 un angolo minore di 16'; e quello che viene dalla parte inferiore, un angolo più grande di 16'.

Immaginiamoci adunque che $ABCDEF$ sia

la ſtrada del raggio efficace dalla parte più elevata del ſole ſino all'occhio *F*; l'angolo 86 *F* ſarà circa 50o 44'. Così, ſe *GHIKLM* è la ſtrada di un raggio efficace che viene dalla inferior parte del ſole, e termina all'occhio, l'angolo 86 *M* è circa di 52° 16'.

Siccome vi ſono molti raggi efficaci oltre quelli, che partono dal centro del ſole, così quello che abbiamo detto dell'ombra, va ſoggetto a qualche eccezione; perchè, di tre raggi che ſono ſegnati (*Fig.* 45, e 46), noo vi ſono ſe non che li due eſtremi che abbiano dell'ombra al loro lato eſteriore.

Riguardo alla quantità della luce, cioè del faſcio di raggi, che ſi riuniſcono in un certo punto, per eſempio, nel punto della rifleſſione delli raggi efficaci, ſi può riguardarlo come un corpo luminoſo terminato dall'ombra. Del reſto, biſogna oſſervare che fino qui noi abbiamo ſuppoſto che tutti i raggi della luce ſi ſpezzino egualmente; il che ci fece trovare li angoli di 41° 30, e di 52°. Ma li differenti raggi che giungono così fino all'occhio, ſono di varj colori; cioè proprj ad eccitare in noi le idee di differenti colori; e per conſegueoza queſti raggi ſono differentemente rifleſſi paſſando dall'acqua nell'area, ſebbene cadono nella ſteſſa maniera ſopra una ſuperficie refrangibile, perchè ſi ſa che li raggi roſſi, per eſempio, ſoffrono minor refrazione delli raggi gialli, queſti minore delli turchini, li turchini minore delli violacei, e così degli altri. *Ved.* Colore.

Ne ſiegue da ciò che abbiamo detto, che li raggi differenti o eterogenei ſi ſeparano gli uni dagli altri e prendono differenti ſtrade, e quelli che ſono omogenei, ſi vi uniſcono e vanno a terminare nello ſteſſo ſito. Gli angoli di 41° 30 e di 52° non ſpettano che alli raggi di una media refraogibilità, cioè a quelli che rompendoſi ſi approſſimano alla perpendicolare più che li roſſi, ma meno che i raggi violacei. Da queſto avviene che il punto luminoſo della goccia, dove ſi fa la refrazione, ſembra attorniato da differenti colori, cioè che il roſſo, il verde, ed il turchino naſcono da differenti raggi roſſi, verdi, e turchini del ſole, che le differenti goccie traſmettono all'occhio, come accade allora quando ſi riguardano degli oggetti riſchiarati a traverſo un priſma. *Ved.* Prisma.

Tali ſono li colori che un ſolo globetto di pioggia deve rappreſentare all'occhio; dal che ne ſegue che un gran numero di queſti piccioli globetti venendo a ſpanderſi nell'aria, farà vedere delli colori differenti, purchè ſieno talmente diſpoſti, che li raggi efficaci poſſino noirſi all'occhio; ſicchè queſti raggi così diſpoſti formeranno un *arco celeſte*.

Per determinare ora quale deve eſſere queſta diſpoſizione, ſupponiamo una linea retta tirata dal centro del ſole all'occhio dello ſpettatore, come *VX* (*Fig.* 46), che chiameremo *linea d'aſpetto*: ſiccome ella parte da un punto eſtremamente lontano, ſi può ſupporla parallela alle altre linee tirate dal punto ſteſſo; ora ſi ſa che uoa linea retta che taglia due parallele, forma degli angoli alterni eguali. *Ved.* Alterno.

Immaginiamoci adunque un numero indefinito di linee tirate dall'occhio dello ſpettatore al ſito oppoſto al ſole, ove ſono le goccie della pioggia, le quali formano differenti angoli coo la linea d'aſpetto, eguali agli angoli di refrazione delli differenti raggi refrangibili, per eſempio, agli angoli di 41° 46', di 41° 30', e di 41° 40'. Queſte linee cadendo ſu delle gorcie di pioggia riſchiarate dal ſole, formeranno degli angoli della ſteſſa graodezza con li raggi tirati dal centro del ſole alle ſteſſe goccie; in modo che le linee, così tirate dall'occhio, rappreſenteranno i raggi che cagioneranno la ſenſazione delli differenti colori.

Quella, per eſempio, che forma un angolo di 41° 46, rappreſenterà i raggi meno refrangibili o roſſi delle differenti goccie; e quella di 41° e 40' i raggi violacei, che ſono li più refrangibili. Si troveranno i colori, iotermedj e le loro refrangibilità nello ſpazio intermedio. *Ved.* Rosso.

Si ſa che l'occhio eſſendo poſto alla ſommità di un cono, vede gli oggetti ſulla ſuperficie come ſe foſſero in un circolo, allora quando almeno queſti oggetti ſooo da lui molto lontaoi: perchè quando differenti oggetti ſono ad una diſtaoza molto conſiderabile dall'occhio, ſemberanno eſſere alla ſteſſa diſtanza. Noi abbiamo detto la ragione di ciò nell'articolo Apparente. Dal che ne ſiegue che un gran numero di oggetti così diſpoſti, moſtrerebbe eſſere poſti in un circolo ſulla ſuperficie del cono. Ora l'occhio del noſtro ſpettatore è qui alla ſommità comune di molti coni formati dalle differenti ſpecie dei raggi efficaci e dalla linea d'aſpetto. Sulla ſuperficie di quello dove l'angolo alla ſommità è più grande, e che contieoe tutti gli altri, ſono queſte goccie, o parte delle goccie che compariſcooo roſſe; le goccie del color di porpora ſooo ſulla ſuperficie del cono che forma l'angolo più picciolo alla ſua ſommità, ed il turchino, il verde, ec. ſono nelli coni intermediarj. Ne viene in conſeguenza duoque che le differenti ſpecie di goccie devono comparire come ſe foſſero diſpoſte in tante faccie od archi colorati, come ſi vede nell'*arco celeſte*.

Il Sig. Newroo ſpiega queſto in una maniera più ſcientifica, e dà agli angoli dei valori poco differenti. Supponiamo, dice egli, che *O*, (*Fig.* 48) ſia l'occhio dello ſpettatore, ed *OP* una linea parallela alli raggi del ſole, e ſieno *POE*, *POF* degli angoli di 40° 17', di 42° 2' che ſi ſuppone che ſi aggirino intorno al lato loro comune *OP*: e deſcrivanſi per le eſtremità *E*, *F* di *OE*, ed *OF* gli orli dell'*arco celeſte*.

Perchè ſe *E*, *F* ſono goccie poſte in qualche ſito che queſto ſia di ſuperficie cooiche deſcritte da *OE*, *OF*, e che ſieoo illuminate dalli raggi del ſole *SE*, *SF*, ſiccome l'angolo *SEO* è

egua-

eguale all'angolo *P O E*, il quale è di 40° 17', queſto ſarà il più grande angolo che poſſa eſſer fatto dalle linee *S E*, e dalli raggi li più refrangibili che ſono rotti verſo l'occhio dopo una ſola rifleſſione; e per conſeguenza da tutte le goccie che ſi trovano ſulla linea *O E*, giungeranno all'occhio, nella più grande poſſibile abbondanza, i raggi più refrangibili, ed in tal modo faranno ſentire il violaceo più vivo verſo il ſito, dove ſono poſti.

Così egualmente l'angolo *S F O* eſſendo eguale all'angolo *P O F*, il quale è di 42° 2', ſarà il più grande angolo, ſecondo il quale i raggi li meno refrangibili poſſono ſortire dalle goccie dopo una ſola rifleſſione, e per conſeguenza queſti raggi ſaranno inviati all'occhio nella maggior quantità poſſibile dalle goccie che ſi trovano ſulla linea *O F*, e che produrranno la ſenſazione del roſſo il più vivo in queſto ſito.

Per la ſteſſa ragione, i raggi, i quali hanno delli gradi intermedj di refrangibilità, veniranno nella poſſibile maggiore abbondanza dalle goccie poſte tra *E* ed *F*, e faranno ſentir li colori intermedj nell'ordine che eſigono i loro gradi di refrangibilità, cioè; avanzando di *E* in *F*, o dalla parte interiore dell'*arco* all'eſteriore con queſt'ordine, il violaceo, l'indago, il turchino, il verde, il giallo, il melarancio, ed il roſſo; ma il violaceo eſſendo ſrammiſchiato con la luce bianca delle nuvole, queſta meſcolanza lo farà comparir debole, e trarrà alla porpora.

Siccome le linee *O E*, *O F* poſſono eſſere ſituate indifferentemente in ogni altro ſito delle ſuperficie coniche, delle quali qui ſopra abbiamo parlato, quanto ſi è detto delle goccie e delli colori poſti in queſte linee, deveſi intendere delle goccie e delli colori diſtribuiti in ogni altro ſito di queſte ſuperficie. Per conſeguenza il violaceo ſarà ſparſo in tutto il cerchio deſcritto dalla eſtremità *E* del raggio *O E* intorno di *O P*; il roſſo in tutto il cerchio deſcritto da *O F*, e gli altri colori intermedj nelli cerchj, che ſi deſcrivono dalli raggi tra *O E* ed *O F*. Ecco quale è la maniera con cui ſi forma l'*arco celeſte*.

Arco celeſte eſteriore. Quanto al ſecondo *arco celeſte* che circonda ordinariamente il primo, nell'aſſegnar le goccie che devono parer colorate, noi eſcluderemo quelle che partendo dall'occhio, fanno degli angoli alquanto al diſotto di 42° 2', ma non quelle che ne fanno di più grandi.

Perchè ſe ſi tira dall'occhio dello ſpettatore una infinità di linee parallele, alcuna delle quali faccia degli angoli di 50° 57' con la linea di aſpetto, per eſempio *O G*, altra angoli di 54° 7', per eſempio *O H*, biſogna neceſſariamente che le goccie, ſulle quali caderanno queſte linee, facciano vedere delli colori, ſpecialmente quelli che formano l'angolo di 50° 57'.

Per eſempio, la goccia *G* parerà roſſa, la linea *G O* eſſendo la ſteſſa che un raggio efficace, il quale, dopo due rifleſſioni e due refrazioni, dà il roſſo; così le goccie, nelle quali cadono le linee, che fanno con *O P* degli angoli di 54° 7', per eſempio la goccia *H*, pareranno del color di porpora, la linea *O H* eſſendo la ſteſſa che un raggio efficace, il quale, dopo due rifleſſioni e due refrazioni, dà il color di porpora.

Ora ſe vi è un numero ſufficiente di queſte goccie, e che la luce del ſole ſia baſtantemente forte, venendo già indebolita da due rifleſſioni e refrazioni conſecutive, egli è evidente che queſte goccie devono formare un ſecondo *arco* ſimile al primo. Nelli raggi meno refrangibili, l'angolo minore, ſotto al quale una goccia può mandare delli raggi efficaci dopo due rifleſſioni, è ſtato ttovato dal calcolo di 50° 57', e nelli più refrangibili di 54° 7'.

Supponiamo l'occhio poſto al punto *O*, come qui ſopra, e che *P O G*, *P O H* ſieno angoli di 50° 57' e di 54° 7': ſe queſti angoli girano intorno al loro lato comune *O P*, con li loro altri lati *O G*, *O H*, deſcriveranno gli orli dell'*arco celeſte C H D G*, che biſogna ſupporre ſituato non nel piano ſteſſo che la linea *O P*, come rappreſenta la figura, ma in un piano perpendicolare a queſta linea.

Perchè ſe *G O* ſono goccie poſte in qualche ſito che ſia di ſuperficie coniche deſcritte da *O G*, *O H*, e ſieno illuminate dalli raggi del ſole; come l'angolo *S G O* è eguale all'angolo *P O G* di 50° 57, queſto ſarà l'angolo più picciolo che poſſa eſſere mai fatto dalli raggi li meno refrangibili dopo due rifleſſioni, e per conſeguenza da tutte le goccie che trovanſi ſulla linea *O G*, veniranno all'occhio nella maggiore abbondanza poſſibile, i raggi meno refrangibili, e ſaranno ſentire con queſto mezzo il roſſo più forte verſo il ſito ove ſono poſte.

Così l'angolo *S H O* eſſendo eguale all'angolo *P O H*, il quale è di 54° 7', ſarà il più picciolo angolo ſotto al quale i raggi più refrangibili poſſano ſortire dalle goccie dopo due rifleſſioni, e per conſeguenza queſti raggi ſaranno inviati all'occhio nella maggior poſſibile quantità dalle goccie che ſono poſte nella linea *O H*, e produranno la ſenſazione del violaceo la più vivace in queſto ſito.

Per la ſteſſa ragione i raggi, i quali hanno delli gradi intermediarj di refrangibilità, veniranno nella maggior abbondanza poſſibile dalle goccie tra *G* ed *H*, e faranno ſentire i colori intermediarj nell'ordine che eſigono i loro gradi di refrangibilità, cioè, avanzando da *G* in *H*, o dalla parte interiore dell'*arco* all'eſteriore, con queſt'ordine, il roſſo, il melarancio, il giallo, il verde, il turchino, l'indago, ed il violaceo.

E ſiccome le linee *O G*, *O H* poſſono eſſere ſituate indifferentemente in qualunque ſito ſi voglia delle ſuperficie coniche, perciò quello che ſi è detto delle goccie, e delli colori che ſono ſu queſte linee, deve eſſere applicato alle goccie ed alli colori, che ſono in ogni altro ſito di queſte ſuperficie.

Così si saranno formati due *archi* colorati; l'uno interiore, e composto di colori più vivi per una sola riflessione, e l'altro esteriore e composto di colori più deboli per due riflessioni.

I colori di questi due *archi* saranno in un ordine opposto l'uno riguardo all'altro, il primo avendo il rosso al di dentro e la porpora al di fuori, ed il secondo la porpora al di fuori ed il rosso al di dentro, e così del resto.

Arco celeste artificiale: Questa spiegazione dell'*arco celeste* è confermata da un'esperienza facile: ella consiste nel sospendere una bolla di vetro piena di acqua in qualche sito ov'ella sia esposta al sole, ponendosi lo spettatore in tal maniera che i raggi, i quali vengono dalla bolla all'occhio, possano fare con li raggi del sole un angolo di 43°, o di 50°, perchè se l'angolo è d'in circa, 42, o 43° lo spettatore (supposto in *O*) vedrà un rosso molto vivo sul lato della bolla opposto al sole, come in *F*; e se questo angolo diviene più picciolo, come accaderà facendo discendere la bolla fino in *E*, altri colori appariranno successivamente sul lato stesso della bolla, cioè, il giallo, il verde, ed il turchino.

Ma se si fa l'angolo d'incirca 50°, alzando la bolla fino in *G*, apparirà il rosso sul lato della bolla ch'è verso il sole, sebbene alquanto debole; e se si fa l'angolo ancora più grande, alzando la bolla fino in *H*, il rosso si cangierà successivamente in altri colori, in giallo, verde, e turchino. Si osserva lo stesso allora quando, senza far cangiare sito alla bolla, si alza o si abbassa l'occhio per dare all'angolo una convenevole grandezza.

Si produce ancora, come abbiamo detto, un *arco celeste artificiale*, volgendo il dorso al sole, e gettando in alto dell'acqua, di cui si abbia empita la bocca; vedendosi in quest'acqua dei colori dell'*arco celeste*, purchè le goccie sieno spinte molto in alto, onde i raggi rimessi da queste goccie all'occhio dello spettatore facciano degli angoli di più di 41° col raggio *OP*.

Dimensione dell'arco celeste. Cartesio fu il primo a determinare con un metodo indiretto il suo diametro, dicendo che la sua grandezza dipende dal grado di refrazione del fluido, e che il seno d'incidenza è a quello della refrazione nell'acqua, come 250 a 187. *Ved.* REFRAZIONE.

Il Sig. Halley poi ha dato, nelle *Transazioni Filosofiche*, un metodo semplice e diretto per determinare il diametro *dell'arco celeste*, supponendo dato il grado di refrazione del fluido, o reciprocamente determinare la refrazione del fluido per la conoscenza che si ha del diametro dell'*arco celeste*. Ecco in che consiste questo metodo. 1°. Il rapporto della refrazione cioè, delli seni d'incidenza e di refrazione essendo conosciuto, egli cerca gli angoli d'incidenza e di refrazione di un raggio, che si suppone divenir efficace dopo un numero determinato di riflessioni, cioè, cerca gli angoli d'incidenza e di refrazione di un fascio di raggi infinitamente vicini, che cadendo paralleli sulla goccia, sortono paralleli dopo di avere sofferto al di dentro della goccia un certo numero di determinate riflessioni. Ecco la regola ch'egli dà per questo. Sia una data linea *AC*, (*Ott. Fig.* 49,) la si divida in *D*, in modo che *DC* sia ad *AC* in ragione del seno di refrazione al seno d'incidenza. Indi si divida di nuovo in *E*, in modo che *AC* sia ad *AE*, come il numero dato delle riflessioni, accresciuto dell'unità, a questa stessa unità: si descriva dopo ciò sul diametro *AE* il semicerchio *ABE*; poi dal centro *C* e col raggio *CD* si descriva un *arco DB*, che taglia il semicerchio al punto *B*: si conducano le linee *AB*, *CB*; *ABC*, ovvero il suo complemento a due angoli retti sarà l'angolo d'incidenza, e *GAB* l'angolo di refrazione che si richiede.

2.° Il rapporto tra l'angolo di refrazione e l'angolo d'incidenza essendo dato, si troverà così l'angolo che fa un raggio di luce che sorte da una bolla dopo un dato numero di riflessioni con la linea di aspetto, e per conseguenza l'altezza e la larghezza dell'*arco celeste*. Avendosi così l'angolo d'incidenza, ed il rapporto fra questo, e quello di refrazione, si conosce anche l'angolo di refrazione. Ora se si moltiplichi questo ultimo col doppio del numero delle riflessioni aumentato di 2, e se si tolga dal prodotto il doppio dell'angolo d'incidenza, l'angolo che resta sarà quello che si cerca.

Supponiamo col Newton che il rapporto dell'incidenza, e della refrazione sia come 108 ad 81 per li raggi rossi, e come 109 ad 81 per li turchini, ec. Il problema precedente darà gli angoli sotto li quali si vedono li colori.

I. Arco celeste.	rosso 42° 22'.	Lo spettatore avendo il dorso rivolto al sole, perchè li raggi i quali vengono al di lui occhio, dopo una o due riflessioni, sono dello stesso lato della goccia che li raggi incidenti.
	violaceo 40° 16'.	
II. Arco celeste.	rosso 50° 58'.	
	violaceo 54° 59'.	

Se si dimanda l'angolo formato da un raggio dopo tre o quattro riflessioni, e per conseguenza l'altezza alla quale si dovrebbe vedere il terzo ed il quarto *arco celeste*, che sono di raro e pochissimo sensibili, a cagione della diminuzione che soffrono li raggi con tante riflessioni reiterate, si avrà

III. *Arco celeſte.* { rosso 41° 37'. violaceo 37° 9'.

IV. *Arco celeſte.* { rosso 43° 53'. violaceo 49° 53'.

Lo ſpettatore avendo la faccia rivolta verso il ſole, perchè li raggi che vengono all' occhio dello ſpettatore, dopo tre o quattro rifleſſioni, ſortono dalla goccia da un lato oppoſto a quello per cui vi ſono entrati, e conſeguentemente ſono, per rapporto al ſole, da un altro lato della goccia che li raggi incidenti.

E' facile ſu queſto principio di trovare la larghezza dell'*arco celeſte*; perchè il più grande ſemidiametro del primo *arco celeſte*, cioè della ſua parte eſteriore, eſſendo di 42° 11', ed il minore, cioè della parte interiore, di 40° 16', la larghezza della faſcia miſurata dal roſſo al violaceo ſarà di 1° 55'; ed il più grande diametro del ſecondo *arco* eſſendo di 44° 9' ed il minore di 50° 58, la larghezza della faſcia farà di 3° 11', e la diſtanza tra li due *archi celeſti* di 8° 47'.

Si riguarda il ſole in queſte miſure come un punto; ed è perchè, come il ſuo diametro è circa 30', e ſi preſero ſino ad ora li raggi che paſſano per il centro del ſole, ſi devono aggiugere queſti 30' alla larghezza di ciaſcheduna faſcia od *arco* dal roſſo al violaceo; cioè 15' al diſſotto al violaceo nell'*arco* interiore, e 15' al diſſopra al roſſo nell'*arco* ſteſſo; e per l'*arco celeſte* eſteriore 15' ſopra al violaceo, e 15' ſotto al roſſo; e biſognerà togliere 30' dalla diſtanza che vi è tra li due *archi*.

La larghezza dell'*arco celeſte* interiore ſarà dunque di 2° 25', e quella del ſecondo di 8° 17'. Queſte ſono le dimenſioni dell'*arco celeſte*, ed elle ſono conformi quaſi a quella che ſi trova miſurando un *arco celeſte* con gl' inſtrumenti.

Fenomeni particolari dell'arco celeſte. E' facile dedurre da queſta teoria tutti li fenomeni particolari dell'*arco celeſte*: 1.° per eſempio, perchè l'*arco celeſte* è ſempre della ſteſſa larghezza? Perchè li gradi di refrangibilità delli raggi roſſi e violacei che formano i ſuoi colori eſterni, ſono ſempre gli ſteſſi.

2.° Perchè ſi vedono qualche volta le gambe dell'*arco celeſte* contigue alla ſuperficie della terra, e perchè alcuna volta queſte gambe non giungono fino a terra? La ragione è che non ſi vede l'*arco celeſte* ſe non nelli luoghi ove piove. Ora ſe la pioggia è molto eſteſa, per occupare uno ſpazio più grande della porzione viſibile del cerchio, che deſcrive il punto *E*, ſi vedrà l'*arco celeſte* che giungerà ſino a terra, ſe no, ſi vedrà l'*arco celeſte* ſoltanto nella parte del cerchio occupata dalla pioggia.

3.° Perchè l'*arco celeſte* cangia ſituazione a miſura che cangia l'occhio? perchè, per parlare come il volgo, ſugge quelli che lo ſeguono, e ſeguita quelli che lo ſuggono? Queſt'è perchè le goccie colorate ſono diſpoſte ſotto un certo angolo intorno alla linea d'aſpetto, che varia a miſura che ſi cangia di ſito. Da queſto avviene che ogni ſpettatore vede un *arco celeſte* differente.

Del reſto, queſto cangiamento dell'*arco celeſte* per ogni ſpettatore, rigoroſamente parlando è vero, perchè li raggi del ſole eſſendo ſtimari paralleli; due ſpettatori vicini l'uno all' altro hanno ſenſibilmente affatto lo ſteſſo *arco celeſte*.

4.° Da che avviene che l'*arco celeſte* formi una porzione del circolo, ora più grande ed ora più picciolo? Queſto è perchè la ſua grandezza dipende più o meno dall' eſtenſione della parte della ſuperficie conica, che è ſopra la ſuperficie della terra nel tempo che appariſce; e queſta parte è più grande o più picciola, ſecondo che le linee d'aſpetto ſono più o meno inclinate od oblique alla ſuperficie della terra; queſta obliquità poi creſce a proporzione che il ſole è più elevato, il che fa che l'*arco celeſte* ſi diminuiſce a proporzione che il ſole s'innalza.

5°. Perchè l'*arco celeſte* non compariſce mai allora quando il ſole è elevato ad una certa altezza? Queſto è perchè la ſuperficie conica, ſulla quale deve apparire, è naſcoſta ſotto terra, allora quando il ſole è elevato più di 42°; perchè allora la linea *OP*, parallela alli raggi del ſole, fa coo l'orizzonte al di ſotto un angolo di più di 42°, e per conſeguenza la linea *OE*, che deve fare un angolo di 42° coo *OP*, è ſotto all'orizzonte, in modo che il raggio *EO* incontra la ſuperficie della terra, e non può giungere all'occhio. Si vede così che ſe il ſole è più elevato di 42°, ma meno di 52 ſi vedrà l'*arco celeſte* eſteriore, ſenza l'*arco celeſte* interiore.

6.° Perchè l'*arco celeſte* non compariſce mai più grande di un ſemicerchio? Il ſole non è mai viſibile ſotto all'orizzonte ed il centro dell'*arco celeſte* è ſempre nella linea d'aſpetto. Ora nel caſo in cui il ſole è all'orizzonte, queſta linea rade la terra, dunque ella non s'alza giammai ſopra della ſuperficie della terra.

Ma ſe lo ſpettatore è poſto ſu di una eminenza conſiderabile, e che il ſole ſia ſotto, o nell'orizzonte, allora la linea d'aſpetto nella quale è il centro dell'*arco celeſte*, ſarà conſiderabilmente elevata ſopra l'orizzonte, e l'*arco celeſte* ſarà più di uo ſemicerchio; ed anche ſe il luogo è eſtremamente elevato, e che la pioggia ſia vicina allo ſpettatore, può accadere che l'*arco celeſte* formi un intiero circolo.

7.° Perchè l'*arco celeſte* può apparire interro-

rotto, e troncato dalla ſua parte ſuperiore? Niente più facile da ſpiegarſi. Baſta per queſto una nuvola che intercetta li raggi, e li impediſce di venire dalla parte ſuperiore dell'*arco* all'occhio dello ſpettatore; perchè in queſto caſo, non avendo che la parte inferiore che ſia veduta, l'*arco celeſte* comparirà troncato dalla ſua parte ſuperiore. Può anche accadere che non ſi vedano che le due gambe dell'*arco celeſte*, perchè non piove nel luogo ove dovrebbe apparire la parte ſuperiore dell'*arco celeſte*.

8.° Per qual ragione l'*arco celeſte* può apparire qualche volta roveſcio? Se il ſole eſſendo elevato di 41° 46', li ſuoi raggi cadono ſulla ſuperficie di qualche lago ſpazioſo, nel mezzo del quale lo ſpettatore ſia poſto, e che nel tempo ſteſſo cada la pioggia, i raggi venendo a rifletterſi nelle goccie della pioggia, produrranno l'effetto ſteſſo che ſe il ſole foſſe ſotto l'orizzonte, e li raggi veniſſero dal baſſo in alto; così la ſuperficie del cono ſulla quale le goccie colorate devono eſſere poſte, ſarà affatto ſopra la ſuperficie della terra. Ora in queſto caſo, ſe la parte ſuperiore è coperta da nuvole e non vi ſia che la parte inferiore, ſulla quale cadono le goccie della pioggia, l'*arco* ſarà roveſcio.

9.° Perchè l'*arco celeſte* non apparisce ſempre rotondo, ed è qualche volta inclinato? Queſt'è perchè la rorondità eſatta dell'*arco celeſte* dipende dal ſuo allontanamento, che c'impediſce vederlo; ora ſe la pioggia che lo forma, è a noi vicina, ſi ſcopriranno le ſue irregolarità; e ſe il vento caccia la pioggia, in modo che la ſua parte ſuperiore ſia più ſenſibilmente allontanata dall'occhio che l'inferiore, l'*arco* apparirà inclinato; in queſto caſo l'*arco celeſte* potrà apparire ovale, come moſtra di eſſere un circolo inclinato veduto aſſai lontano.

10.° Perchè le gambe dell'*arco celeſte* appariſcono qualche volta inegualmente allontanate? Se la pioggia ſi termina dal lato dello ſpettatore in un piano talmente inclinato alla linea d'aſpetto, che il piano della pioggia formi con queſta linea un angolo acuto dal lato dello ſpettatore, ed un angolo ottuſo dall'altro lato, la ſupetficie del cono, ſul quale ſono poſte le goccie, che devono far apparire l'*arco celeſte*, ſarà talmente diſpoſta, che la parte di queſto *arco* che ſarà dal lato ſiniſtro, apparirà più vicino all'occhio che quella del lato dritto.

Per vero dire è un fenomeno rariſſimo il vedere tre *archi celeſti* nel tempo ſteſſo; i raggi colorati del terzo ſono ſempre deboliſſimi, a cagione della loro triplice rifleſſione; così non poſſiamo mai vedere un terzo *arco celeſte*, almeno quando non ſia l'aria affatto nera d'avanti, e chiariſſima di dietro.

Il Sig. Halley ha veduto nel 1698, a Cheſter tre *archi celeſti* nel tempo ſteſſo, due delli quali eraòo gli ſteſſi dell'*arco celeſte* interiore e dell'*arco* eſteriore che ordinariamente appariſcono. Il terzo era quaſi tanto vivo quanto il ſecondo, e li ſuoi colori erano in ordine eguale a quelli del primo. Le ſue due gambe poſavano in terra nello ſteſſo ſito dove poſavano quelle del primo, ed in alto interſecava il ſecondo, dividendo ad un di preſſo queſt'*arco*, in tre parti eguali. Da prima non ſi vedeva la parte di queſt'*arco* ch'era alla ſiniſtra, ma poi ella fu viſibile. I punti, ne'quali queſt'*arco* tagliava l'*arco* eſteriore, ſembravano in ſeguito avvicinarſi tra loro, ed in breve la parte ſuperiore del rerzo ſi confondeva con l'*arco celeſte* eſteriore. Allora l'*arco celeſte* eſteriore perdè il ſuo colore in queſto ſito, come accade allora quando i colori ſi confondono e cadono gli uni ſu gli altri; ma nelli ſiti dove li due colori roſſi cadono l'uno ſull'altro interſecandoſi, il colore roſſo appariſce con più chiarore di quello del primo *arco celeſte*. Il Sig. Senguerd ha veduto nel 1685 un fenomeno ſimile, del quale fa menzione nella ſua Fiſica. Il Sig. Halley facendo oſſervazione alla maniera con cui il ſole riluce, ed alla poſizione del terreno che riceve li ſuoi raggi, crede che queſto rerzo *arco celeſte* ſia ſtato cagionato dalla rifleſſione delli raggi del ſole che cadevano ſul fiume Dee, il quale paſſa a Cheſter.

Il Sig. Celſio oſſervò a Dalecarlia, provincia della Svezia, interſecata di laghi, e di fiumi, un fenomeno quaſi ſimile li 8 Agoſto 1743, verſo le 6 o le 7 ore della ſera, il ſole eſſendo a 11° 30 di altezza; ed il primo che ne abbia oſſervaro di ſimili, fu il Sig. Stefano Canonico di Chartres li 10 Agoſto 1665. *Ved. il Giornale de' Dotti*, e *le tranſazioni filoſofiche del* 1666, e *la Storia dell' Accad. delle Scienze an.* 1742.

Vitelion dice di avere veduto in Padova 4 *archi celeſti* nel tempo ſteſſo; il che può accadere, ſebbene Vicomercato ſoſtenga il contrario.

Il Sig. Langwith ha veduto in Inghilrerra un *arco celeſte* ſolare con li ſuoi colori ordinarj; e ſotto a queſto primo *arco celeſte*, ne vide un altro, nel quale ve n'era un altro, in cui ſi oſſervava tanto verde, che non ſi potevano diſtinguere nè il giallo, nè il turchino. Altra volta comparì ancora un *arco celeſte* con li ſuoi colori ordinarj, ſopra i quali ſi vedeva un *arco* turchino con un giallo chiaro in alto, ed un verde oſcuro al baſſo. Si vedono di quando in quando diſſotto due *archi* di porpora roſſa, e due di porpora verde. Il più baſſo di queſti *archi* era di color di porpora, ma molto debole, ed ora appariva ed ora ſpariva. Il Sig. Muſchenbroek ſpiega queſte varie, e differenti apparizioni con le oſſervazioni del Newton ſulla luce. *Ved. Saggio di Fiſica di queſto autore, articolo* 1612.

Aaco *celeſte lunare*. La luna forma anch'eſſa qualche volta un *arco celeſte* per la refrazione che ſoffrono i ſuoi raggi nelle goccie di pioggia che cadono la notte. *Ved.* Luna. Arioſto dice che prima di lui non fu queſto oſſervato da alcu-

alcuno, e che non ſi vede ſe non a luna piena. La ſua luce in altri tempi è troppo deboie per colpire la viſta dopo due refrazioni ed una rifleſſione.

Queſto filoſofo ci fa ſapere che ſi vide apparire al ſuo tempo un *arco celeſte* lunare, con colori bianchi. Gemma Friſio dice anche ch'egli ne ha veduto uno colorato; e conferma lo ſteſſo Verdriers e Dan Sennert, che ne oſſervò uno così nel 1599. Snellio dice di averne veduto due in due anni di rempo, e R. Plot ne oſſervò uno nel 1675. Nel 1711, ne comparve uno nella Provincia di Darbyshire in Inghilterra.

L'*arco celeſte* lunare ha gli ſteſſi colori del ſolare, fuorchè ſono ſempre più deboli, sì per cagione della differente intenſità delli raggi, che a cagione della differente diſpoſizione del mezzo. Il Sig. Toresby, che ci diede la deſcrizione di un *arco celeſte* lunare nelle *Tranſ. Filoſ. n.°* 331, dice che queſt'*arco* era ammirabile per la ſua bellezza, e chiarore de' ſuoi colori; durò circa dieci minuti, e poi una nuvola lo tolſe dalla viſta.

Il Sig. Weidler ha veduto nel 1719 un *arco celeſte* lunare, mentre la luna era ſemipiena, in tempo di calma e che poco pioveva, ma a pena potè riconoſcere li colori. I ſuperiori erano alquanto diſtinti dagl' inferiori; l'*arco* diſparve col ceſſar della pioggia. Il Sig. Muſſchenbroeck dice averne oſſervato uno il primo di Ottobre del 1729; verſo le 10 ore della ſera; pioveva moltiſſimo alla parte ove vedeva l'*arco celeſte*, ma non potè diſtinguere alcun colore, ſebbene la luna aveſſe allora molto chiarore.

Lo ſteſſo autore riporta che li 27 di Agoſto 1736 all'ora ſteſſa, ſi vide a Yſſelſtein un *arco celeſte* lunare molto grande, e chiariſſimo, ma non era che di color giallo.

Arco *celeſte marino*. L'*arco* celeſte marino è un fenomeno che appariſce qualche volta allora quando il mare è eſtremamente agitato, e che il vento urtando la ſuperficie dell'onde, fa che li raggi del ſole, che vi cadono ſopra, ſi ſpezzino, e pingano gli ſteſſi colori, come nelle goccie ordinarie della pioggia. Il Signor Bowrzes oſſerva nelle *Tranſazioni filoſofiche*, che li colori dell'*arco celeſte* marino ſono meno vivi, meno diſtinti, e di minor durata che quelli dell'*arco celeſte* ordinario, e che appena ſi diſtinguono due colori, cioè il giallo dalla parte del ſole, ed il verde pallido dalla parte oppoſta.

Ma queſti *archi* ſono più numeroſi, perchè ſpeſſo ſe ne vedono 20, o 30 alla volta, appariſcono al mezzodì, ed in una poſizione contraria all'*arco celeſte*, cioè roveſcj; lo che è una conſeguenza neceſſaria di quanto abbiamo detto ſpiegando i fenomeni dell'*arco celeſte* ſolare.

Si può anche ponere in queſta claſſe una ſpecie d'*arco celeſte* bianco, che Menzelio, ed altri dicono avere oſſervato all'ora del mezzodì. Il Sig. Mariotte, nel ſuo *Saggio di Fiſica*, dice che queſti *archi celeſti* ſenza colore, ſi formano fra le nebbie, come gli altri ſi fanno nella pioggia; e ci aſſicura averne veduto tre volte e differenti, tanto alla mattina nel levar del ſole, che alla notte al chiaror della luna.

Il giorno che vide il primo, aveva fatto una gran nebbia nel levar del ſole; un'ora dopo la nebbia ſi diſſipò per intervalli. Un vento che ſpirava dal levante avendo ſpinto una di queſte nebbie ſeparate due o tre cento paſſi lungi dall'oſſervatore, ed il ſole dardeggiando i ſuoi raggi di ſopra, comparve un *arco celeſte* ſimile di figura, grandezza e ſituazione all'*arco celeſte* ordinario. Egli era tutto bianco, fuori di un po' di oſcurità che lo terminava all'in fuori; il bianco del mezzo era chiariſſimo, e ſorpaſſava di molto quello che appariva nel reſto della nebbia; l'arco era largo un grado, e mezzo. Un'altra nebbia eſſendo ſpinta egualmente, vide l'oſſervatore un altro *arco celeſte* ſimile al primo. Queſte nebbie erano sì folte che non vedeva niente di là da eſſe.

Egli attribuì queſto difetto di colori alla picciolezza delli vapori impercettibili che componeano la nebbia: altri credono piuttoſto che ciò accada dalla eccеſſiva tennità delle picciole veſcichette del vapore, che in fatto altro non eſſendo ſe non picciole pellicole acquoſe piene d'aria, non rompono baſtantemente li raggi della luce, oltre che eſſeno ſon troppo picciole per poter ſeparare i differenti raggi colorati. Da ciò avviene ch'eſſe riflettono i raggi così compoſti, come li hanno ricevuti, cioè bianchi.

Rohault parla di un *arco celeſte* che ſi forma nelle praterie per la refrazione delli raggi del ſole nelle goccie della rugiada. *Trattato di Fiſica*.

Noi non ſi fermeremo a qui eſponere li pareri ridicoli degli antichi filoſofi ſopra l'*arco celeſte*. Plinio e Plutarco riportano che li ſacerdoti nelle loro offerte ſi ſervivano del legno ſu cui aveva poſato l'*arco celeſte* a preferenza degli altri, e che non era ſtato bagnato, perchè penſavano, non ſi ſa perchè, che queſti legni mandaſſero un odore più aggradevole degli altri. *Vedi Saggio di Fiſica del* Muſſch., da dove abbiamo tratto una parte di queſto articolo. *Ved. anche il Trattato delle meteore* di Carteſio, *l'Ottica* del Newton, le *Lezioni ottiche* del Barow, ed il quarto volume delle *Opere* di Giovanni Bernulli, impreſſe a Loſanna, 1743. Si trova in queſte varie opere ed in molte altre, la teoria dell'*arco celeſte*.

Finiremo queſto articolo con un rifleſſo filoſofico. Non ſi fa perchè una pietra cada, e ſi ſa la cauſa dei colori dell'*arco celeſte*, ſebbene queſto fenomeno ſia più ſorprendente del primo per la moltitudine. Sembra che lo ſtudio della natura ſia acconcio per farci inſuperbire da una parte ed umiliare dall'altra. (*O*).

* Per facilmente far concepire i fenomeni dell'*arco celeſte*, Muſſchenbroek s'immaginò una

na macchina, col mezzo della quale ſi rappreſenta tutto facilmente, ed in un modo chiariſſimo. *AAAA* (*Fig.* 50) è una tavola di quattro piedi, aperta nel ſuo mezzo, affinchè ſi poſſa far alzare e diſcendere un corpo conico a traverſo della ſuddetta. *BC* è la metà di un cono, la di cui ſommità è in *D*. Queſta ſommità è appoggiata ſu di un aſſe traſverſale, ſul quale gira il cono *BC*, e ſul quale egli s' innalza ſopra la tavola o ſi abbaſſa di ſotto. All' eſtremità della ſteſſa ſommità è poſto un occhio della grandezza ordinaria dell' occhio di un uomo, e che ſerve a rappreſentare l' occhio dello ſpettatore. Oltre queſto, una verga di ferro della lunghezza di tre piedi è adattata al cono ed all' aſſe; l' eſtremità di queſta verga termina con un manico *M*. Un globo dorato *S* è infilato in queſta verga, e queſto globo rappreſenta il ſole. La baſe del cono *B* è circondata d' una larga faſcia ſemicircolare, ſulla quale ſi pingono li ſette colori dell' iride. Il lato del cono forma con l' aſſe un angolo di 40° 17': la larghezza della faſcia pinta ſulla baſe del cono è quaſi di due gradi, conforme alla lunghezza ordinaria di un iride principale. *E*, *E* ſono due piani triangolari mobili, ne' quali il centro del moto è poſto ſopra la ſommità del cono; queſti due piani ſono coſtantemente applicati a ciaſchedun lato del cono. Eſſi ſervono a naſcondere l' incavo fatto alla tavola, e rappreſentar nel tempo ſteſſo l' orizzonte. Poſto queſto, allorchè il tronco del ferro, con il ſole *S*, è parallelo all' orizzonte, la metà del cono è ſopra della tavola, e l' occhio dello ſpettatore ch' è in *D*, vede la faſcia colorata ſemicircolare poſta alla baſe del cono. Ma, allora quando la mano dell' oſſervatore prende il manico del tronco del ferro, ed alza il ſole *S*, il cono ſi abbaſſa, come pure il lembo, il quale è aderente alla baſe del cono, che allora diviene minore di un ſemicircolo. Se ſi alza ancora il ſole *S*, ſi abbaſſa ſempre il cono con la ſteſſa proporzione, e per conſeguenza l' *arco*, il quale rappreſenta l' iride, eſſo pure ſi diminuiſce; e queſto avviene fino che il ſole *S* ſia elevato a 42° 1'; perchè allora tutto l' *arco celeſte* ſi trova ſopra all' orizzonte, e li piani *E*, *E* coprono intieramente il cono. Queſto lembo colorato applicato alla baſe del cono, rappreſenta la pioggia che cade d' innanzi, e di lontano dallo ſpettatore, nel tempo, che ſi oſſerva in cielo un *arco celeſte*. Ma, ſiccome qualche volta accade, che l' *arco celeſte* ſembra più picciolo, allora quando cade la pioggia vicina allo ſpettatore, vi è in queſta macchina un altro arco piano *L*, ſul quale ſi pingono i ſette colori dell' iride, ch' è poſta in minore diſtanza alla ſommità del cono, e la di cui larghezza è proporzionata, in modo che queſto arco forma un ſemicircolo ſull' orizzonte, ed è affatto naſcoſto dalli piani *E*, *E*, allora quando il ſole è elevato a 42° 2' ſopra dell' orizzonte. Facilmente dunque ſi rappreſenta, con l' ajuto di queſta macchina, quello che accade allorchè l' *arco celeſte* appariſce o grandiſſimo o picciolifſimo.

Oltre a queſto ſu queſta macchina vi è un altro lembo *N*, poſto ſopra al lembo primo *L*. Queſto lembo *N* rappreſenta la ſeconda iride, e li colori di queſt' ultimo ſono dipinti con ordine inverſo. Si è dato a queſt' ultimo lembo una ſufficiente larghezza, perchè queſta iride appariſca all' occhio dello ſpettatore poſto in *D*, di 3° 8' di larghezza. Queſto lembo rappreſenta un ſemicerchio ſopra la tavola, allorchè il ſole *S* è poſto nel piano di queſta tavola, o ſi trova nell' orizzonte. Ma allor quando il ſole *S* è elevato a 54° 7' ſopra dell' orizzonte, queſto lembo diſcende ſotto all' orizzonte, e ſi toglie dalla viſta dello ſpettatore. Gli orli interiori del piano *E*, *E*, quelli che ſono contigui e che toccano i lati del cono, ſono anch' eſſi dipinti con li colori ſteſſi dell' iride; hanno le ſteſſe dimenſioni che l' iride ſteſſa nel ſito, dov' eſſi toccano il lembo della baſe *B*; ma la loro larghezza va ſempre diminuendoſi, e terminano in un punto vicino alla ſommità del cono. Queſti orli colorati rappreſentano le gambe dell' iride, quelle che ſi vedono in una campagna in un' iride naturale, allor quando una nuvola che getta la pioggia, paſſa ſulla teſta dello ſpettatore, e fa cadere delle goccie di pioggia che ſi attaccano all' erba. La *Figura* 51 rappreſenta la macchina ſteſſa, ma vedata per il di dietro; e ſi vede anche il lembo colorato ch' è aderente alla baſe del cono. I piani triangolari *E*, *E* ſono tirati dalle corde *H*, *H*, che paſſano ſulla circonferenza delle due girelle orizzontali *K*, *K*, per venire ad abbracciar le gole delle due altre girelle verticali *R*, *R*. Si attaccano alle eſtremità di queſte corde due peſi *P*, *P*, col mezzo delli quali li due piani coſtantemente ſono tirati ed applicati contro i lati del cono; e con un tal mezzo lo ſcavo fatto nella tavola reſta ſempre naſcoſto, e li piani *E*, *E* rappreſentano l' orizzonte. Si può eſaminare ſu queſto, e quanto a queſto ſi riferiſce, le *Tranſazioni Filoſofiche d' Inghilterra*, n. 240, 267, 275; le Note del Clarck, ſulla *Fiſica* di Rohault *part.* III. *cap.* 17; le *Opere* di Giovanni Bernulli, *vol.* IV. *pag.* 197; l' *Ottica* del Newton, e le ſue *Lezioni di Ottica*; *Smith compleat ſyſtem of Optiks*, Book 2, c. 10; Martino nella ſua *Filoſof. Britan. vol.* II. Il celebre Nuceto ha deſcritto in verſi l' iride molto elegantemente. (+).

Arco *a manico di paniere* (*Geom.*); queſta è una curva *AFDHB*, (*Geom. Fig.* 31), compoſta di molti *archi* di cerchi, i quali tutti ſono concavi da uno ſteſſo lato, e preſi inſieme fanno 180 gradi; ſomiglia ad una ſemiellifſe che ſi appoggia ſul ſuo grande o picciolo aſſe ſecondo ch' è o alzata od abbaſſata. Nella pratica di Architettura, ſpeſſo ſi ſoſtituiſce l' *arco a manico di paniere* all' ellifſe per formare degli ar-

chi alle volte, perchè è più facile di segnare degli archi di cerchio che degli archi di ellisse.

Il numero degli archi che formano un *arco a manico di paniere* è sempre impari, e quello FDH del mezzo è tagliato in due parti eguali per la salita CD.

Ordinariamente l'*arco a manico di paniere* è formato di tre archi di cerchio; pure le deve essere molto abbassato, per esempio, se la salita GD deve essere minore del quarto del diametro AB, bisognerà formarlo di cinque archi di cerchio, o di sette, o di nove, ec. accrescendo sempre anche il numero degli archi del cerchio a misura che saranno abbassati. In fatto, se in tali casi si adoprano soltanto tre archi del cerchio, gli archi ostremi AF, BH averebbero delle curve troppo differenti dall'arco di mezzo, e l'arco resterebbe di una disaggradevole figura.

Noi ora tratteremo degli *archi a manico di paniere* a tre archi, o come si chiamano, a tre centri, poscia tratteremo degli *archi a manico di paniere* da cinque centri; e quanto diremo si potrà applicare facilmente alli casi, nelli quali occorresse un numero maggiore di centri.

Archi a manico di paniere da tre centri.

I. Sieno AB (*Fig.* 31), il diametro di un *arco a manico di paniere*, e CD perpendicolare sul mezzo di AB, la sua salita. Supponiamo che la curva sia abbassata; se ella è sormontata, si risolverà il problema riguardando CD come semidiametro, ed AC come la salita. Sieno li archi eguali AF, e BH gli archi estremi, FDH l'arco di mezzo. Li centri K ed M degli archi estremi devono esser posti sul diametro AB, affinchè la curva cadi perpendicolarmente su questo diametro, come l'ellisse, ed il centro E dell'arco di mezzo deve essere posto sulla salita DC prolungata, affinchè la curva sia perpendicolare in D sulla salita, come l'ellisse perpendicolarmente taglia il suo picciolo asse. Di più il centro E, il centro K, il punto F dell'accordo delli due archi AF, FDH, devono essere in linea retta, come pure il centro E, il centro M, il punto H dell'accordo dei due archi BH, FHD, a fine che li tre archi, i quali formano la curva, si tocchino semplicemente nell'accordarsi, e non si taglino tra loro. Posto questo, chiamiamo AC, a; CD, b; AK, x; ED, y. Si averà $CK = a - x$; $EC = y - b$; $EK = y - x$. Ora per la natura della curva, si deve avere $ED = EF = EH$, $KF = KA = MH = MB$. Dunque (a cagione del triangolo rettangolo ECK) si averà $(y-x)^2 = (a-x)^2 + (y-b)^2$; dal che si ricava $2ax + 2by - 2xy = aa + bb$: equazione tra le quantità date, e li due raggi x ed y, per la quale si vede che conoscendo uno di questi raggi, si conoscerà anche l'altro, ed il numero delli gradi di tre archi AF, BH, FDH.

II. La miglior forma dell'*arco a manico di paniere*, è quella in cui la curva degli archi AF, FDH è la meno ineguale che sia possibile. Bisogna dunque fare in modo che il rapporto geometrico della differenza delli due raggi y ed x all'uno di essi, cioè $\frac{y-x}{x}$, o $\frac{y-x}{y}$, sia un *minimum*. Ora questa condizione dà $x\,dy - y\,dx = 0$. Ponendo in questa equazione in luogo di y, e di dy, i loro valori che dà l'equazione $y = \frac{aa+bb-2ax}{2b-2x}$, risultante dal precedente articolo, si troverà $-2a\,dx(bx-xx) - (b\,dx - 2x\,dx) \times (aa + bb - 2ax) = 0$; dal che facilmente tosto si trae $x = \frac{aa + bb \mp (a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2a}$; poscia (ponendo per x questo valore nella espressione di y), $y = \frac{aa+bb\mp(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2b}$.

Si rileva che a cagione del doppio segno $\pm$, i raggi x ed y hanno per ciascheduno due valori; il che fa due casi.

III. Caso I. Avendo tirato per li punti A e D, (*Fig.* 32) la retta indefinita ADT, portate CD in CX e fate $DT = AX$: indi sul mezzo Z della retta AT, elevate la perpendicolare indefinita ZKF, che determinerà sul diametro AB, il centro K dell'arco estremo che deve passare per il punto A, e sulla salita o suo prolungamento il centro E dell'arco di mezzo; in modo che se dopo aver preso $BM = AK$, voi conducete le rette indefinite KEF, MEH, e se dal punto E per centro, con il raggio ED, voi descrivete l'arco FDH, come pure dalli punti K ed M per centri, con il raggio KF, MH, voi descrivete gli archi FVA, KNB: la curva intera $AVFDHNB$ farà quella che soddisfa con li due primi valori di x ed y; cioè si averà AK, o $BM = \frac{aa + bb + (a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2a}$, $ED = \frac{aa+bb-(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2b}$.

Perchè, 1°. per costruzione, $AT = \sqrt{(aa+bb)} + a - b$, $AZ = \frac{\sqrt{(aa+bb)}+a-b}{2}$; ed (a cagione delli triangoli simili ACD, AZK), si ha $AC : AD :: AZ : AK = \frac{aa + bb + (a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2a}$.

2°. Li triangoli simili ACD, ECK danno $CD : CA :: CK : CE = \frac{aa - bb - (a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2b}$; dunque $ED = \frac{aa+bb-(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2b}$.

Egli è chiaro, che la curva che abbiamo ſegnata, non può eſſere l'*arco a manico di paniere* richieſto, perchè ella non raſſomiglia ad una ſemiellifſe, e gli archi, de' quali è compoſta, ſi accordano ſotto del diametro. Ma queſta curva ſoddisfa al problema, in cui ſi chiederebbe di ſegnare una curva con tre archi di cerchio, che paſſino per li punti A, B, D, che ſi toccano, e ne' quali la curvatura ſia meno inegnale che ſia poſſibile, ſenza imporre d'altronde la condizione che tutti gli archi ſieno concavi d'un lato ſteſſo del diametro.

IV. Caso II. Conducete, come qui ſopra, la retta AD (*Fig.* 33), e fate $CX = CD$; ma in vece di portare AX ſul prolongamento di AD, portate AX ſolla retta ſteſſa DA, da D in T. Sul mezzo Z di AT, alzate la perpendicolare indefinita ZKE, che determinerà ſul diametro AB il centro K dell'arco eſtremo AF, e ſul prolungamento della ſalita il centro E dell'arco medio FDH. Preodete $BM = AK$; ed avendo tirato per li punti E ed M la retta indefinita EMH, dal punto E per centro, col raggio ED, deſcrivete l'arco FDH; dal punto K per centro, col raggio KF, deſcrivete l'arco FA; e dal punto M per centro, col raggio MH, deſcrivete l'arco HB: la curva intera $AFDHB$ ſarà l'*arco a manico di paniere* richieſto.

Perchè, 1°. $AT = \sqrt{(aa+bb)} - (a-b)$; e (a cagione delli triangoli ſimili ACD, AZK) ſi ha $AC : AD :: AZ : AK = \frac{aa+bb-(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2a}$.

2°. Li triangoli ſimili ACD, ECK danno $CD : AC :: CK : CE = \frac{aa-bb+(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2b}$; dunque $ED = \frac{aa+bb+(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2a}$.

La coſtruzione geometrica dell'*arco a manico di paniere*, che abbiamo ora dato, è ſempliciſſima e molto facile ad eſeguirſi in pratica. Ma ſe ſi voleſſe determinare col calcolo i raggi AK, ED, e gli angoli AK, FEH, ſarebbe altresì facile. In fatto, nel triangolo rettangolo ACD, AC e CD eſſendo dati, l'ipotenuſa AD, è anch'eſſa data; dunque AT è conoſciuta. E ſiccome AZ è la metà di AT, la ſomiglianza delli due triangoli rettangoli ACD, AZK farà conoſcere AK. Sottrando AK da AC, ſi averà la retta CK, col mezzo della quale e delli due triangoli rettangoli, ſimili ACD, KCE, ſi conoſcerà CE: aggiungendo CD a CE, ſi averà ED: così li raggi AK, ED ſaranno cooſcioti. Di più ſi potranno determioare gli angoli AKF, FEH con le regole della Trigonometria (*Ved.* queſta parola), perchè nel triangolo KEM ſi conoſcono li tre lati.

Dell'arco a manico di paniere a cinque centri.

I. Sieno (*Fig.* 34) AB il diametro, e CD perpendicolare ſul mezzo di AB, la ſalita; ſupponiamo che l'*arco a manico di paniere* ſia formato e compoſto di cinque archi delli circoli AF, FG, GDH, HI, IB. Biſogna 1°. che li centri S e T degli archi eſtremi eguali, AF, BI ſieno poſti ſul diametro AB, affinchè queſti archi cadano perpendicolarmente ſu queſto diametro. 2°. che il centro O dell'arco medio GDH ſia poſto ſul prolungamento della ſalita, affinchè queſt'arco tagli perpeodicolarmente la ſalita. 3°. che la ſalita CD divida l'arco medio GDH in due archi eguali DG, DH, il che rende eguali gli archi GF, HI, perchè gli archi AF, BI ſono ſtati ſuppoſti eguali. 4°. che li centri S, K delli due archi conſecutivi AF, FG, ed il loro punto F dell'accordo, ſieno poſti ſu di una ſteſſa linea retta, affinchè queſti archi oell'accordarſi, non facciano che toccarſi e non interſecarſi. 5°. per la ragione ſteſſa, li centri T, L, ed il punto I dell'accordo degli archi BI, IH devono eſſer poſti ſu di uoa ſteſſa linea retta. 6°. e 7°. pure, li tre punti O, K, G devono eſſer poſti ſu di una ſteſſa linea retta, e li tre punti O, L, H pure ſu una ſteſſa retta llnea.

II. Poſto queſto, facilmente ſi vede che il diametro AB, e la ſalita CD eſſendo dati, ſi può in una infinità di maniere ſoddisfare alle precedenti condizioni. Il problema reſta egualmente indeterminato, nel darſi (oltre il diametro e la ſalita) li centri S e T degli archi eſtremi e gli angoli ASF, BTI; perchè li centri K ed L poſſono occupar più luoghi ſulle date rette SM, TM, il che fa variare nel tempo ſteſſo la poſizione del punto O. Ma ſe per eſempio, conoſcendo ſempre AB, CD, AS, e l'angolo ASF, ſi conoſceſſe di più anche la poſizione del punto K, e la perpendicolare KN ſu di AB, o la parte CN, o qualche altra linea relativa a quelle (deveſi intendere la coſa ſteſſa per l'altra metà dell'*arco a manico di paniere*): allora il problema ſarebbe determinato, e così ſi troverebbe il raggio medio OD.

III. Sieno $AC = a$; $CD = b$; $AS = c$; l'angolo $ASF = \vartheta$, per R raggio $= 1$; KF, o $KG = p$; l'incognita OG, o $OD = q$. Si averà toſto $KN = KS$ ſen. $\vartheta = (p-c)$ ſen. ϑ; $SN = (p-c)$ coſeno ϑ; KZ, o $CN = a - c - (p-c)$ coſen. ϑ; $OZ = OC - KN = p - b - (p-c)$ ſen. ϑ; $OK = OG - KG = q - p$. Indi il triangolo rettangolo OZK dà $(OK)^2 = (KZ)^2 + (ZO)^2$, cioè in termini analitici, $(q-p)^2 = (a-c-(p-c)$ coſen. $\vartheta)^2 + (q-b-(p-c)$ ſen. $\vartheta)^2$; dal che ſi trae (A) $q =$

$$\frac{2ac+2pc-aa-bb-2cc+2(a-c)(p-c)\text{ cosen. }\vartheta-2b(p-c)\text{ sen. }\vartheta}{2(p-(p-c)\text{sen. }\vartheta)-2b}$$

IV. Nella pratica, si suppone ordinariamente che le quantità a, b, c essendo date, l'angolo ASF sia di 60 gradi, e che li due angoli FKG, GOD sieno ciascheduno di 15 gradi. Allora si ha il cosen. $\vartheta = \frac{1}{2}$; sen. $\vartheta = \frac{\sqrt{3}}{2}$. L'equazione (A) sempre ha luogo, e nel caso presente, bisognerà mettere per cosen. ϑ e sen. ϑ il loro valore; ma li due raggi p e q sono incogniti. Per formare tra di loro una seconda equazione, si osserverà che ciascuno degli angoli OKM, KOM essendo di 15 gradi, il triangolo MKO è isoscele. Di più, si ha $SN = \frac{KS}{2} = \frac{p-c}{2}$; $MS = 2CS$; $KM = 2KZ = 2(a-c) - (p-c) = 2a-c-p$; $MZ = \frac{KM.\sqrt{3}}{2}$.

Ora il triangolo ottusangolo MKO dà $\overline{OK}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{KM}^2 + 2MO \times MZ$, cioè qui $\overline{OK}^2 = \overline{KM}^2 \times (2+\sqrt{3})$, o $OK = KM.\sqrt{(2+\sqrt{3})}$. Così in termini analitici, si averà l'equazione (B), $q-p = (2a-c-p) \times \sqrt{2+\sqrt{3}}$. Combinando poi questa equazione con l'equazione (A), si determineranno le due incognite p e q.

V. Se conoscendo le quantità a, b, c, ϑ, si volessero determinare i raggi p e q per la condizione che la curvatura degli archi FG, GDH fosse la meno ineguale ch' è possibile, bisognerà fare $\frac{q-p}{p}$, o $\frac{q-p}{q}$ = *minimum*; il che darebbe $pdq - qdp = 0$. Indi si porrebbero in questa equazione per q e dq, i loro valori risultanti dell'equazione (A); lo che darebbe un'equazione, dalla quale si trarrebbe il valore di p. Conoscendo p, si conoscerebbe q per l'equazione (A).

Io mi contento d'indicare questi calcoli, che non hanno altra difficoltà, fuorchè la lunghezza. (*L. B.*)

AREA, (*Geometria*); superficie di una figura rettilinea, curvilinea o mistilinea, cioè lo spazio che rinchiude questa figura. *Ved.* SUPERFICIE, FIGURA ec.

Se un'*area*, per esempio un campo, ha la figura di un quadrato, con lati di 40 piedi, quest'*area* avrà 1600 piedi quadrati, o conterrà 1600 piccioli quadrati, i lati de' quali saranno di un piede. *Ved.* QUADRATO., MISURA. Così trovar l'*area* o superficie di un triangolo, di un quadrato, di un parallelogramma, di un rettangolo, di un trapezio, di un rombo, di un poligono, di un circolo, o di altra figura, è trovare quanti piedi, pollici, e linee quadrate quest'*area* contenga. Quanto alla maniera di fare questa riduzione di una superficie in superficie particolari quadrate, *Ved.* TRIANGOLO.

Per misurare un campo, un giardino un luogo circondato di mura, serrato da siepi o terminato da linee, bisogna prendere gli angoli che si trovano nel contorno di questo luogo, segnarli sulla carta, e ridurre in tal modo l'*area* compresa tra questi angoli ed i loro lati in misure di figure generalmente piane. *Ved.* LEVARE UN PIANO.

Se dal centro del sole, si concepisce una linea tirata al centro di un pianeta, questa linea produrrà intorno al sole delle *aree* ellittiche proporzionali ai tempi. Tale è la legge che seguono li pianeti nel moto loro intorno al sole. Perciò supponendosi il sole in S, ed un pianeta in A, (*Tav. Astronom. Fig.* 86.) se questo pianeta giunge in B, in qualunque dato tempo, il raggio vettore AS averà con questo moto formato l'*area* ASB.

Sia poi lo stesso pianeta giunto in B, e sia preso il punto F, cosicchè l'*area* PSF sia eguale all'*area* ASB. Egli è certo per la precedente proposizione, che averà percorso gli archi PF ed AB in tempi eguali. *Ved.* PIANETA ed ELLISSE.

Il celebre Newton ha dimostrato che tutti li corpi che hanno il lor moto l'uno intorno all'altro, se seguono la legge che abbiamo detto, cioè, che tutti li corpi descrivono intorno agli altri corpi delle *aree* proporzionali ai tempi, gravitano o tendono gli uni verso gli altri. *Ved.* GRAVITAZIONE e FILOSOFIA NEWTONIANA. (*O*).

AREA *del ponte*, è il di sopra di un ponte sul quale si cammina, seliciato o non seliciato.

AREA *di una fontana*; è un piano massiccio d'in circa un piede di lunghezza, fatto di calce e di cemento coo sassi, ed un seliciato di argilla posto sopra, che forma il fondo della fontana. Quest'*area* conservasi lungo tempo, purchè la superficie dell'acqua scoli facilmente; quando il tubo che la scarica è troppo stretto, l'acqua superflua rigurgita sugli orli, stempera il terreno sul quale è posto il fondo della fontana, e lo danneggia. (*K.*)

AREE proporzionali ai tempi, (*Astron.*); è questa una delle leggi del Keplero, inserviente ai moti delli pianeti, e che questo grand'uomo descrisse insieme con la figura ellittica delle loro orbite; consiste questa nel far vedere che il raggio condotto dal centro del sole, al centro del pianeta che gira iotorno a lui, scorre delli settori eguali, in tempi eguali. Se il pianeta è due volte più lontano dal sole, gira due volte più lentamente; in modo che il triangolo o settore scorso, essendo due volte più stretto, sebbene due volte più lungo, la superficie è sempre la stessa.

Keplero dimostra alla pagina 165 della sua *nuova fisica celeste*, che il moto delli pianeti

negli apsidi, è proporzionale alla loro distanza dal sole, anche nell'ipotesi di Tolomeo; cioè, che prendendo un *arco* dell'eccentrico, verso l'afelio, ed un altro arco della lunghezza stessa verso il perielio, il pianeta dura più lungo tempo nell'arco afelio, a proporzione che la distanza afelia è più grande. Sia *E*, (*Astron. Fig.* 81,) il punto intorno al quale il moto è supposto uniforme; *S* il centro del sole alla stessa distanza del centro *C* che il punto *E*: essendo tirate due linee *MEO*, *NEP*, l'arco *MN*, e l'arco *OP* sono scorsi nel tempo stesso, secondo questa ipotesi, perchè gli angoli in *E* sono eguali. Se dal punto *S* si tirino le linee *SO*, *SP*, e le linee *SN*, *SM*, elle formeranno delli settori eguali *OSP*, *NSM*. In fatto, a cagione delli triangoli simili *NEM*, *OEP*, si ha questa proporzione $MN : OP :: ER : EQ$; dunque $MN \cdot EQ = OP \cdot ER = OP \cdot SQ = MN \cdot SR$. Dunque il settore *SNM* è eguale al settore *OSP*: dunque nell'ipotesi stessa di un circolo eccentrico, se si prendono due archi *MN* ed *OP* descritti da un pianeta in tempi eguali, si averanno al punto *S* delle *aree* eguali.

Alloraquando Keplero passa alla considerazione delle orbite ellittiche, riferisce all'ellissi questa proprietà che non aveva provata che per il circolo eccentrico, e questo senza impiegare nuove dimostraaioni. Da prima non aveva considerato che il caso dell'afelio e del perielio, ma la regola si trovò verificata allora per un accordo generale tra le osservazioni e li calcoli.

Newtnn, nel suo famoso libro delli principj, fece vedere che questa legge era una conseguenza necessaria del moto delli pianeti intorno al sole e della forza centrale, diretta costantemente verso al sole.

Consideriamo un pianeta che si gira intorno al sole *S*, (*Fig.* 82). In un qualunque punto *Q* della sua orbita, avendo scorsa in un istante precedente una piccioliſſima porzione *PQ* di quest'orbita, che si suppone una piccioliſſima linea retta, il pianeta giunto da *P* in *Q* ed il raggio della sua orbita avendo passato da *SP* in *SQ*, ha descritto l'*area SPQ* in un minuto di tempo; dico, che nel minuto seguente descriverà un'*area SQR*, eguale all'*area SPQ*, od un triangolo eguale in superficie a *SPQ*, in modo che l'*area* descritta dal raggio sarà eguale in tempo eguale. In fatto, se il pianeta abbandonato a se stesso, avesse continuato a muoversi da *Q* in *F*, in virtù della legge generale del moto, avrebbe egli descritto un'*area QSF*, eguale all'*area PSQ*, perchè questi due triangoli sono eguali, avendo delle basi eguali *PQ* e *QF*, e per altezza comune la perpendicolare abbassata dal punto *S* sulla direzione *FQP* prolungata di fuori; ma a cagione della forza centrale, che attrae il pianeta verso al sole, con una forza espressa da *QG*, egli descriverà la diagonale *QR* di un parallelogrammo *FQGR*, e questa sarà un'*area QSR* (in luogo dell'*area QSF*) che sarà descritta dal pianeta. Ora i triangoli *QSK*, *QSF* sono ancora eguali, perchè hanno la base stessa *QS*, e sono compresi tra le parallele stesse *FR* e *QS*: dunque l'*area QSK* è pure eguale all'*area PSQ*: Così è dimostrato che la picciola *area* descritta nel primo minuto è eguale alla picciola *area* descritta nel minuto seguente.

Procedendo così di minuto in minuto in tutta la durata della rivoluzione, si dimostrerà con la facilità stessa, che lo stesso pianeta descriverà sempre la stessa *area* nel tempo stesso, a qualunque distanza egli giunga mai del sole, finchè non giunga una forza straniera che possa turbare l'eguaglianza tra *QF* e *PQ*, cioè, tra la linea che un pianeta descrisse, e quella ch'è per descrivere nel minuto seguente.

Così la legge delle *aree* proporzionali ai tempi, è provata non solo dall'osservazione, cioè, per il generale accordo delli calcoli fondati su di questa legge con le osservazioni, ma ancora dalla natura stessa delle forze che animano li pianeti. *Ved.* Legge del Keplero, Pianeti. (*Il Sig. de la Lande.*)

AREOMETRO (*Idr.*); istrumento che serve a misurare la densità o peso dei fluidi. *Ved.* Fluido, Gravita', Peso, e Densita'.

L'*Areometro* ordinariamente è di vetro. Consiste in un globo tondo e cavo, che termina in un lungo tubo cilindrico e sottile. Questo tubo si chiude ermeticamente dopo aver fatto entrare nel globo quanto mercurio basti per fissare il tubo in una posizione verticale, allora quando l'istrumento è tuffato nell'acqua. Si divide questo tubo in gradi, come si vede, (*Idr. Fig.* 10;) e si valuta il peso di un fluido, con la più o meno profondità alla quale discende il globo, in modo che il fluido nel quale meno discende, è più pesante, e quello nel quale discende più basso, è più leggiero.

In fatto, questa è una legge generale, che un corpo pesante si tuffa nel fluido fino che faccia in questo fluido una porzione che gli sia eguale in peso. Da ciò ne siegue, che più un fluido è denso, cioè, più ch'egli è pesante, la parte del fluido che in peso sarà eguale all'*areometro*, sarà di minore volume, e per conseguenza il volume del fluido che l'*areometro* deve fare che dia luogo, sarà altrettanto più picciolo, quanto il fluido è più pesante. Così, più il fluido è pesante, meno deve tuffarsi l'*areometro*. Deve dunque meno tuffarsi giù nell'acqua che nel vino; meno nel vino che nell'acqua di vita, ec. come in fatto accade.

Vi è un altro *areometro* inventato dal Sig. Homberg. Se ne trova la descrizione seguente nelle *Transaz. Filosof.* n°. 262. è *A*, (*Fig.* 11) una bottiglia di vetro od una boccia, il collo della quale *CB* è sì stretto, che una goccia d'acqua occupa cinque o sei linee. A fato del collo vi è un picciolo tubo capillare *D* della lunghez-

ghezza di sei pollici, e parallelo al collo *CB*. Per riempiere questo vasellino si versa il liquore per l'orificio *B*, nel quale si può mettere un picciolo imbuto; si verserà fino che si veda sortire il liquore per l'orificio *D*, vale a dire, fino che sia nel collo *CB* all'altezza *C*; con questo mezzo si avrà sempre lo stesso volume o la quantità stessa del liquore; e per conseguenza si potrà trovare col mezzo di una bilancia qual'è, fra li differenti liquori, de' quali si averà riempito l'*areometro*, quello che ha il peso assoluto più grande, o che pesa di più.

Bisogna avere qualche riguardo alla stagione dell'anno, ed al grado di calore o di freddo, che regna nell'aria; perchè vi sono delli liquori che il calore rarefà ed il freddo condensa molto più degli altri, ed occupa più o meno di spazio secondo che fa più o meno caldo o freddo. *Ved.* Peso Specifico, Rarefazione, ec.

Con l'ajuto di questo istrumento il detto suo autore ha formato la tavola seguente che mostra, tanto per la state, quanto per l'inverno, li differenti pesi specifici delli fluidi, di cui ordinariamente sopra tutto si fa uso in Chimica.

Areometro pieno di	*pesa nella state* Onc.	Dram.	Gr.	*nell' inverno.* Onc.	Dram.	Gr.
Argento vivo	13	00	06	11	00	32
Oglio di tartaro . .	01	03	08	01	03	31
Spirito di urina . .	01	00	32	01	00	43
Oglio di vitriolo . .	01	03	58	01	04	63
Spirito di nitro . . .	01	10	40	01	10	70
Sale	01	00	39	01	00	47
Acqua forte	01	01	38	01	01	55
Spirito di vino . . .	00	06	47	00	06	61
Acqua di fiume . . .	00	07	53	00	07	57
Acqua distillata . . .	00	07	50	00	07	54

L'istrumento vuoto pesava una dramma e venti otto grani.

Un altro metodo per conoscere il grado del peso specifico di un fluido, è di sospendere una massa di vetro massicio e di figura rotonda ad un crine di cavallo, che si attacca sotto ad un piattello: questa massa in tal modo sospesa nell'aria ad una bilancia molto giusta, sta in equilibrio con un peso fatto in forma di bacino e sospeso all'altro braccio della bilancia; si attuffa poi il corpo del vetro nel liquore del quale si vuol esaminare il peso, e tosto l'altro braccio della bilancia si alza, e diviene più leggiero, perchè il corpo del vetro ha perduto nel liquore una parte del suo peso: si pone poi sul piattello, al quale è attaccato il crine del cavallo, tanto peso che bisogna per fare l'equilibrio; e questi pesi aggiunti indicano quanto la massa di vetro ha perduto del suo peso nel liquore. Ora questo peso che il corpo ha perduto, è eguale al peso di un simile volume del liquore: dunque si conosce da questo quanto pesa un volume del liquore eguale a quello del picciolo corpo di vetro.

Il Sig. Musschenbroek mostra di preferire questo ultimo metodo a tutti gli altri che si sono inventati per pesare li liquori. Egli pretende che il metodo del Sig. Hoomberg particolarmente abbia molte inconvenienze, perchè la virtù attrattiva del canaletto stretto, fa che il liquore s'alza più alto che nel collo largo; e siccome i liquori hanno una virtù attrattiva differente, vi dovrà essere così una somma differenza trà le altezze del collo largo, allora quando saranno elevate fino all'orificio del canaletto stretto.

Se alla cima del gambo dell'*areometro* si pone qualche picciola lama di metallo ec., egli si tuffa più a fondo sebbene nello stesso liquore. In fatto, la parte tuffata dell'*areometro* solleva quanto liquore conviene per far equilibrio con l'intiero istrumento. S'egli pesa un'oncia, per esempio, solleva meno quantità di acqua che di vino, quanto al volume, perchè si richiede più di vino che di acqua per il peso di un'oncia; e siccome non fa salire il liquore che tuffandosi, deve dunque immergersi più in quello ch'è più leggiero. Se si accresce il peso dell'*areometro* coll'aggiungere qualche lama di metallo od altro, si tuffa più avanti, sebbene sia lo stesso liquore; perchè allora vi vuole una maggior quantità di peso per formare l'equilibrio. (*Il Sig. Formey.*)

Ciò serve a spiegare varj fatti. Se tutti li corpi galleggianti si tuffano più o meno, secondo la densità del fluido, una barca carica in mare averà dunque meno di parti fuori dell'acqua, se venisse a rimontare in un fiume; perchè l'acqua salata pesa più che la dolce, e li nuotatori assicurano che ne sentono questa differenza. Deve dunque avere riguardo a questo effetto, e non rendere il carico come potrebbe essere, se si prevede che deve passare per un'acqua meno carica di sale, che quella dove si fa l'imbarco. Si videro qualche volta delle isole galleggianti, cioè delle porzioni di terra molto considerabili che si staccano dal continente, e si trovano meno pesanti dell'acqua, e si sostengono sulla superficie, e galleggiano a grado dei venti. L'acqua stava a poco a poco certi terreni che sono più propri a sciogliersi degli altri: tali sorte di escavazioni si accrescono col tempo, e si stendono di lontano: il di sopra stassi legato dalle radici delle piante e degli alberi, ed il suolo ordinariamente altro non è, che una terra bituminosa leggerissima; in modo che questa specie di cortecci è meno pesante del volume di acqua sul quale ella si sta, allorchè un qualche accidente la stacca dalla terra ferma, e la rende galleggiante. L'esempio dell'*areometro* fa vedere ancora che non fa d'uopo per galleggiare, che i corpi galleggianti sieno di una materia più leggiera dell'acqua. Mentre questo strumento non si sostiene in virtù del ve-

tro

tro o del mercurio, di cui è fatto, ma soltanto perchè egli ha, con poca solidità, un volume considerabile che corrisponde ad una quantità di acqua più pesante. Così si potrebbero fare delle barche di piombo, o di altro metallo, che non si affonderebbero. In fatto, li carri d' artiglieria portano spesso in seguito alle armate delle gondole di rame, che servono a formare dei ponti per il passaggio delle truppe. (*Il Sig. Formey*.)

Conviene usare molte cautele nel formare e nell' adoperare tale strumento. 1°. Bisogna che li liquori, nelli quali si tuffa l' *areometro*, sieno esattamente al grado stesso del calore o del freddo, affinchè possiamo assicurarsi che la differenza loro di densità non viene da una di queste due cause, e che il volume dell' *areometro* stesso non ha ricevuto cangiamento alcuno.

2°. Che il collo dell' istrumento, sul quale sono segnati li gradi, sia tutto di una eguale grossezza, perchè s' è di una forma irregolare, i gradi segnati ad eguale distanza non misureranno volumi di liquori eguali nel tuffarsi. Sarà più sicuro e più facile il graduare questa scala relativamente alla forma del collo, caricando successivamente l' istrumento di più piccioli pesi ben eguali, ciascheduno de' quali produrrà il tuffamento di un grado.

3°. Devesi aver cura che l' immersione si faccia perpendicolarmente alla superficie del liquore, senza che l' obliquità impedisca di contare giustamente il grado del tuffamento.

4°. Siccome l' uso di questo istrumento è ristretto a dei liquori che differiscono poco di peso tra loro, si deve bene guardare che la parte che galleggia non si carichi di qualche vapore o sporcizia, che cagioni un conto falso nella stima trattandosi di differenze poco considerabili. Ed allora quando l' *areometro* passa da un liquore all' altro, si deve aver cura che la superficie non porti alcun intonacamento, che impedisca che il liquore, in cui entra, non si applichi a questa superficie.

5°. Finalmente, malgrado tutte queste precauzioni, resta ancora la difficoltà di ben giudicare il grado di tuffamento, perchè certi liquori s' applicano meglio degli altri al vetro; e ve ne sono molti che allora quando lo toccano, si alzano più o meno di sopra al loro livello.

Quando si fa uso dell' *areometro* da noi descritto, bisogna prima tuffarlo nel liquore meno pesante, ed osservare a qual grado s' incontra nella superficie; indi bisogna riportarlo nel più denso, e caricare la sommità del gambo o del collo, del dovuto peso, fino che il grado del tuffamento sia eguale al primo. Il peso che si averà aggiunto, per rendere questa immersione eguale alla prima, sarà la differenza dello specifico peso tra li due liquori. Noi dobbiamo queste osservazioni al Sig. Formey, che le ha tratte dall' Ab. Nollet. *Lez. di Fisica*. (*O.*)

ARGANO (*Mec.*) è una macchina di legno, armata di ferro, fatta in forma di cilindro, o di cono troncato, posata perpendicolarmente sull' orizzonte. S' usa di porlo sul ponte di un vascello. Questo con manovelle passate a traverso per la sommità d' un asse fassi girare intorno. Tali manovelle essendo condotte a forza di braccia, fanno girare intorno ad un cilindro una corda, al fin della quale sono attaccati li grossi pesi che si vogliono alzare.

Girando anche l' *argano* si tirano li battelli, ed anche li vascelli a terra per rattopparli, e si scaricano gli stessi delle grosse mercanzie: così si levano le antenne, le vele, e le ancore.

Vi sono ne' vascelli due *argani* che si distinguono in grande e picciolo *argano*. Il grande *argano* è posto dietro il grand' albero sul primo ponte, e s' innalza fino a quattordici o quindeci piedi di altezza. Si chiama anche *argano doppio*, a cagione che serve a due siti per levar le ancore, e si può raddoppiare la sua forza ponendo genti sulli due ponti per farlo girare.

Il *picciolo argano* è posto sul secondo ponte, tra il grande albero e l' albero di mezzo. Serve specialmente ad alzare gli alberi dalla gabbia e le vele grandi, ed in occasione ove basta una forza minore, per alzar le ancore.

E' chiaro dalla descrizione di questa macchina, che l' *argano* non è altro che un martinello, l' asse del quale in vece di essere orizzontale è verticale: *Vid.* all' articolo Asse le leggi per le quali si determina la forza del martinello, chiamato in latino *axis in peritrochio*, asse nel tamburo, o asse nella ruota. Nell' *argano* il tamburo, è il *peritrochium*, l' asse poi è il cilindro, cui si adattano delle manovelle per far girare l' *argano*.

L' *argano* non è dunque propriamente altro che una leva, od una unione di leve, alle quali sono applicate molte potenze. Dunque, secondo le leggi della leva, e fatta l' astrazione dello strofinamento, la potenza è al peso come il raggio del cilindro è alla lunghezza della leva alla quale è attaccata la potenza; ed il cammino della potenza è a quello del peso come la lunghezza della leva è al raggio del cilindro.

Quanto minor forza s' adopra per levare il peso, più convien fare di cammino; non bisogna dunque fare delle leve troppo lunghe, affinchè la potenza non faccia troppo cammino, nè troppo corte, affinchè non sia costretta a fare troppo sforzo; mentre nell' uno e nell' altro caso ella sarebbe troppo aggravata.

Si chiama anche in generale col nome di *argano* ogni martinello, l' asse del quale è posato verticalmente: tali sono quelli de' quali si fa uso nelli porti di Parigi, per tirare a terra i pesi delli grossi battelli, come pietre ec.

Uno delli sommi inconvenienti dell' *argano*, è che la corda, la quale vi scorre sopra, discendendo dalla sua grossezza ad ogni giro, quando ella è giunta affarto al basso del cilindro, l' *argano* non può più girare, ed è costret-

ſtretto di arreſtarſi, cioè formare degl' intralciamenti, di rigirarſi in dietro, di rialzare le corde, ec. lavoro che fa perdere un tempo conſiderabile. Per rimediare a queſto l' Accademia delle Scienze di Parigi propoſe, per argomento del premio del 1739, di trovar un *argano* eſente da tal inconveniente. Rimiſe il premio al 1741, e nel 1745 furono ſtampate quattro Memorie ch' ella credette di dover coronare, con tre *acceſſit*. L' Accademia diſſe, nel ſuo avvertimento, ch' ella non ha trovato alcuno dei propoſti *argani* eſente da inconvenienti. Queſto non fa tuttavia, come oſſerva l' Accademia ſteſſa, che queſte opere, ſpecialmente le quattro coronate, e fra le *acceſſit*, quella del Sig. Ab. Fenel, non contengano delle coſe eccellenti, ſopra tutto rapporto alla Teoria. Noi mandiamo i lettori ad eſſe. (O.)

ARGANO, (*Mec.*) Macchina compoſta di molte altre ſemplici, cioè ruote, viti, leve ec. unite inſieme, e ſerve ad alzare, a ſlanciare, o ſoſtenere un peſo, od a produrre un qualche altro conſiderabile effetto, riſparmiando tempo e forza. *Ved.* MACCHINA.

Vi ſono un gran numero di varj *argani*; altri per uſo della guerra, come erano una volta le balliſte, le catapulte, gli ſcorpioni, li montoni ec. Queſte machine ſi adoperavano dagli antichi, ed aveano molta forza; oggi non ſi fa di eſſe più uſo da che fu inventata la polvere. Altri ſervono a varie arti, come per molini, grue, ſtettoj, ec. *Ved.* MOLINO, RUOTA, STRETTOJO, TROMBA, ec.

La parola *argano* non è più molto in uſo, nel ſenſo che ſi è dato, cioè di macchina compoſta; quello riſtretto di macchina ſi è preſo in ſua vece, e non ſi fa uſo della parola *argano* che per diſegnare delle macchine ſemplici, come leve, ma anche queſto di raro. (O.)

Il Sig. Perrault nelle ſue note a Vitruvio pretende che l' *argano* ſia lo ſteſſo che il corvo degli antichi. *Ved.* CORVO.

ARGIROCOMO, è il nome che alcuni autori danno ad una cometa di colore argentino, che poco differiſce dall' eliocometa, ſe non che quella è di un più brillante colore, e manda uno ſplendore abbagliante per chi la guarda. Queſta parola viene dal greco ἄργυρος, *argento* e dalla parola latina *coma*, capigliatura. *Ved.* ELIOCOMETA. (O).

ARGO, *la nave Argo od il vaſſello degli Argonauti*; nome di una coſtellazione dell' emiſfero meridionale, comunemente chiamata la Nave.

ARGOMENTO, (*Aſtron.*) generalmente parlando è la quantità dalla quale dipende una equazione, una ineguaglianza, una qualunque circoſtanza di moto di un pianeta. Così l' *argomento* di latitudine è la diſtanza di un pianeta dal ſuo nodo, perchè ne dipende la latitudine. L' anomalia o la diſtanza dall' apogeo o dall' afelio, è l' *argomento* dell' equazione del centro, o dell' equazione dell' orbita, poichè queſta equazione ſi calcola in un' orbita ellittica per ogni grado di anomalia, ed ella non varia che a ragione del cangiamento dell' anomalia. Biſogna avere quattordici *argomenti* per calcolare il luogo della luna con le noſtre nuove tavole, perchè ci ſono quattordici ineguaglianze nel ſuo moto, e quattordici equazioni nel calcolo.

La prima è di 11′ 16″ moltiplicati pel ſeno dell' anomalia media del ſole, perchè queſta equazione, che non è che di 11′ 16″, allora quando il ſole è a 90° dal ſuo apogeo, diminniſce come il ſeno della diſtanza di queſto apogeo, o dell' anomalia del ſole; così queſta anomalia è l' *argomento* della prima equazione; così è lo ſteſſo delle altre.

L' *argomento* annuale è la diſtanza del ſole dall' apogeo della luna.

L' *argomento* della parallaſſi è l' effetto ch' ella produce nella oſſervazione, e che ſerve a trovare la vera quantità della parallaſſi orizzontale; così quando il Sig. de la Caille ed io abbiamo oſſervato la luna, nello ſteſſo iſtante, l' uno al capo di Buona Speranza, l' altro a Berlino, abbiamo trovato nella ſua declinazione 80′ di differenza: queſto era l' *argomento* o l' indicazione di una parallaſſe orizzontale di un grado, più o meno. (*D. L.*)

ARIA, (*Idr.*) unione di moleculè ſottiliſſime, elaſtiche e perfettamente mobili, che formano queſta maſſa fluida ed inviſibile, che ſi chiama *atmoſfera*, nella quale viviamo, ſpiriamo, e reſpiriamo alternativamente.

Qui non ſi eſaminerà la natura fiſica dell' *aria*, nè l' analogia e le differenze che vi ſono con li fluidi chiamati col nome generico *gaz*, dalla parola olandeſe *Ghoaſt*, che ſignifica *ſpirito*. Per tutto queſto è da guardarſi il *Dizionario di Fiſica*. Oſſerveremo ſoltanto le proprietà *meccaniche* dell' *aria*, o gli effetti che riſultano dalla ſua fluidità, dal ſuo peſo, dalla ſua elaſticità, dalla ſua mobilità, ec.

I. L' *aria è fluida*. In fatto, cede ſenza reſiſtenza al tocco, o moto delli corpi che l' attraverſano; tralmette con facilità e prontezza li ſuoni, gli odori e, per dir tutto, l' emanazioni che ſortono dalli corpi; ſi muove ella ſteſſa con una ſomma velocità, toſto che trova uno ſpazio nel quale ſi poſſa ſpandere; in una parola, ella ha tutti li caratteri della fluidità.

II. L' *aria è un fluido peſante*. Perchè il peſo è una forza univerſale, ſparſo nella natura, e non v' ha corpo che non vi ſia ſommeſſo. Pure gli antichi, lontani bene dal credere che l' *aria* ſia un fluido peſante, la riguardavano anzi come un corpo *leggiero*, cioè come un corpo che per ſua natura tende ad alzarſi. Galileo fu il primo a conoſcere il peſo dell' *aria*. Il ſuo diſcepolo Torricelli lo dimoſtrò nel 1643, con una eſperienza che li noſtri Barometri ordinarj ce la pongono continuamente ſotto agli occhi. Tutti ſanno che il Barometro è una canna di vetro, chiu-

chiuſa ermeticamente in alto, aperta al baſſo, nella quale ſta ſoſpeſa una colonna di mercurio ad una data altezza ſopra del mercurio rinchiuſo in un vaſellino, ove è poſta l'eſtremità inferiore del tubo. La cauſa che ſoſtiene il mercurio del tubo ſopra del mercurio del vaſellino è la preſſione dell'*aria* eſterna ſulla ſuperficie del vaſellino, preſſione che non ſi fa ſulla colonna del mercurio, perchè la cima ſuperiore del tubo eſſendo chiuſa, non laſcia entrar l'aria; perchè ſe ſi apre queſta cima, la colonna di mercurio cade toſto, e ſi ſpande nel vaſellino.

Biſogna fare ſu queſto due oſſervazioni: 1°. L'altrezza del mercurio nel tubo del Barometro è differente, e più o meno grande, ſecondo che i luoghi ſono più o meno elevàti rapporto ad uno ſteſſo livello, per eſempio, quello del mare. La prima eſperienza di queſto genere, è quella che fece fare Paſcal ſulla montagna del Puy de Domme vicino a Clermont in Auvergna. Dal piede alla ſommità di queſta montagna, la quale è alta circa 500 teſe ſopra di Clermont, il mercurio s'abbaſsò nel tubo tre pollici, una linea e mezzo. 2.° In un luogo ſteſſo l'altezza del mercurio nel tubo non è coſtante; ella varia in ragione delli cangiamenti che accadono nel peſo, o variazioni dell'atmoſfera per la pioggia, per li venti, ec. La ſpiegazione di queſti fenomeni non appàrtengono a queſto ſoggetto.

III. Corollario I. E' facile trovare, almeno per un dato iſtante, il peſo di tutta la maſſa di *aria* che circonda il globo terreſtre. Perchè, ſieno R il raggio del globo terreſtre, r l'altezza data della colonna del mercurio, la quale fa equilibrio colla preſſione dell'atmoſfera; Π il rapporto della circonferenza al diametro, ϖ il peſo ſpecifico del mercurio. Si cercheranno li ſolidi delle due ſfere, l'una delle quali ha per raggio $R + r$, l'altra R, e ſi toglierà il ſecondo ſolido dal primo; il che darà

$$\frac{4\,\Pi\,(R+r)^3}{3} - \frac{4\,\Pi\,R^3}{3}, \text{ o } 4\,\Pi\left(R^2 r + r^2 R + \frac{r^3}{3}\right)$$

per il reſto. Si moltiplicherà queſto reſto per ϖ, ed oſſervando che li termini, i quali contengono r^2 ed r^3, poſſono eſſere laſciati ſenza tema di ſenſibile errore, ſi averà $4\,\varpi\,\Pi\,R^2\,r$ per l'eſpreſſione generale e viciniſſima al peſo richieſto.

Per eſempio, ſia $r = 28$ pollici; il peſo di un piede cubico del mercurio $= 960$ libbre. Supponiamo di più, ſecondo le oſſervazioni, che ogni grado di un gran circolo della terra, ſia di 57000 teſe. Si troverà, effettuando tutti li calcoli indicati con la formula precedente, che il peſo totale dell'atmoſfera è all'in circa di libbre. 21,028854,877090,909091.

IV. Corollario II. Due colonne, una di mercurio, l'altra di acqua, che ſi fanno mutuamente equilibrio, hanno delle altezze reciprocamente proporzionali ai loro peſi ſpecifici, (*Ved.* Preſsione); in modo che ſe la colonna di mercurio ha 28 pollici di altezza, quella dell'acqua deve avere 32 piedi di altezza. Ora la preſſione dell'atmoſfera contrabilancia la prima di queſte due colonne, come abbiamo veduto, dunque ella contrabilancierà anche la ſeconda. Così, nel vuoto, la preſſione dell'atmoſfera deve ſoſtenere una colonna d'acqua d'incirca 32 piedi di altezza.

V. Corollario III. Sia *ABHO*, *Idr.* (*Fig.* 1), un ſifone curvato e compoſto di due rami d'ineguale lunghezza; il più curto *BA* ſi tuffi nel liquore del tino *MCDN*; e ſi tolga l'*aria* contenuta nell'interno del ſifone, ſucchiandola per la cima *O*: allora il liquore del tino ſalirà nel ſifone, e ſortirà per la cima *O*, purchè queſta cima ſia ſotto la ſuperficie *MN* del liquore del tino.

Queſto fenomeno è lo ſteſſo che quello del Barometro. In fatto, immaginiamoci che la cima *O* del ſifone ſia tuffata in un vaſo *EF*, che contiene del liquore. Si vede che ciaſcheduna delle parti *AB*, *OHB* del ſifone, può riguardarſi come un tubo particolare, ſimile a quello del Torricelli. Così, rappreſentando la preſſione dell'atmoſfera per *KX*, il peſo della colonna fluida *AB* per *KV*, quello della colonna *OB* per *KZ*, è chiaro che *VX* eſprime la forza che ſolleva il fluido della canna *AB*, e che *ZX* eſprime la forza, la quale tende a ſollevare il fluido nella canna *OB*. Ora, ſiccome queſte due forze ſono contrarie, la più debole è diſtrutta, e *ZV* è la forza che reſta, la quale produce lo ſcolo nella direzione *ABHO*.

Da ciò ſi vede, 1.° che ſe $KV = KZ$, non può avere ſcolo; 2.° che ſe il peſo del più curto ramo, è più grande di quello dell'atmoſfera, non vi ſarà ſcolo perchè allora la preſſione dell'atmoſfera non ha forza ſufficiente per ſollevare il liquore ſino in *B*. Così, per eſempio, ſe il liquore è di acqua, biſogna che l'altezza del più curto ramo *AB* ſia meno di 32 piedi; per il mercurio *AB* deve eſſere minore di 32 pollici, ec.

VI. *L'aria è un fluido elaſtico*. Si prenda una veſſica e la ſi gonfi, introducendovi dell'aria: ſi averà un pallone che ſi comprime quando ſi preme, e ceſſando di premerlo ſi dilata. Dunque ec.

VII. *La forza elaſtica dell'aria compreſſa è eguale a quella che produce la compreſſione*. La fontana di *Erone* ne dà la prova. Queſta macchina; (*Idr. Fig.* 2), che ordinàriamente ſi fa colla lata, è compoſta di una caſſa *ABCD*, chiuſa da tutti i lati, piena di acqua ſino in *EF*, alquanto di ſotto di *AB*; di un' altra caſſa *GHKI*, anch' eſſa chiuſa da tutti i lati, eguale alla prima, e piena d'*aria*; di una cannella *OT*, eſattamente adattata alli fondi *AB*, *DC*, *GH*, la quale comunica nel di fuori con la cima *O*, e nella caſſa inferiore con la cima *T* ch'è viciniſſima al fondo *IK*; d'una cannella *XT*, congiunta alle due caſſe, e la cima ſuperiore

riore della quale X è vicina al fondo AB; d'una cannella QP, la di cui cima inferiore P è vicina al fondo DC, e la cima ſuperiore Q, congiunta col fondo AB è guarnita di un cannellino. Poſto queſto, chiudete il cannellino Q col dito, e verſate un poca d'acqua per la cima O della cannella OT, ella diſcenderà ſino in IK e ſalirà, per eſempio, in vS. Allora non vi ſarà più comunicazione alcuna dell'*aria* eſteriore con quella che reſta nelle due caſſe. Continuate a verſare dell'acqua; l'*aria* contenuta negli ſpazj $GHSV$, $ABFE$, XT ſi condenſerà a poco a poco, fino che la forza elaſtica ſia in equilibrio con la preſſione dell'acqua verſata da OT. Se la ſuperficie dell'acqua nella caſſa $GHKI$ è MN, l'*aria* di cui abbiamo parlato, preſſerà perpendicolarmente ogni parte della ſuperficie che la circonda, con una forza eguale al peſo di una colonna di acqua, che averebbe per baſe la parte compreſſa, ed OL per altezza. Così, la ſuperficie EF dell'acqua contenuta nella caſſa ſuperiore, è ſpinta dall'alto al baſſo da queſt'aria ſteſſa, e tende ad alzarſi per la canna PQ in modo che ſe ſi leva il dito dal di ſopra della ſteſſa, ſortirà un getto d'acqua che s'innalzerà all'altezza RZ eguale ad OL. Si vede dunque che la forza dell'*aria* produce lo ſteſſo getto che produrrebbe il peſo dell'acqua, per il quale è ſtata compreſſa.

Si può oſſervare che facendo rientrar per O, l'acqua che cade dal getto, quell'acqua paſſa nella caſſa inferiore, e per conſeguenza il getto durerà fino che tutta l'acqua compreſa dal punto P fino in EF, ſia ſortita zampillando.

VIII. *L'aria ſi comprime da ſe ſteſſa col ſuo proprio peſo.* Perchè l'*aria* eſſendo un fluido peſante, ſe ſi concepiſce l'armoſfera come diviſa in una infinità di ſtrati perpendicolari alla direzione del peſo; è chiaro che gli ſtrati inferiori hanno il carico del peſo delli ſuperiori; dal che neceſſariamente ne riſulterà una compreſſione che ſarà più grande, poſte tutte le coſe eguali, a miſura che lo ſtrato compreſſo ſarà poſto più baſſo nell'atmoſfera. Io dico *poſte tutte le coſe eguali*, perchè vi ſono delle altre cauſe, come il freddo ed il caldo, che concorrono a comprimere ed a dilatare l'*aria*. La denſità di queſto fluido è variabile eſtremamente; ella è circa otto o nove cento volte minore di quella dell'acqua ordinaria. Il rapporto medio di queſte denſità nelli noſtri climi, può eſprimerſi ſenſibilmente con la frazione $\frac{1}{850}$.

IX. Corollario. Da queſto e dall'articolo VII, ne deriva che ſe l'*aria*, dopo eſſer ſtata compreſſa da ſe ſteſſa col proprio ſuo peſo, venga ad agire con la ſola ſua forza, produrrà lo ſteſſo effetto, che produrrebbe col ſuo peſo. Queſto è confermato con l'eſperienza.

Prendete una bottiglia di vetro $ABCD$, (*Fig.* 3) di figura cilindrica; verſatevi del mercurio $AEFD$; fatevi entrare una picciola cannella di vetro K di 29,030 pollici di altezza, aperta dalle due eſtremità, e quella al baſſo ſia tuffata di qualche linea nel mercurio. Chiudete queſta cannella eſattamente al collo della bottiglia, in modo che l'aria contenuta nello ſpazio $EBCF$ non abbia alcuna comunicazione con l'*aria* eſterna; indi ponete queſta bottiglia ed il ſuo cannello ſotto il recipiente $LIHM$ della macchina pneumatica, levate per quanto potete l'*aria* contenuta in queſto recipiente; allora il mercurio ſi abbaſſerà in NO, e ſi alzerà nel cannello ſopra NO, quaſi alla ſteſſa altezza come ſi ſoſtiene nel Barometro, nel ſito, dove ſi fa l'eſperienza. La ragione è evidente: perchè prima di cominciare a farſi il vuoto nella macchina pneumatica, l'aria contenuta nello ſpazio $EBCF$, è nello ſteſſo ſtato che l'aria eſteriore: indi allora quando ſi viene a fare il vuoto nel recipiente, la ſteſſa *aria* $EBCF$ ſpiega la ſua forza, coſtringe per conſeguenza il mercurio ad abbaſſarſi in NO, ed a ſalire nel cannello vuoto; e queſta aſcenſione è quaſi eguale a quella che è prodotta nel Barometro, per il peſo dell'*aria*. Dico *quaſi*, perchè non è mai poſſibile di vuotare perfettamente di *aria* il recipiente della macchina pneumatica.

X. *Se ſi comprime una ſteſſa maſſa o quantità di aria, e la ſi riduce ad occupare differenti ſpazi o volumi, queſti volumi ſaranno tra loro in ragione inverſa delle forze comprimenti.* Queſta propoſizione ſi prova con la ſeguente eſperienza, conoſciuta moltiſſimo dai Fiſici, e che il Sig. Mariotte fu il primo a fare. Sia ABC (*Fig.* 4), un cannello curvato di vetro, chiuſo ermeticamente nella cima C, ed aperto nella cima A. Li due rami DA, EC ſono verticali; ma il ramo DE di unione è orizzontale. Si danno ordinariamente tre o quattro linee di diametro interiore a queſto cannello. Il picciolo ramo EC dev'eſſere perfettamente cilindrico, per poter comparare eſattamente tra di loro li differenti volumi della maſſa d'*aria* che vi ſi condenſa. Noi ſupponiamo ch'egli abbia 12 pollici di altezza; l'altro DA è molto più alto. Verſate leggermente nel tubo un poco di mercurio, per riempier il ramo orizzontale, e fate in modo che le due ſuperficie DV, IE di queſto fluido, nelli due rami verticali, ſieno a livello, affinchè l'*aria* chiuſa nello ſpazio EC, ſia nello ſteſſo ſtrato dell'aria eſteriore; mentre è chiaro che ſe la forza dell'*aria* interiore EC, ſia più o meno intenſa che quella dell'*aria* eſteriore, le ſuperficie IE, DV ſaranno inegualmente compreſſe, e per conſeguenza eſſe non poſſono eſſere a livello. Indi continuate a verſare del mercurio nel ramo DA, e vedrete che a miſura che ſi alzerà in H, la ſuperficie EI ſi alzerà in F. Supponendo che la preſſione dell'atmoſfera equivaglia al peſo d'una colonna di mercurio di 28 poll. di altezza, troverete che ſe,

avendo condotto l'orizzontale FG, sia l'altezza $GH = 14$ pollici, l'altezza FC dello spazio occupato dall'aria sarà $= 8$ pollici; se $GH = 28$ pollici, FC sarà $= 6$ pollici, ec. Da questo ne siegue, che li differenti volumi dell'*aria* chiusa da prima in EC, segue la ragione inversa dei pesi comprimenti, perchè al primo istante in cui quest'*aria* non soffre che la pressione dell'atmosfera, può essere riguardata come caricata del peso di una colonna di mercurio, alta 28 pollici; quando poi si mette in seguito nel ramo DA del mercurio, all'altezza di 14 pollici sopra la linea del livello FG, la pressione che soffre la nostra massa d'*aria*, è eguale al peso di una colonna di mercurio, che ha 28 pollici $+$ 14 pollici, o 42 pollici di altezza; allora quando l'altezza del mercurio nel ramo DA, sopra $FG = 28$ pollici, la pressione della massa stessa dell'*aria* è eguale al peso di una colonna di mercurio, che ha 28 pollici $+$ 28 pollici, od in tutto a 56 pollici di altezza ec. Dal che si vede che li pesi comprimenti essendo rappresentati dalli numeri 28,42,56, li volumi della massa d'*aria* sono espressi dalli numeri 12,8,6. Ora, si hanno queste differenti proporzioni, 12 : 8 : : 42 : 28; 12 : 6 :: 56 : 28; 8 : 6 :: 56 : 42. Dunque i volumi seguono la ragione inversa delli pesi comprimenti. Egualmente si ragionerà per le altezze del mercurio che seguiranno ogni altro rapporto nelli due rami del tubo; e ragionerassi sull'esperienza fondata, e così si giungerà alla stessa finale conclusione.

Tutte queste esperienze devono essere fatte in modo, che l'*aria* chiusa in FC abbia la stessa temperatura dell'*aria* esteriore, e per conseguenza il suo volume non abbia a variare che in ragione delli pesi comprimenti. Senza questa precauzione, il caldo ed il freddo non agindo egualmente sulle due *arie*, cangieranno li risultati, e sarà difficile distinguere, con un metodo sicuro e non ipotetico, i loro effetti da quelli delli pesi comprimenti.

XI. Corollario I. Poichè la forza elastica dell'*aria* è eguale alla forza che la comprime (VII), ne siegue che le differenti forze elastiche di una stessa massa d'*aria*, a cui si fanno occupare differenti volumi, sono in ragione inversa di questi volumi.

XII. Corollario II. Posta la stessa massa, le densità sono in ragione inversa delli volumi (*Ved.* Densita'.) Dunque le densità di una stessa massa d'*aria*, compressa da differenti pesi, sono direttamente proporzionali a quei pesi, o (VII) alle forze elastiche, che ha in tali differenti stati.

XIII. Corollario III. Le densità delli differenti punti di una colonna verticale dell'atmosfera, formano, a temperatura eguale, una progressione geometrica, decrescente all'infinito; questa serie essendo supposta che incominci ad uno stesso livello, per esempio, a quello del mare, e continui secondo l'altezza dell'atmosfera; perchè se si concepisca che la colonna, di cui si tratta, sia composta di una infinità di strati orizzontali della massa stessa, la densità di ciascheduno di questi è proporzionale al peso di cui è caricato, cioè alla somma delli pesi degli strati superiori, od alla somma della densità degli strati superiori. Ora, se si ha una progressione geometrica, $\therefore a : b : c : d : e : f$: ec. decrescente all'infinito, e che si chiami s la somma intiera delli suoi termini, s' la somma da b inclusivamente, s'' la somma da c inclusivamente ec. si averanno queste proporzioni (*Ved.* Progressione) $a : b : : s : s - a$; $b : c : : s' : s'' - b$, $a : d : : s'' : s''' - c$; ec.

Così le densità delli nostri strati seguono tra loro la stessa legge che li termini di una progressione geometrica, decrescente all'infinito, e formano per conseguenza una tale progressione.

XIV. *Osservazione*. Tutte le esperienze fatte sulla compressibilità dell'*aria* provano che una massa di questo fluido si comprime seguendo la proporzione delli pesi, de' quali è caricata; ma si deve osservare che queste esperienze hanno per oggetto delle condensazioni *medie*; mentre sembra che nelli casi estremi, la regola non potrebbe essere esatta.

In fatto, immaginiamoci da prima che la compressione aumenti all'infinito: converrebbe che la condensazione egualmente aumentasse, e che finalmente l'*aria* non occupasse altro che uno spazio picciolo. Ora, qualunque figura si attribuisca alle molecule *aeree*, è chiaro che allora quando il loro elaterio è compresso, fin tanto che tutte le loro parti si toccano, l'impenetrabilità mutua di queste parti non lascia luogo ad altra compressione. Aggiungete che l'*aria* può essere frammischiata di parti dure, prive di elaterio, od avere una elasticità imperfetta.

Se al contrario si suppone che la compressione diminuisca all'infinito, non si può supporre egualmente che l'*aria* si dilati all'infinito; perchè la elasticità perfetta od imperfetta delle molecule *aeree* non può avere che una determinata estensione, ed è impossibile concepire che una massa finita venga ad occupare uno spazio infinito. Rigorosamente dunque non è vero che le condensazioni dell'*aria* seguano generalmente il rapporto delli pesi comprimenti. Ma siccome le forze comprimenti che possiamo impiegare nelle nostre esperienze, non passano giammai certi limiti, la proposizione dell'art. X può allora essere riguardata come vera senza restrizione.

XV. Scolio. Li precedenti principj servono ancora a spiegare l'ascensione dell'acqua nelle trombe. *Ved.* Trombe.

Dedurremo qui dalli principj stessi una teoria del moto dell'*aria*, la quale è necessaria per un gran numero di fenomeni fisici. Si troverà alla parola Suono, la teoria delle vibrazioni dell'*aria*, prodotte dal suono.

XVI. Sia $ABCD$, (*Fig.* 5) un cilindro chiuso da tutti i lati, che contiene un *aria* omo-

omogenea ed egualmente denſa in tutta la ſua eſtenſione. Queſt'*aria* è in uno ſtato di compreſſione, e toſto che ſe le da qualche uſcita, o ſe le facilita il mezzo di eſtenderſi o dilatarſi, ſi dilata in fatto, e diminuiſce la ſua forza elaſtica. In tale ſtato di compreſſione, la forza elaſtica è ſempre eguale alla forza che produſſe queſta compreſſione (X). Così, per eſempio, ſe l'*aria A B C D* è ſimile a quella che reſpiriamo, e per conſeguenza è ſtata compreſſa o per la preſſione ſteſſa dell'atmoſfera, o per una forza equivalente, ſoſtenirà con la ſua forza il peſo di una colonna d'acqua di 32 piedi di altezza; cioè, riguardando il fondo ſuperiore del ciliodro *A D*, come un coperchio liberamente mobile; e riflettendo che queſto coperchio è carico in tutta la ſua ſuperficie di una colonna d'acqua di 32 piedi di altezza, egli averà l'equilibrio tra la forza elaſtica dell'*aria*, ed il peſo della colonna d'acqua; ed il coperchio *A D* non potrà nè ſalire, nè diſcendere.

Suppongo che il calore dell'*aria A B C D* ſia ſempre lo ſteſſo; perchè ſe o creſceſſe o ſi diminuiſſe, la forza elaſtica anch'eſſa o creſcerebbe, o ſi diminuirebbe. Così ſuppongo anche, che il grado di calore ſia lo ſteſſo per tutte le *arie* che ho cercato di miſurare, onde paragonare le loro forze elaſtiche.

XVII. L'eſperienza fa vedere (X, e XI), che ſe una maſſa di *aria*, che conſerva ſempre lo ſteſſo grado di temperatura, è ridotta ad occupare ſucceſſivamente differenti volumi; le forza che la comprimono, e per conſeguenza anche le ſue differenti forze elaſtiche, ſeguono la ragione inverſa dei volumi, o la ragione diretta delle denſità.

Ora, ridurre una maſſa ſteſſa di *aria* ad occupare differenti volumi, è lo ſteſſo che far entrare in uno ſteſſo volume differenti quantità d'*aria*, le denſità della quale ſieno le ſteſſe reſpettivamente a quelle della maſſa propoſta nelli ſuoi differenti ſtati. Concludiamo dunque da queſta eſperienza, che ſe differenti maſſe d'*aria* ſucceſſivamente occupano uno ſteſſo volume, eſſe hanno delle forze elaſtiche che ſono loro proporzionali, o, il che vuol dire lo ſteſſo, che ſono proporzionali alle loro denſità, perchè la denſità non è altro che la quantità della materia compreſa ſotto uno ſteſſo dato volume.

XVIII. Problema I. *Determinare la velocità con la quale l'aria ſorte ad ogn'iſtante dal vaſo A B C D, per il picciolo orificio C, ſuppondo che ſcappi nel vuoto, o non provi alcuna reſiſtenza nel ſortire.*

Sieno, per il primo iſtante del moto, *P* il peſo col quale la forza elaſtica dell'*aria* può far equilibrio, *Q* la denſità di queſto fluido, *V* la velocità, e chiamiamo *q* la denſità ch'ella ha al fine di certo tempo *t*, *v* la ſua velocità alla fine dello ſteſſo tempo.

Di più, nominiamo *M* ed *m* le maſſe d'*aria* che ſortono in tempi eguali nelli due caſi.

Si vede, per l'articolo precedente, che il peſo comprimente, o forza elaſtica dell'*aria*, dopo il tempo *t*, ſarà $\frac{P\,q}{Q}$; e ſiccome le forze motrici ſono proporzionali alle quantità del moto che producono nel tempo ſteſſo, così ſi averà $P : \frac{P\,q}{Q} :: M\,V : m\,v$. Ma le maſſe *M* ed *m* ſono come li prodotti dei loro volumi per le loro denſità, ed i loro volumi ſono come li prodotti dell'orificio per le velocità. Così l'orificio eſſendo lo ſteſſo nelli due caſi, ſi averà $M : m :: Q\,V : q\,v$.

Dunque $P : \frac{P\,q}{Q} :: Q\,V\,V : q\,v\,v$. Dal che ſi rileva $v = V$. Quindi, l'*aria* ſorte continuamente con la ſteſſa velocità, ch'è la velocità iniziale *V*.

XIX. Corollario. Supponiamo che al primo iſtante l'*aria* contenuta nel vaſo ſia dell'*aria* naturale, o che il peſo *P* ſia eguale al peſo di una colonna d'acqua di 32 piedi di altezza. Come l'*aria* è circa 850 volte meno denſa dell'acqua, egli è chiaro che lo ſcolo dell'*aria* per l'orificio *C* è lo ſteſſo, come ſe queſt'*aria* foſſe ſpinta dalla preſſione di una colonna d'*aria* di ſimile uniforme denſità, e di 850 volte 32 piedi di altezza, o di 27200 piedi di altezza. Così, la velocità *V* è dovuta a queſta caduta. Ora un corpo grave, che cade da 15 piedi di altezza, acquiſta una velocità capace di fargli percorrere uniformemente 30 piedi in un ſecondo.

Per conſeguenza ſi averà la velocità *V*, per un ſecondo, facendo queſta proporzione $\sqrt{15} : \sqrt{27200} :: 30 \text{ piedi} : V = 1277 \text{ piedi}$.

L'*aria* deve dunque ſcorrere, in virtù della ſua forza nello ſtato ordinario dell'atmoſfera, circa 1277 piedi in un ſecondo nel vuoto.

XX. Problema II. *Determinare in generale nell'ipoteſi del problema precedente il tempo che l'aria impiega a paſſare dalla denſità Q alla denſità q.*

Sieno *H* l'altezza dovuta alla velocità coſtante *V* dell'*aria* al paſſaggio *C*; *a* l'altezza *data* che un corpo grave ſcorre cadendo per il dato tempo 9; *C* l'apertura dell'orificio; *A* il volume del cillodro *A B C D*. Sortirà, nell'iſtante *d t*, un picciolo volume di *aria*, eſpreſſo da $\frac{2\,C\,d\,t\,\sqrt{a\,H}}{9}$. *Ved.* Sgorgamento.

Ora la maſſa eſſendo come il prodotto del volume per la denſità (*Ved.* Massa, Volume, Densità), ne ſiegue che ſorte, nell'iſtante *d t*, una picciola maſſa d'*aria* ch'è eſpreſſa da $\frac{2\,C\,q\,d\,t\,\sqrt{a\,H}}{9}$; ma dall'altra parte egli è evidente che, durante il tempo *t*, è ſortita

dal cilindro una massa espressa da $AQ - Aq$. Si averà dunque $\frac{2Cqdt\sqrt{aH}}{S} = d(AQ - Aq) = -Adq$; il che dà $dt = \frac{SA}{2C\sqrt{aH}} \times -\frac{dq}{q}$, la di cui integrale è (facendo $t = o$, alloraquando $q = Q$), $t = \frac{SA}{2C\sqrt{aH}} \times L\frac{Q}{q}$. (*Ved.* INTEGRALE.)

Si vede da questa espressione del tempo, che il vaso intieramente non si vuoterebbe che al fine di un tempo infinito; ma non conviene dimenticarsi qui che, secondo l'osservazione dell'articolo XIV, l'ipotesi, sulla quale è fondata questa formula, cessa di essere esatta, allora quando la densità q diviene piccioliſſima.

XXI. PROBLEMA III. *L'aria essendo stata condensata nel vaso A B C D, si dimanda la velocità, con la quale sortirà dal picciolo orificio C, supponendo che si diffondi in un'aria vicina più rara di lei, e di una estensione infinita tale, che si può sempre attribuirla all'atmosfera per rapporto al vaso A B C D.*

Chiamiamo D la densità dell'*aria* esteriore; F la sua forza elastica; Q la densità iniziale dell'*aria* interiore, o dell'*aria* contenuta nel vaso, e per conseguenza $\frac{QF}{D}$ la sua forza elastica iniziale; q la densità dell'*aria* interiore, dopo un certo tempo t, e per conseguenza $\frac{qF}{D}$ la sua forza elastica corrispondente; M la picciola massa iniziale d'*aria* che sorte per l'orificio; V la sua velocità; m la picciola massa d'*aria* che sorte dopo il tempo t; v la sua velocità. L'*aria* esteriore opponendo costantemente la resistenza F alla sortita dell'*aria* interiore, egli è chiaro che la forza espulsiva iniziale dell'*aria* interiore è $\frac{QF}{D} - F$, o $\frac{(Q-D)F}{D}$, e che la forza espulsiva, dopo il tempo t, è $\frac{(q-D)F}{D}$. Ora le forze espulsive sono come le quantità delli moti che producono nel tempo stesso; così si ha $\frac{(Q-D)F}{D} : \frac{(q-D)F}{D} :: MV : mv$. Ma le masse M ed m sono come li prodotti delle loro densità per i loro volumi, e questi volumi sono come i prodotti dell'orificio per le velocità; dunque $\frac{(Q-D)F}{D} : \frac{(q-D)F}{D} :: QV^2 : qv^2$; il che dà $v = V \times \sqrt{\frac{Q(q-D)}{q(Q-D)}}$.

Si vede che sarà $v = o$, o che l'*aria* cesserà di sortire, allora quando si averà $q = D$. Io non ho bisogno di far osservare, che se si avesse $D = Q$, non avrebbe niente di moto, poichè allora la forza espulsiva iniziale $\frac{(Q-D)F}{D}$ essendo nulla, la velocità iniziale V sarebbe anch'essa nulla.

XXII. COROLLARIO. Supponiamo, per esempio, $Q = 10\,D$, $q = 9\,D$; e che la pressione dell'atmosfera, o la forza elastica F, sia equivalente al peso della colonna d'acqua di 32 piedi di altezza. La forza espulsiva iniziale $\frac{(Q-D)F}{D}$ dell'*aria* equivalerà al peso di una colonna d'acqua di 9×32 piedi, o di 288 piedi di altezza: e siccome l'*aria*, che questa forza fa sortire dall'orificio è 85 volte meno densa dell'acqua, ne segue che lo scolo iniziale è lo stesso, come se l'*aria* cacciata dalla compressione di una colonna d'*aria*, della stessa densità fosse di 85 volte 288 piedi, o di 24480 piedi di altezza; e che per conseguenza la velocità V fosse dovuta a questa altezza. Dunque la velocità V, per un secondo, sarà di 30 piedi $\times \frac{\sqrt{24480}}{\sqrt{15}}$, e la velocità v, per un secondo, sarà di 30 piedi $\times \frac{\sqrt{24480}}{\sqrt{15}} \times \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{81}}$. Così si averà, ad un di presso, $V = 1212$ piedi, $v = 1204$ piedi.

Da questo si può formare una idea della velocità, con la quale una palla è cacciata da un fucile chiamato *archibugio a vento*, la descrizione del quale si trova in tutti i libri di Fisica.

XXIII. PROBLEMA IV. *Trovare il tempo t che l'aria impiega nel passar dalla densità Q alla densità q, nell'ipotesi del problema precedente.*

Rappresentando per H l'altezza dovuta alla velocità iniziale V, e considerando (*Ved.* ACCELERATO) che le altezze dovute alle velocità V e v sono come i quadrati di queste velocità: si vedrà che l'altezza dovuta alla celerità v sarà $H \times \frac{Q(q-D)}{q(Q-D)}$. Così la picciola massa di *aria* che sorte nell'istante dt, è $\frac{2Cqdt}{S}\sqrt{\frac{aHQ(q-D)}{q(Q-D)}}$. Ma questa massa ha l'altra espressione $d(AQ - Aq)$; in conseguenza sarà $dt = \frac{SA\sqrt{(Q-D)}}{2C\sqrt{aHQ}} \times \frac{-dq}{\sqrt{(qq - Dq)}}$. Dunque l'integrale è (facendo

do sempre $t = o$, allora che $q = Q$), $t = \frac{9A}{2C}\sqrt{\left(\frac{Q-D}{AHQ}\right)} \times L.\left(\frac{Q-\frac{1}{2}D+\sqrt{(Q^2-D.Q)}}{q-\frac{1}{2}D+\sqrt{(qq-Dq)}}\right)$.

Noi abbiamo veduto che l'*aria* ceſſa di ſcorrere, allora quando $q = D$. Facendo dunque $q = D$, ſi averà, per il tempo, nel quale dura lo ſcolo, $t = \frac{9A}{2C}\sqrt{\left(\frac{Q-D}{aHQ}\right)} \times L.\left(\frac{Q-\frac{1}{2}D+\sqrt{(Q^2-D.Q)}}{\frac{1}{2}D}\right)$.

XXIV. Problema V. *Il vaſo ABCD eſſendo ſuppoſto contenere un'aria più rara che quella dell'atmoſfera, ſi dimanda la velocità con la quale queſta ultima entrerà nel vaſo, per il picciolo orifizio C.*

Chiamando D la denſità coſtante dell'*aria* eſteriore; F la forza elaſtica; Q la denſità iniziale dell'*aria* contenuta nel cilindro, e per conſeguenza $\frac{QF}{D}$ la forza elaſtica iniziale; q la denſità di queſt'*aria*, dopo il tempo t, e per conſeguenza $\frac{qF}{D}$ la ſua forza elaſtica dopo queſto tempo; V la velocità iniziale, con la quale l'*aria* eſteriore entra nel cilindro; v la ſua velocità dopo il tempo t: ſi vede che la forza impulſiva iniziale dell'*aria*, nel cilindro, è $F - \frac{QF}{D}$, o $\frac{(D-Q)F}{D}$, e che dopo il tempo t la forza impulſiva è $\frac{(D-q)F}{D}$. Si averà dunque $\frac{(D-Q)F}{D} : \frac{(D-q)F}{D} :: DV^2 : Dv^2$; e per conſeguenza $v = V \times \sqrt{\frac{D-q}{D-Q}}$.

Se al primo iſtante il cilindro foſſe vuoto, ſi averebbe $Q = o$; ed allora $v = V \times \sqrt{\frac{D-q}{D}}$.

Si vede nell'uno e nell'altro caſo, che l'*aria* ceſſa di entrare nel cilindro, allora quando $q = D$, od allora quando la denſità dell'*aria* è la ſteſſa sì di dentro, che di fuori.

XXV. Problema VI. *Trovar l'equazione tra il tempo e la denſità q, nella generale ipoteſi del precedente problema.*

Sia H l'altezza dovuta alla velocità V, e riteniamo le altre denominazioni. La picciola maſſa di *aria* ch'entra nel cilindro $ABCD$, nell'iſtante dt, è eſpreſſa da $\frac{2CDdt}{9}\sqrt{\frac{aH(D-q)}{D-Q}}$; e ſiccome ella ha per ſecondo valore $d(Aq)$, così ſi averà $dt = \frac{9AV(D-Q)}{2CDV aH} \times \frac{dq}{V(D-q)}$, di cui l'integrale è (facendo $t = o$, allora quando $q = Q$) $t = \frac{9AV(D-Q)}{CDV aH} \times (V(D-Q) - V(D-q))$.

XXVI. Problema VII. *Li due cilindri ABCD, FCHG (Fig. 6), eſſendo chiuſi da tutti i lati, e contenenti dell'arie differentemente condenſate, ſi dimanda la velocità con la quale l'aria paſſerà da un cilindro nell'altro, per il picciolo orifizio C.*

Egli è evidente che l'*aria* la più denſa colerà nella più rara. Supponiamo che queſto ſcolo ſi faccia dal vaſo $ABCD$ nel vaſo $FCHG$. Nominiamo D la denſità dell'*aria* dell'atmoſfera; F la ſua forza elaſtica; Q la denſità iniziale dell'*aria* $ABCD$, e per conſeguenza $\frac{QF}{D}$ la ſua forza iniziale elaſtica; q la ſua denſità dopo il tempo t; e per conſeguenza $\frac{qF}{D}$ la ſua forza elaſtica dopo queſto ſteſſo tempo; R la denſità iniziale dell'*aria* $FCHG$, e per conſeguenza $\frac{RF}{D}$ la ſua forza elaſtica iniziale; r la ſua denſità dopo il tempo t, e per conſeguenza $\frac{rF}{D}$ la ſua forza elaſtica dopo queſto ſteſſo tempo; V la velocità iniziale dell'*aria* $ABCD$; v la ſua velocità dopo il tempo t. Egli è chiaro che la forza eſpulſiva dell'*aria* $ABCD$ è $\frac{QF}{D} - \frac{RF}{D}$, al primo iſtante; e $\frac{qF}{D} - \frac{rF}{D}$, dopo il tempo t. Così ſi averà $\frac{QF-RF}{D} : \frac{qF-rF}{D} :: QVV : qvv$; il che dà $v = V \times \sqrt{\frac{Q(q-r)}{q(Q-R)}}$. Lo ſcolo ceſſerà, quando ſi averà $r = q$.

Siccome la maſſa totale di *aria* contenuta nelli due cilindri, è coſtantemente la ſteſſa; ſe ſi chiama A la capacità od il volume del cilindro $ABCD$, B quello del cilindro $FCHG$, ſi averà queſta ſeconda equazione $A.Q + B.R = A.q + B.r$, perchè le maſſe ſono come li prodotti dei volumi per le denſità. Queſta equazione dà $r = \frac{A(Q-q)+B.R}{B}$. Soſtituendo queſto valore di r nel valore di v, ſi averà $v = V \times \sqrt{\frac{Q(B(q-R)-A(Q-q))}{Bq(Q-R)}}$: equazione che

dà

dà la velocità v corrispondente ad ogni densità q.

XXVII. Problema VIII. *Trovar l'equazione tra il tempo t e la densità q, nella ipotesi del problema precedente.*

Supponiamo, per abbreviare alquanto il calcolo, $AQ+BR=f$, $AQ+BQ=K$, $BQ-BK=m$: si troverà, sempre egualmente ragionando, $2Cq\,dt\sqrt{\frac{aH(Kq-fQ)}{mq}}=d(AQ-Aq)=-A\,dq$; ovvero $dt=\frac{A\sqrt{m}}{2C\sqrt{aHK}}\times\frac{-DQ}{\sqrt{\left(q^2-\frac{fQ}{K}\cdot q\right)}}$, di cui l'integrale è (facendo $t=0$, allorchè $q=Q$), $t=\frac{A\sqrt{m}}{2C\sqrt{aHK}}\times L.\left\{\frac{Q-\frac{fQ}{2K}+\sqrt{\left(Q^2-\frac{fQ^2}{K}\right)}}{q-\frac{fQ}{2K}+\sqrt{\left(q^2-\frac{fQ^2}{K}\right)}}\right\}$

Non si fermeremo a sviluppare detagliatamente tutte le conseguenze che risultano da queste formule: il lettore potrà facilmente da se supplire. (*L. B.*)

ARIANNA, (*Astronom.*) *Ved.* Corona.

ARIDED, (*Astron.*) nome della stella ch'è alla coda del cigno, segnata con la lettera β.

ARIETE, o Montone, (*Astron.*) nome d'una costellazione, che dà il suo nome ad uno delli dodici Segni del Zodiaco. L'*ariete* era al tempo di Omero, e di Esiodo la prima costellazione del Zodiaco, e la prima delli dodici segni così chiamata *ariete*. Ella si nomina *princeps Zodiaci*, *dux orgis*, *vervex*, *vernus portitor*, *ovis aurea*, *chrysomallus* (vale a dire vello d'oro) *Jupiter Ammon*, *Jovis sidus*, *Minervæ sidus*, Κριὸς, o *aries*, ec. Vedasi Cesio (*Cælum Astronomico poeticum p.* 22. Secondo la più parte degli autori, il montone celeste è quello, il di cui vello occasionò il viaggio degli Argonauti. Per opinione di M. Dupuis, questa bestia appunto, che annuncia col suo levare eliaco la primavera, quando l'equinozio è al Toro, prodosse la favola della conquista del vello d'oro. Il serpentario chiamato in Astronomia Giasone, fissa al suo levare le prime stelle del naviglio, al loro tramontare, l'arrivo del sole nel Toro; il dì seguente il montone celeste scevro dalli raggi solari annuncia il giorno, ed il passaggio del sole alle nostre regioni. Su questo fondamento si stabilì la favola di Giasone soggiogante un Toro, che vomita fiamme, e trasportante il vello prezioso del montone guardato da un dragone. Questo dragone è la balena celeste chiamata spesso dragone, rappresentata sotto la figura d'un mostro, ch'è stato collocato sotto il montone. Ella è nascosta in parte dallo splendore del sole il giorno dell'equinozio: questo è forse il dragone dell'Esperidi, il quale dal Principio Malo viceve tal forma durante l'inverno, e viene ucciso nella primavera dal Principio Buono. V'è chi pretende che questo è il nome del padiglione del Vascello, su cui Frisso, e la sua sorella Elle presero la fuga, per non essere sacrificati del loro padre Atamante. Sotto il nome di montone v'ha chi intende il nome del governatore di Frisso figlio di Atamante, che fu sì celebre per la sua scienza, che gli abitanti di Colchide deliberando di perderlo, li Greci s'unirono con forza per liberarlo. Secondo Suida intendono altri sotto il nome del vello d'oro un libro, o pergamena che insegna il segreto della pietra filosofale, o l'arte di fare l'oro; secondo Plutarco una miniera d'oro, secondo Giustino le pagliuzze d'oro che si ritraggono dai fiomi con la pelle di pecora, o li tesori, che Frisso avea trasportati nella Colchide. *Ved. Diodoro lib.* 4. e *Xenofonte lib.* 6.

Il combattimento di Ercole contro le Amazoni, è l'entrata del sole in *Ariete*. *Ved. Astron. tom. IV. pag.* 490.

Si è parlato della costellazione di *Ariete* in Ovidio sotto il nome della pecora di Elle al settimo delle Calende di Maggio, o sia alli 25 Aprile.

Et frustra pecudem quæres Athamantidos Helles,
Signaque dant imbres, exoriturque canis.
Fast. IV. 902.

L'*Ariete* è consacrato in Egitto a Giove Ammone, che presiede all'equinozio di Primavera. Jablonski *Pantheon Ægyptiorum I*, 163. M. Dupuis trova che egli è l'emblema de'pascoli, ai quali si conduce il gregge finite le inondazioni (*Astron. IV.* 367.) Il carattere ch'esprime questo segno è ♈.

Questa costellazione contiene 66 stelle nel catalogo Britannico. Il sole entra nel segno di *Ariete* verso li 20 Marzo; ma il segno di *Ariete* è diverso dalla costellazione dell'*Ariete*. (*D. L.*)

Ariete è parimenti il nome di una macchina militare, con il capo di ferro, in grande uso presso gli Antichi per battere, e distruggere le mura de'luoghi assediati. *Ved.* Macchina.

Ve ne erano di tre spezie; la prima era rozza, e semplice; l'altre due artificiali, e composte. La prima sembra essere stata un semplice trave, che i soldati sostenevano colle loro braccia con tutto lo sforzo, lanciandone un'estremità per battere le mura. Ciò esigeva un'estrema violenza per venirne a capo, ma con poco effetto. L'altro *ariete*, od il composto è stato descritto da Giuseppe Ebreo (*de excid. Hierof.* 3.) in tal guisa: „ L'*ariete* è un trave „ assai lungo, e grosso a guisa d'albero d'un „ vascello, che da una parte è fortificato da un

„ capo

„ capo di ferro ſomigliante a quello del mon-
„ tone, d'onde ha preſo la denominazione. Si
„ appende con funi per mezzo ad un altro tra-
„ ve, poſto a traverſo ſopra due impoſte; dove
„ rimanendo in aria egualmente bilanciato, da
„ molti uomini va ſpinto innanzi con grande vio-
„ lenza, donde rimbalza conquaſſando la mura
„ col ſuo capo di ferro. E non vi è torre, o
„ muraglia sì groſſa; e forte che poſſa reſiſte-
„ re alli replicati aſſalti di queſta forzoſa mac-
„ china „.

Il terzo *ariete* differiva dal ſecondo ſoltanto nell' eſſere coperto con un riparo per difendere i ſoldati che lo maneggiavano; onde dicevaſi ancora *Teſtudo arietaria*.

Il Sig. Felibien ci dà la deſcrizione di un' altra ſorta di *ariete* per battere le piazze, che andava colle ruote, ed era il più perfetto, ed efficace di tutti. Vitruvio aſſeriſce che l' *ariete* foſſe prima inventato dai Cartagineſi nell' aſſedio di Cadice, e che foſſe l' *ariete* ſemplice. Peſaſmeno di Tiro trovò il modo di ſoſpenderlo con funi; e Polido di Teſſaglia di montarlo ſulle ruote nell' aſſedio di Biſanzio ſotto Filippo il Macedone. Con tutto ciò Plinio ci aſſicura che l' *ariete* ebbe principio nell' aſſedio di Troja; e che queſto appunto diede origine alla favola del cavallo di legno. Riferiſce Plutarco, che Marco Antonio nella guerra contro i Parti adoperaſſe un *ariete* lungo 80 piedi. Vitruvio dice che talvolta aveano 106, e 110 piedi di lunghezza; la quale è probabile che molto contribuiſſe alla forza della macchina.

L' *ariete* maneggiavaſi tutto in un colpo da un centinajo intero di ſoldati, che lo facevano giocare di continuo ſenza veruna intermiſſione. Si coſtumava di coprilo con una vinea, o mantelletta, per difenderlo dagli attentati del nemico. L' ordigno poi che ſi opponeva all' *ariete*, appellavaſi *Lupo*.

L' *ariete* nominaſi anche *Helepolis*, che per altro è un termine generale proprio a tutte quelle macchine, le quali ſervono negli aſſedj delle Città ad abbattere le fortificazioni.

ARIOF, (*Aſtr.*) nome della bella ſtella alla coda del cigno.

ARIONE, (*Aſtron.*) *Ved.* Oaione.

ARISTEO, (*Aſtron.*) *Ved.* Serpentario.

ARITMETICA, queſta parola viene dal Greco ἀριθμὸς, *numero*. E' l' arte di dimoſtrare, o la parte della Matematica, che conſidera le proprietà dei numeri. Si apprende a calcolar eſattamente, facilmente, prontamente. L' *aritmetica* è la baſe di tutte le Scienze matematiche; perchè li rapporti di tutte le ſpecie di quantità ſi riducono finalmente in numeri. *Ved.* Numero, Matematica, Calcolo.

Alcuni Autori definiſcono l' *aritmetica*, la ſcienza della quantità diſcreta. *Ved.* Discreto, e Quantita'.

Le quattro grandi regole, o oſſervazioni, chiamate l' *addizione*, la *ſottrazione*, la *moltiplicazione* e la *diviſione*, compongono propriamente tutta l' *Aritmetica*. *Ved.* Addizione ec.

Egli è vero che per facilitare e ſpedire rapidamente delli calcoli di commercio, od aſtronomici ec. furono inventate altre regole molto utili, come ſono le regole di proporzione, di alligazione, di falſa poſizione, di compagnia, di cambio, di ſconto, di riduzione o di diffalco, ec., ma facendo tali regole, ſi vede che queſte ſono ſoltanto differenti applicazioni delle 4 regole principali. *Ved.* Regola. *Ved.* anche Proporzione, Alligazione ec.

Non abbiamo niente di certo ſulla origine ed invenzione dell' *Aritmetica*: ma non ſi andrà molto lungi dal vero ſe ſarà attribuita alla prima ſocietà degli uomini, ſebbene la ſtoria non fiſſa nè il tempo, nè l' autore. Chiaramente ſi vede eſſerſi dovuto applicar all' arte di contare da che vi fu neceſſità di far delle diviſioni, e di combinar in mille differenti maniere. Così li Tirj paſſano come i primi commercianti di tutti i popoli antichi, e molti attribuiſcono a queſta nazione l' invenzion dell' *Aritmetica*. *Ved.* Commercio.

Giuſeppe ci aſſicura che col mezzo di Abramo l' *Aritmetica* paſsò dall' Aſia in Egitto, dove fu moltiſſimo coltivata ed anche perfezionata; e tanto più che la Filoſofia e la Teologia degli Egizj verſa intieramente ſulli numeri. Da eſſi giunſero a noi tutte queſte maraviglie che ci riportano dell' unità, del numero tre, del numero quattro, ſette, dieci. *Ved.* Unita' ec.

In fatto Kircher fa vedere, nel ſuo *Œdip. Ægypt. tom.* II, *pag.* 2, che gli Egizj tutto ſpiegavano coi numeri. Pittagora ſteſſo ci aſſicura che la natura delli numeri è ſparſa in tutto l' univerſo, e che la cognizione delli numeri conduce a quella della divinità, e non è, per così dire, molto differente.

La ſcienza delli numeri paſsò dall' Egitto in Grecia, dove, dopo aver ricevuto nuovi gradi di perfezione per l' Aſtronomia di quelli paeſi, fu poi conoſciuta dalli Romani, e da di là giunſe fino a noi.

Pore l' antica *Aritmetica* non fu ad un dì preſſo così perfetta quanto la moderna; pare che allora ad altro non ſerviſſe che a conſiderare le differenti diviſioni delli numeri: ſi può rimanere convinti leggendo i trattati di Nicomaco, ſcritti o compoſti nel terzo ſecolo dopo la fondazione di Roma, e quello di Boezio, che ancora eſiſte. Nel 1556 Xilandro pubblicò in latino un riſtretto dell' antica *Aritmetica*, ſcritta in greco da Pſello. Giordano compoſe e pubblicò, nel duodecimo ſecolo, un' opera molto più eſteſa di queſta ſpecie, che Fabro Stapulenſe diede al pubblico nel 1480, con un commentario.

L' *Aritmetica*, come è al dì d' oggi, ſi divide in differenti ſpecie, come *teorica*, *pratica*, *ſtrumentale*, *logaritmica*, *numerale*, *ſpecioſa*, *decimale*, *tetrattica*, *duodecimale*, *ſeſſageſimale*, ec.

L' Arit-

L'*Aritmetica* teorica è la ſcienza delle proprietà e delli rapporti delli numeri aſtratti, con le ragioni e le dimoſtrazioni di regole differenti. *Ved.* NUMERO.

Si trova un'*Aritmetica* teorica nel ſettimo, ottavo, nono libro di Euclide. Il monaco Barlaamo ha dato una teoria delle operazioni ordinarie, tanto in intieri che in frazioni, in un libro da lui compoſto, intitolato *Logiſtica*, e pubblicato in latino da Giovanni Chambers, Ingleſe, l'anno 1600. Si può a queſto aggiungere l'opera italiana di Luca di Borgo, pubblicata nel 1494. Queſto autore ci ha dato le differenti diviſioni delli numeri di Nicomaco e le loro proprietà, conforme alla dottrina di Euclide, col calcolo degli intieri e delle frazioni, e delle eſtrazioni delle radici, ec.

L'*Aritmetica* pratica è l'arte di numerare o di calcolare, cioè, l'arte di trovar delli numeri col mezzo di certi dati numeri, la relazione delli quali alli primi è già conoſciuta; come ſe per eſempio, ſi dimandaſſe di determinare il numero eguale alli due numeri dati, 6, 8.

La prima opera di *Aritmetica* pratica ci diede nel 1556 Tartaglia Veneziano, (Breſciano): egli conſiſte in due libri; il primo contiene l'applicazione dell'*Aritmetica* agli uſi della vita civile; ed il ſecondo li fondamenti oſſia li principj dell'Algebra. Prima del Tartaglia, Stifelio ci aveva dato qualche coſa ſu queſta materia nel 1544: ove ſi trovano varj metodi ed oſſervazioni ſugli irrazionali ec.

Noi taceremo di una infinità di altri autori di pura pratica che ſono ſortiti di poi, come Gemma Friſio, Mezio, Clavio, Ramo, ec. Maurolico, nelli ſuoi *Opuſcula Mathematica* dell'anno 1577, aggiunſe la teoria alla pratica dell'*Aritmetica*, e la perfezionò molto. Heneſchio fece lo ſteſſo nella ſua *Aritbmetica perfecta* dell'anno 1609, nella quale egli ha ridotto tutte le dimoſtrazioni in forma di ſillogiſmo, come Tacquet nella ſua *Theoria & praxis Arithmetices* dell'anno 1704. (*E*).

Le opere ſull'*Aritmetica* ſono fra noi sì comuni, che ſarebbe inutile l'annumerarle.

L'*Aritmetica* iſtrumentale è quella in cui le regole comuni ſi eſeguiſcono col mezzo d'iſtrumenti immaginati per calcolare con facilità e prontezza: come li baſtoni di Neper (*Ved.* NEPER), l'iſtrumento del Sig. Sam. Moreland, che ne pubblicò egli ſteſſo la deſcrizione nel 1666; quello del Sig. Leibnitz, deſcritto nelle *Miſcellan. Berolin.*; la macchina aritmetica del Sig. Paſcal, della quale ſi darà fra poco la deſcrizione, ec.

L'*Aritmetica* logaritmica è quella che ſi eſeguiſce con le tavole dei logaritmi. *Ved.* LOGARITMO. Quanto ſu queſto abbiamo di migliore, è l'*Aritbmetica logarithmica* di Enrico Brigg, pubblicata nel 1624.

Non devonſi tralaſciar di nominare le *tavole aritmetiche univerſali* di Proſtafarelo, pubblicate nel 1620 da Herwart, col mezzo delle quali ſi fa la moltiplicazione facilmente ed eſattamente per l'addizione, e la diviſione per la ſottrazione.

Li Chineſi non fanno molto uſo di regole nei calcoli loro, in vece di queſte, fanno uſo di uno ſtrumento che conſiſte in una picciola lama lunga un piede e mezzo, traverſata da dieci o dodici fili di ferro, nella quale vi ſono infilzate delle picciole palle rotonde: col tirarle inſieme, e ponendole ordinariamente l'una dopo l'altra, con certe regole e convenzioni, calcolano eſſi quaſi come noi facciamo con li dadi, ma con tanta facilità e prontezza, che poſſono ſeguire una perſona che legge un libro di conto, con quanta rapidità ella voglia, ed alla fine ſi trova l'operazione già fatta: eſſi hanno anche il metodo loro per farne la prova. *Ved. il P. le Comte*. Gli Indiani calcolano ad un di preſſo egualmente con corde con varj nodi.

Aritmetica numerale è quella che inſegna il calcolo delli numeri, o delle quantità aſtratte ſegnate con le cifre ordinarie, od arabe. *Ved.* CARATTERE.

L'*Aritmetica* ſpecioſa è quella che inſegna il calcolo delle quantità diſegnate dalle lettere dell'alfabeto. *Ved.* SPECIOSA. Queſta *Aritmetica* è quella che ſi chiama ordinariamente l'*Algebra* o *Aritmetica letterale*. *Ved.* ALGEBRA.

Wallis ha giunto il calcolo numerico all'algebraico, e dimoſtrato con tal mezzo le regole delle frazioni, delle proporzioni, dell'eſtrazioni delle radici, ec.

Wels ci diede un riſtretto col titolo di *Elementa arithmeticæ*, nel 1698.

L'*Aritmetica* decimale ſi eſeguiſce con una ſerie di dieci caratteri, in modo che la progreſſione va di dieci in dieci. Tale è la noſtra *Aritmetica*, nella quale noi facciamo uſo di dieci caratteri arabi, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, dopo li quali noi cominciamo 10, 11, 12, ec.

Queſto metodo di calcolare non è molto antico; era affatto incognito alli Greci ed alli Romani. Gerbert, che poi fu Papa col nome di Silveſtro II, l'introduſſe nell'Europa, dopo averlo imparato dalli Mori in Iſpagna. E' molto verifimile che queſta progreſſione abbia avuto origine dalle dieci dita della mano, delle quali ſi faceva uſo nel calcolare prima che l'*Aritmetica* foſſe ridotta ad arte.

Li miſſionarj di Oriente ci aſſicurano che anche al dì d'oggi gl'Indiani ſono eſpertiſſimi nel calcolar con le dita, ſenza ſervirſi di penna e d'inchioſtro. *Ved. le lettere edif. e curioſe*. A queſto ſi aggiunga che i veri Peruviani, i quali fanno tutti i loro calcoli con la varia diſpoſizione di grani di mais, ſuperano di molto e per l'eſattezza e per la prontezza nel conteggiare, molti Europei ad onta delle loro regole.

L'*Aritmetica* binaria è quella nella quale non ſi fa uſo che di due figure, l'unità od 1, ed il 0. *Ved.* BINARIO.

Il Sig. Dagincourt ci ha dato nelle *Miſcell. Berol. tom.* I, una lunga Memoria ſu queſta *Aritmetica* binaria; egli fece vedere ch'è più facile ſcoprire con un tal mezzo le leggi della progreſſione, che ſervendoſi di altro metodo, in cui ſi faceſſe uſo di maggior numero di caratteri.

L'*Aritmetica* tetrattica è quella nella quale non s'impiegano che le figure 1, 2, 3, e 0. Erhard Weigel ci diede un trattato di queſta *Aritmetica*; ma la binaria e la tetrattica non ſervono che a ſoddisfar la curioſità, relativamente alla pratica, poichè ſi poſſono eſprimere li numeri con una maniera più breve per mezzo dell'*Aritmetica* decimale.

L'*Aritmetica* volgare verſa ſu gl'intieri e le frazioni. *Ved.* Intiero, e Frazione.

L'*Aritmetica* ſeſſageſimale è quella che procede per ſeſſantene, ovvero è la dottrina delle frazioni ſeſſageſimali. *Ved.* Sessagesimale. Samuel Reyher ha inventato una ſpecie di bacchette ſeſſagenali, ad imitazione delli baſtoni di Neper, col mezzo delli quali ſi fanno con facilità tutte le operazioni dell'*Aritmetica* ſeſſageſimale.

L'*Aritmetica* degl'infiniti è il metodo di trovar la ſomma di una ſerie di numeri, i termini dei quali ſono infiniti, o determinarne i rapporti. *Ved.* Infinito, e Serie ec.

Il Sig. Wallis è il primo che abbia trattato fondatamente queſto metodo, nella ſua *Opera mathematica*; nella quale fece vedere l'uſo in Geometria per determinare l'area delle ſuperficie e la ſolidità delli corpi, come pure i loro rapporti; ma il metodo delle fluſſioni, ch'è l'*Aritmetica* univerſale degl'infiniti, eſeguiſce tutto queſto con una maniera più pronta e più comoda, indipendentemente da una infinità di altre coſe, alle quali non ſi potrebbe giungere. *Ved.* Fluſſione, Calcolo, ec.

Sull'*Aritmetica* degl'incommenſurabili o irrazionali. *Ved.* Incommensurabile, Irrazionale ec.

Giovanni di Sacroboſco, o Halifax compoſe nel 1232, al parere di Voſſio, un trattato di *Aritmetica*, che reſtò ſempre manoſcritto; e ſecondo l'Ab. di Gua, Paciolo, che diede il primo libro d'Algebra, fu anche il primo autore che ſia ſtato ſtampato di *Aritmetica*. *Ved.* Algebra. (*E*).

* Fin qui ſi ſiamo contentati di eſporre in riſtretto quanto ſi trova ad un dipreſſo nella maggior parte delle opere matematiche ſulla ſcienza delli numeri, ed altro non abbiamo fatto che tradurre l'articolo *Aritmetica* come ſi trova nella Enciclopedia Inglete: ora procureremo di entrare più ſeriamente nelli principj di queſta ſcienza, e darne una più precisa idea.

Oſſervaremo da prima che ogni numero, ſecondo la definizione del Newton, non è altro propriamente che un rapporto. Per intender queſto, biſogna oſſervare che ogni grandezza che ſi confronta con un'altra, è o più picciola o più grande, od eguale, che per ciò ogni grandezza ha un certo rapporto con un'altra, con la quale ſi confronta, vale a dire, ch'ella è contenuta od in un certo modo la contiene. Queſto rapporto o queſta maniera di contenere o di eſſere contenuto, è quella che ſi chiama *numero*. Così il numero 3 eſprime il rapporto di una grandezza ad un'altra più picciola, che ſi prende per unità, e che la più grande contiene tre volte; al contrario, la frazione $\frac{1}{3}$ eſprime il rapporto di una certa grandezza ad una più grande, che ſi prende per l'unità, e ch'è contenuta tre volte in queſta più grande. Tutto queſto ſarà più particolarizzato nell'articolo Numero, Frazione, ec.

I numeri eſſendo delli rapporti ſcoperti dallo ſpirito umano e diſtinti con ſegni particolari, l'*Aritmetica*, ch'è la ſcienza delli numeri, ſarà dunque l'arte di combinare tra loro queſti rapporti, ſervendoſi per fare queſta combinazione delli ſegni ſteſſi che li diſtinguono. Da ciò ne derivano le quattro principali regole dell'*Aritmetica*; perchè le differenti combinazioni che ſi poſſono fare delli rapporti, ſi riducono o ad eſaminare l'eccesſo degli uni ſopra gli altri, o la maniera, nella quale eſſi vi ſi contengono gli uni negli altri. L'addizione e la ſottrazione hanno il primo oggetto, mentre non ſi tratta qui che di aggiungere o di ſottrarre dei rapporti; il ſecondo oggetto è quello della moltiplicazione e della diviſione, perchè ſi determina in qual maniera un rapporto ne contiene un altro. Tutto queſto ſarà ſpiegato più diſtintamente agli *articoli* Moltiplicazione e Divisione.

Vi ſono, come ſi ſa, due ſorte di rapporti l'aritmetico, ed il geometrico. *Ved.* Rapporto, e Ragione.

I numeri propriamente altro non ſono che de' rapporti geometrici; ma pare che nelle due prime regole dell'*Aritmetica* ſi conſiderino aritmeticamente queſti rapporti, e che nelli due altri ſi conſiderino geometricamente. Nell'addizione di due numeri (perchè ogni addizione ſi riduce propriamente a quella di due numeri), l'uno delli due numeri rappreſenta l'eccesſo della ſomma ſull'altro numero. Nella moltiplicazione l'uno delli due numeri è il rapporto geometrico del rapporto all'altro numero. *Ved.* Somma, Prodotto.

Riguardo alla particolarità delle operazioni di *Aritmetica*, ella dipende dalla forma e dalla inſtituzione delli ſegni, con li quali ſi diſegnano li numeri. La noſtra *Aritmetica*, la quale non ha che dieci ciſre, ſarebbe molto differente ſe ne aveſſe più o meno. Li Romani che avevano delle ciſre differenti da quelle che noi uſiamo, doveano anche avere delle regole di *Aritmetica* affatto differenti dalle noſtre. Ma tutta l'*Aritmetica* ſi ridurrà ſempre alle quattro regole, delle quali abbiamo parlato, perchè in qualunque maniera che ſi diſegnino o ſi ſcrivino li rapporti, non ſi può mai combinarli che in quattr

maniere, ed anche, a propriamente parlare, in due maniere ſoltanto, di cui ciaſcheduna può eſſere riguardata ſotto due aſpetti differenti.

Potrebbeſi anche dire che tutte le regole dell' *Aritmetica* ſi riducono od a formare un tutto con la riunione di differenti parti, come nell' addizione e moltiplicazione, od a riſolvere un tutto in differenti parti, il che ſi fa con la ſottrazione, e la diviſione.

In fatto, la moltiplicazione non è che un' addizione ripetuta, e la diviſione non è altro che una ripetuta ſottrazione, tal che ne ſiegue ancora che le primitive regole dell' *Aritmetica* ſi poſſono ridurre a rigore alla addizione, ed alla ſottrazione. La moltiplicazione e la diviſione non ſono propriamente che maniere abbreviate per fare l' addizione di uno ſteſſo numero molte volte a lui ſteſſo, oſſia di ſottrarre molte volte uno ſteſſo numero da un altro. Perciò Newton chiama le regole dell' *Aritmetica*, *Compoſitio & reſolutio arithmetica*, vale a dire, *compoſizione e riſoluzione delli numeri*.

Aritmetica *univerſale*; così il Newton chiama l' algebra oſſia calcolo delle grandezze in generale: ed una tal denominazione non è fatta ſenza ragione da queſto grand' uomo, il di cui genio illuſtre egualmente e profondo pare ch' abbia ridotte tutte le ſcienze ai loro varj metafiſici principj. In fatto, nell' *Aritmetica* ordinaria ſi poſſono notare due ſpecie di principj; i primi ſono le regole ordinarie, indipendenti dalli ſegni particolari, per mezzo delli quali ſi eſprimono li numeri; li ſecondi ſono regole dipendenti da queſti ſegni ſteſſi, e ſono quelli che ſi chiamano più particolarmente *regole dell' Aritmetica*.

Ma li primi principj altro non ſono ſe non che proprietà generali delli rapporti, i quali hanno luogo in qualunque maniera che queſti rapporti ſieno diſegnati: tali ſono, per eſempio, queſte regole: ſe ſi toglie un numero da un altro, queſto altro numero gionto col reſto, deve rendere lo ſteſſo numero primo; ſe ſi divide una grandezza per un' altra, il quoziente moltiplicato per il diviſore deve rendere il dividendo; ſe ſi moltiplica la ſumma di molti numeri con la ſumma di molti altri, il prodotto è eguale alla ſumma delli prodotti di ciaſcheduna parte per tutti gli altri, ec.

Da ciò ne ſiegue che diſegnando i numeri con delle eſpreſſioni generali, cioè che non diſegnano più un numero che un' altro, ſi potranno formar certe regole relative alle operazioni che ſi poſſono fare ſulli numeri così diſegnati. Queſte regole ſi riducono a rappreſentare nella maniera più ſemplice che ſia poſſibile, il riſultato di una o più operazioni che ſi poſſono fare ſulli numeri eſpreſſi d' una generale maniera; e queſto riſultato così eſpreſſo non ſarà propriamente che un' operazione *aritmetica* indicata: operazione che varierà ſecondo che ſi daranno differenti valori *aritmetici* alle quantità, che, nel riſultato, di cui ſi tratta, rappreſentino delli numeri.

Per meglio far intendere queſta nozione da noi data dell' Algebra, verſeremo ſulle quattro regole ordinarie, e cominciaremo dall' addizione.

Ella conſiſte, come veduto abbiamo nell' *articolo* Addizione, nell' aggiungere inſieme con i loro ſegni, ſenza alcun altra operazione, le quantità diſſimili, e ad aggiungere li coefficienti delle quantità ſimili: per eſempio, ſe io ho da aggiungere inſieme le due grandezze diſſimili a, b ſcrivo ſemplicemente $a + b$; queſto riſultato non è altro che una maniera d' indicare che ſi diſegna a per qualche numero, e b per un altro, biſognerà aggiungere inſieme queſti due numeri; così $a + b$ non è che l' indicazione di un' addizione *aritmetica*, il di cui riſultato ſarà differente, ſecondo i valori numerici che ſi aſſegneranno ad a ed a b. Suppongo ora che mi ſi proponga di aggiungere $5\,a$ con $3\,a$, potrò ſcrivere $5\,a + 3\,a$, e l' operazione *aritmetica* ſarà indicata come qui ſopra. Ma eſaminando $5\,a$ e $3\,a$, vedo che queſta operazione può eſſere indicata con una maniera più ſemplice; perchè qualunque numero che a rappreſenti, egli è chiaro che queſto numero preſo 5 volte, più queſto ſteſſo numero preſo tre volte è eguale allo ſteſſo numero preſo 8 volte; così vedo che in luogo di $5\,a + 3\,a$, io poſſo ſcrivere $8\,a$, ch' è l' eſpreſſione abbreviata, e che m' indica un' operazione *aritmetica* più ſemplice che non m' indica l' eſpreſſione $5\,a + 3\,a$.

E come qui detto abbiamo, è ben fondata la regola generale dell' addizione algebraica, di aggiungere le grandezze ſimili aggiungendo i loro coefficienti numerici, e ſcrivendo poi una volta la parte letterale.

Si vede che l' addizione algebraica ſi riduce ad eſprimere con la maniera la più ſemplice, la ſomma od il riſultato di più numeri eſpreſſi generalmente, ed a non laſciare, per così dire, agli aritmetici che il minor poſſibile lavoro da fare. Lo ſteſſo è pure della ſottrazione algebraica. Se io voglio togliere b da a, ſcrivo ſemplicemente $a - b$, perchè non poſſo rappreſentare queſto con una più ſemplice maniera; ma ſe io ho da levare $3\,a$ da $5\,a$, non ſcriverò $5\,a - 3\,a$, perchè queſto mi darebbe da fare molte operazioni *aritmetiche*; in caſo che io voleſſi dare ad a un valore numerico, ſcriverò ſemplicemente $2\,a$; eſpreſſione più ſemplice e più comoda per il calcolo *aritmetico*. *Ved.* Sottrazione.

Dico lo ſteſſo della moltiplicazione e della diviſione. Se lo voglio moltiplicare $a + b$ per $c + d$, poſſo ſcrivere indifferentemente $(a + b) \times (c + d)$, o $a\,c + b\,c + a\,d + b\,d$; e ſpeſſo anche preferirò la eſpreſſione prima alla ſeconda, perchè moſtra di richiedere minor operazione *aritmetica*: mentre non ſi richiedono che due addizioni ed una moltiplicazione

per

per la prima, e per la ſeconda ſi ricercano tre addizioni e quattro moltiplicazioni. Ma ſe io ho da moltiplicare $5a$ per $3a$, ſcriverò $15aa$ in vece di $5a \times 3a$, perchè in queſto ultimo caſo averei tre operazioni *aritmetiche* da fare, e nella prima non ne ho che due; una per trovare aa, l'altra per moltiplicare aa per 15. Così, ſe io ho $a+b$ da moltiplicare per $a-b$ ſcriverò $aa-bb$, perchè queſto riſultato ſarà ſpeſſo più comodo che l'altro per li calcoli *aritmetici*, ed allora ne traggo un teorema, cioè che il prodotto della ſumma delli due numeri, per la differenza di queſti due numeri, è eguale alla differenza delli quadrati di queſti due numeri. Così ſi è trovato che il prodotto di $a+b$ per $a+b$, cioè il quadrato di $a+b$, è $aa+2ab+bb$, e che conteneva per conſeguenza il quadrato di due parti, più due volte il prodotto dell'una per l'altra; il che ſerve ad eſtrarre la radice quadrata delli numeri. *Ved.* QUADRATO, e RADICE QUADRATA.

Nella diviſione, in vece di ſcrivere $\frac{20ab}{5b}$, ſcriverei ſemplicemente $4a$; in vece di ſcrivere $\frac{aa-xx}{a+x}$, ſcriverei $a-x$: ma ſe io ho a dividere bc per bd, ſcriverò $\frac{bc}{bd}$, non potendo trovare una eſpreſſione più ſemplice.

Si vede dunque da queſto che il Sig. Newton ha avuto ragione di chiamar l'Algebra *Aritmetica univerſale*, perchè le regole di queſta ſcienza non conſiſtono che ad eſtrarre, per così dire, quanto v'ha di generale e di comune in tutte le *Aritmetiche* particolari, ed a preſentare ſotto la più ſemplice forma e più breve queſte indicate operazioni *aritmetiche*.

Ma diraſſi, a che tanti raggiri? In tutte le queſtioni che proponere ſi poſſono ſulli numeri, ogni numero è diſegnato ed annunziato. Quale vantaggio è nel dare a queſto numero un valore letterale, del qual ſembra che poſſa farſi di meno? Ecco il vantaggio di queſta denominazione.

Tutte le queſtioni che ſi poſſono proponere ſulli numeri, non ſono così ſemplici quanto quelle di aggiungere un numero dato ad un altro o di ſottrarnelo: di moltiplicarli, o di dividerli l'uno per l'altro. Vi ſono delle queſtioni molto più complicate, e per la ſoluzione delle quali ſiamo coſtretti di fare delle combinazioni, nelle quali il numero o li numeri che ſi cercano, vi devono entrare. Biſogna dunque uſare un'arte, di fare queſte combinazioni ſenza conoſcere li numeri che ſi cercano; e per queſto conviene eſprimere queſti numeri con caratteri differenti dalli caratteri numerici, perchè vi ſarebbe un grande inconveniente ad eſprimere un numero incognito con un carattere numerico che non potrebbe convenirgli che con un ſommo azzardo. Per render queſto più ſenſibile con un eſempio, io ſuppongo che ſi cerchino due numeri, la ſumma delli quali ſia 100, e la differenza 60. Oſſervo che diſegnando li due numeri incogniti con caratteri numerici a piacere, per eſempio, l'uno per 25, e l'altro per 50, darò loro un'eſpreſſione falſiſſima, perchè 25 e 60 non ſoddisfano alle condizioni della queſtione. Lo ſteſſo ſarebbe di un'infinità di altre denominazioni numeriche. Per evitare queſto inconveniente, chiamo il più grande di queſti numeri x, ed il più picciolo y, ed ho con queſta denominazione algebraica le due condizioni così eſpreſſe: x più y è eguale a 100, e x meno y è eguale a 60; od in caratteri algebraici:

$$x+y = 100.$$
$$x-y = 60.$$ *Ved.* CARATTERE.

Poichè $x+y$ è eguale a 100, e $x-y$ eguale a 60, vedo che 100, giunto a 60, deve eſſere eguale a $x+y$, giunto a $x-y$. Ora, per aggiungere $x+y$ a $x-y$, biſogna, ſecondo le regole dell'addizione algebraica, ſcrivere $2x$; vedo dunque che $2x$ è eguale a 160, cioè che 160 è il doppio del maggior numero ricercato. Dunque queſto numero è la metà di 160, cioè 80, dal che è facile di trovar l'altro ch'è y: perchè giacchè $x+y$ è eguale a 100, e che x è eguale ad 80, dunque 80 più y è eguale a 100; dunque y è eguale a 100, da cui ſi è già levato 80, cioè 20; dunque li due numeri ricercati ſono 80 e 20. In fatto la loro ſomma è 100, e la loro differenza è 60.

Del reſto, io non pretendo far vedere in queſto articolo la neceſſità dell'Algebra, perchè non ſarebbe ancora molto neceſſaria, ſe non ſi propone ſſero delle queſtioni ancora più complicate di queſta. Ho voluto ſoltanto far vedere con queſto eſempio ſempliciſſimo, ed alla portata di ogni uno, come col ſoccorſo dell'Algebra ſi giunge a trovare li numeri incogniti.

L'eſpreſſione algebraica di una queſtione non è altro, come ha molto bene oſſervato il Newton, che la traduzione di queſta ſteſſa queſtione in caratteri algebraici; traduzione che ha queſto di comodo e di eſſenziale, ch'ella ſi riduce a quanto è aſſolutamente neceſſario nella queſtione, e ſono sbandite le ſuperflue condizioni. Noi daremo l'eſempio ſeguente.

Queſtione data col linguaggio ordinario.	*La ſteſſa queſtione tradotta algebraicamente.*
Si dimandano tre numeri con queſte condizioni;	$x, y, z,$
Che ſieno in proporzione geometrica continua:	$x : y :: y : z$, o $xz = yy$. *Ved.* PROPORZIONE.
Che la loro ſomma ſia 20:	$x+y+z=20.$
E che la ſomma dei loro quadrati ſia 140.	$xx+yy+zz=140.$

Così la queſtione ſi riduce a trovare le tre incognite x, y, z, per le tre equazioni, $xz = yy$, $x+y+z=20$, $xx+yy+zz=140$. Non reſta altro che trarne da queſte tre equazioni il valore di ciaſcheduna delle incognite.

Si vede dunque che vi ſono due parti da diſtinguerſi nell' *Aritmetica univerſale*.

La prima è quella che inſegna a fare le combinazioni ed il calcolo delle quantità rappreſentate dai ſegni più univerſali delli numeri; in modo che le quantità incognite, cioè, delle quali s'ignora il valore numerico, poſſano eſſere combinate con la ſteſſa facilità che le quantità conoſciute, vale a dire, quelle alle quali ſi poſſono aſſegnare valori numerici. Queſte operazioni non ſuppongono che le proprietà generali della quantità; cioè, che ſi ravviſa la quantità ſemplicemente come quantità, e non come rappreſentata e fiſſa per tale o tal eſpreſſione particolare.

La ſeconda parte dell' *Aritmetica univerſale* conſiſte a ſaper far uſo del metodo generale di calcolar la quantità, per iſcoprire le quantità che ſi ricercano col mezzo delle quantità che ſi conoſcono. Per queſto biſogna 1.° rappreſentar con la maniera più ſemplice e più comoda la legge del rapporto che deve eſſere tra le quantità conoſciute, e le incognite. Queſta legge di rapporto è quella che ſi chiama *equazione*; così il primo paſſo da farſi allora quando ſi ha un problema da riſolvere, ſi è di ridurre il problema alla più ſemplice equazione.

Indi biſogna trarre da queſta equazione il valore o li differenti valori che deve avere l'incognita che ſi ricerca, e queſto ſi chiama *riſolvere l'equazione*. *Ved. l'articolo* EQUAZIONE, dove troverafſi ſu queſto una più lunga dimoſtrazione, la quale noi mandiamo a vedere, eſſendoſi riſtretti in queſto articolo a dare un' idea generale dell' *Aritmetica univerſale*, per particolarizzarne le regole nelli particolari articoli. *Ved. anche* PROBLEMA, RADICE, ec.

La prima parte dell' *Aritmetica univerſale* chiamaſi propriamente *Algebra*, o ſcienza del calcolo delle grandezze in generale; la ſeconda ſi chiama propriamente *Analiſi*: ma queſti due nomi ſpeſſo ſi prendono l'uno per l'altro. *Ved.* ALGEBRA ed ANALISI, ec.

Non ſappiamo ſe gli antichi abbiano conoſciuta queſta ſcienza: ſembra però che aveſſero un qualche ſimile mezzo, per almeno riſolvere le queſtioni numeriche, per eſempio, le queſtioni che furono chiamate *Queſtioni di Diofanto*. *Ved.* DIOFANTO; *Ved. anche* APPLICAZIONE *dell' Analiſi alla Geometria*.

Secondo il Sig. Ab. di Gua, nell' illuſtre ſua opera *Iſtoria dell' Algebra*, di cui ſe ne trova una gran parte *all' articolo* ALGEBRA di queſto Dizionario, Teone moſtra avere creduto che Platone foſſe l'inventore dell' Analiſi; e Pappo ci fa ſapere che Diofanto ed altri antichi autori ſi foſſero principalmente applicati in queſta, come Euclide, Apollonio, Ariſteo, Eratoſteone, e Pappo ſteſſo. Ma noo ſappiamo in che conſiſta preciſamente la loro Analiſi, ed in che poſſa differire o raſſomigliare alla noſtra. Il Sig. de Malezieu, nelli ſuoi *Elementi di Geometria*, pretende eſſere moralmente impoſſibile che Archimede ſia arrivato alla più parte delle ſue belle ſcoperte geometriche, ſenza il ſoccorſo di qualche coſa di equivaleote alla noſtra Analiſi; ma tutto queſto non è altro che una congettura; e ſarebbe coſa molto ſtrana che non ne foſſe reſtato neppure un qualche veſtigio in alcuna delle opere degli antichi geometri. Il Sig. de l'Hôpital, o piuttoſto il Sig. de Fontenelle, ch' è autore della prefazione degl' *infinitamente piccioli*, oſſerva che ſi può credere che il Sig. Paſcal ſia giunto a forza di penſare e ſenza Analiſi, alle belle ſcoperte che compongono il ſuo *Traité de la Roulette*, impreſſo lotto il nome di *Etonville*. Perchè non potrebbe eſſere lo ſteſſo di Archimede e degli antichi?

Ancora non abbiamo parlato ſe non che dell' uſo dell' Algebra per la riſoluzione delle queſtioni numeriche: ma quanto abbiamo detto dell' Analiſi degli antichi, ci conduce naturalmente a riſolvere i problemi geometrici con l'Algebra, come ſi riſolvono i problemi numerici, cioè, a dare dei nomi algebraici alle linee cognite ed incognite; e dopo avere enunziato la queſtione algebraicamente, a calcolare nel modo ſteſſo, come ſe ſi riſolveſſe un problema numerico. Quello che in Algebra ſi chiama *Equazione di una curva*, altro non è che un problema geometrico indeterminato, del quale tutti li punti della curva danno la ſoluzione; e così del reſto. Nell'applicazione dell' Algebra alla Geometria, le linee conoſciute o date ſono rappreſentate coo lettere dell' alfabeto, come li numeri conoſciuti o dati nelle queſtioni numeriche. Ma cooviene oſſervare che le lettere le quali rappreſentano delle linee nella ſoluzione di un problema geometrico, non poſſono eſſere ſempre eſpreſſe coo nomeri. Suppongo, per eſempio, che nella ſoluzioone di un problema di Geometria, ſi abbiano due lioee conoſciute, una delle quali, che io chiamerò *a*, ſia il lato di un

qua-

quadrato, e l'altra che io chiamerò *b*, ſia la diagonale di queſto ſteſſo quadrato. Dico che ſe ſi aſſegna un valore numerico ad *a*, ſarà impoſſibile di aſſegnare un valore numerico a *b*, perchè la diagonale di un quadrato, ed il ſuo lato ſono incommenſurabili. *Ved.* INCOMMENSURABILE, DIAGONALE, IPOTENUSA, ec Così, li calcoli algebraici applicati alla Geometria hanno un vantaggio, in queſto che li caratteri ch'eſprimono le date linee, poſſono ſegnare delle quantità cômmenſurabili, o incommenſurabili, in vece che nelli problemi numerici, li caratteri i quali rappreſentano i dati numeri, non poſſono rappreſentare che delli numeri commenſurabili. Egli è vero che il numero incognito, che ſi ricerca, può eſſere rappreſentato da una eſpreſſione algebraica che diſegna un incommenſurabile: ma vi è allora un ſegno che queſto numero incognito e ricercato non eſiſte, che la queſtione non può eſſere riſolta che ad un di preſſo, e non eſattamente, in vece che nell'applicazione dell'Algebra alla Geometria, ſi può ſempre aſſegnare con una geometrica coſtruzione la grandezza eſatta della linea incognita, quando anche l'eſpreſſione che diſegna queſta linea, foſſe incommenſurabile. Si può anche alle volte aſſegnare il valore di queſta linea, ſebbene non ſi poſſa dare l'eſpreſſione algebraica, ſia commenſurabile, ſia incommenſurabile: ciò che ſuccede nel caſo irreducibile del terzo grado. *Ved.* IARREDUCIBILE.

Uno delli maggiori vantaggi che ſi traggono dall'applicazione dell'Algebra alla Geometria, è il calcolo differenziale; ſe ne troverà un'idea *alla parola* DIFFERENZIALE, con una nozione eſatta della natura del calcolo. Il calcolo differenziale ha prodotto l'integrale. *Ved.* CALCOLO ed INTEGRALE.

Non v'ha geometra sì poco inſtrutto che in oggi non cônoſca più o meno l'uſo infinito di queſti due calcoli nella Geometria traſcendente.

Newton ci ha dato ſull'Algebra un eccellente opera che intitolò: *Arithmetica univerſalis*. Egli tratta delle regole di queſta ſcienza, e della ſua applicazione alla Geometria. Dà molti nuovi metodi, la maggior parte de' quali ſono ſtati cominciati dal Sig. Graveſande in una operetta utiliſſima per li principianti, intitolata: *Elementa algebræ*, e dal Sig. Clairaut nelli ſuoi elementi di Algebra. *Ved. nell'articolo* ALGEBRA i nomi di molti altri, i quali hanno trattato di queſta ſcienza.

Sulla maniera ſteſſa di applicare l'Algebra alla Geometria, cioè, di ridurre in equazione le queſtioni geometriche, non conoſciamo di meglio, nè di più luminoſo che le regole date dal Newton, p. 81 e *ſeg. della ſua Arithmetica univerſale*, edizione di Leiden 1732, *ſino alla pagina* 96. Elleno ſono troppo preziole per eſſere abbreviate e troppo lunghe per eſſere inſerite qui intieramente. Perciò mandiamo i noſtri lettori a vederle. Diremo ſolamente che poſſono eſſe ridurſi a queſte due regole.

Regola prima. Un problema geometrico eſſendo propoſto (e ſi potrebbe dire lo ſteſſo di un problema numerico) paragonate inſieme le quantità conoſciute ed incognite che rinchiudono queſto problema, e ſenza diſtinguere le conoſciute dalle incognite, eſaminate come tutte queſte quantità dipendono le une dalle altre; e quali ſono quelle che eſſendo conoſciute, farebbero conoſcere le altre procedendo con un metodo ſintetico.

Seconda regola. Fra queſte quantità che farebbero conoſcere le altre, e che io nomino per queſta ragione *ſintetiche*, cercate quelle che farebbero conoſcere le altre più facilmente, e potrebbero eſſere trovate più difficilmente, ſe non ſi ſupponeſſero cogoite; e riguardate queſte quantità come quelle le quali dovete trattare da cognite.

Così è fondata la regola delli Geometri, i quali dicono che per riſolvere un problema geometrico algebraicamente, biſogna ſupporlo riſolto: in fatto, per riſolvere queſto problema, biſogna rappreſentarſi tutte le linee, tanto cognite come incognite, e così delle quantità che ſi hanno innanzi agli occhi, e che dipendono tutte le une dalle altre, in modo che le cognite e le incognite poſſono reciprocamente ed alla loro volta eſſere trattate, ſe ſi vuole, da incognite e da cognite. Ma ecco quanto baſta ſu queſta materia, in un'opera dove non ſi devono altro eſporre che li principj generali. *Ved.* APLICAZIONE. (*O.*)

* AARITMETICA *politica*, è quella, le di cui operazioni hanno per fine le ricerche utili all'arte di governare i popoli, come quelle del numero degli abitatori di un paeſe; della quantità di alimenti, che devono conſumare; dei lavori che poſſono fare; del tempo che hanno a vivere; della fertilità delli terreni; della frequenza delli naufragj, ec. Facilmente ſi comprende che queſte ſcoperte e molte altre della natura ſteſſa, eſſendo acquiſtate dai calcoli fondati ſu qualche eſperienza ben eſaminata, un abile miniſtro ne trarrebbe un'infinità di conſeguenze per la perfezione dell'agricoltura, per il commercio tanto eſteriore, che interiore, per le colonie, per il corſo ed uſo dell'argento, ec. Ma ſpeſſo i miniſtri (non ho riguardo di parlare ſenza eccezione) credono non aver biſogno di paſſare per combinazioni e per ſerie di operazioni *aritmetiche*: molti s'immaginano di eſſere dotati di un ſommo genio naturale che li diſpenſa di tenere una ſtrada sì lenta e sì penoſa, ſenza contare che la natura degli affari non permette nè richiede quaſi mai la préciſione geometrica. Pure ſe la natura degli affari la richiede e la conceda, non dubito che non ſi giunga a convincerſi, che il mondo politico, come pure il mondo fiſico; può regolarſi per molti riguardi con peſi, numero, e miſura.

Il Cavalier Petty, Ingleſe, fu il primo a pubblicare dei ſaggi ſu queſto argomento. Il primo

è ſud-

è sulla moltiplicazione del genere umano; sull' accrescimento della città di Londra, i suoi gradi, i suoi periodi, le sue cause e le sue conseguenze. Il secondo, sulle case, gli abitanti, le morti e le nascite della città di Dublin. Il terzo è una comparazione della città di Londra e della città di Parigi. Il Cavalier Petty si affatica di provare che la capitale dell'Inghilterra supera quella di Francia in tutti questi rapporti. Il Sig. Auzout fece moltissime obbiezioni a questo saggio, alle quali il Cavalier Petty diede risposta. Il quarto versa nel far vedere che muojono allo spedale di Parigi circa tre mille infermi per anno, per la cattiva amministrazione. Il quinto è diviso in cinque parti: la prima è in risposta al Sig. Auzout, la seconda contiene la comparazione di Londra e di Parigi in varj punti; la terza fa ascendere il numero delli parrocchiani di 134 parrocchie di Londra a 696000; la quarta è una ricerca sugli abitanti di Londra, di Parigi, di Amsterdam, di Venezia, di Roma, di Dublin, di Bristol, e di Rouen; la quinta versa sull'oggetto stesso, ma relativamente all' Olanda ed al resto delle Provincie Unite. Il sesto tratta dell'estensioni e del prezzo delle terre, dei popoli, case, industria, economia, commercio, pesca, artigiani, marina e marinai, truppe da terra, rendite pubbliche, interessi, tasse, lucro, banchi, compagnie, prezzo di nomini, accrescimento di marina e di truppe; delle abitazioni, luoghi, costruzioni delli vascelli, forze in mare ec., relativamente a tutti li paesi in generale, ma particolarmente all'Inghilterra, all' Olanda, alla Zelanda, ed alla Francia. Questo saggio è indirizzato al Re, e questo è lo stesso che dire che i risultati sono favorevoli alla nazione inglese. Questo è il più importante di tutti li saggi del Cavalier Petty; pure egli è brevissimo, se si pone a fronte alla moltitudine ed alla complicazione degli oggetti. Il Cavalier Petty pretende aver dimostrato in un centinajo di pagine incirca in 12, in grosso carattere: 1.° che una picciola contrada con un picciolo numero di abitanti può equivalere per la sua situazione, suo commercio e suo governo ad un gran paese e ad un popolo numeroso, sia che lo si paragoni per la forza o per le ricchezze, e che nulla v'ha che tenda più efficacemente a stabilire questa eguaglianza che la marina ed il commercio marittimo. 2.° Che tutte le sorte d' imposte e di tasse pubbliche tendono piuttosto ad aumentare, che ad indebolire la società ed il ben pubblico. 3.° Che vi sono degl' impedimenti naturali e durevoli per sempre, perchè la Francia possa mai divenire più possente sul mare dell' Inghilterra e dell' Olanda: li Francesi non daranno un giudizio favorevole delli calcoli del Cavalier Petty su questo proposito, e credo saranno ragionevoli. 4°. Che per il suo fondo, e suoi prodotti naturali, gli abitanti ed il territorio dell'Inghilterra sono ad un di presso eguali in ricchezze ed in forza al popolo e territorio di Francia. 5.° Che gli ostacoli che si oppongono alla grandezza dell' Inghilterra non sono che contingenti, ed amovibili. 6°. Che da quarant' anni la potenza e ricchezza dell' Inghilterra è di molto accresciuta. 7.° Che la decima parte di tutta la spesa delli sudditi del Re basterebbe per mantenere cento mila uomini di fanteria, trenta mila uomini di cavalleria, quaranta mila nomini da mare, e per supplire a tutti gli altri carichi dello stato, ordinarj e straordinarj, con la sola supposizione che questa decima parte fosse bene imposta, bene distribuita e bene impiegata. 8.° Che vi sono tanti sudditi senza impiego quanti sarebbero necessarj per procurare alla nazione due millioni per anno, se fossero occupati, e queste occupazioni fossero pronte, e non risguardassero che dei lavoranti. 9.° Che la nazione ha abbastanza di argento per fare il suo commercio. 10.° Finalmente, che la nazion ha quanti spedienti le basta per intraprendere tutto il commercio dell' universo, di qualunque natura egli si sia.

Ecco come vi si vedono delle pretensioni molto eccessive: ma qualunque esse si sieno; il lettore sarà bene ad esaminare nell'opera del Cavalier Petty li ragionamenti e l'esperienze, sulle quali egli si appoggia. In questo esame non bisognerà ch' egli trascuri che accadono degli accidenti, i quali sia in bene sia in male cangiano in un momento la faccia dello stato, e che modificano ed anche annientano le supposizioni; e che li calcoli ed i loro risultati non sono meno variabili degli avvenimenti. L'opera del Cavalier Petty fu composta prima dell'an. 1699. Secondo questo autore, sebbene l' Olanda e la Zelanda non contengano più che 1000000 di moggi di terra, e che la Francia ne contenga almeno 8000000, tuttavia questo primo paese ha quasi un terzo più di ricchezza e di forza che quest'ultimo. Le rendite delle terre in Olanda sono a proporzione di quelle della Francia, come dal 7 od 8 a 1. (Si osservi che qui si tratta dello stato dell' Europa nel 1699, ed a questo anno si riferiscono i calcoli del Cavalier Petty buoni o cattivi che sieno.) Gli abitanti di Amsterdam sono $\frac{1}{3}$ di quelli di Parigi o di Londra; e la differenza tra queste due città non è, al parere di questo autore, che una ventesima parte in circa. La portata di tutti li vascelli appartenenti alla Europa sorpassano i due millioni di tonellate, di cui gli Inglesi ne hanno 500,000, gli Olandesi 900,000, i Francesi 100,000, gli Amburghesi, Danesi, Svedesi e gli abitanti di Danzica 250,000; la Spagna, il Portogallo, e l' Italia, ec. altrettanti ad un di presso. Il valore delle mercanzie che sortono annualmente dalla Francia, ad uso di differenti paesi, monta in tutto all' incirca 5,000,000 lire sterline, cioè quattro volte altrettanto che n' entra nell' Inghilterra sola. Le mercanzie che sorton dall' Olanda per l' Inghilterra vagliono

300,000

300, 000 lire ſterline; e quanto ſorte da di là per eſſere ſparſo per tutto il reſto del mondo vale 18,000,000 di lire ſterline. L'argento che il Re di Francia annualmente leva in tempo di pace, ſa in circa 6 millioni e ½ di lire ſterline. Le ſomme levate in Olanda, e nella Zelanda ſanno in circa 2, 100, 000 l. ſterline; e quelle provenienti da tutte le Provincie Unite, ſanno in tutto in circa 3, 000,000 di lire ſterline. Gli abitanti dell'Inghilterra ſono ad un di preſſo in numero di 6,000,000; e le ſpeſe loro in ragione di 7 lire ſterline per anno, per ciaſcheduno di eſſi, che ſanno 42,000,000 di lire ſterline, o 80000 l. ſterline per ſettimana. La rendita delle terre in Inghilterra è di 4,000,000 di lire ſterline in circa; e gl'intereſſi e profitti delli beni proprj preſſo che altrettanto. La rendita delle caſe in Inghilterra 4,000,000 di lire ſterline. Il profitto delli lavori di tutti gli abitanti ſorpaſſa 26,000,000 di lire ſterline per anno. Gli abitanti dell'Irlanda ſono in numero di 1,200,000. La biada conſumata annualmente in Inghilterra, valutando il formento a 5 ſcelini allo ſtajo, e l'orzo a 2 ½, ſorpaſſa dieci mila lire ſterline. La marina dell'Inghilterra aveva biſogno nel 1699, cioè al tempo del Cavalier Petty, od alla fine dell'ultimo ſecolo, di 36,000 uomini per li vaſcelli da guerra, e 48, 000 per li vaſcelli mercantili, ed altri, e non baſtavano in tutto alla marina di Francia 15,000 uomini. Vi ſono in Francia tredici millioni e mezzo di anime; ed in Inghilterra, Scozia ed Irlanda circa nove millioni e mezzo. Nelli tre regni d'Inghilterra, Scozia ed Irlanda vi ſono circa 20, 000 eccleſiaſtici; ed in Francia non ve ne ſono più di 27,000. Il regno d'Inghilterra ha più di 4000 marinari, e la Francia non ne ha più di 10,000. Vi erano allora in Inghilterra, nella Scozia, e nell'Irlanda e nelli paeſi loro dipendenti delli vaſcelli che portavano circa 600, 000 tonellate, il che valtaſi ad un di preſſo quattro millioni e mezzo di lire ſterline. La linea marina intorno all'Inghilterra, Scozia, ed Irlanda, ed all'iſole adiacenti è circa di 3,800,000 miglia. Vi ſono in tutto il mondo circa 300,000,000 di anime; delle quali non ne ſono che circa 80,000,000 con le quali gli Ingleſi e gli Olandeſi ſono in commercio. Il valore di tutti gli effetti di commercio non ſorpaſſ. 45,000,000 di lire ſterline. Le manifatture dell'Inghilterra che ſi ſanno ſortire dal regno, importano circa 5,000,000 di lire ſterline annualmente. Il piombo, la latta, ed il carbone aſcende a 500, 000 lire ſterl. per anno. Il valore delle mercanzie di Francia ch'entrano in Inghilterra, non paſſa 1,200,000 lire ſterline per anno. Finalmente, vi è in Inghilterra circa 6,000,000 di l. ſterl. di monete. Tutti queſti calcoli, come abbiamo detto, ſono relativi all'anno 1699, e certamente poi hanno dovuto cangiare.

Il Sig. Davenant, altro autore di *aritmetica politica*, prova che non biſogna contare aſſolutamente ſu molti calcoli del Cavalier Petty; Ve ne ſono degli altri da lui fatti, e ſi trovano fondati ſulle oſſervazioni del Sig. King. Eccone alcuni.

L'Inghilterra contiene, dice egli, 39,000,000 di moggia di terra. Gli abitanti, ſecondo il ſuo calcolo, ſono ad un di preſſo in numero di 5,545,000 anime, e queſto numero creſce tutti gli anni circa di 9000, deduzione fatta da quelli che poſſono perire per peſte, malattie, guerre, marina, ec., e di quelli che vanno alle colonie. Egli conta 530,000 abitanti nella Città di Londra; nelle altre città e borghi dell'Inghilterra 870,000, e nelli villaggi e caſtelli 4,100,000. Stima la rendita annuale delle terre a 10,000,000 di l. ſterl.; quella delle caſe e baſtimenti a 2,000,000 per anno. Il prodotto di ogni ſorta di grani, in un anno paſſabilmente abbondante, 9,075,000 l. ſterline; la rendita annuale delle terre in biada 2,000,000, ed il loro prodotto netto più di 9,000,000. di l. ſterline; la rendità delli paſcoli, praterie, boſchi, foreſte, ec. 7,000,000 di l. ſterl.; il prodotto annuale delli beſtiami in butiro, formaggio, latte, può aſcendere, al ſuo parere a circa 2 millioni e ½ di l. ſterline. Stima il valore della lana annualmente circa 2, 000,000 di l. ſterl.; quello delli cavalli, che ſi levano tutti gli anni circa 250,000 lire ſterline; il conſumo annuale delle vivande circa 3,350,000 l. ſterline; quello del ſevo, del cuojo circa 600, 000 lire ſterline, quello del fieno per il nutrimento delli cavalli, circa 1,300,000 l. ſterline: e per quello delle altre beſtie 1,000,000 di l. ſterl.. Il legname per baſtimenti annualmente tagliato 500,000 ſterline. Il legname per bruciare, ec. circa 500,000 lire ſterline. Se tutte le terre dell'Inghilterra foſſero diſtribuite egualmente fra tutti gli abitanti, ciaſcuno avrebbe di ſua parte circa 7 moggia e ½.

Il valore del frumento, della ſegala e del orzo, neceſſario per la ſuſſiſtenza dell'Inghilterra, monta almeno a 6,000,000 di ſterl. per anno. Il valore delle manifatture di lana lavorate in Inghilterra è circa di 8,000,000 per anno; e tutte le mercanzie di lana che ſortono annualmente dall'Inghilterra, ſorpaſſano il valore di 2,000,000 di l. ſterl.. La rendita annuale dell'Inghilterra, della quale tutti gli abitanti ſi nutriſcono e ſi mantengono, e pagano tutte le impoſte e taſſe, ſormonta, a di lui parere, a circa 43,000,000: quella della Francia a 81,000,000, e quella dell'Olanda a 18,250,000 di lire ſterline all'incirca.

Il Sig. Grant nelle ſue oſſervazioni *ſulle liſte de' morti*, conta che vi ſono nell'Inghilterra 39,000 quadrati di terra, e che in Inghilterra, e nel principato di Galles 4, 600, 000 anime; che gli abitanti di Londra ſono ad un di preſſo in numero di 640,000; cioè la quattordiceſima parte di tutti gli abitanti dell'Inghilterra; che vi ſono nell'Inghilterra e nel paeſe di Galles circa 10,000 parrocchie, e 25,000,000 di moggia

di

di terra in Inghilterra e nel paese di Galles; cioè circa 4 moggia per ogni abitante; che di 100 fanciulli che nascono non ne sono che 64 che arrivano all'età di 6 anoi, che in 100, non restano che 40 in vita, fino alli 16 aoni; che in 100 non ne sono che 25 che passano l'età di 26 anni; che 16 vivono 36 anni compiti, e 10 solamente in 100 vivono fino all'età di 46 anni; e nello stesso numero non vi sono che 6 i quali giungano a 56 anoi compiti; che 3 in 100 arrivano all'età di 66 anoi; e che in 100 non ve n'è che uno il quale tocchi l'età di 76 anni, e che gli abitanti di Londra sono cangiati due volte nel corso di circa 64 anni.

Li Signori de Moivre, Bernoulli, de Montmort, e Deparcieux si sono esercitati ad osservare soggetti di *Aritmetica politica*: si possono vedere le *dottrine del rischio* del Sig. de Moivre; l'*arte di congetturare* del Sig. Bernoulli; l'*analisi delli giuochi di rischio* del Sig Montmort; l'opera *sulle rendite annuali in vita e lotterie* del Sig. Deparcieux; alcune memorie del Sig. Halley, sparse nelle *Transazioni filosofiche*, e gli articoli di questo Dizionario, Probabilità, Combinazione, Assente, Annuale, Lotteria, ec. (*il Sig. Diderot.*)

* L'*Aritmetica politica* è, in un senso più esteso, l'applicazione del calcolo alle scienze politiche. Questo ramo delle Matematiche ha tre oggetti principali, come tutte quelle le quali hanno per fine l'applicazione del calcolo alla cognizione della natura. Così si può dividerla in tre parti; la prima è l'arte di procurarsi delli fatti precisi e tali, che il calcolo si possa applicare, e di ridurre li fatti particolari, che si sono osservati, a delli risultati più o meno generali: la seconda ha per oggetto di trarre da questi fatti delle osservazioni, alle quali essi conducono; la terza finalmente deve insegnare a determinar la probabilità di questi fatti e di queste conseguenze.

Nella maggior parte delle scienze fisiche si trascura quasi affatto questa 3ª. parte, perchè li fatti, sulli quali si appoggia, e per conseguenza le conseguenze che si deducono, hanno una probabilità vicinissima alla certezza. Allora i fatti sono quasi tutti suscettibili di essere conosciuti con una somma precisione, il che dispensa di ricercare con qual grado di probabilità si può assicurare che gli errori non saranno al di là di certi limiti; e che finalmente ogni volta che questi fatti o le loro conseguenze non devono servir di base alla nostra condotta, è generalmente poco importante di determinare con esattezza il loro grado di probabilità.

Così per esempio, se si è scoperto un nuovo pianeta, si cerca tosto di procurarsi delle esatte osservazioni; indi deducendo da queste osservazioni gli elementi della sua orbita: ma nessuno pensa a determinarsi qual è il grado di probabilità che non si allontana dalla verità di una quantità più o meno grande, sia perchè si sa da prima che questa probabilità differisce di poco dalla certezza, sia perchè la cognizione esatta di questa probabilità sarebbe assolutamente inutile, e basterebbe sapere ch'ella è o molto grande o molto picciola.

Al contrario, se si applica il calcolo a delle questioni di medicina pratica, come bisognerebbe regolare la sua condotta dopo li risultati di questo calcolo, sarebbe indispensabile l'assicurarsi del loro grado di probabilità.

La maggior parte delle questioni dell'*Aritmetica politica* sono in quest'ultimo caso.

Per esempio, supponiamo che si voglia calcolare il prezzo di una rendita vitalizia; non basta procurarsi delle tavole delle mortalità esatte ed applicabili alla questione che si propone di risolvere, e dedurne col calcolo il prezzo di questa rendita, bisogna anche determinare la probabilità che, per caso, il prezzo reale non si allontanerà da quello che dà il calcolo al di là di certi limiti.

L'*Aritmetica politica* non cominciò ad essere una scienza che verso la fine dell'ultimo secolo e pare ch'abbia avuto origine nell'Inghilterra; e si può credere che gli antichi non ne abbiano avuto idea alcuna. Le leggi romane assoggettavano le successioni testamentarie ad un diritto verso il fisco; e siccome per eludere la legge si riducono a far legati di un semplice usofrutto, non s'immaginavano di assoggettar questo usofrutto ad una parte del diritto. La proporzione che conviene stabilire tra il diritto pagato per la proprietà, e quello che bisogna pagare per l'usofrutto, è una questione di *Aritmetica politica* molto complicata; ma si può credere che li Romani non sapessero neppure che questa questione potesse esistere, e fissarono questa proporzione al caso.

Le ricerche che si sono fatte su questa scienza dal principio di questo secolo, si riducono a delle tavole in generale pochissimo precise delli prodotti di varj paesi, dell'estensione del loro commercio, del profitto annuale che ne risulta, all'esame di qualche questione di diritto, (*Ved.* la tesi di Niccola Bernoulli, citata all'articolo Assente), al calcolo degli annuali e delle differenti specie d'interessi, a quello delle rendite annuali in vita ed altre prestanze di questo genere, al calcolo delle forme differenti di lotteria; alla maniera di formar le tavole di mortalità, e dedurne le conseguenze, che interessano ad un tempo stesso la politica, e la storia naturale dell'uomo.

Non si possono guardar queste ricerche che come una picciolissima parte di una scienza la più estesa e la più utile. Generalmente, i geometri si sono più occupati nelli metodi del calcolo che nell'esame delli principj, per i quali deve risolversi ogni questione; non hanno essi quasi trattato che quelli per li quali la necessità e la possibilità di applicare il calcolo si fa sentire al primo colpo d'occhio, e di rado hanno essi ricercato a sommet-

mettervi gli oggetti che ſembrano doverſi rifiutare. Finalmente, eſſi non hanno eſteſi i principj e li metodi del calcolo che hanno impiegato, alle differenti queſtioni alle quali queſti principj e queſti calcoli poſſono applicarſi: il loro fine principale fu il progreſſo dell'analiſi matematica in vece di quello delle ſcienze politiche.

Noi procureremo in alcuni articoli di queſto dizionario di far ſentire tutta l'importanza e tutta l'eſtenſione di queſta ſcienza, che ſi deve riguardare come quaſi nuova, e che non può fare gran progreſſi che quando ſarà coltivata da uomini, i quali uniranno ad una profonda cognizione delle ſcienze politiche, delli talenti per la Geometria. *Ved.* gli articoli PROBABILITA' DELLE DECISIONI, PROVA, ec. (*M. D. C.*)

ARITMETICA preſa aggettivamente, ſi dice di tutto ciò, che ha rapporto alli numeri, od alla ſcienza delli numeri, o che ſi eſeguiſce col mezzo delli numeri. Si dice operazione *aritmetica*, ogni operazione ſulli numeri.

MEDIO *aritmetico*.	*Ved.*	MEDIO.
PROGRESSIONE *aritmetica*.		PROGRESSIONE.
PROPORZIONE *aritmetica*.		PROPORZIONE.
RAPPORTO *aritmetico*.		RAPPORTO.
TRIANGOLO *aritmetico*.		TRIANGOLO.

Scala aritmetica, è il nome, che dà il Sig. Buffon (*Mem. Acad.* 1741) alle differenti progreſſioni delli numeri, ſecondo i quali averebbe potuto eſſere l'*Aritmetica* formata. Per intender queſto, biſogna oſſervare, che l'*Aritmetica* ordinaria ſi eſeguiſce col mezzo di dieci cifre, ed ha per conſeguenza per baſe la progreſſione *aritmetica* decupla 0 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. *Ved.* PROGRESSIONE ec. Egli è veriſimile, come ſopra abbiamo oſſervato, che queſta progreſſione deve la ſua origine al numero delle dita delle due mani, con le quali ſi ha naturalmente dovuto cominciar a contare: ma è chiaro anche che queſta progreſſione in ſe ſteſſa è arbitraria, e che in vece di prendere dieci caratteri per eſprimere tutti li numeri poſſibili, ſe ne avrebbe potuto prendere più o meno di dieci. Supponiamo, per eſempio, che ſe n'aveſſero preſo ſoltanto cinque, 0, 1, 2, 3, 4, in queſto caſo ogni numero paſſato cinque, averebbe avuto più di una cifra, e cinque ſarebbe ſtato eſpreſſo per 10; perchè 1 nel ſecondo poſto, che nella progreſſione ordinaria val dieci volte più che al primo poſto, non valerebbe nella progreſſione quintupla che cinque volte più. Così 31 averebbe rappreſentato 6; 25 ſarebbe ſtato rappreſentato da 100, ed ogni numero ſopra li 25 averebbe avuto tre cifre o più. Al contrario ſe ſi prendano venti cifre o caratteri per rappreſentar li numeri, ogni numero ſotto di 20 non avrebbe che una cifra; ogni numero al di ſotto di 400 non ne avrebbe che due, ec.

La progreſſione la più breve che ſi poſſa adoprare per eſprimere li numeri, è quella ch'è compoſta di due cifre ſoltanto, 0, 1, ed è ciò che il Sig. Leibnitz ha chiamato *Aritmetica binaria*. *Ved.* BINARIO. Queſta *Aritmetica* avrebbe l'inconveniente d'impiegare un troppo gran numero di cifre per eſprimere delli numeri piccioli, ed egli è chiaro che queſto inconveniente averà molto più luogo, quanto la progreſſione che ſervirà di baſe all'*Aritmetica*, averà minor numero di cifre. Dall'altra parte, ſe ſi impiegaſſe un troppo gran numero di cifre per l'*Aritmetica*, per eſempio venti o trenta cifre in luogo di ſei, le operazioni ſulli numeri diverrebbero troppo difficili: non voglio altro per eſempio, che l'addizione. Vi è dunque un mezzo da tener qui, e la progreſſione decupla, oltre la ſua origine ch'è naturale, moſtra di tenere queſto mezzo: pure non convien credere che l'inconveniente foſſe troppo grande, ſe ſi aveſſero preſo nove o dodici cifre in vece di dieci. *Ved.* CIFRA e NUMERO. Il Sig. Buffon nella memoria da noi citata, dà un metodo ſempliciſſimo e molto breve per trovare tutto ad un tratto la maniera di ſcrivere un numero dato in una ſcala *aritmetica* qualunque ſia, cioè, ſupponendo che ſi adopri un numero qualunque di cifre per eſprimere li numeri. *Ved.* BINARIO (O).

* ARITMETICA (*Macchina*); è una unione e ſiſtema di ruote ed altri pezzi, per mezzo dei quali ſi muovono delle cifre o impreſſe o ſcolpite, e coi loro moti ſi eſeguiſcono le regole principali dell'*Aritmetica*. La prima *macchina aritmetica* che ſi vide, è ſtata di Biagio Paſcal, nato a Clermont in Auvergna li 19 Giugno 1623; egli la inventò in età di diecinove anni: dopo ne ſono ſtate fatte alcune altre che, a giudizio delli Signori dell'Accademia delle Scienze, moſtrano avere delli vantaggi nella pratica ſu quella di Paſcal: ma quella di Paſcal è la più antica, ed ha il merito di avere ſervito alle altre di modello, e per queſto l'abbiamo preferita.

Queſta macchina non è molto complicata; ma tra li ſuoi pezzi ve ne ha uno chè ſi chiama *il ſalterello*, il quale trovaſi caricato di un sì gran numero di funzioni, coſì che il reſto della macchina diviene diffioiliſſimo a poterſi ſpiegare. Per convincerſi di queſta difficoltà, il lettore non ha che a guardare le figure della raccolta delle macchine approvate dall'Accademia, e li diſcorſi che hanno rapporto a queſte figure, ed alla macchina del Paſcal: ſono ſicuro che gli ſembrerà, come a noi, quaſi egualmente difficile d'intendere la macchina del Paſcal, per quanto ſi rileva dall'opera citata, che l'immaginarſi un'altra *macchina aritmetica*. Procureremo di fare in modo che non ſi dia lo ſteſſo giudizio del noſtro articolo, ſenza impegnarci nel tempo ſteſſo ad eſponere il meccaniſmo della macchina

del Paſcal in una maniera sì chiara, che non s'abbia biſogno di alcuna fatica di ſpirito per comprendere come ſia ella fatta. Del reſto, queſto luogo del noſtro Dizionario ſomiglierà a molti altri, i quali non ſono eſteſi che per quelli i quali hanno qualche abitudine nell'applicare.

Le parti della *macchina aritmetica* ſi raſſomigliano quaſi tutte nella figura loro, nella diſpoſizione e nel giuoco; perciò abbiamo creduto inutile il riportare queſta macchina intiera: la porzione che ſe ne vede *Tav. II. di Aritmetica*, baſterà per darne una giuſta idea. *N O P K* (*Fig.* 1) è una placa di rame la quale forma la ſuperficie della macchina. Si vede nella parte inferiore di queſta placa, una fila *N O* di circoli *Q*, *Q*, *Q*, ec. tutti mobili, intorno ai loro centri *Q*. Il primo alla dritta ha dodeci denti; il ſecondo, andando dalla dritta alla ſiniſtra oe ha venti; e tutti gli altri ne hanno dieci. I pezzi che ſi vedono in *S*, *S*, *S*, ec. e che ſi avanzano ſulli diſchi delli circoli mobili *R*, *R*, *R*, ec. ſono degl'impedimenti chiamati *potenze*. Queſte ſono fiſſe ed immobili; eſſe non poſſano ſulli circoli, che liberamente ſi poſſono muovere ſotto le loro punte; eſſe non ſervono che ad arreſtare uno ſtiletto, chiamato *direttore*, che ſi tiene a mano, di cui ſi pone la punta tra li denti delli circoli mobili *Q*, *Q*, *Q*, ec. per farli girare nella direzione 6, 5, 4, 3, ec. quando ſi fa uſo della macchina.

Egli è chiaro per il numero delli denti delli circoli mobili *Q*, *Q*, *Q*, ec. che il primo a dritta ſegna li denari; il ſecondo andando da dritta a ſiniſtra, li ſoldi; il terzo le unità delle lire; il quarto le decine; il quinto li centinai; il ſeſto, li mile; il ſettimo li dieci mila; l'ottavo li ceoto milla; e quantunque non ſono che otto, ſi avrebbe potuto, ingrandindo la macchina, trarre più oltre il numero di queſti circoli.

La linea *T Z* è un ordine di buchi, a traverſo alli quali ſi vedono delle cifre. Le cifre che qui ſi vedono, ſono 46, 309 l. 15. ſ. 10 d. ma ſi vedrà nel ſegnito che ſe ne poſſono far vedere delle altre a piacere con le aperture ſteſſe.

La faſcia *P K* è mobile dal baſſo in alto; prendendola per le ſue eſtremità *R*, *P*, ſi può farla diſcendere ſulla fila delle aperture 46, 309 l. 15 ſ. 10 d. ch'ella copre: ma allora ſi vederebbe un altra fila paralleła di cifre a traverſo delli buchi poſti direttamente ſopra alli primi.

La ſteſſa faſcia *P K* porta delle picciole ruote ſegnate con più cifre, tutte con un ago al centro, al quale la picciola ruota ſerve di quadrante: ciaſcuna di queſte ruote porta altrettante cifre come li circoli mobili *Q*, *Q*, *Q*, ec. alle quali eſſe perpendicolarmente corriſpondono. Così *V*1 porta dodeci cifre, o per dir meglio ha dodeci diviſioni; *V*2 ne ha venti; *V*3 ne ha dieci; *V*4 dieci e così del reſto.

A B C D (*Fig.* 2) è una rotella verticale della macchina, fatta conforme ad una delle linee numerate *m x*, *m x*, *m x*, ec. della *Figura* 1, nè importa qual ſia; perchè ciaſcuna di queſte rotelle compreſe tra due parallele *m x*, *m x*, contiene tutte le parti della *Fig* 2, oltre alcune, delle quali faremo poi menzione. 1 *Q* 2 rappreſenta uno delli circoli mobili *Q* della *Fig.* 1. Queſto circolo conduce per il ſuo aſſe *Q* 3 la ruota a cavicchie 4, 5. Le cavicchie della ruota 4, 5, fanno muovere la ruota 6, 7, la ruota 8, 9, e la ruota 10, 11, le quali tutte ſono fiſſate ſu di un aſſe ſteſſo. Le cavicchie della ruota 10, 11 s'introducono nella ruota 12, 13, e la fanno muovere, e con eſſa il tamburo 14, 15.

Sul tamburo 14, 15, della *Fig.* 2, ſieno ſegnate l'una ſull'altra, due file di cifre, fatte come ſi dirà. Se ſi ſuppone che queſto tamburo ſia quello del ſegno dei denari, ſieno ſegnate le due file:

0, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
11, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

Se il tamburo 14, 15, è quello del ſegno dei ſoldi, ſieno ſegnate le due file:

0, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10,
19, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18.

Se il tamburo 14, 15 è quello del ſegno della unità delle lire, ſieno ſegnate le due file:

0, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
9, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

egli è chiaro, 1°. che dall'ordine inferiore delle cifre ſegnate ſulli tamburi, alcuna compariſce a traverſo le aperture della linea *X Z*, e che quelle le quali appariſcono a traverſo le aperture coperte della faſcia mobile *P R*, ſono dell'ordine ſuperiore. 2.° Che girando (*Fig.* 1) il cerchio mobile *Q*, ſi fermerà ſotto una delle aperture della linea *X Z*, qual cifra ſi vorrà; e che la cifra levata da 11 ſul tamburo dei denari, darà quella, che le corriſponde nell'ordine ſuperiore delli denari; levata da 29 ſul tamburo dei ſoldi, darà quella che le corriſponde nell'ordine ſuperiore dei ſoldi: levata da 9 ſul tamburo delle unità delle lire, darà quella che le corriſponde nell'ordine ſuperiore delle unità delle lire, e così del reſto. 3°. Che egualmente quella della faſcia ſuperiore del tamburo de' denari, rolto da 11 darà quella che le corriſponde nell'ordine inferiore ec.

Il pezzo *a b c d e f g h i k l*, che ſi vede, *Fig. ſteſſa* 2, e quello che ſi chiama *il ſaltarello*. Importa molto di ben conſiderarne la figura, la poſizione ed il giuoco; mentre ſenza una eſatta cognizione di queſte tre coſe, noo ſi può ſperare di avere una idea preciſa della macchina: perciò abbiamo ripetuto queſto pezzo in tre modi differenti: *a b c d e f g h i k l*, *Fig.* 2, è il ſaltarello, come abbiamo avvertito: 1 2 3 4

6 7 x 9 T z v, è lo ſteſſo *Fig.* 3, e 1 2 3 4 5 6 7 8 9, lo è ancora, *Fig.* 4.

Il ſaltarello (*Fig.* 2) ha due anelli o porzioni di ferro, ſulle quali paſſa la porzione *f k* e *g l* dell' aſſe della ruota a cavicchie 8, 9; egli è mobile ſu queſta parte dell' aſſe. Il ſaltarello, (*Fig.* 3) ha una concavità o parte ſcavata 3, 4, 5; una coda 7, 8, 9, praticate per laſciar paſſare le cavicchie della ruota 8, 9: due anelli uno de' quali ſi vede in 9, l'altro è coperto da una porzione della ruota 6, 7, alla parte inferiore dello ſcavo 3, 4, 5; in 1, una ſpecie di canaletto, nel quale il battigliuolo 1 è ſoſpeſo per il ganghero 2, e compreſſo da un ordigno tra le cavicchie della ruota 8, 9. Perchè ſi veda queſto ordigno, ed il ſuo effetto, ſi è rotto, (*Fig.* 3) uno dei lati della cavicchia in *x*, *y*; 12 è il battigliuolo; 2 è il ganghero che lo tiene ſoſpeſo; e *Z v* l'ordigno che appoggia ſul ſuo talone, e ſpinge la ſua eſtremità tra le cavicchie della ruota 8, 9.

Bene inteſo quanto precede, poſſiamo paſſare al giuoco della macchina. Sia (*Fig.* 2) il circolo mobile 1 *Q* 2, moſſo nella direzione 1 *Q* 2, la ruota a cavicchie 4, 5, ſarà moſſa, come pure la ruota a cavicchie 6, 7, e *Fig.* 3 la ruota *VIII*, *IX*, perchè queſta è la ſteſſa che la ruota 8, 9 della *Figura* 2. Queſta ruota *VIII*. *IX*, ſarà moſſa nella direzione *VIII*, *VIII*, *IX*, *IX*. La prima di queſte due cavicchie *r*, *s*, entrerà nello ſcavo del ſaltarello; il ſaltarello continuerà ad eſſere elevato, per mezzo della ſeconda cavicchia *R S*. In queſto moto, l'eſtremità 1 del battigliuolo ſarà tirata; e trovandoſi all' altezza tra due cavicchie immediatamente ſuperiore a quella ov'era, ſarà ſpinta dalla molla. Ma la macchina è coſtrutta in modo che queſta prima ſcappata non è appena fatta, che ſe ne fa un'altra, quella della ſeconda cavicchia *R S* ſotto la parte 3, 4, del ſaltarello: queſta ſeconda ſcappata laſcia il ſaltarello abbandonato a ſe ſteſſo; il peſo della ſua parte 4 5 6 7 8 9, fa agire l'eſtremità 1 del battigliuolo contro la cavicchia della ruota 8, 7, ſulla quale ella viene ad appoggiarſi per la prima ſcappata; fa girare la ruota 8, 9, nel ſenſo, 8, 8, 9, 9, e per conſeguenza anche nello ſteſſo ſenſo la ruota 10, 11, 11, e la ruota 12, 13, in ſenſo contrario, o nella direzione 13, 13, 12; e nello ſteſſo ſenſo che la ruota 11, 13, il tamburo 14, 15. Ma tale è anche la coſtruzione della macchina, che quando per la ſeconda ſcappata, quella della cavicchia *R S* ſotto la parte 3, 4 del ſaltarello, queſto ſaltarello trovaſi abbandonato a ſe ſteſſo, non può diſcendere e traſcinare la ruota 8, 9, ſe non per una certa quantità determinata. Quando egli è diſceſo da queſta quantità, la parte *T* (*Fig.* 2) del canaletto incontra l'impedimento *r* che lo arreſta.

Ora ſe ſi ſuppone 1°. che la ruota *VIII*, *IX*, abbia dodici cavicchie, la ruota X, XI altrettante, e la ruota *XII*, *XIII* altrettante ancora: 2°. che la ruota 8, 9 abbia venti cavicchie, la ruota 10, 11 venti, e la ruota 12, 13, altrettante; 3°. che l'eſtremità *T* del ſaltarello (*Figura* 3) incontra l'impedimento *r* preciſamente quando la ruota 8, 9, (*Fig.* 4) ha girato una ventеſima parte, evidentemente ne ſeguirà che il tamburo *XIV*, *XV*, farà un giro ſu lui ſteſſo, mentre che il tamburo 14, 15 non girerà ſu di lui ſteſſo che una vigeſima parte.

Se ſi ſuppone 2°. che la ruota *VIII*, *IX* abbia venti cavicchie, la ruota X, XI altrettante, e la ruota *XII*, *XIII* altrettante: 2°. che la ruota 8, 9, abbia dieci cavicchie, la ruota 10, 11 altrettante, e la ruota 12, 13 altrettante: 3°. che l'eſtremità *T* del ſaltarello non ſia arreſtata (*Figura* 3) dallo impedimento *r*, che quando la ruota 8, 9 (*Figura* 4) ha girato una decima parte, ne ſeguirà evidentemente che il tamburo *XIV*, *XV* farà un giro intero ſu lui ſteſſo, mentre che il tamburo 14, 15 non girerà ſu lui ſteſſo che la ſua decima parte.

Se ſi ſuppone, 3°. che la ruota *VIII*, *IX* abbia dieci cavicchie, la ruota X, XI altrettante, e la ruota *XII*, *XIII* altrettante: 2°. che la ruota 8, 9 abbia egualmente dieci cavicchie, la ruota 10, 11 altrettante, e la ruota 12, 13 altrettante ancora: 3°. che la eſtremità *T* del ſaltarello (*Fig.* 3) non ſia arreſtata dell'impedimento *r*, che quando la ruota 8, 9 (*Fig.* 4) averà girato una decima parte; ne ſeguirà allora, che il tamburo *XIV*, *XV* farà un giro intero ſu lui ſteſſo, mentre che il tamburo 14, 15 non girerà ſu lui ſteſſo ſe non che una decima parte.

Si può dunque, in generale, ſtabilire qual rapporto ſi vorrà tra un giro intiero del tamburo *XIV*, *XV*, e la parte in cui il tamburo 14, 15 girerà nel tempo ſteſſo.

Dunque, ſe ſi ſcrivano ſul tamburo *XIV*, *XV* le due file delli ſeguenti numeri, l'una ſopra l'altra, come ſi vede,

0, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1,
11, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

e ſul tamburo 14, 15, le due file ſeguenti, come ſi vede,

0, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18.

e che li zeri delle due file inferiori delli tamburi corriſpondino eſattamente agl'intervalli *A*, *B*, egli è chiaro che al fine di una rivoluzione del tamburo *XIV*, *XV*, il zero corriſponderà ancora all'intervallo *B*: ma che ſarà la cifra 1 del tamburo 14, 15, che corriſponderà nello ſteſſo tempo all'intervallo *A*.

Dunque, ſe ſi ſcrivono ſul tamburo *XIV*, *XV* le due file ſeguenti, come ſi vede,

0, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10,
19, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1,
10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18.

e ſul tamburo 14, 15, le due file ſeguenti, come ſi vede,

0, 0, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
9, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

e ſe li zeti di queſte due file inferiori corriſpondino nel tempo ſteſſo agli intervalli *A*, *B*, egli è chiaro che in queſto caſo, come nel primo, allora quando il zero del tamburo *XIV*, *XV* corriſponderà, dopo aver fatto un giro all' intervallo *B*, il tamburo 14, 15 preſenterà ſull' apertura, o ſpazio *A*, la cifra 1.

Sempre ſarà lo ſteſſo, qualunque ſieno le cifre che ſi ſegnino ſul tamburo *XIV*, *XV*, e ſul tamburo 14, 15: nel primo caſo, il tamburo *XIV*, *XV* girerà ſu lui ſteſſo, e preſenterà i dodici caratteri nell' intervallo *B*, quando il tamburo 14, 15 non avendo girato che una vigeſima parte, preſenterà all' intervallo *A* la cifra 1. Nel ſecondo caſo, il tamburo *XIV*, *XV* girerà ſu lui ſteſſo, e preſenterà i ſuoi venti caratteri all' apertura, od intervallo *B*, mentre che il tamburo 14, 15 non avendo girato che una decima parte, preſenterà oell' intervallo *A* la cifra 1. Nel terzo caſo, il tamburo *XIV*, *XV* girerà ſu lui ſteſſo, ed averà preſentato i ſuoi dieci caratteri all' apertura *B*, quando il tamburo 14, 15, non avendo girato che una decima parte, preſenterà all' apertura *A*, la cifra 1.

Ma in vece di fare tutte queſte ſuppoſizioni ſu due tamburi, le poſſo fare ſu di un gran numero di tamburi uniti inſieme gli uni con gli altri, come ſi vedono quelli della *Figura* 4. Niente impediſce di ſupporne a lato del tamburo 14, 15 un altro poſto rapporto a lui, come è poſto rapporto al tamburo *XIV*, *XV*, con le ſteſſe ruote, uo ſaltarello e tutto il reſto della unione. Nulla impediſce che io non poſſa ſupponere dodici cavicchie alla ruota *VIII*, *IX* e le due file 0, 11, 10, 9 ec. ſegnate ſul tamburo *XIV*, *XV*, venti cavicchie alla ruota 8, 9, e le due file 0, 19, 18, 17, 16, 15, ec. ſegnate ſul tamburo 14, 15; dieci cavicchie alla prima, così lo ſteſſo alla ruota 8, 9, e le due file 0, 9, 8, 7, 6, ec. ſul terzo tamburo; dieci cavicchie alla ſeconda ſimile ad 8, 9, e le due file 0, 9, 8, 7, 6, ec. ſul quarto tamburo; dieci cavicchie alla terza ſimile di 8, 9, e le doe file 0, 9, 8, 7, 6, ec. ſul quinto tamburo, e così del reſto.

11, 0, 1, 2 ec.
19, 0, 1, 2, 3, 4, ec.
9, 0, 1, 2, 3, ec.
9, 0, 1, 2, 3, ec

Niente impediſce altresì di ſupponere che finchè il primo tamburo rappreſenterà le dodici cifre alla ſua apertura, il ſecondo non altro rappreſenterà che la cifra 1 alla ſua apertura; che mentre il ſecondo tamburo rappreſenterà le ſue venti cifre nella ſua apertura, od intervallo, il terzo non preſenterà che la cifra 1; che mentre il terzo preſenterà li ſuoi dieci caratteri alla ſua apertura, il quarto non preſenterà che la cifra 1; che mentre il quarto preſenterà li ſuoi dieci caratteri alla ſua apertura, il quinto non preſenterà alla ſua che la cifra 1, e così del reſto.

Dal che ne ſeguirà, 1°. che non vi ſarà alcun numero che non ſi poſſa ſcrivere ſu queſti tamburi; perchè dopo le due ſcappate, ogni apparecchio del tamburo reſta iſolato, ed è indipendente da quello che lo precede dal lato dritto; può girare ſu lui tanto che ſi vorrà nella direzione *VIII*, *VIII*, *IX*, *IX*, e per conſeguenza offre alla ſua apertura quello delle cifre della ſua fila inferiore a propoſito: ma gl' intervalli *A*, *B*, ſono alli cilindri ſemplici *XIV*, *XV*, 14, 15 quello che ſono per eſſi le aperture della lioea *T*, *X*, (*Fig.* 1), quando ſono coperti dalla placa *NORP*.

2°. Che il primo tamburo ſegnerà li denari, il ſecondo li ſoldi, il terzo le unità delle lire, il quarto le decioe, il quinto li centinai, ec.

3°. Biſogna fare un giro del primo tamburo, per un venteſimo del ſecondo; un giro del ſecondo per un decimo del terzo; un giro del terzo per un decimo del quarto; e per conſeguenza i tamburi ſeguiranno tra i loro moti la proporzione che vi è tra le cifre dell' Aritmetica, quando eſprimono delli numeri; la proporzione delle cifre ſarà ſempre guardata ne' moti delli tamburi, qualunque ſia la quantità del giro che ſi faccia fare al primo, od al ſecondo, od al terzo, e per conſeguenza ſiccome ſi fanno le operazioni dell' *Aritmetica* con cifre, ſi può farle coo li tamburi ancora, e le file delle cifre che hanno.

4°. Che per tale effetto, biſogna cominciare col mettere tutti li tamburi in modo, che li zeri della loro fila inferiore corriſpondino nel tempo ſteſſo alle aperture della faſcia *TZ*, e della placa *NORP*; perchè ſe mentre che il primo tamburo, per eſempio, rappreſenta o alla ſua apertura, il ſecondo alla ſua rappreſenta 4, ſi può preſumere che il primo abbia già fatto quattro giri; il che in fatto noo è vero.

5°. E' affatto indifferente il far girare i tamburi nella direzione *VIII*, *VIII*, *IX*; queſto moto oon iſconcerta niente l'effetto della macchina; ma non biſogna che ſieoo in libertà di aodar retrogradi; tale è la funzione del battigliuolo ſuperiore *C* per impedirlo.

Egli permette, come ſi vede, alle ruote di girare nelli ſenſi *VIII*, *VIII*, *IX*: ma le impediſce di girare in contrario ſeoſo.

6o. Che le ruote non potendo girare che nella

la direzione *VIII*, *VIII*, *IX*, biſogna ſervirſi della linea o fila, ove ſono poſte le cifre inferiori delli tamburi per iſcrivere un numero; indi per fare l'addizione; ancora per moltiplicare: e che come le cifre delli poſti ſono in un ordine confuſo, la ſottrazione ſi deve fare ſulla fila ſuperiore, e per conſeguenza anche la diviſione.

Ma tutti queſti corollarj ſi ſchiariranno ancor più con l'uſo della macchina, e con la maniera di fare le operazioni.

Ma prima di paſſare alle operazioni, faremo oſſervare ancora che ogni ruota 6, 7, (*Fig.* 4) ha la ſua corriſpondenza 4, 5, (*Fig.* 2); ed ogni ruota, 4, 5, ha il ſuo circolo mobile *Q*; che ogni ruota 8, 9, ha il ſuo battigliuolo ſuperiore ed il ſuo battigliuolo inferiore; che queſti due battigliuoli hanno una delle loro funzioni comuni; queſta è d'impedire le ruote *VIII*, *IX*, 8, 9, ec. di andar retrograde; finalmente che il tallone 1, praticato col battigliuolo inferiore gli è eſſenziale.

Uſo della macchina Aritmetica per l'addizione. Cominciate dal coprire colla faſcia *P R*, la linea ſuperiore dell'apertura, in modo che queſta faſcia ſia nello ſtato, in cui la vedete (*Fig.* 1); ponete poi tutte le ruote della faſcia inferiore, ed ordinatele a zero, e ſieno le ſomme da aggiungere:

69	7	8
584	15	6
342	12	9

Prendete il conduttore; portate la ſua punta nell'ultima dentatura del circolo *Q*, più alla dritta; fate girare queſto circolo fino che l'arreſto o la potenza *S* v'impediſce di avanzare.

Paſſate alla ruota di ſotto, od al circolo *Q* che ſeguita immediatamente quello ſul quale avete operato andando da dritta alla ſiniſtra; portate la punta del conduttore nella ſettima dentatura, a contar poi la potenza; fate girare queſto cerchio fino che la potenza *S* vi arreſta; paſſate alle lire, alle decine, e fatte la ſteſſa operazione ſul loro circolo *Q*.

Così facendo, ſarà evidentemente ſcritta la voſtra prima ſumma. Fate ſulla ſeconda preciſamente come fatto avete ſulla prima ſenza imbarazzarvi con cifre che ſi preſentano alle aperture, poi ſulla terza. Dopo la voſtra terza operazione, oſſervate le cifre che compariſcono alle aperture della linea *T Z*, eſſe ſegneranno la ſomma totale delle voſtre tre ſomme parziali.

Dimoſtrazione. È chiaro che ſe voi fate girare il circolo *Q* delli denari delle otto parti, voi averete 8 all'apertura corriſpondente a queſto circolo. Egli è ancora chiaro che ſe voi fate girare lo ſteſſo circolo delle ſei altre parti, come egli è diviſo in dodici, è lo ſteſſo che ſe voi l'aveſte fatto girare di dodici parti, più 2, ma facendolo girare dodici, voi averete rimeſſo a zero il tamburo delli denari corriſpondenti a queſto circolo delli denari, perchè egli ha fatto un giro e fatto ſu lui ſteſſo: ma non ha potuto fare un giro ſu ſe ſteſſo, che il ſecondo tamburo, o quello delli ſoldi non ha girato una venteſima parte, e per conſeguenza poſe la cifra 1 ſull'apertura delli ſoldi. Ma la cifra dei quattrini non ha potuto reſtare a zero; perchè non è ſolamente di dodici parti che l'avete fatto girare, ma di dodici parti più due: voi dunque avete fatto in ſoldi come ſe il tamburo dei quattrini eſſendo a zero, quello delli ſoldi ad 1, voi avete fatto girare il circolo *Q* dei quattrini delle due dentature: ma facendo girare il circolo *Q* dei quattrini delle due dentature, ſi pone il tamburo dei quattrini a 2, o queſto preſenta 2 alla ſua apertura. Dunque il tamburo dei quattrini offrirà 2 alla ſua apertura, e quello delli ſoldi 1, ma 8 quattrini e 6 quattrini fanno 14 quattrini od un ſoldo più 2 quattrini; quello che doveaſi in fatto aggiungere, è quanto la macchina ha dato. La dimoſtrazione ſarà la ſteſſa per tutto il reſto della operazione.

Eſempio della ſottrazione. Cominciate col abbaſſare la faſcia *P R* ſulla linea *X Y* delle aperture inferiori; ſcrivete la più gran ſomma ſulle aperture della linea ſuperiore, come abbiamo preſcritto per l'addizione col mezzo del conduttore; fate l'addizione della ſomma da ſottrarſi, o della più picciola con la più grande, come abbiamo preſcritto all'eſempio dell'addizione: queſt'addizione fatta, lo ſarà pure la ſottrazione. Le cifre che appariſcono alle aperture, ſegneranno la differenza delle due ſomme, o l'eccesſo della grande ſulla picciola, ed è quello che ſi cerca.

Sia	9121	9	2
da cui biſogna ſottrarre	8989	16	11

Se voi eſeguite quanto abbiamo preſcritto, troverete alle aperture 131 9 3.

Dimoſtrazione. Quando ſcrivo il numero 9121 *l.* 9 *ſ.* 2. *d.* per far comparire 2 all'apertura dei denari, devo far paſſare col direttore, undici dentature del circolo *Q* delli quattrini; perchè vi è nell'ordine ſuperiore del tamburo delli quattrini undici termini dopo 0, fino a 2: ſe a queſto 2 aggiungo ancora 11, caderò ſul 3; perchè biſogna che ancora io faccia fare undici dentature alli circoli *Q*; ora contando 11, dopo 2, ſi cade ſul 3. La dimoſtrazione è la ſteſſa per il reſto. Ma oſſervate che il tamburo dei quattrini non ha punto girare di 11, ſenza che il tamburo delli ſoldi non abbia girato una venteſima, o dodici quattrini: Ma ſiccome nell'ordine ſuperiore, le cifre vanno retrogradando nelli ſenſi che li tamburi girano; ad ogni giro del tamburo delli quattrini, le cifre del tamburo delli ſoldi diminuiſcono di una unità; cioè che l'impronto che ſi fa da un tamburo, è acquiſtato

ſull'

ſull'altro, o che la ſottrazione ſi eſeguiſce come all'ordinario.

Eſempio della moltiplicazione. Ritornate alle aperture inferiori; fate rimontare la faſcia *P R* ſulle aperture ſuperiori; ponete tutte le ruote a zero, col mezzo del conduttore, come ſopra abbiamo detto. O il moltiplicatore non ha che un carattere, o ne ha molti. Se non ha che un carattere, ſi ſcrive, come per l'addizione, tante volte il moltiplicando quante v'hanno unità in queſta cifra del moltiplicatore. Così la ſumma 1245 eſſendo da moltiplicarſi per 3, ſcrivo o pongo tre volte queſta ſomma con l'ajuto delle mie ruote e delli circoli *Q*; dopo la ultima volta, compariſce alle aperture 3735, che in fatto è il prodotto di 1245 per 3.

Se il moltiplicatore ha molti caratteri, biſogna moltiplicare tutte le cifre del moltiplicando per ciaſcheduna di quelle del moltiplicatore, e ſcriverle egualmente che per l'addizione: ma biſogna oſſervare al ſecondo moltiplicatore di prendere per prima ruota quella delle decine.

La moltiplicazione altro non eſſendo che una ſpezie di addizione, e queſta regola facendoſi evidentemente qui per via di addizione, non ha biſogno l'operazione di eſſere dimoſtrata.

Eſempio della diviſione. Per fare la diviſione biſogna ſervirſi delle aperture ſuperiori; fate dunque diſcendere la faſcia *P R* ſu le inferiori; ponete a zero tutte le ruote fiſſate ſu queſta faſcia, che ſi chiamano *ruote del quoziente*; fate comparire alle voſtre aperture il voſtro numero da dividere, ed operate, come ſiamo per dire.

Sia la ſumma 65 da dividerſi per cinque; voi dite, in ſei, vi è cinque; e ſarete girare la voſtra ruota, come ſe voleſte aggiungere 5 e 6, fatto queſto, le cifre delle ruote ſuperiori andando ſempre con moto retrogrado, egli è chiaro che non apparirà più che 1 all'apertura, ove appariva 6; perchè in 0, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1; 1 è il quinto termine dopo il 6.

Ma il diviſore 5 non è più nell'1; ſegnate dunque 1 ſulla ruota delli quozienti, che corriſpondono all'apertura delle decine; indi paſſare all'apertura delle unità, levatene 5 quante volte vi ſarà poſſibile, aggiungendo 5 al carattere che appariſce a traverſo queſta apertura, fino ch'egli viene a queſta apertura in zero, od un numero più picciolo di cinque, e non abbia che dei zero alle aperture che precedono: ad ogni addizione fate paſſare l'ago della ruota delli quozienti, ch'è ſotto l'apertura delle unità, dalla cifra 1 ſulla cifra 2, ſulla cifra 3; in una parola, ſu di una cifra, la quale abbia tante unità, quante ſottrazioni voi farete: qui, dopo levato tre volte 5 dalla cifra che appariſce all'apertura delle unità, egli è venuto zero; dunque 5 è 13 volte in 65.

Biſogna qui oſſervare che togliendo una volta 5 dalla cifra che appariſce nelle unità, viene di ſeguito zero all'apertura; ma che per queſto l'operazione non è compita, perchè reſta una unità alla apertura delle decine, che fa, col zero che ſegue, 10, che conviene togliere; ora egli è chiaro che 5 tolto due volte da 10, non reſterà più niente; cioè, che per il totale annientamento, o per aver zero a tutte le aperture, biſogna ancora ſottrarre 5 due volte.

Non biſogna dimenticarſi che la ſottrazione ſi fa eſattamente come l'addizione, e che la ſola differenza che vi è, ſi è, che l'una ſi fa ſulli numeri al-baſſo, e l'altra ſu li numeri in alto.

Ma ſe il diviſore ha molti caratteri, ecco come ſi opererà: ſia 9989 da dividerſi per 124, ſi leverà 1 da 9, cifra che moſtraſi all'apertura dei mille; 2 dalla cifra che moſtraſi all'apertura delli centinai; 5 dalla cifra che moſtraſi all'apertura delle decine, e ſi ponerà l'ago delli circoli del quoziente, che corriſponde all'apertura delle decine, ſulla cifra 1. Se il diviſore 124 può toglierſi ancora una volta di quello che apparirà dopo la prima ſottrazione, od aperture delli mille, delli centinai, delle decine, ſi leverà e ſi gireràl'ago dello ſteſſo circolo del quoziente ſu 2, e ſi continuerà così ſino all'annichilamento il più completo che ſarà poſſibile; per tal effetto, biſognerà rinnovare qui la ſottrazione otto volte ſulle ſteſſe tre aperture; l'ago del circolo del quoziente che corriſponde alle decine, ſarà dunque ſu 8, e non ſi troverà più alle aperture che 69, che non ſi può più dividere per 124; ſi ponerà dunque l'ago del circolo del quoziente, che corriſponde all'apertura delle unità, ſu 9, che ſegnerà, che 124 levato 80 volte di 9989, reſta poi 69.

Maniera di ridurre le lire in ſoldi, e li ſoldi in piccoli. Ridurre le lire in ſoldi, è moltiplicare per 20 le date lire; e ridurre li ſoldi in piccoli, è moltiplicare per dodici. *Ved.* MOLTIPLICAZIONE.

Convertire li ſoldi in lire, e li piccoli in ſoldi, è il dividere nel primo caſo per 20, e nel ſecondo per dodici. *Ved.* DIVISIONE.

Convertire i piccoli in lire, è il dividere per 240. *Ved.* DIVISIONE.

Nel 1725 ſi vide un'altra macchina *aritmetica*, d'un lavoro più ſemplice di quella del Sig. Paſcal, e di quelle fatte ad imitazione ſua; ella è del Sig. de l'Epine, e l'Accademia ha giudicato ch'ella contiene molte coſe nuove e penſate ingegnoſamente. Ella ſi trova nella raccolta delle macchine. Se ne trova ancora un'altra del Sig. Boitiſſendeau, della quale l'Accademia ne fa un elogio. Il principio di queſta macchina conoſciuto che ſiaſi una volta, nel variarla vi è poco merito: ma biſognerebbe trovare queſto principio, ed accorgerſi che ſe ſi fa girare verticalmente da dritta a ſiniſtra un tamburo caricato di due ſerie di numeri poſte l'una ſopra l'altra, in queſto modo, 0, 9, 8, 7, 6 ec.
9, 0, 1, 2, 3 ec.
l'addizione ſi farebbe ſull'ordine ſuperiore, e

la

la ſottrazione ſull'inferiore, preciſamente nel modo ſteſſo. (*Il Sig. Diderot.*)

ARITMETICO, generalmente ſi dice di uno che ſappia l'Aritmetica, e più comunemente di uno che la inſegna. *Ved.* ARITMETICA. (*E*).

ARMILLARE, *in Aſtronomia*; così ſi chiama una *Sfera artificiale* compoſta di molti circoli di metallo o di legno, che rappreſentano differenti circoli della sfera del mondo, poſti inſieme nell'ordine loro naturale. Queſta parola *armillare* è formata da *armilla*, che vuol dire un braccialetto. La sfera *armillare* ſerve ad ajutare l'immaginazione, onde concepire l'ordine delli cieli, ed il moto delli corpi celeſti.

Se ne vede la rappreſentazione nella prima *Tavola dell' Aſtronomia*. Ella ſarà ſpiegata alla parola SFERA. Vi è queſta differenza tra il globo e la sfera *armillare*, che la sfera è traforata, e preciſamente non contiene che li circoli principali, nel mentre che il globo è affatto ſolido; e li circoli ſemplicemente ſegnati. Oltre la sfera *armillare* che rappreſenta li differenti circoli, vi ſono altre sfere *armillari*, che rappreſentano le orbite o li circoli, che deſcrivono li pianeti nelli varj ſiſtemi; così, vi è la sfera *armillare* di Tolomeo, quella di Copernico, quella di Ticone. Queſte varie sfere rappreſentano li differenti ordini dei pianeti ſecondo il parere di queſti aſtronomi. Ma ſebbene il ſiſtema di Copernico ſia il vero, la sfera di Tolomeo è la più uſitata, e baſtante per le cognizioni elementari, come la più ſemplice.

ARMILLE (*Aſtronomia Inſtrum.*) Le *armille* di Aleſſandria ſono celebri nell' Aſtronomia, per le oſſervazioni di Timocaro e di Eratoſtene. La più antica oſſervazione fatta in Aleſſandria ſotto il regno di Tolomeo, circa 294 anni prima di G. C. ſul declinar della ſpiga della Vergine fu fatta con queſte *armille*; e queſte oſſervazioni ſervirono ad Ipparco per ſcoprire il cangiamento della ſituazione delle ſtelle fiſſe o la preceſſione degli equinozj. Queſte *armille* conſiſtevano probabilmente in due circoli di rame, fiſſati nel piano dell'equatore e del meridiano, e forſe un terzo circolo mobile, ad un di preſſo come l'aſtrolabio che Tolomeo deſcriſſe nell' Almageſto.

Queſte *armille* aveano un mezzo braccio di diametro, al parere di Proclo; e ſiccome il braccio degli antichi era, ſecondo alcuni autori, la lunghezza del braccio diſteſo, Flamſteed penſa che queſte *armille* poteſſero avere tre piedi di diametro. *Hiſtoria Cæleſtis*, *prolegomena*, p. 19, 21, 30; ed egli crede che ſi poteſſe oſſervare preſſo a cinque minuti con queſte *armille*. Tolomeo ſe ne ſervì per oſſervare gli equinozj, dall'anno 132 di Gesù Criſto ſino all'anno 147, ad eſempio d'Ipparco, del quale Tolomeo riporta delle ſimili oſſervazioni; ma quelle di Tolomeo ſono affatto difettoſe.

Ticone Brahè aveva anch' egli delle *armille* o delli circoli mobili gli uni entro agli altri, per oſſervare le poſizioni degli aſtri. *Ved.* TAVOLE DI ASTRONOMIA, (*Fig.* 229), ove queſte *armille* equatoriali ſono rappreſentate. Il circolo eſteriore *NZH* rappreſenta il meridiano, ed in fatto è ſuppoſto ſituato nel piano del meridiano, in modo che il punto *N* riguarda direttamente il mezzodì, ed il punto *H* è al nord: queſto circolo era di rame pulito, e diviſo di minuto in minuto. Gli altri circoli erano ſolo coperti di lamine di rame. Intorno all'aſſe *PA*, girano li due circoli *FI*, e *QN*; il circolo *FI* non è diviſo, perchè non ſerve che a ſoſtenere e portar l'equatore, *NMR* ch'è mobile. L'aſſe *PA* è di rame, e porta un cilindro *D* al centro di queſta sfera. Le biette *R* ed *N* che ſono ſull'equatore, ſono pure di rame; ſervono a miſurare le diſtanze degli aſtri al meridiano, o gli angoli orarj, e le differenze di aſcenſione retta. Si ha anche queſto avvantaggio con un equator mobile, ed è che allora quando ſi pone un aſtro ſul grado di aſcenſione retta che gli conviene, ſi vede nel meridiano ſteſſo l'aſcenſione retta del mezzo del cielo, di cui gli aſtronomi ne hanno ſpeſſo biſogno. Dal che ſi conclude qual ora è, quando ſi ſa l'aſcenſione retta del ſole.

Il circolo interiore *VQC* è un circolo orario, un circolo di declinazione, od un meridiano che girà intorno all'aſſe *PA*, ed il di cui piano è ſempre perpendicolare a quello dell'equatore *RMN*. Si dirige queſto piano mobile verſo l'aſtro, di cui ſi vuol miſurare la declinazione; e col mezzo delle biette mobili *Q*, o *C*, e del cilindro *D* ch'è nel centro dell'iſtrumento portato ſull'aſſe medeſimo ſi livella verſo la ſtella, la declinazione della quale ſegnata ſi trova dalla bietta.

Tutta queſta macchina deve eſſer poſta ſu di un piede di rame ſolido ſopra *T*. (*D. L.*)

ARMONIA, (*Aſtron.*) Gli antichi avevano ſuppoſto che i moti celeſti formaſſero tra loro una ſpecie di *armonia*. Deſſi conſiderarono gli aſpetti, i quali aveano rapporto con gl'intervalli dei tuoni; l'aſpetto quadrato o la quadrarura è rapporto all'aſpetto ſeſtile o di 60 gradi, come 3 a 2, queſto è il rapporto delle corde che formano la quinta, o la *diapente*. L'aſpetto trino è al quadrato, come il 4 al 3, cioè la quarta o la *diateſſaron*. (*Riccioli, Almeg.* T. I, p. 668.)

Quanto alle propoſizioni delle diſtanze, ſarebbe inutile il riportare quanto Pittagora ed Archimede ne diſſero. *Ved.* Plinio, l. 2, c. 22. Macrobio, l. 2, c. 3. Riccioli, *tom.* I, p. 495 e 481. Non aveaſi allora idea alcuna delle diſtanze delli pianeti; ma dopo Copernico ſi conobbero queſti rapporti, e Keplero procurò di paragonarli con le proporzioni delli corpi regolari, e con gl'intervalli della muſica. *Myſterium Coſmograph.* c. 14, 20, 21; *Harmonices*, l. 5, c. 4; *Epitome Aſtronom.* l. 4, p. 432, 483, 501;

Tabulæ Rudolphinæ, p. 71; *Riccioli*, *Almag.* p. 689. Ma questi rapporti sono sì arbitrarj e sì incompleti che non crediamo dover qui estendersi d'avvantaggio. (*D. L.*).

ARPIONE o perno, (*Macchina Idraulica*); chiamasi *arpione* di una porta di una chiusa, il modiglione, la potenza, o l'appoggio che sostiene questa porta.

ARPOCRATE, (*Astron.*) Le divinità Egizie *Orus* ed *Arpocrate* mostrano di aver dato luogo alla costellazione delli gemini. *Ved.* Orus.

ARRETRATTO (*Calcolo delle probabilità*) dicesi del pagamento di una rendita annuale, in ragion della quale il debitore è in ritardamento. Non si può richiedere dopo 29 anni di arretratto una rendita data a censo, nè più di cinque di una rendita costituita. Tutti gli *arretratti* anteriormente alli 29 anni, od alli cinque sono prescritti per il trascorrimento del tempo, quando almeno la prescrizione non sia stata interrotta da ordini o dimande giudiziarie. *Ved.* Rendita, Interesse ec. (*H.*)

Ogni rendita può essere riguardata come il danaro di una certa somma prestata; sia dunque a la somma prestata, ed m il danaro, cioè, la frazione che dinota la parte della somma che devesi pagare per la rendita: se l'interesse è semplice, la somma che devesi al termine di un numero di anni q, per gli *arretratti* sarà amq; cioè, l'interesse dovuto al fine di ogni anno, moltiplicato per il numero degli anni; e se l'interesse è composto, la summa che si deve al fine di questo tempo sarà $a(1+m)^q - a$, cioè, la somma totale dovuta al fine del numero degli anni espressi per q; della qual somma conviene togliere la principale.

Per avere l'espressione aritmetica di $a(1+m)^q - a$, supponiamo che la somma prestata sia 1,000,000 di lir., che il numero degli anni sia 10, che l'ultimo sia 20, bisognerà cercare una frazione che sia eguale a $\frac{2}{10}$ moltiplicato per se stesso 10 volte meno una, cioè, 9 volte: il che facilmente può trovarsi con l'ajuto dei logaritmi (*Ved.* Logaritmo), e questa frazione essendo diminuita dell'unità e moltiplicata per 1,000,000, darà la ricercata summa.

I nostri lettori che saranno un poco algebristi, vedranno facilmente su di che sono fondate queste due formule. Gli altri ne troveranno la ragione all'*articolo* Interesse, con molte altre osservazioni importanti, su di questa materia.

Per altro qui si potrebbe proponere una difficoltà. Nel caso in cui l'interesse è semplice, ciò che dipende dal convenuto tra il debitore ed il creditore, il debitore non deve in tutto al fine di un numero di anni q, che la somma totale $a + amq$, composta del principale a, e dell'ultimo am ripetuto tante volte quante vi sono annate; così, togliendo dalla somma totale ch'è dovuta, il principale a, non resta che amq di *arretratti* a pagare in danaro contante. Ma nel caso in cui l'interesse è composto, l'interesse giunto al principale diviene ogni anno un nuovo principale: così alla fine dell'annata $q-1$, o, il che vuol dire lo stesso, al cominciar dell'annata q, il debitore è nel caso stesso, come se ricevesse dal creditore la somma $a(1+m)^{q-1}$ della principale somma. Questa somma crescendo ogni anno, il debitore deve al fine di quest'anno la somma totale $a(1+m)^q$, dal che togliendo il principale $a(1+m)^{q-1}$ ch'è somma prestata al fine dell'anno precedente, ne siegue, od almeno lo pare, che il debitore al fine dell'annata q deve pagare al creditore in danaro contante la somma $a(1+m)^q - a(1+m)^{q-1}$, e non $a(1+m)^q - a$. Per rendere questa difficoltà più chiara, esaminiamo in che propriamente consiste il pagamento di una rendita. Un particolare presta una somma ad un altro; al fine dell'anno il debitore deve la somma totale $a + am$, tanto per il principale che per l'interesse; di questa somma totale egli non paga che la parte am; così, egli resta debitore della parte a come al principio del primo anno; dunque il debitore che paga esattamente la sua rendita, è nel caso stesso che se ogni anno, rendesse al creditore la somma $a + am$, e che nel tempo stesso il creditore gli imprestasse di nuovo la somma a: dunque quanto il debitore non rende al creditore è stimato al principio di ogni anno formar un nuovo principale, del quale egli deve alla fine dell'anno gl'interessi in denaro contante. Così, al fine dell'anno $q-1$, il debitore è giudicato ricevere $a(1+m)^{q-1}$ del principale; dunque al fine dell'anno seguente deve pagare $a(1+m)^q - a(1+m)^{q-1}$ di denaro contante, per la stessa ragione che se egli riceve b in denaro contante, dovrebbe pagare al fine dell'anno $b(1+m) - b$.

La risposta a questa difficoltà si è, che la quantità di danaro che il debitore deve pagare, dipende assolutamente dalla convenzione che farà col creditore; e che in una maniera od in altra il creditore non è assolutamente leso; perchè se il debitore paga al fine dell'annata q la somma $a(1+m)^q - a$, egli non dovrà dunque più al creditore al principio dell'anno seguente che la somma a; egli si troverà nel caso stesso ov'era prima del tempo in cui ha cessato di pagare, ed alla fine dell'anno $q+1$, egli non doverà al creditore che la somma am. Ma se il debitore non paga che la somma $a(1+m)^q - a(1+m)^{q-1}$, la quale è minore che $a(1+m)^q - a$, ogni volta che q è più grande di 1, come si suppone qui; allora il debitore al principiar dell'annata $q+1$ si trova debitore di una somma più grande che a; e se vuole egli fare una rendita annuale, dovrà pagare $a(1+m)^{q-1} \times m$ d'interesse ogni anno in danaro contante. Così, il creditore riceverà una somma minore o più grande negli anni che seguiranno quello del pagamento degli *arretratti*, secondo che il debitore avetà dato

per

per il pagamento di questi *arretratti* una somma più o meno grande. Egli non è dunque leso nè nell' uno, nè nell' altro caso, e tutto dipende dal convenuto che vorrà fare col debitore.

Un' altra questione si potrebbe fare ancora sugli *arretratti* nel caso d' interesse composto. Noi abbiamo veduto che il debitore al principio della annata q deve la somma totale $a(1+m)^{q-1}$; supponiamo ch' egli voglia quitare alla metà dell' anno seguente, e non alla fine; cosa deve egli pagare per l' *arretratto*? Egli è chiaro che per risolvere questa questione bisogna prima sapere quanto deve il debitore alla metà dell' annata q. In primo luogo, il principale o la somma totale $a(1+m)^{q-1}$ essendo moltiplicata per $(1+m)^{q-1}$, deve dare la somma che sarà dovuta al fine della annata q, cioè $a(1+m)^q$, o, che vuol dire lo stesso, il debitore dovrà al fine di questo anno $a(1+m)^{q-1}$, più l' interesse di questa somma, cioè, $a(1+m)^{q-1} \times m$. Nel corso dell' anno, deve prima $a(1+m)^{q-1}$, che è il principale; deve di più una porzione di questo principale per l' interesse che corre dal principio dell' anno: questa porzione deve essere certamente minore che $a(1+m)^{q-1} \times m$, ch' è l' interesse dovuto al fine dell' anno. Ma qual dev' essere? Molti si pensano che per l' interesse del mezzo anno bisogna prendere la metà dell' interesse dell' anno, cioè, $a(1+m)^{q-1} \times \frac{m}{2}$, il terzo dell' interesse per il terzo dell' anno, e così del resto; ma sono in errore. In fatto, cosa accade in caso dell' interesse composto? che le somme dovute al fine di ogni anno sono in geometrica progressione, come è facile da vedere. Ora perchè questa legge non avrà luogo anche per le porzioni degli anni intieri? Confesso che non vedo quale ne possa essere la ragione. La somma dovuta alla fine della $q-1$ annata è $a(1+m)^{q-2}$, quella ch' è dovuta alla fine della q annata è $a(1+m)^q$, quella che sarà dovuta al fine della $q+1$ sarà $a(1+m)^{q+1}$; e queste tre somme sono in una proporzione geometrica continua.

Dunque la somma dovuta alla metà della q annata dev' essere media proporzionale geometrica tra le due somme dovute al principio ed alla fine di questo anno; cioè, tra $a(1+m)^{q-1}$ ed $a(1+m)^q$; dunque questa somma sarà $a(1+m)^{q-\frac{1}{2}} = a(1+m)\frac{q-1}{2}$. Ora questa somma è minore che $a(1+m)^{q-1} + a(1+m)^{q-1} \times \frac{m}{2}$, che sarà dovuto seguendo l' ipotesi che ora combattiamo.

Così se vi è questione di quanto è dovuto al termine del terzo della q annata, si troverà che la somma cercata è la prima delle due

medie proporzionali geometriche tra $a(1+m)^{q-1}$, ed $a(1+m)^q$, cioè, $a(1+m)^{q-\frac{1}{3}}$; ed in generale essendo k un numero qualunque di anni intiero, rotto, od in parte intiero, ed in parte frazionario, si avrà $a(1+m)^k$ per la somma dovuta al fine di questo numero di anni.

Nell' ipotesi che noi combattiamo, si suppone che l' interesse sia riguardato come composto da un anno all' altro, ma che, nel corso di un solo ed unico anno, egli è trattato come interesse semplice; supposizione bizzarra, che non può essere ammessa che nel caso di una convenzione formale tra il creditore ed il debitore. In fatto, in questa supposizione, il debitore pagherebbe più che realmente non deve, come l' abbiamo veduto. Noi tratteremo questa materia più a fondo all' *articolo* INTERESSE, e speriamo disporla con tutta chiarezza ed aggiungere molte altre curiose osservazioni. Ma siccome la precedente osservazione può essere utile, ed è poco cognita, abbiamo creduto doverla prima inserire in questo articolo.

Sia dunque $\frac{s}{r}$ la porzione dell' anno scorso; è chiaro, per quello che abbiamo detto, che il creditore deve, al fine di questa porzione, la somma totale $a(1+m)^{q-1} + \frac{s}{r}$; e per avere li *arretratti*, bisognerà togliere da questa somma, o il principale a, o il principale $a(1+m)^{q-1}$; il che dipende, come osservato abbiamo, dalla convenzione mutua del debitore e del creditore.

Si può proporre un' altra questione nel caso dell' interesse semplice. In questo caso, vi è certo una convenzione, al meno tacita, tra il creditore ed il debitore, che il principal solo, toccato dal debitore, e prestato dal creditore, produce ogni anno, $a\,m$ d' interesse, e che l' interesse (non pagato ogni anno) è un denaro morto, od un principale che non produce interesse.

Così, nel caso in cui questa convenzione tacita sarebbe senza restrizione, la somma totale dovuta alla fine dell' annata q sarebbe $a + a\,m\,q$, e gli *arretratti* sarebbero $a\,m\,q$. Ma se la convenzione tra il debitore ed il creditore fosse, per esempio, che il debitore pagasse ogni cinque anni l' interesse semplice $5\,a\,m$, e che il debitore stesse quindici anni senza pagare, allora la somma $a + 5\,a\,m$ dovuta alla fine del quinto anno, è riguardata come un nuovo principale, sul pagamento e gl' interessi del quale il creditore può fare al debitore quali condizioni gli piace. Supponiamo, per esempio, che per la loro convenzione, egli debba portare interesse semplice durante cinque anni: in questo caso, al fine di cinque anni che seguono li cinque primi, la somma totale dovuta dal debitore

sarà $a + 5\,a\,m + 5\,a\,m + 25\,a\,m\,m$; ed alla fine di cinque anni seguenti, cioè, al fine di quindici anni passati, la somma dovuta sarà $a + 5\,a\,m + 5\,a\,m + 25\,a\,m\,m + 5\,a\,m + 25\,a\,m\,m + 25\,a\,m\,m + 125\,a\,m^4 = a + 15\,a\,m + 75\,a\,m\,m + 125\,m^3$. *Ved.* Interesse, Annuale, Probabilità, Lotteria, ec. (O).

ARTEMON, (*Med.*); terza girella della taglia. *Ved.* Taglia.

ARTIFIZIALE, si dice in *Astronomia* del globo col quale si rappresenta la concavità del cielo o la convessità della terra. Si chiama anche *sfera artifiziale* la sfera armillare.

L'*orizzonte artifiziale* è l'orizzonte razionale o matematico, distinto dall'orizzonte sensibile di ogni osservatore, che varia sempre alla maggior, o minor altezza.

Il *giorno artifiziale* è la durata del tempo che il sole resta sull'orizzonte. *Clavio nel suo Commentario intorno la sfera* di Sacrobosco: (*D. L.*)

Si chiama ancora da alcuni *giorno artifiziale* lo spazio di ventiquattro ore, e giorno *naturale* la durata della luce, secondo Macrobio, Riccioli, e Bailly.

Artifiziale. Si chiama in Geometria linea *artifiziale* le linee segnate su di un compasso di proporzione od una qualunque scala, che rappresenti i logaritmi delli seni e delle taogenti, e possono servire, con la linea delli numeri, a risolvere esattamente tutti li problemi di trigonometria, di navigazione, ec. Li numeri *artifiziali* sono le secanti, i seni, e le tangenti. *Ved.* Secante, Seno, Tangente, Logaritmo. (*E.*)

ARTICO, in *Astronom.*, è un epiteto che si dà al polo settentrionale, od al polo che si eleva sul nostro orizzonte. *Ved.* Polo.

Il polo settentrionale si chiama *polo artico* dalla parola greca ἄρκτος, che significa *orsa*; dal che si fece il termine *artico*, epiteto che si diede al polo settentrionale, perchè l'ultima stella situata nella coda della picciola orsa, u'è vicinissima. *Ved.* Orsa.

Il *circolo polare artico* è un picciolo circolo della sfera parallelo all'equatore, lontano dal polo *artico* 23° 28'. Da questo polo prende il nome di *artico*.

Questo circolo, ed il circolo polare *antartico* a lui opposto, sono determinati dalli poli dell'ecclittica. Si può concepirli descritti dal moto dei poli dell'ecclittica intorno ai poli dell'equatore o del mondo. Da questo circolo fino al polo *artico* è compresa la parte della terra chiamata *zona fredda settentrionale*. Le osservazioni fatte nel 1736 dagli astronomi dell'Accademia delle scienze per determinare la figura della terra, sono state fatte sotto il circolo polare *artico*. *Ved.* Figura *della terra*.

Proclo e gli antichi Greci chiamavano circolo *artico* quello ch'è tutto intiero sull'orizzonte, come sarebbe a Parigi il circolo lontano di 41° 10' dall'equatore.

ARTO, ἄρκτος, (*Astronomia*), è il nome che li Greci hanno dato a due costellazioni dell'emisfero settentrionale, che noi chiamiamo *la picciola e la grande orsa*. *Ved.* Orsa.

ARTOFILACE, *termine di Astronomia*, nome di noa costellazione che si chiama ordinariamente il *Bifolco*. *Artofilace* significa *guardiano dell'orsa*; egli deriva dalle due parole greche ἄρκτος, orsa, e φυλάττω, *io guardo*. La costellazioae del Bifolco è così chiamata, perchè si trova presso alla grande e picciola orsa. (*O.*)

ARTURO, (*Astron.*) in greco ἀρκτῦρος deriva da ἄρκτος, orsa, e da οὐρὰ, coda; questa è una stella fissa del primo ordine, situata nella costellazione del Bifolco, verso la quale si dirige la coda della grand'orsa. *Ved.* Bifolco. *Ved.* Orsa, e Costellazione. Si chiama in Arabo *Aramech*.

Questa stella è stata molto celebrata dagli antichi, come si vede presso Virgilio:

Arcturum, pluviasque Hyadas, geminosque Triones.

Se ne parla in più luoghi anche nella Scrittura, come si vede in questo passo: *Qui fecit arcturum, & oriona, & hyadas, & interiora austri*, Job. c. IX, v. 9.; e c. XXXVIII, v. 31. *Numquid conjungere valebis micantes stellas plejadas, aut gyrum arcturi poteris dissipare?* Ma è in dubbio se la parola ebrea in fatto convenga a questa stella.

Quello ch'è più osservabile si è in questa stella il moto proprio che si osserva, di quattro minuti per secolo, quantità che questa stella avanza verso il mezzodì, e diminuisce di latitudine, il che pare che venga dal fisico cangiamento di sito che fa questa stella; nè ve ne ha altra che l'abbia così sensibilmente. Secondo le osservazioni del Flamsteed la latitudine di *arturo* nel 1690 era di 30° 57' 0"; secondo de la Caille, nel 1750 non era che di 30° 54' 31" il che fa una diminuzione di 2' 29" per ogni 60 anni o di 4' 8" per secolo, e come questa latitudine dovrebbe diminuire di 15" per la cagione generale, resta 3' 53" per il cambiamento particolare proprio a questa stella, e che mostra un cangiamento di sito. Ho fatto vedere, che il sole con tutto il nostro sistema, prova un simile cangiamento di sito. *Ved.* Sole. (*D. L.*)

ASANGUE, (*Astr.*) nome della lira.

ASCENDENTE, (*Astron.*) dicesi in molte occasioni per indicare il moto che si fa salendo. *Il nodo ascendente* di un pianeta è il punto in cui attraversa l'ecclittica passando dal mezzodì al nord, come il nodo discendente è quello, per il quale egli passa dal nord al mezzodì. Il nodo ascendente della luna si chiama anche *testa del*

del dragone; si rappresenta così ☊; il nodo discendente è quello che gli è opposto ☋.

Li *segni ascendenti* sono li tre primi e li tre ultimi dell'ecclittica, cioè, il capro, il toro, il gemini, il capricorno, l'acquario, ed i pesci; sono stati così chiamati perchè il sole, scorrendo per questi segni, si alza da un giorno all'altro sopra all'orizzonte nelle nostre regioni settentrionali, e pare che salga sul nostro zenit.

Malgrado l'etimologia della parola delli *segni ascendenti*, il nome è restato alli segni da noi nominati, anche per li paesi nei quali il sole non sale allora quando è in quei segni. Ma quando accade che un Astronomo parla di *segni ascendenti* unicamente per ragione che il sole s'innalza, in modo che per altri paesi questi segni sieno soggetti a cangiare, deve avvertirne; li sei altri segni sono chiamati *discendenti* per una contraria ragione, perchè il sole, nel descriverli, mostra di discendere, ed allontanarsi dal nostro zenit.

Si chiama qualche volta *ascendente* il punto dell'ecclittica, situato nell'orizzonte orientale, cioè il punto che si alza; gli astronomi hanno fatto il calcolo per trovare la situazione dell'ecclittica nell'eccliffi del sole, e concludere le parallassi. *Ved.* Nonagesimo. Gli astrologi chiamano lo stesso punto *oroscopo*, e lo calcolano per fissare il *tema* di una natività. La divisione del cielo in dodici case comincia da questo punto; e si dice che un pianeta domina all'*ascendente*, allora quando egli corrisponde a questo punto dell'ecclittica situata nell'orizzonte. Da questo forse è venuta l'espressione, avere dell'*ascendente* su di alcuno, per comparazione con la considerabile influenza che si suppone nell'oroscopo sulla condotta, le inclinazioni e la sorte degli uomini. (*D. L.*)

Ascendante (Progressione), *Geometria*. Alcuni geometri chiamano *progressione ascendente*, quella i di cui termini vanno crescendo: com'è la progressione aritmetica delli numeri naturali, 1, 2, 3, ec. (*J. D. G.*)

ASCENSIONALE, *Differenze ascensionali*, *termine di Astron.* La *differenza ascensionale* è la differenza tra l'ascensione obliqua e l'ascensione retta di uno stesso punto della superficie della sfera. *Ved.* Ascensione.

Così di 27° 54' ch'è l'ascensione retta del primo grado del toro, togliendo 24° 24' ch'è l'ascensione obliqua dello stesso grado sull'orizzonte di Parigi, il resto 3° 30' è la *differenza ascensionale*: se riduconsi in ore ed in minuti li gradi e li minuti della *differenza ascensionale*, si conosce quanto li giorni dell'anno, alli quali ella corrisponde, differiscono dal giorno dell'equinozio: perchè aggiungendo il doppio del tempo di questa *differenza ascensionale* alle 12 ore del giorno dell'equinozio, si ha la durata dei lunghi giorni; il sole scorrendo la metà dell'ecclittica, ch'è dal lato del polo apparente; e se si toglie questo stesso tempo di 12 ore, si avrà la lunghezza dei giorni brevi, che accade quando il sole scorre la metà dell'ecclittica, ch'è dal lato del polo invisibile.

Così, il doppio di 3°, 30' è 27°, i quali ridotti in tempo, a ragione di 4' d'ora per ogni grado, si averà un'ora e 48': il che fa conoscere che il sole essendo li 20 d'aprile al primo grado del toro, il giorno è di 13 ore 48 sull'orizzonte di Parigi, indi facilmente si conosce il levare e tramontare del sole, lasciando la refrazione. Nelli segni settentrionali, le *ascensioni* rette dei gradi dell'ecclittica sono più grandi che le loro ascensioni oblique; ma al contrario alli segni meridionali, le ascensioni rette del gradi della stessa ecclittica sono più piccioli che le loro ascensioni oblique.

Per avere la *differenza ascensionale*, la latitudine del luogo, e la declinazione del sole essendo già data, si fa questa proporzione: il raggio è alla tangente della latitudine, come la tangente della declinazione del sole è al seno della *differenza ascensionale*. Se il sole è in uno delli segni settentrionali, e si tolga la *differenza ascensionale* dell'ascensione retta, il resto sarà l'ascensione obliqua. Se il sole è in uno delli segni meridionali, bisognerà aggiungere la *differenza ascensionale* all'ascensione retta, e la somma sarà l'ascensione obliqua. In tal modo si sono costruite le tavole di ascensioni oblique per li gradi differenti dell'ecclittica, sotto le differenti elevazioni del polo. Ma al presente si supplisce a questo con le tavole dell'arco semidiurno.

ASCENSIONE, è propriamente una *elevazione*, ed un *moto in alto*. *Ved.* Elevazione.

In questo senso si dice l'*ascensione* dei liquori nelle trombe, e nelli tubi capillari. *Ved.* Tromba. (*O*).

Ascensione *in Astronomia*, è l'arco compreso tra il punto equinoziale ed il punto dell'equatore che si alza con una stella: ella è retta od obliqua; l'ascensione retta del sole o di una stella è l'arco dell'equatore compreso tra il grado dell'equatore che si alza col sole o con la stella nella sfera retta, ed il punto equinoziale ed il cominciamento di Ariete. *Ved.* Sfera. E' il grado ed il minuto dell'equatore, contando dopo il cominciamento di Ariete, che passa per il meridiano col sole, una stella, o qualche altro punto del cielo. *Ved.* Sole, Stella.

Si riporta l'*ascensione retta* al meridiano, perchè sempre fa un angolo retto con l'equinoziale, mentre non è così dell'orizzonte se non che nella sfera retta.

Due stelle fisse che hanno la stessa *ascensione* retta, cioè, che sono nella stessa distanza dal primo grado d'Ariete, o, che vuol dire lo stesso, che sono nello stesso meridiano, o circolo di declinazione, si levano nel tempo stesso nella sfera retta, cioè, per li popoli che abitano l'equatore. Se esse non sono nello stesso meri-

diano, l'intervallo che v'è tra il loro paſſaggio pel meridiano, è la differenza delle loro aſcenſioni rette. Nella ſfera obliqua, in cui l'orizzonte taglia tutti li meridiani obliquamente, non levano nè tramontano differenti punti di un meridiano nel tempo ſteſſo: così due ſtelle, che ſono nello ſteſſo meridiano, non levano nè tramontano mai nel tempo ſteſſo per quelli che hanno la ſfera obliqua, cioè, che abitano tra l'equatore ed il polo; e più che la ſfera è obliqua, cioè, più che ſi è preſſo al polo, più l'intervallo del tempo ch'è tra il loro levare ed il loro tramontare è grande. *Ved.* LEVARE, TRAMONTARE ec.

Così, l'arco d'*aſcenſione* retta di una ſtella è la porzione dell'equatore compreſa tra il cominciar d'Ariete ed il punto dell'equatore che paſſa al meridiano con eſſa.

L'ASCENSIONE *obliqua* è un arco dell'equatore, compreſo tra il primo punto d'Ariete ed il punto dell'equatore, che ſi alza nel tempo ſteſſo dell'arco, nella ſfera obliqua. *Ved.* SFERA.

L'*aſcenſione* obliqua ſi prende da occidente in oriente, ed è più o meno grande ſecondo la differente obliquità della ſfera.

La differenza tra l'*aſcenſione* retta, e l'*aſcenſione* obliqua ſi chiama *differenza aſcenſionale*.

Per trovare con la trigonometria o col globo l'*aſcenſione* obliqua del ſole, *V.* ASCENSIONALE. La determinazione dell'aſcenſione retta del ſole e di quella di una ſtella fiſſa, è la baſe di tutta l'aſtronomia; così il Sig. de la Caille intitolò *Aſtronomiæ fundamenta* il libro col quale diede tutte le oſſervazioni da lui fatte in queſto; e come l'*aſcenſione* retta di una ſola ſtella fiſſa dà facilmente quella di tutte le altre, la principal difficoltà conſiſte ad aſſicurarſi di una ſtella per ſervire del termine di comparazione.

Non ſi può determinare l'*aſcenſione* retta di una ſtella che per quella del ſole; perchè ſiccome è il ſole che ſcorre e ſegna l'ecclittica, come il punto equinoziale quando attraverſa l'equatore, non ſi poſſono conoſcere le diſtanze da queſto punto equinoziale che per il ſole, che ne dà l'indicazione.

Dall'altra parte, non ſi può determinare l'*aſcenſione* retta del ſole che col mezzo della ſua declinazione, e queſta ſi rileva dall'altezza meridiana; così, l'altezza del ſole al mezzodì è il punto, da cui conviene partire. Supponiamo che ſi abbia oſſervato a Parigi l'altezza del ſole, e che dopo averla corretta con la refrazione e la parallaſſi, ſi abbia trovato queſta altezza al mezzodì di 51°. 20', ſi ſa che l'altezza dell'equatore non è che di 41°. 20 a Parigi, ſi leverà l'una dall'altra, e ſi averà 10°. per la declinazione del ſole, o la quantità che n'è lontano dall'equatore. Allora nel triangolo formato da l'ecclittica, l'equatore, ed il circolo di declinazione, ſi conoſce il picciolo lato ch'è la declinazione del ſole, e l'angolo oppoſto ch'è l'obliquità dell'ecclittica 23°. 28', egli è facile trovare l'altro lato ch'è l'*aſcenſione* retta del ſole, e l'ipotenuſa ch'è la longitudine contata ſull'ecclittica.

Ma queſto metodo dipende dalla refrazione, dalla parallaſſi, dall'altezza dell'equatore, e dalla obliquità dell'ecclittica, perchè ciaſcuno degli errori che ſi commetteſſe in un di queſti elementi, influirebbe e ne produrrebbe uno due o tre volte più grande ſull'*aſcenſione* retta. Per rimediarvi, altro non deveſi fare che la ſteſſa operazione due volte in ſei meſi, alla ſteſſa altezza del ſole prima e dopo il ſolſtizio; l'errore che accreſce l'*aſcenſione* retta prima del ſolſtizio, neceſſariamente dopo la diminuiſce, e prendendo il mezzo di due riſultati, ſi ha la vera *aſcenſione* retta del ſole. In tal modo ſi ha il metodo più perfetto, e quello che attualmente è adottato dalli migliori aſtronomi, per oſſervare l'*aſcenſione* retta del ſole; ella conſiſte a compararla con la ſteſſa ſtella due volte all'anno, allora quando ſi trova nel ſuo parallelo prima e dopo il ſolſtizio. Noi ſpiegheremo queſto metodo, il quale ha ſervito al Sig. le Monnier per il ſuo zodiaco, ed al Sig. de la Caille per coſtruire il ſuo numeroſo catalogo delle ſtelle. *Ved.* Flamſteed, *Hiſtoria cæleſtis*, in fol. *Iſtoria celeſte* del Sig. le Monnier, 1741, in 4o; *Lezioni di Aſtronomia*, del Sig. de la Caille, 1761 in 8°., pag. 175.

Sia *EKQE*, (*Tavole di Aſtron. Fig.* 42) l'equatore, *EHQRE* l'ecclittica, *A* una ſtella, ed *S* il ſole, allora quando paſſa nello ſteſſo parallelo come la ſtella *A*, cioè, quando la ſua declinazione *DS* è eguale alla declinazione *AC* della ſtella. Supponiamo che in queſto giorno ſi abbia oſſervato la differenza dell'aſcenſione retta *DC* tra il ſole e la ſtella *A*; il ſole eſſendo poi paſſato per il ſolſtizio *H*, ritornerà qualche meſe dopo al punto *G* dell'ecclittica, ed averà ancora la ſteſſa declinazione *GB*, come la ſtella; la ſua diſtanza *BQ* dall'equinozio di autunno ſarà pure allora eguale alla diſtanza *ED*, in cui ſi trovava nella prima oſſervazione, per rapporto all'equinozio di primavera; io ſuppongo che in queſto giorno ſi oſſervi ancora la differenza *CB* di aſcenſione retta tra il ſole e la ſteſſa ſtella, ſi aggiungeranno inſieme le due differenze oſſervate *DC*, e *CB*, ſi averà *DB*, ch'è il moto totale in aſcenſione retta, che ha avuto il ſole nell'intervallo delle due oſſervazioni; la metà, *DK* o *BK* di queſto moto, ſarà la diſtanza o ſcoluro delli ſolſtizj; finalmente il compimento di *DK* ſarà *ED*, *aſcenſione* retta del ſole nella prima oſſervazione; dal che ſi concluderà l'*aſcenſione* retta *EC* della ſtella; in modo che per queſta oſſervazione ſi averanno le *aſcenſioni* rette del ſole e della ſtella.

L'uſo di queſto metodo eſige nella pratica dell'Aſtronomia qualche attenzione ed alcune correzioni che ſi poſſono vedere, come l'eſempio particolarizzato nel quarto libro della mia Aſtronomia.

Coll'

Coll'applicar questo metodo a centinaja di osservazioni, il della Caille ha trovato l'*ascensione* retta del Sirio, il 1°. Gennaro 1750, di 98° 32' 2", e quella della Lira 277°, 14': queste posizioni fondamentali non differiscono che di alcuni secondi da quelle che Bradley, Mayer, e le Monnier hanno assegnato con delle osservazioni e metodi differentissimi; questo basta per mostrare qual grado di certezza vi è nel metodo e nella osservazione delle *ascensioni rette*.

Ho detto che una sola *ascensione retta* dà facilmente tutte le altre, basta osservare la differenza delli passaggi pel meridiano, o per delle altezze corrispondenti, con un canocchiale meridiano, e convertire in gradi la differenza delli tempi, si averà quella delle *ascensioni rette* delli due altri osservati. Si sceglie per termine della comparazione le stelle più brillanti, come il Sirio e la Lira, affinchè si possa vederle di giorno ed in ogni tempo dell'anno per comparar tutte le stelle osservate in una notte stessa, ed in cui si vuole avere l'*ascensione retta*. Si troverà alla parola STELLA un catalogo delle *ascensioni rette* delle stelle principali.

L'*ascensione retta* del mezzo del cielo, è una cosa di cui gli astronomi fanno uso spessissimo, specialmente per calcolare le eccliffi col mezzo del nonagesimo; quest'è l'*ascensione retta* del punto dell'equatore che si trova nel meridiano; ella è uguale alla somma dell'*ascensione retta* del sole e dell'angolo orario o del tempo vero ridotto in gradi, ed alla somma della longitudine media del sole e del tempo medio. (*D. L.*)

ASCHEMIO (*Astron.*); nome del piccinlo cane Procione.

ASCHERIO (*Astron.*); nome del gran cane Sirio.

ASCIANI, (*Astron.*) nome delli popoli, ch' essendo tra li tropici, hanno qualche volta il sole al Zenit, ed in quel giorno sul mezzodì non hanno ombra. Questa parola è composta di σκια, ombra, ed α privativa. *Ved.* ANFISCI.

ASCISSA, (*Geom.*) dalla parola latina *abscindere*, qualunque parte dell'asse o del diametro di una curva, compresa da un punto fisso, da cui tutte le *ascisse* prendono la loro origine, fino ad un'altra linea chiamata *ordinata*, che termina alla curva. Così, (*Sez. Conic. Fig.* 37) *A* essendo un punto fisso, *AP* è un'*ascissa*, *PM* la ordinata corrispondente. Le *ascisse*, od ordinate corrispondenti considerate assieme si nominano coordinate della curva.

ASCONE, nome che gl'Italiani hanno qualche volta dato ad una cometa.

ASIMETRIA, composta da α privativa, da συν, *con*, e μετρον, *misura*, cioè *senza misura*. S'intende con questa parola un difetto di proporzione o di corrispondenza tra le parti di una cosa. *Ved.* SIMMETRIA.

Questa parola in *Matematica* dinota, quello che più comunemente s'intende *incommensurabile*. Vi è incommensurabilità tra due quantità, allora quando non hanno alcuna misura: come sono i lati di un quadrato e la sua diagonale: in numeri le radici sorde, come $\sqrt{2}$, ec. sono incommensurabili alli numeri razionali. *Ved.* INCOMMENSURABILE, SORDO, QUADRATO, ec. (*E.*)

ASINI, (*Astron.*) sono due stelle della costellazione del cancro, segnate con le lettere γ e δ nelli catalogi, e che sono della quarta e quinta grandezza; si vede tra queste due stelle un mucchio chiamato la *stalla* (*præsepe*), e detto più comunemente il *nuvoloso del cancro*. Questi due *asini* rappresentano, secondo i poeti, quelli che nella guerra di Giove contro li giganti, contribuirono alla di lui vittoria, o con le loro grida, o perchè servirono a Vulcano ed alli satirì che venivano in soccorso di Giove. Questo nome è antico molto, perchè si trova nell'*almagesto* di Tolomeo. (*Il Sig. de la Lande.*)

ASINTOTO (*asymptotus*), *termine di Geometria*. Alcuni autori definiscono l'*asintoto* una linea indefinitivamente prolungata, che va avvicinandosi di più in più ad un'altra linea senza incontrarsi mai. *Ved.* LINEA. Ma questa definizione generale dell'*asintoto* non è esatta, perchè si può applicarla a delle linee che non sono *asintote*. In fatto, sia (*Fig.* 20 *n.*° 2, *Sez. con.*) l'iperbole *KSL*; il suo asse *SM*; il suo asse conjugato *AB*. Si sa che se dal centro *C* si tirano le linee indefinite *CD*, *CE*, parallele alle linee *BS*, *AS*, tirate dalla sommità *S* dell'iperbole, all'estremità del suo asse conjugato, queste linee *CD*, *CE*, saranno *asintoti* dell'iperbole *KSL*.

Ora, sieno tirate le parallele *fg*, *hi*, ec. all'*asintoto CD*: egli è chiaro che queste parallele indefinitamente prolungate, vanno avvicinandosi continuamente all'iperbole ch'esse mai non incontrano. La definizione precedente dell'*asintoto* dunque conviene a queste linee; ella dunque non è esatta. Cosa dunque in generale è un *asintoto*? è una linea, che essendo indefinitamente prolungata, si approssima continuamente ad un'altra linea in egual modo indefinitamente prolungata, in maniera che la sua distanza da questa linea giammai non diviene zero assoluto, ma può sempre essere trovata più picciola di qualunque altra data grandezza.

Sia tirata la linea *Nopq* perpendicolarmente all'*asintoto CD*, ed alle sue parallele *fg*, *hi*, ec.: egli è chiaro che l'*asintoto CD* può avvicinarsi all'iperbole più di alcuna altra data grandezza; perchè la proprietà dell'*asintoto CD* consiste in ciò che la prodotta da *Cp* per *pq* è sempre costante; dal che ne segue che *Cp* crescendo all'infinito, *pq* diminuisce anche all'infinito: ma la distanza delle parallele *fg*, *hi* da questa curva sarà sempre almeno di *Np*, di *op*: ec.; e per conseguenza non sarà più picciola di alcuna data grandezza. *Ved.* IPERBOLE.

La parola *asintoto* è composta di α privativa, di συν, *con* e di πιπτω, *io cado*, cioè, che non è coincidente, o che non rincontra. Alcuni autori

tori latini hanno chiamato gli *asintoti linte intalle*.

Alcuni geometri distinguono molte speaie di *asintoti*; ve ne sono, al parere di questi, di *retti*, di *curvi*, ec. Essi distribuiscono le curve in *concave*, *convesse*, ec., e proposero un istrumento per segnarle tutte. La parola rotta sola *asintoto* dinota un *asintoto* retto.

L'*Asintoto* si definisce ancora più esattamente una linea retta, che essendo indefinitamente prolungata, s'avvicina continuamente ad una curva, o ad una *porzione di curva* essa pure prolungata indefinitamente, in modo che la sua distanza da questa curva o porzione di curva non mai divenga zero assoluto, ma può essere sempre trovata più picciola di alcuna data grandezza.

Dico, 1.° di una curva, o di una porzione di curva, affin che la definizione convenga tanto alle curve serpeggianti che alle altre.

Perchè la linea *f b* (*Fig.* 20 *n.°* 3), non può essere considerata come l'*asintoto* della curva serpeggiante *m n o p r s*, che quando questa curva ha preso un corso regolato relativamente ad essa, cioè, un corso per il quale ella è stata sempre nell'approssimarsi.

Dico 2.° che la distanza dell'*asintoto* dalla curva può essere sempre trovata minore di alcun' altra data grandezza; perchè senza questa condizione, la definizione converrebbe all'*asintoto* ed alle sue parallele. Ora una definizione non deve convenire che alla cosa definita.

Si dice qualche volta che due curve sono *asintote* l'una all'altra, allora quando indefinitamente prolungate vanno approssimandosi continuamente, senza mai potersi incontrare. Così, due parabole dello stesso parametro, che hanno per asse una stessa linea retta, sono *asintote* l'una all'altra.

Tra le curve del secondo grado, cioè, tra le sezioni coniche, non vi è che la iperbole, la quale abbia degli *asintoti*.

Tutte le curve del terzo ordine hanno sempre alcuni rami infiniti, ma questi rami infiniti non hanno sempre degli *asintoti*; testimonj ne sono le parabole cubiche, e quelle che il Sig. Newton ha chiamato *parabole divergenti del terzo ordine*. Quanto alle curve del quarto ordine, ve ne è una infinità, che non solamente non ha che quattro *asintoti*, ma che non ha nulla, neppur rami infiniti, come l'ellisse del Sig. Gassini. *Ved.* Curva, Ramo di curva, ec.

La concoide, la cissoide, e la logaritmica, che non si pone nel numero delle curve geometriche, hanno ciascheduna un *asintoto*.

L'*asintoto* della concoide è propriissimo per dare delle chiare nozioni degli *asintoti* in generale. Sia (*Tavola di Analisi Fig.* 1) *M M A M* una porzione della concoide, *C* il polo di questa curva, e *B D* una linea retta, al di là della quale le parti *Q M*, *E A*, *Q M*, ec. delle rette tirate dal polo *C*, sono tutte tra loro eguali. Posto questo, la retta *B D* sarà l'*asintoto* della curva perchè la perpendicolare *M I* essendo più corta di *M O*, ed *M R* più corta di *M Q* ec., ne siegue che la retta *B D* va approssimandosi continuamente alla curva *M M A M*; in modo che la distanza *M R* va sempre diminuendo, e forse così picciola quanto si vorrà, senza tuttavia essere giammai assolutamente nulla. *Ved.* Divisibilità, Infinito, ec.

Si tracciano nel modo seguente gli *asintoti* dell'iperbole. Sia (*Tavola delle sez. conic. Fig.* 20) una retta *D E* tirata dalla sommità *A* dell'iperbole, parallela alle ordinate *M m*, ed eguale all'asse conjugato *d e*; in modo che la parte *A E* sia eguale alla metà di quest'arco, e l'altra parte *D A* eguale all'altra metà. Le due linee tirate dal centro *C* dell'iperbole per li punti *D*, ed *E*, cioè *C F* e *C G*, saranno gli *asintoti* di questa curva.

Il risultato di quanto abbiamo detto fino ad ora, è, che una curva può avere in certi casi per *asintoto* una retta, ed in altri casi una curva. Tutte le curve che hanno dei rami infiniti, hanno sempre l'uno o l'altro di questi *asintoti*, e qualche volta tutti due; l'*asintoto* è retto, quando il ramo infinito è iperbolico; l'*asintoto* è curvo, quando il ramo infinito è parabolico; ed allora l'*asintoto* curvo è una parabola di un grado più o meno elevato. Così la teoria degli *asintoti* delle curve dipende da quella dei loro rami infiniti. *Ved.* Ramo.

Una curva geometrica non può avere più di *asintoti* retti, che ella ha di unità nell'esponente del suo ordine. *Ved.* Stirling, *enum. lin.* 3, *ord. prop.* VI, *cor.* 7, e l'*Introduzione all' analisi delle linee curve* del Sig. Cramer, *pagina* 344, *art.* 147. Quest'ultima opera contiene una eccellente teoria degli *asintoti* delle curve geometriche e dei rami loro, *cap. VIII.*

Se l'iperbole *G M R*, (*Fig.* 22), è una delle curve, la di cui natura espressa dall'equazione agli *asintoti*, sia rinchiusa nell'equazione generale $x^m y^n = a^{m+n}$, tirate la retta *P M*, per tutto ove vorrete, parallela all'*asintoto C S*; compite il parallelogrammo *P C O M*. Questo parallelogrammo sarà allo spazio iperbolico *P M G B*, terminato dalla linea *P M*, dall'iperbole indefinitamente continua verso *G*, e dalla parte *P B* dell'*asintoto* indefinitamente prolungato dallo stesso lato, come $m - n$ è ad n. Così allorquando m sarà più grande di n, lo spazio iperbolico sarà quadrabile. Se $m = n$, come nell'iperbole ordinaria, il parallelogrammo *P C O M* sarà allo spazio iperbolico, come zero è a 1, cioè che questo spazio sarà infinito relativamente al parallelogrammo, e per conseguenza non quadrabile. Finalmente, se m è minore di n, il parallelogrammo sarà allo spazio iperbolico come un numero negativo al numero positivo, lo spazio *P M G B* sarà infinito, e lo spazio *M P C E* sarà quadrabile. *Ved.* il fine del quinto libro delle *sezioni coniche* del Sig. March. de l'Hopital. *Ved. anche una Memoria* del Sig. Varignon, impressa nel

1705.

1705, fra quelle dell' Accademia reale delle Scienze, che porta il titolo: Riflessioni sugli spazj più che infiniti del Sig. Wallis. Questo ultimo geometra pretende che lo spazio $PMGB$, essendo al parallelogrammo come un numero positivo ad un numero negativo, lo spazio $PMGB$ sia più che infinito. Il Sig. Varignon censura questa espressione, che certamente non è esatta. Ciò che si può assicurare, si è, che lo spazio $PMGB$ è uno spazio più grande di alcun altro spazio finito, e per conseguenza, eh' egli è infinito.

Per provarlo, e per rendere la dimostrazione più semplice, facciamo $a = 1$, ed avremo l' equazione $x^m y^n = 1$, o $y = x^{-\frac{m}{n}}$ (*Ved.* Esponente). Dunque $y\,dx$, elementi dell' area $PMGB = x^{-\frac{m}{n}}\,dx$, la di cui integrale (*Ved.* Integrale) è $\frac{x}{-\frac{m}{n}+1}$; per compiere questa integrale, bisogna eh'ella sia $= 0$, allora quando $x = 0$; dal che ne siegue che l' integrale completa è $\frac{0}{-\frac{m}{n}+1} + \frac{x}{-\frac{m}{n}+1}$. Dunque, 1.° se $m < n$, si ha $1 - \frac{m}{n}$ eguale ad una quantità positiva. Così, l' integrale si riduce a $\frac{x}{1-\frac{m}{n}}$ che rappresenta lo spazio $ECPM$; dal che si rileva, che questo spazio è finito tanto che x è finito, e che quando x diviene infinito, anche lo spazio diviene infinito. Dunque lo spazio totale rinchiuso dalla curva e li suoi due *asintoti*, è Infinito; e siccome lo spazio $ECPM$ è finito, ne siegue che lo spazio restante $PMGB$ è infinito.

Non vi è che l' iperbole ordinaria dove gli spazi $PMGB$, $ECPM$, sieno tutti due infiniti; in tutte le altre iperbole uno degli spazj è infinito, e l'altro finito; lo spazio infinito è $PMGB$, nel caso di $m < n$, e nel caso di $m > n$ è $PMCE$. Ma bisogna osservare di più che nel caso di $m < n$, lo spazio infinito $PMGB$ è in qualche maniera più grande di quello dell' iperbole ordinaria, sebbene l' uno e l' altro spazio sieno tutti due infiniti; da questo certamente ebbe luogo il termine *più che infinito* del Sig. Wallis. Per rischiarare questa questione, supponiamo $CP = 1$ e $PM = 1$, ed immaginiamoci per il punto M una iperbole equilatera tra li due *asintoti* CB, CE, che io suppongo fare qui un angolo retto; indi per lo stesso punto M descriviamo una iperbole, la di cui equazione sia $x^m y^n = 1$, m essendo $< n$: egli è chiaro che nell' iperbole ordinaria $y = x^{-1}$, e che in questo, $y = x^{-\frac{m}{n}}$; dove si vede che x essendo più grande di 1, cioè che CP, l'ordinata corrispondente dell' iperbole ordinaria sarà più picciola di quella dell'altra iperbole. In fatto, se x è più grande di 1, e che $\frac{m}{n}$ sia < 1, ne siegue che $x^{-\frac{m}{n}}$, sarà $> x^{-1}$, poichè m essendo $< n$, si ha $x^n > x^m$, allora quando x è più grande di 1. Dal che ne siegue che $x > x^{\frac{m}{n}}$ e $\frac{1}{x}$, ovvero $x^{-1} > \frac{1}{x^{\frac{m}{n}}}$, o $x^{-\frac{m}{n}}$.

Dunque lo spazio $PMGB$ dell' iperbole rappresentata da $x^m y^n = 1$, rinchiuderà lo spazio dell' iperbole ordinaria rappresentata dall' equazione $xy = 1$, ed avente la stessa ordinata PM. Così sebbene questo ultimo spazio sia infinito, si può dire che l' altro, eh' è infinito, è in maggior ragione, ed è in qualche maniera un infinito più grande. *Ved.* all' articolo Infinito, la chiara nozione e netta che devesi formare di questi preteśi infiniti più grandi degli altri.

Sia MS (*Fig.* 33) una logaritmica, PR il suo *asintoto*, PT la sua sottangente, e PM una delle sue ordinate. Lo spazio indeterminato $RPMS$ sarà eguale a $PM \times PT$; ed il solido generato dalla rivoluzione della curva intorno al suo *asintoto* PV, sarà eguale alla metà del cilindro, che averà per altezza una linea eguale alla sottangente, e per semidiametro della sua base una linea eguale all' ordinata QV. *Ved.* Logaritmica. (*O*).

Asintotico, *asymptoticus*, *spazio asintotico* è lo spazio rinchiuso tra una iperbole ed il suo *asintoto*, od in generale tra una curva ed il suo *asintoto*; questo spazio è qualche volta finito, e qualche volta infinito. *Ved.* Asintoto. (*O*).

Aspetto, *aspectus*, *in Astronomia*, dicesi della situazione delle stelle o delli pianeti, gli uni per rapporto agli altri; ovvero è una certa configurazione o relazione mutua tra li pianeti, che viene dalle loro situazioni nel zodiaco, in virtù delle quali gli astrologi credono che il

il loro potere o forze crescano o diminuiscano, secondo che le loro qualità attive o passive si convengono o contrariano. *Ved.* PIANETA, ASTROLOGIA.

Sebbene queste configurazioni possono essere varie e combinate in mille maniere, tuttavia non se ne considera che un picciolo numero; perciò più esattamente si definisce l'*aspetto* il rincontro od un angolo di raggi luminosi, che vengono da due pianeti alla terra. *Ved.* ANGOLO e RAGGIO.

La dottrina degli *aspetti* è stata introdotta dagli astrologi come il fondamento delle loro predizioni. Perciò il Keplero definisce l'*aspetto*, un angolo formato da dei raggi, che partendo da due pianeti, vengono ad incontrarsi sulla terra, ed hanno la proprietà di produrre qualche naturale influenza. Sebbene tutte queste opinioni sieno chimetiche, tuttavia qui brevemente le riporteremo.

Gli antichi contavano cinque *aspetti*, cioè la congiunzione segnata dal carattere ☌, l'opposizione con ☍, l'*aspetto* trino per △, l'*aspetto* quadrato per □, e l'*aspetto* sestile per ✶. La congiunzione e l'opposizione sono due *aspetti* estremi, il primo essendo il minor di tutti, ed il secondo il più grande o l'ultimo. *Ved.* CONGIUNZIONE, e OPPOSIZIONE.

L'*aspetto* trigono o trioo è la terza parte di un circolo, o l'angolo misurato dall'arco *AB*. (*Tav. Astron. Fig.* 285.)

L'*aspetto* tetragono o quadrato è la quarta parte di un circolo, o l'angolo misurato dal quarto di circolo *AD*: l'*aspetto* sestile, ch'è la sesta parte di un circolo o di un angolo, è misurato dal sestante *AG*. *Ved.* TRIGONO, TETRAGONO, QUADRATO e SESTILE.

Rapporto alle influenze che si suppongono degli *aspetti*, si dividono in *benefiche*, *maligne*, ed *indifferenti*.

L'*aspetto* quadrato e l'opposizione sono riputati *maligni* o *malefici*; il trino ed il sestile *benigni* o *propizj*; e la congiunzione un *aspetto indifferente*. *Ved.* il libro *de judiciis*, attribuito a Tolomeo.

Alli cinque aspetti degli antichi, i moderni vi hanno aggiunto molti altri, come il *decile* che contiene la decima parte di un circolo; il *tridecile*, che ne contiene tre decimi; ed il *biquintile*, che contiene quattro decimi o due quinti. Keplero ne aggiunte degli altri, che dice avere riconosciuti efficaci con osservazioni meteorologiche, come il *semisestile*, che contiene la duodecima parte di un circolo, ed il *quinconze*, che ne contiene cinque duodecimi. Finalmente, siamo debitori alli medici astrologi di un *aspetto ottile*, contenente un ottavo del circolo, e di un *aspetto triottile*, che contiene tre ottavi. Alcuni medici hanno anche posto l'*aspetto quintile*, che contiene un quinto del circolo, e l'*aspetto biquintile*, che, come si è detto, ne contiene due quinti.

Caratteri degli aspetti.

☌ Congiunzione.	*T d* Tridecile.
S S Semisestile.	△ Trino.
✶ Sestile.	*B q* Biquintile.
Q Quintile.	*V c* Quinconze.
□ Quadrato o Quartile.	☍ Opposizione.

L'angolo intercettato tra due pianeti nell'*aspetto* di congiunzione è = 0; nell'*aspetto* semisestile, egli contiene 30 gradi; nel decile 36°; nell'ottile 45°; nel sestile 60°; nel quintile 72°; nel quartile 90°; nel tridecile 108°; nel trino 120°; nel triottile 135°; nel biquintile 144°; nel quinconze 150°; nell'opposizione 180°.

Questi angoli od intervalli si contano con li gradi di latitudine delli pianeti, talmente che gli *aspetti* sono giudicati gli stessi, sia che un pianeta si trovi nell'ecclitica, ossia fuori di questo circolo.

Si dividono ordinariamente gli *aspetti* in *partili* e *platici*. Gli *aspetti* partili hanno luogo quando i pianeti sono distanti gli uni dagli altri di gradi che precisamente contengono alcuna delle precedenti divisioni. Non vi sono che questi, che sieno propriamente *aspetti*. Gli aspetti platici accadono allorchè i pianeti non sono gli uni rapporto agli altri precisamente in alcuna delle divisioni, delle quali abbiamo parlato. (*O*).

ASPIRANTE in *Idraulica:* chiamasi un tubo *aspirante* quello di cui si fa uso in una tromba per alzar l'acqua ad una certa altezza. Deve essere di un piombo sodamente lavorato in modo che non vi sieno impedimenti che vietino all'acqua di salire.

ASPIRAZIONE, è la cosa stessa in *Idraulica*, che *ascensione*. L'acqua nelle trombe non può molto essere aspirata più di 25 o 26 piedi di altezza, sebbene si possa spingerla, secondo le regole, fino a piedi 32, purchè l'aria esteriore comprima la superficie dell'acqua del pozzo o del fiume nel qual è tuffato il tubo dell'*aspirazione*; allora la colonna d'acqua fa equilibrio con la colonna d'atia. *Ved.* TROMBA.

Se non si aspira l'aria che a 20 o 26 piedi di altezza, si fa perchè lo stantuffo abbia maggior vivacità e forza per tirar l'acqua. *Ved.* ARIA, TROMBA. (*K.*).

ASPREZZA, (*Mec.*), si chiama così l'ineguaglianza e la scabrezza della superficie di un corpo, per la quale alcuna delle sue parti s'alza sopra del resto, in modo che impedisce di passar la mano sopra con facilità e liberamente. *Ved.* PARTICOLA.

L'*asprezza* o la scabrezza è opposta alla *dolcezza*, all'eguaglianza, a ciò ch'è unito e polito, ec. Li strofinamenti delle superficie contigue sono prodotti dalla loro *asprezza*. *Ved.* SUPERFICIE e STROFINAMENTO.

L'*asprezza* più o meno grande delle superficie dei corpi, è una cosa puramente relativa.

I cor-

I corpi che ci moſtrano di avere la ſuperficie molto unita, veduti col microſcopio, altro non ſono che un teſſuto di rugoſità ed ineguaglianze.

Secondo quanto che il Sig. Boyle rapporta di Vermoſen, famoſiſſimo cieco per la delicatezza e finezza del ſuo tatto col quale egli diſtingueva li colori, parerebbe che ogni colore aveſſe il ſuo grado o ſpezie particolare di *aſprezza*. Il nero moſtra di eſſere più ruvido, come è il più oſcuro fra i colori; ma gli altri non ſono più dolci a proporzione che ſono più luminoſi; cioè, che il più ruvido non è quello ſempre che riflette minor quantità di luce: mentre il giallo è più ruvido del turchino; ed il verde, ch'è il colore medio, è più ruvido dell'uno e dell'altro. *Ved.* Colore e Luce. (*O*).

ASSE (*Meccanica.*) Un *aſſe* è, propriamente parlando, una linea o lungo pezzo di ferro o di legno che paſſa per il centro di un corpo, e ſerve a farlo girare ſu di lui ſteſſo.

In queſto ſenſo chiamiamo *aſſe* di una sfera o di un globo l'*aſſe* di una ruota. *Ved.* Globo, Ruota, ec.

L'*aſſe* di una Bilancia è una linea retta, ſulla quale ella ſi gira e ſi muove. *Ved.* Bilancia.

L'*aſſe di oſcillazione* di un pendulo è una linea retta parallela all'orizzonte, che paſſa per il centro intorno al quale un pendolo fa le ſue vibrazioni. *Ved.* Oscillazione, Pendolo.

Aſſe in Geometria. L'*aſſe* di rotazione o di circonvoluzione è una linea retta, intorno alla quale s'immagina una figura piana, che ſi muove, per produrre in queſto moto un ſolido, od una linea che ſi muove per formare una ſuperficie. *Ved.* Solido, Generazione ec.

Così, per formare una sfera figuriamoci che giri un ſemicerchio ſul ſuo diametro. Per avere un cono retto figuriamoci che un triangolo rettangolo giri ſu di uno dei lati che formano l'angolo retto, come ſu di un aſſe.

L'*aſſe* di un circolo o di una sfera è una linea retta che paſſa per il centro del circolo o della sfera, e ſi termina con l'una e l'altra delle ſue eſtremità alla circonferenza del circolo, od alla ſuperficie della sfera. *Ved.* Circolo, Sfera.

L'*aſſe* del circolo ſi chiama anche il ſuo *diametro*. *Ved.* Diametro. Un circolo ha dunque un'infinità di *aſſi*.

S'intende ancora più generalmente per *aſſe*, una linea retta tirata dalla ſommità di una figura ſul mezzo della ſua baſe. *Ved.* Figura, Sommità, Base, ec.

L'*aſſe* di un cilindro retto o rettangolo è propriamente queſta linea immobile, intorno alla quale gira il parallelogrammo rettangolo, che con queſto moto produce il cilindro retto. *Ved.* Cilindro.

In generale, la linea retta che paſſa per il centro delle baſi oppoſte dei cilindri, n'è l'*aſſe*, ſia che queſti ciſindri ſieno retti, ſia che ſieno obliqui.

L'*aſſe* di un cono retto è la linea retta, od il lato, ſul quale ſi fa movere il triangolo rettangolo, che ha prodotto il cono. *Ved.* Cono.

Da queſto ne deriva che non vi è propriamente altro che il cono retto, che abbia un aſſe; perchè non vi è modo di formare il cono obliquo, facendo muovere il triangolo intorno ad uno dei ſuoi lati immobili.

Ma per analogia, tutti gli autori, i quali hanno trattato delli coni, hanno detto che la linea tirata dalla ſommità del cono obliquo al centro della ſua baſe, n'era l'*aſſe*.

L'*aſſe* di una ſezione conica è una linea retta, che paſſa per il mezzo della figura, e che interſeca ad angoli retti ed in due parti eguali tutte le ordinate.

Così, (*Sez. coniche*, *Fig.* 31.) ſe *AP* è perpendicolare ad *FE*, paſſando per il centro *C*, e che divida la ſezione in due parti eguali, ſimili, e ſimilmente ſituate rapporto a queſta linea *AP*, ella ſarà l'*aſſe* di queſta ſezione. *Ved.* Conico.

L'*aſſe* tranſverſo o il grand'aſſe di una ellisſe, è la coſa ſteſſa. Chiamaſi così per diſtinguerlo dal ſuo conjugato, o dal ſuo picciolo *aſſe*. *Ved.* Transverso.

Nell'ellisſe l'*aſſe* tranſverſo è il più lungo; e nell'iperbole taglia queſta curva alli punti *A* e *P*, (*Fig.* 32.)

Aſſe conjugato, o ſecondo *aſſe* dell'ellisſe è (*Fig.* 31) la linea *FE* che paſſa per il centro *C* della figura, parallelamente all'ordinata *MN*, e perpendicolarmente all'*aſſe* tranſverſo *AP*, e che ſi termina con l'una e l'altra delle ſue eſtremità alla curva. *Ved.* Ellisse, e Conjugato.

L'*aſſe* conjugato è il più corto nell'ellisſe: queſta curva non è la ſola, ove l'*aſſe* tranſverſo abbia il ſuo conjugato; egli è comune con l'iperbole.

L'*aſſe* conjugato od il ſecondo *aſſe* di una iperbole è una retta *EF*, (*Fig.* 32.) che paſſa per il centro parallelamente alle ordinate *MM*, *MN*, e perpendicolarmente all'*aſſe* tranſverſo *AP*. *Ved.* Iperbole.

L'*aſſe* della parabola è di una lunghezza indeterminata, vale a dire, indefinita. L'*aſſe* dell'ellisſe è di una lunghezza determinata. La parabola non ha che un *aſſe*; l'ellisſe e l'iperbole ne hanno due. *Ved.* Curva.

Secondo le precedenti definizioni, l'*aſſe* di una curva è in generale una linea tirata nel piano di queſta curva, e che la divide in due parti eguali, ſimili e ſimilmente poſte da una parte e dall'altra di queſta linea. Così v'è un gran numero di curve che non hanno *aſſe* poſſibile: pure per la facilità delle denominazioni, ſi è ſtabiliro di chiamare generalmente *aſſe* di una curva una qualunque linea tirata, ove vortaſſi, nel piano di queſta curva, ſulla quale ſi pren-

prendono le ascisse, ed alla quale le ordinate della curva sono perpendicolari. Così ogni curva in questo senso può avere un *asse* posto ove si vorrà. Se le ordinate non sono perpendicolari, l'*asse* si chiama *diametro*. *Ved.* Ascissa, Diametro, Ordinata.

Una curva non incontra il suo *asse* che nelli punti, ne' quali l'ordinata è eguale a zero.

In generale, chiamasi la linea delle ascisse *asse delle ascisse*, o semplicemente *asse*; e la linea delle ordinate, *asse delle ordinate*; (sempre con questa condizione che li due *assi* sieno perpendicolari l'uno all'altro, altrimenti sono due diametri). Pure molti autori, tra gli altri il Sig. Cramer, chiamano queste due linee *assi*, qualunque angolo facciano tra loro.

Per sapere li punti ne' quali la curva interseca l'*asse* delle ascisse, non si fa altro che $y = o$ nella equazione della curva; l'equazione restante non conterrà più che x, e la curva taglierà l'*asse* delle *ascisse* in tanti punti, quante sono le radici della di lei equazione.

Al contrario per trovare li punti, ne' quali la curva taglia l'*asse* delle ordinate, bisogna fare $x = o$. *Ved. l'introduzione all'analisi delle linee curve del* Sig. Cramer, *Ginevra*, 1750.

Asse in ottica. L'*asse* ottico o visuale è un raggio che passa per il centro dell'occhio; ovvero è il raggio che, passando per mezzo del cono luminoso, cade perpendicolarmente sul cristallino, e per conseguenza passa anche per il centro dell'occhio. *Ved.* Ottica, Raggio, Cono, Visione, ec.

L'*asse* medio o comune è una retta tirata dal punto del concorso delli due nervi ottici, sul mezzo della linea retta che giunge l'estremità delli nervi stessi. *Ved.* Nervo ottico.

L'*asse* di una lente o di un vetro, è una linea retta che fa parte dell'*asse* del solido, del quale la lente è un segmento. *Ved.* Lente e Vetro.

Così una lente sferica convessa essendo un segmento di sfera, l'*asse* di questa lente sarà l'*asse* stesso della sfera, od una linea retta che passa per il centro della sfera. *Ved.* Convesso.

Si può anche definir l'*asse* di un vetro una linea retta che giunge li punti del mezzo di due superficie di questo vetro. *Ved.* Vetro.

L'*asse* d'incidenza, in *Diottrica* è una linea retta che passa per il punto d'incidenza, perpendicolarmente alla superficie infringente. *Ved.* Incidenza.

L'*asse* di refrazione è una linea retta tirata dal punto d'incidenza o di refrazione, perpendicolarmente alla superficie infringente. *Ved.* Refrazione.

L'*asse* della calamita, o l'*asse* magnetico, è una linea retta, le di cui estremità sono li poli della calamita. *Ved.* Magnetismo.

Asse nel tamburo, *axis in peritrochio*, è una delle cinque macchine semplici, inventate per alzare i pesi. *Ved.* Meccanica, Potenza, ec.

Questa macchina è composta di una specie di tamburo, figurato da AB, (*Mec. Fig.* 44,) mobile, con un cilindro che gli è concentrico intorno all'*asse* EF. Questo cilindro si chiama l'*asse*; ed il tamburo *ruota*. Le leve adattate al cilindro, senza che vi sia alcuna volta il tamburo, chiamaosi *raggi*. *Ved.* Tornio. Nel moto del tornio, una corda gira sul cilindro, e fa salire il peso.

Si riportano all'*asse* nella ruota, tutte le macchine nelle quali si rileva che lo sforzo si fa col mezzo di una circonferenza o tamburo fissato sul cilindro, la di cui base è nel piano stesso di questa circonferenza, come nella grue, nei mulini, negli argani ec. *Ved.* Ruota.

Proposizioni sull'asse nella ruota. 1°. Se la potenza applicata all'*asse* nella ruota seguendo la direzione AL, (*Fig.* 10,) è perpendicolare al raggio, e se questa potenza è al peso G, come il raggio CE dell'*asse* o del cilindro è al raggio CA della ruota, la potenza ed il peso faranno un equilibrio.

2°. Se la potenza applicata in F agisce secondo la direzione FD, obliqua al raggio della ruota, ma parallela ad AL, questa potenza farà ad una potenza che le farà equilibrio, e che agirà secondo AL, come il seno totale è al seno dell'angolo della direzione CFD.

3°. Le potenze applicate alla ruota in differenti punti F, K, ec. secondo le direzioni FD, KI, ec. parallele alla direzione perpendicolare AL, e facendo equilibrio con lo stesso peso G, sono tra esse reciprocamente come le distanze al centro del moto CD, CI, ec. *Ved.* Leva.

Così a misura che la distanza dal centro del moto aumenta, la potenza diminuisce nella proporzione stessa, e *viceversa*.

Dal che ne segue ancora che giacchè il raggio AC è la maggior distanza possibile, e che la potenza che agisce nella direzione AL gli è tutta perpendicolare, farà la più picciola di tutte quelle che saranno capaci di fare equilibrio col peso G.

4°. Se una potenza che agisce nella divisione perpendicolare AL, fa montare il peso G, lo spazio percorso dalla potenza farà allo spazio percorso nel tempo stesso dal peso, come il peso alla potenza.

Perchè ad ogni rivoluzione della ruota la potenza averà scorso la circonferenza intera della ruota, ed il peso averà montato nel tempo stesso di una quantità eguale alla circonferenza del cilindro; dunque lo spazio scorso dalla potenza è allo spazio scorso dal peso, come la circonferenza della ruota è alla circonferenza dell'*asse*: ma la potenza è al peso, come il raggio dell'*asse* è a quello della ruota; dunque ec.

5°. Una potenza A ed un peso G essendo dato, ecco la maniera di costruire un *asse* nella ruota in cui la potenza sia in equilibrio col peso.

Sia

Sia il raggio dell'*asse* tale, che il peso possa essere sostenuto, senza che quest'*asse* si rompa; fate poi, come la potenza è al peso, così il raggio dell'*asse* al raggio della ruota.

Allora dunque che la potenza sarà molto picciola relativamente al peso, bisogoerà che il raggio della ruota sia molto grande: sia per esempio il peso = 3000 e la potenza 50: il raggio della ruota deve essere a quello dell'*asse*, perchè vi sia equilibrio, come 60 ad 1.

Si rimedia a questo inconveniente accrescendo il numero delle ruote e degli *assi*; facendo girare le une sulle altre col mezzo di denti e di rocchetti. (O).

Asse *di un quadrante*, è lo stilo che segna l'ora. *Ved.* QUADRANTE.

ASSENTE. (*Calcolo delle probabilità*). Allora quando Niccolò Bernulli, nipote del celebre Giacomo e di Giovanni Bernulli, sostenne a Basilea nel 1709, la sua tesi di Legge; come era un grande geometra, egualmente che giurisconsulto non potè a meno di trattar una materia che ammettesse anche la Geometria. Prese dunque per argomento della sua tesi, *de usu artis conjectandi in jure*; cioè *dell'applicazione del calcolo delle probabilità alle materie di giurisprudenza*, ed il terzo capitolo di questa tesi tratta del tempo in cui un *assente dev'essere riputato per morto*. Secondo lui, dev'essere giudicato tale, allora quando due volte più vi è a scommettere che sia morto, in vece che sia vivo. Supponiamo dunque un uomo partito dal suo paese in età di venti anni, e vediamo, secondo la storia del Bernulli, in qual tempo può essere giudicato morto.

Secondo le tavole date dal Sig. Deparcieux, dell'Accademia Reale delle Scienze, di 814 persone vive in età di 20 anni, non ne restano in età di 72 anni che 271, che sono ad un di presso il terzo di 814; dunque sono morti due terzi da 20 fino a 72, cioè in 52 anni; dunque al fin di 52 anni vi sono due volte più a scommettere per la morte che per la vita di un uomo che si assenta fino dall'età di 20 anni. Qui ho scelto la tavola del Sig. Deparcieux, e l'ho preferita a quella che servì, per quanto appare, al Bernulli, contentandomi di applicarvi il suo ragionamento: ma io credo il nostro calcolo molto più valido in questa occasione, per una parte, e troppo debole per un altra; perchè, 1°. da una parte, la tavola del Sig. Deparcieux è stata fatta sulle rendite delle tontine, che, come egli stesso osserva, vivono ordinariamente più degli altri, perchè per ordinario si mette alla tontina quando si è bene costituito, e si può lusingarsi di avere una vita lunga. Al contrario, sembra che un uomo, il quale è assente, e che da molto tempo non ha dato nuova di se alla sua famiglia, si trovi almeno nell'indigenza e nell'estrema sciagura, il che, unitamente alla fatica del viaggio, non può fare a meno di non abbreviare i suoi giorni. 2°. Dall'altra parte, non vedo perchè non basti perchè un uomo si creda morto, ch'abbia soltanto due contro uno a scommettere ch'egli è specialmente nel caso di cui si tratta. Perchè, quando si deve disporre delli beni di un uomo, e spogliarlo senz'altra cagione, fuor che la sua lontananza, la legge deve supporre sempre la sua morte certa. Questo principio mi pare sì evidente e sì giusto, che se la tavola del Sig. Deparcieux non fosse fatta su genti che vivono ordinariamente più lungo tempo degli altri, io crederei che l'*assente* non dovesse esser creduto morto che nel tempo, in cui non resta alcuno delle 814 persone dell'età di 20 anni, cioè, di 93 anni. Ma siccome la tavola del Sig. Deparcieux sarebbe, in questo caso, troppo favorevole agli *assenti*, si potrà, come mi sembra, fare una compensazione, prendendo l'annata in cui non resta che il quarto delle 814 persone, cioè circa 75 anni. Una tal questione sarebbe più facile a decidersi, se si avessero delle Tavole delle morti delli viaggiatori: ma queste Tavole ancora ci mancano, perchè sono difficilissime, e forse impossibili ad eseguirsi.

Il Sig. di Buffon ha dato nel fine del terzo volume della sua storia naturale, delle Tavole sulla durata della vita, più esatte e più comode di quelle del Sig. Deparcieux, per risolvere il problema, di cui si trattà, perchè fatte su tutti gli uomini senza distinzione, e non soltanto per li censuarj. Queste Tavole sarebbero forse ancora un po' troppo in favore dei viaggiatori, che generalmente devono vivere meno che gli altri uomini ma, siccome lo sono meno dell'altre, in vece di prendere li tre quarti, come abbiam fatto nelle Tavole del Deparcieux, sarebbe bene il non prendere che li $\frac{5}{6}$ o $\frac{7}{8}$. Il calcolo è facile a farsi; ed a noi basta l'averne indicato il metodo. (O).

Suppone la soluzione di questo problema un'altra teoria sulla morale probabilità degli avvenimenti della già riportata. Questa nuova teoria è del Sig. Buffon, ed ora porremo il lettore in istato di soddisfarsi sulla questione presente *degli assenti riputati per morti*, indicandogli i principj che seguire potrebbe. E certo che quando si tratta di decidere con una supposizione del ben essere dell'uomo, che contro lui non ha che l'assenza, bisogna avere la possibile maggior certezza che la supposizione sia vera. Ma come avere questa più grande certezza morale possibile? Dove prendere questo *maximum*? Come determinarlo? Ecco come il Sig. Buffon vuole che si prenda, ed è certo che la sua idea è ingegnosissima, e ci dà la soluzione di un gran numero di questioni imbarazzate, come quelle sul problema della somma che deve scommettere a croce od a mucchio un giuocatore *A*, contro un giuocatore *B*, che gli dovesse uno scudo, se *B* conducesse mucchio a primo colpo; due scudi, se *B* gli conducesse di nuovo mucchio al secon-

do colpo; quattro ſcudi ſe *B* gli conduceſſe ancora mucchio al terzo, e così del reſto; perchè è chiaro che la ſpeta di *A* dev'eſſere determinata ſulla certezza maggiore morale poſſibile che avere ſi poſſa, che *B* non paſſerà un certo numero di colpi. Ito che ſa che la queſtione vadi nel fioito, e le dà dei limiti. Ma ſi averà nel caſo degli *aſſenti*, la maggiore certezza morale poſſibile della ſua morte, o di un avvenimento in generale, per quello, ove un numero di nomini ſarebbe aſſai grande che alcuno non temeſſe la maggiore ſciagura, che inſallibilmente doveſſe accadere ad uno di eſſi. Eſempio. Prendiamo dieci mila uomini della ſteſſa età, della ſteſſa ſalute ec., fra li quali ne deve morire uno oggi: ſe queſto numero non è abbaſtanza grande per liberare interamente del timore della morte ciaſcheduno di eſſi, prendiamone venti. In queſt'ultima ſuppoſizione, il caſo in cui ſi averebbe la maggior certezza poſſibile morale che un nomo ſarebbe morto, queſto ſarebbe quello nel quale di queſti venti mila uomini vivi, quando è *aſſente*, non ne reſterebbe più che uno.

Ecco la ſtrada che deveſi qui ſeguire ed in ogni altra ſimile congiuntura, in cui l'umanità ſembra eſigere la ſuppoſizione più ſavorevole.

Abbiamo creduto dover aggiungere a queſto articolo, tratto dalla prima edizione dell'Enciclopedia, i riſleſſi ſeguenti.

I. La nuova Teoria che il Sig. Buffon ha propoſto, non ci pare che poſſa eſſere ammeſſa.

1°. Ella è ineſatta in ſe ſteſſa, perchè tende a confondere due coſe di differente natura, la probabilità, e la certezza.

2°. Ella non ſerve che a ſimplificare il calcolo, nel caſo, in cui il riſultato, al quale queſta ipoteſi condurrebbe, non differiſce che in un modo inſenſibile dai rigoroſi riſultati; così, ella non deve eſſere adoperata per riſolvere alcuna delle difficoltà che poſſono ſuſcitarſi ſu li principj ſteſſi del calcolo.

3°. Non ſi concede ſul calcolo d'impiegare come aſſoluta una determinazione approſſimata, che per una quantità di cui ſi conoſce il valore pochiſſimo differente dal reale, ed il valore della quale ſia incerto; ora qui il valore della certezza è determinato ed eguale all'unità. Così, non v'ha ragione per ſupponere nel calcolo, nè alcuna probabilità eguale all'unità, nè la certezza eguale ad una frazione poco differente dall'unità.

4°. Allora quando ſi concede di negligere una quantità, è ſempre per la ragione che la ſi riguarda come nulla, rapporto a quella che ſi ſuole conoſcere, ed è ciò che non può aver luogo qui. Ogni volta che la probabilità di un avvenimento è pochiſſimo differente dall'unità, la probabilità dell'avvenimento contrario è una picciolisſima quantità. Così, poſſo ben riguardare come foſſero egualmente probabili gli avvenimenti, le

probabilità de' quali ſono $\frac{10000}{10 \quad - 1}$,

10^{10000}

e $\frac{10001}{10 \quad - 1}$ ſono pochiſſimo differenti.

10^{10001}

Ma non è lo ſteſſo degli avvenimenti contrarj, la probabilità de' quali $\frac{1}{10^{10000}}$,

$\frac{1}{10^{10001}}$ ſono nel rapporto di uno a dieci.

5°. Un *maximum* di probabilità è un'eſpreſſione che non ſi può intendere in matematica; il *maximum* della probabilità ſarebbe 1, ed ella non può attenderſi. Ma ſi può ſtabilire un *maximum* di probabilità, cioè una probabilità, ſotto la quale, per eſempio, non può eſſere conceſſo nè di condannare un uomo, nè ſpogliarlo dei ſuoi beni, nè riputarlo morto. Queſta idea è aſſolutamente oppoſta a quella che propone il Sig. Buffon, ed è la ſola che ſi debba ammettere.

II. Nelle queſtioni relative alli beni degli *aſſenti* biſogna eſaminare ſeparatamente le tre ſeguenti ipoteſi:

Quella in cui l'*aſſente* ritornaſſe al fine di un certo tempo; quella in cui l'*aſſente* non ritornaſſe più, ma in cui è riconoſciuta l'epoca della ſua morte; e quella in cui s'ignora queſt'epoca per ſempre.

Poſto queſto, dimanderemo prima dietro a qual principio ſi debba regolare l'amminiſtrazione dei beni di un *aſſente*, perchè, nel caſo in cui ritornaſſe, non aveſſe provato alcuna ingiuſtizia.

Egli è chiaro, che ritornando, riprenderebbe li ſuoi diritti ſu tutti li ſuoi beni, e ſi tratta dunque ſolamente di determinare a qual epoca ſi può ceſſare di laſciarli in ſequeſtro, e permetrere alli ſuoi eredi di dividerli, e poterne diſporre, col dare, per la loro ſicurtà, le convenienti cauzioni, ed al fine di qual tempo ſi può anche diſpenſarli dalle formalità.

Per il primo caſo, ſi vede, che, dal momento in cui la vita dell'uomo è incerta, ſe gli ſa fare un'ingiuſtizia, nel caſo in cui viveſſe, col permettere alli ſuoi eredi di diſporre delli ſuoi beni, e che, s'egli è morto, ne ſa una alli ſuoi eredi privandoli della ſucceſſione.

Sia dunque *a* la probabilità del riſchio, al quale noi eſporremo un *aſſente*, permettendo di diſtribuire il ſuo bene *b* al fine di un numero *u* di anni di aſſenza; il valore della perdita, alla quale ſarebbe eſpoſto, s'eſprime per *a b*, e ſe *u* è la

pro-

probabilità ch'egli vive, il ſuo riſchio ſi eſprimerà per $\overline{1-u}\ a\ b$.

Ora, qual'è la perdita dell'erede, ſe ſi rifiuta di metterlo in poſſeſſo? Il bene è ſempre b: ſia $\overline{1-r}$ la probabilità, che poſſederà ſempre, ſenza eſſere obbligato di renderlo, cioè la probabilità che l'*aſſente* non tornerà più; $\overline{1-r}.\ b$ è il torto fatto all'erede.

Ma queſto torto non è irreparabile, perchè, ſe ſi gli rende b, aumentato dall'intereſſe, l'anno dopo non avrà niente perduto: ſia dunque u la probabilità che non morirà nell'anno; $\overline{1-u}.\ \overline{1-r}.\ b$, eſprimerà il riſchio che ſe gli fa correre, col non rimettergli la diſpoſizione al principio di queſto anno ſteſſo; così, per liberare il bene dell'*aſſente* agli eredi ſteſſi, eſigendo una cauzione, biſogna che ſia $\overline{1-r}.\ \overline{1-u}. > u\ a$. Il caſo in cui ſi può ceſſare di eſigere le formalità delle cauzioni, ſi riſolverà anche, preſſo a queſto che a dev'eſſere allora più grande. Si può, ſenza molto errare, ſupporre $1-r = 1-u+\frac{1}{2}u$; in fatto $1-r$ è la probabilità che l'*aſſente* non tornerà più; ma la probabilità ch'egli è morto è $1-u$, e ſi può ſupporre che, s'egli è vivo, tanto dà a ſcommettere che ritornerà, quanto a ſcommettere che non ritornerà.

Queſta prima condizione non baſta: biſogna anche che, nel caſo in cui un giorno ſi ſaprebbe l'epoca fiſſa della morte dell'*aſſente*, non riſultaſſe dalle diſpoſizioni fatte delli ſuoi beni, alcuna ingiuſtizia a riguardo delli ſuoi eredi.

E' evidente che li beni devono eſſere diviſi definitivamente, come ſe la ſucceſſione foſſe aperta dal giorno della ſua morte. Così, ſupponiamo che b ſia, ad una data epoca, la porzione del bene che dimanda un erede A, e che, per la morte di A, queſta porzione paſſaſſe a B, il torto fatto ad A è qui come ſopra $\overline{1-r}.\ \overline{1-u}.\ b$. Per valutare il torto fatto a B ſi troverà:

1°. Che a può eſprimere il pericolo al quale ſi eſpone.

2°. Che queſto pericolo non ha luogo che fino a tanto che A moriſſe prima dell'*aſſente*; dunque, ſe u'' eſprime la probabilità che A muoja prima dell'*aſſente*, ſi averà $u''\ a\ b$ per il riſchio al quale B è eſpoſto, ſe ſi dà parte dell'eredità ad A. Così, biſognerà per laſciare ad A la diſpoſizione della ſua porzione, che $\overline{1-r}.\ \overline{1-u}. > u''\ a$.

Queſta condizione dev'eſſere compita in tutte le combinazioni che poſſono aver luogo nell'ordine della mortalità di differenti eredi.

Supponiamo finalmente che ſi tratti di regolare il partaggio delli beni, avendo egualmente riguardo alla giuſtizia, nella ſuppoſizione che l'*aſſente* non ritorni più, e ſi debba provare l'epoca della ſua morte. Noi conoſciamo 1°. l'epoca in cui ſi può, ſenza ingiuſtizia, fare la diviſione delli ſuoi beni. Sia b il bene, poichè vi è $1-u$ da ſcommettere ch'egli è morto, biſognerà toſto prendere una parte $\overline{1-u}.\ b$.

2°. Se dopo l'incertezza della ſua ſorte fino a queſta epoca, vi ſono per una o due altre epoche $A.B$, delle variazioni nell'ordine della ſucceſſione, biſognerà, ſe $1-u.\ x$, $1-u.\ \overline{x+z}$ rappreſentino la probabilità della morte a queſte epoche, dividere $\overline{1-u}.\ x\ b$, come all'epoca A; $1-u.\ z.\ b$, come all'epoca B; $1-u.\ 1-z-x.\ b$, come all'epoca della diſtribuzione. Il reſto può eſſere diſtribuito proviſoriamente, ma ſempre alla condizione, che ſe ſopravviene un cangiamento nell'ordine della ſucceſſione, una parte di queſto reſto proporzionale alla probabilità che la morte non ſia accaduta prima di queſto cangiamento, ſarà diſtribuita come lo foſſe, ſe ſi aveſſe ſaputo che la morte ſia accaduta prima di queſto cangiamento. Finalmente, allora quando la probabilità della morte dell'*aſſente* averà ſorpaſſato queſto *minimum* di certezza morale, del quale qui ſopra abbiamo parlato, biſognerà diſtribuire definitivamente tutti li beni, ſeguendo la regola ſteſſa. *Ved.* PROBABILITA': dal che riſulta che queſta è la ſola epoca alla quale le formalità delle cauzioni ec. devono eſſere ſoppreſſe.

Queſti principj baſtano per riſolvere tutte le queſtioni che poſſono accadere ſu queſto ſoggetto; eſſe ſi riſtringono a queſta regola ſempliciſſima, di ſupponere proporzionale alla probabilità della vita e della morte dell'*aſſente*, il torto che riſulta per lui, o per il ſuo erede, nella ſuppoſizione che ſia morto o vivo ad ogni epoca che ſi conſidera, e di attendere, per ogni deciſione irrevocabile, che la probabilità della morte ſia al di là del *minimum* della probabilità, per la quale può eſſere conceſſo di privare un uomo delli ſuoi diritti. (*Ved. l'articolo* PROBABILITA'.) Le queſtioni relative alla diſtribuzione delle ſucceſſioni, che poſſono accadere ad un *aſſente*, alli diritti delle ſue rendite ſu tai beni, ec., devono riſolverſi con gli ſteſſi principj.

Noi ci ſiamo qui riſtretti a dei principj generali, perchè la loro applicazione alla pratica di-

dipende dalle leggi di ogni paese sulle cauzioni, sulla prescrizione, sull'ordine della successione, sul più o meno di libertà delle disposizioni testamentarie. Così, in ogni nazione, per fare su questo oggetto, una legge conforme alla ragione ed alla giustizia, bisognerebbe, dopo di avere risolto, in tutti li casi, le questioni che possono accadere, cercare di dedurre da tutti li risultati che avrebbonsi ottenuto con il calcolo, alcune regole generali e semplici, che non esporrebbero a commettere delle ingiustizie, fuorchè in un caso impossibile a poterlo supporre. (*M. D C.*)

ASSICURARE, in *Meccanica* significa *render fermo*.

ASSICURAZIONE (*Marittima*). Ci basterà dare in questo articolo, come nell'articolo Assente, i generali principj, dietro alli quali si può applicare il calcolo alle varie questioni che possono esser fatte.

I. Il trattato di *assicuranza* consiste in generale dalla parte del commerciante nel pagarsi all'assicuratore una certa parte del valore di un bastimento o di un carico, a condizione che se il carico od il bastimento perisse, l'assicuratore gli pagherà il total prezzo.

In qualunque maniera questi trattati di *assicuranza* sieno formati, si riducono necessariamente a delle combinazioni di questo semplice trattato, che noi abbiamo definito, e devono essere calcolati dietro alli principi stessi.

La ragione che fa formare uno di questi trattati è dalla parte di ciascheduno delli contraenti l'opinione che questo trattato gli sia vantaggioso. Esamineremo dunque in qual senso un trattato di *assicurazione* può essere riguardato come vantaggioso nel tempo stesso ed all'assicuratore ed al commerciante.

E prima avvertiremo che in tutto il resto di questo 1°. articolo faremo astrazione dell'interesse dell'danaro considerato indipendentemente dal rischio delle intraprese, e per conseguenza supporremo li pagamenti o le riscossioni da una parte e dall'altra ridotte allo stesso tempo.

Supponiamo ora che un negoziante rischi, in varie imprese, una somma a, in modo che la spesa in n impresa sia $n\,a$; supponiamo che la speranza di riuscire in ogni impresa sia g, che la probabilità che perderà i suoi fondi, sia p, e che si abbia $g + p = 1$. I termini della serie, $g^n + g^{n-1}p + \left(\frac{n}{2}\right)g^{n-2}p^2 + \left(\frac{n}{3}\right)g^{n-3}p^3 \ldots + \left(\frac{n}{m}\right)g^{n-m}p^m \ldots + p^n = \overline{g+p}^n$. Essendo $\left(\frac{n}{m}\right)$ esprimeremo le probabilità di riuscire in n, $n-1 \ldots m \ldots 1$, o imprese, e di perdere in $0, 1 \ldots m \ldots n-1$, n altre imprese.

Sia ora b la somma ch'egli guadagnerà in ogni impresa felice, e che qui è la sola parte del profitto, destinata a compensare il rischio, egli è chiaro che per il termine $\left(\frac{n}{m}\right)g^{n-m}p^m$, perderà $m\,a$, e guadagnerà $\overline{n-m}.b$. Sarà dunque il guadagno tanto che $\overline{n-m}.b > m\,a$, e comincierà ad essere in perdita allora quando $m\,a > \overline{n-m}.b$.

Un uomo ragionevole non deve darsi al commercio che nel caso in cui trova una probabilità molto grande che ritrarrà li suoi fondi, con l'interesse comune ed il prezzo delle sue fatiche.

Gli bisognerà certamente una probabilità di certezza di non perdere la totalità delli suoi fondi, ed anche di conservarne una parte necessaria alla sua sussistenza ed a quella della famiglia; ed una probabilità ancora maggiore di non diminuirli fino ad un certo punto.

Ma noi considereremo qui la prima condizione, ch'è di avere una speranza grande di ritirare, con li suoi avanzi, il loro interesse e l'utile delle sue fatiche.

Vi sono tre casi da considerare, quello in cui $\frac{b}{a} = \frac{p}{g}$, quello in cui $\frac{b}{a} > \frac{p}{g}$, quello in cui $\frac{b}{a} < \frac{p}{g}$, se $\frac{b}{a} = \frac{p}{g}$: egli è chiaro che si averà del vantaggio tanto che $\overline{n-m}.p > m\,g$.

Posto questo, facciamo $g = \frac{g'}{g'+p'}$, e $p = \frac{p'}{g'+p'}$, p' e g essendo numeri intieri, e sia $n = \overline{p'+g'}.n'$.

Egli è chiaro 1.° che, se $\frac{b}{g} = \frac{p}{g} = \frac{p}{g_1}$, allora quando $m = p'n'$, ed $\overline{n-m} = g\,n$, si averà $\overline{n-m}.b = m\,a$, e non vi farà guadagno. Il guadagno dunque cesserà al termine $\left(\frac{n}{p\,n}\right)g^{n-p'n'}p^{p'n'}$. Ora se $g > p$, la somma di tutti li termini, fino a quello inclusivamente, tende sempre ad

ad approſſimarſi al valore $\frac{1}{2}$, dopo d'averlo prima ſorpaſſato. Così più il negoziante continuerà il ſuo commercio, più ſi accoſterà ad avere una probabilità di guadagnare eguale a quella di perdere.

La ſteſſa coſa averà luogo ſe $p > g$, eccettuato, che la probabilità di perdere ſia da prima maggiore, e poi ſi accoſterà all' eguaglianza.

Supponiamo ora $\frac{b}{a} > \frac{p}{g}$ o $\frac{p'}{g'}$, ed ineguale a $\frac{p'+1}{g'-1}$, per eſempio: egli è chiaro che il guadagno del commerciante ſi eſtenderà fino al termine $\left(\frac{n}{p+1.n'}\right) g^{n-\overline{p'+1}.n'} \overline{p'+1}.n'$.

Ora in queſto caſo, ſia che g ſia più grande, o più picciola che p, la ſomma di tutti queſti termini, ch'eſprime la probabilità del guadagno per il negoziante, creſcerà continuamente, fino ad accoſtarſi indefinitamente all'unità, a miſura che $n' - \frac{m}{n} + 1$ creſcerà. Ma ſe $g > p$, ella potrà andare decreſcendo fino ad un certo termine.

Si troverà la concluſione preciſamente contraria, nel caſo in cui $\frac{b}{a} < \frac{p}{g}$ o $\frac{p'}{g'}$.

In queſto ſecondo caſo, ſe $g < p$, la probabilità potrà allora prima creſcere e poi decreſcere.

Da ciò ne ſiegue che un negoziante perchè poſſa avere del vantaggio continuando un commercio eſpoſto a delli riſchi, biſogna che il rapporto del profitto alla ſpeſa ſia maggiore di quello del riſchio alli ſucceſſi.

Si può anche vedere con queſta formula che la regola di fare queſti due rapporti eguali non ha potuto eſſere ſtabilita che per eſſere il ſolo caſo in cui li limiti della probabilità della perdita o del guadagno ſieno egualmente $\frac{1}{2}$. Queſte due probabilità eſſendo l'una creſcente, l'altra decreſcente, a miſura che il numero delli riſchi corſi accreſce, ſecondo che la probabilità del riſchio è inferiore o ſuperiore a quella del guadagno.

Ne ſiegue dal fin qui eſpoſto, che purchè $\frac{b}{a} > \frac{p}{g}$, ſi può avere una probabilità ſempre più grande di guadagnare; che ſe poi ſi ſuppone queſta data probabilità, cioè ſe ſi fiſſa un *maximum* di probabilità, di qua dal quale ſi riguarderebbe come coſa imprudente l'eſporſi al riſchio; più $\frac{b}{a}$ ſarà grande, meno convenirà ripetere la ſteſſa intrapreſa, per ottenere queſta probabilità, e reciprocamente più il numero delle intraprese ſarà picciolo, più biſognerà che $\frac{b}{a}$ ſia grande.

Supponiamo qui, per più ſimplificare, che queſte intraprese ſi facciano in una volta; ſe il bene di un commerciante A è $n\,a$, egli non potrà fare che n intraprese, e converrà che il ſuo profitto ſia b; ma ſe il bene di un altro commerciante B è $n\,m\,a$, m eſſendo un numero intiero, egli potrà fare $m\,n$ intraprese, e per conſeguenza potrà avere la ſteſſa probabilità di guadagnare, contentandoſi di un profitto b' più piceiolo di b. Ma poichè $b' < b$ la concorrenza tra li negozianti farà cadere il profitto al diſſotto di b, di cui il negoziante A non potrà fare il commercio con molto vantaggio.

E' vero che ſe A divideſſe la ſomma $n\,a$ in $m\,n$ parti, potrebbe contentarſi dello ſteſſo profitto che B, e che così egli può riparare al ſuo ſvantaggio, purchè egli divida li ſuoi riſchi in più picciole parti; ma ciò non è ſempre poſſibile in pratica, e nel caſo, il negoziante può eſſere intereſſato a trovare un mezzo di ponerſi al ſicuro del pericolo di perdere.

Li riſchi degli aſſicuratori ſi diffondono ſu di un numero di oggetti molto più grandi che quello del Negoziante; eſſi poſſono, mantenendo una ſomma probabilità di guadagnare, contentarſi di un profitto più picciolo di molto.

La taſſa dell' *aſſicurazione* ſi determina dunque per ogni ſpezie di riſchio con un certo mezzo che il concorrente ſtabiliſce tra la parte del profitto che il negoziante può abbandonare, e quello ch'è neceſſario all'aſſicuratore per avere una ſomma probabilità di guadagnare; e più vi farà di concorſo tra li negozianti e li aſſicuratori, più queſto prezzo medio ſi approſſimerà a queſto ultimo termine, e più il prezzo delle derrate ſi abbaſſerà per li compratori.

Noi cercheremo d'inveſtigare i due limiti della taſſa di aſſicuranza. Sia a la ſpeſa prima di un negoziante, del quale attende il ritorno, in capo a due anni, per eſempio; $\overline{a.1+c}^{2}$ è quanto deve ricevere al finir di due anni, c eſſendo il denaro d'intereſſe per le impreſe, nelle quali egli non ha riſchio, ſia di più c' il profitto che deve trarre da queſta impreſa, come utile del ſuo tempo e delle ſue cure, e b il profitto che riſulterebbe dalli ſucceſſi; è chiaro che $b - (2c + c^2 + c')\,a$ è quanto può dare per aſſicurar queſta ſomma al fine di due anni. Sia n il numero delle ſue impreſe, g la probabilità del ſucceſſo, p quello della perdita, e ſia il prezzo $\overline{g+p}^{n}$, ſviluppato ſecondo tutti li ſuoi termini.

La perdita del negoziante per ogni vaſcello che peti-

perirà, sarà espressa da $a\left(\overline{1+c+c'}^{2}\right)$; il suo guadagno per ogni vascello che arriverà, sarà $b-\overline{2c+c^2+c'}.a$.

Così, prendiamo un termine $\left(\frac{n}{m}\right)g^{n-m}p^{m}$ per l'ultimo in cui il negoziante sarà in guadagno, poich'egli perde m volta, la sua perdita sarà $m.a.\left(\overline{1+c+c'}^{2}\right)$, ed il suo guadagno $\overline{n-m}\left(b-\overline{2c+c^2+c'}.a\right)$; comincierà dunque a perdere quando $\frac{m}{n-m}.>\frac{b-\overline{2c+c^2+c'}.a}{a\left(\overline{1+c+c'}^{2}\right)}$.

Se dunque si conosce b, si averà (conoscendo m per ultimo termine, dove $\frac{m}{n-m}$ è più picciolo che l'altro membro) la probabilità, che il negoziante non sarà più in perdita; e se si chiama P la probabilità necessaria per intraprendere il commercio con prudenza, prendendo il valore di m che corrisponde, si averà il valore di b, per il quale il negoziante comincia ad avere vantaggio a far assicurare.

Ora sia n' il numero delli vascelli che un assicuratore deve assicurare, bisognerà che al fine di due anni egli perda $a+b$ per ogni bastimento che sarà perito, e che tocchi b' per ogni vascello.

Sia dunque g la probabilità che un vascello si salverà, e p la probabilità che perirà, noi prenderemo $\overline{g-p}^{n'}=g^{n'}+ng^{n'-1}p+\left(\frac{n'}{2}\right)g^{n'-2}p^{2}\ldots$.

Ora se si chiami P' la probabilità che l'assicuratore deve avere di non perdere sugli n' vascelli, si troverà questa serie in cui la somma è eguale o più grande che P'; sia $\left(\frac{n}{m'}\right)g^{n'-m'}p^{m'}$ questo termine; è chiaro che l'assicuratore perderebbe allora $m'(a+b)+e$, e rappresentando qui l'utile della sua cura; ma gli deve essere pagato $n'b'$: dunque si averà $b'=\frac{m'}{n'}(a+b)+\frac{e}{n'}$. Supponiamo poi che $b'=b-\overline{2c+c^2+c'}.a$; noi averemo $b=\left(\frac{m'}{n'}+\overline{2c+c^2+c'}\right)\frac{n'}{n'-m'}a+\frac{e}{n'-m'}$, e questo sarà il più picciolo valore possibile di b, in cui la concorrenza far possa cadere il commercio, supponendo che resta ancora in vantaggio.

Sarà bene spiegar qui ciò che intendiamo per profitto dell'assicuratore e per quello del negoziante.

Il vantaggio del negoziante è la somma che deve guadagnare ogni anno per un motivo sufficiente di far quest'uso dei suoi propri fondi, e non preferire un altro uso, che richiede minor cura.

Il vantaggio dell'assicuratore dev'essere, oltre le spese del banco e della corrispondenza di cui dev'essere rimborsato, una somma sufficiente per fargli preferire questa maniera di far valere li suoi fondi.

Accade spesso che un negoziante non avendo fatto assicurare, perchè il rischio era picciolo, si trova esposto a nuovi rischi con impreveduti avvenimenti.

Questa circostanza cangia assolutamente il suo stato. In fatto supponiamo che abbia posto su quattro vascelli tutta la sua fortuna, e che il pericolo sia di tre contro uno, averà il pericolo $\frac{81}{256}$ di perder tutto, il pericolo $\frac{108}{256}$ di perder tre vascelli; e siccome sia a causa delle mercanzie già poste in magazzino, sia a causa della diminuzione del consumo, l'aumentazione del prezzo è molto lontana di essere nel primo momento proporzionale a quella del rischio; egli è evidente che sarà esposto ad un grandissimo pericolo di perdere la sua fortuna, almeno in gran parte.

Lo stato dell'assicuratore non è cangiato da questo avvenimento; ne risulta soltanto che g essendo diminuito, e p accresciuto, bisogna per giungere ad una eguale probabilità, che l'assicuratore esiga una maggior differenza tra $\frac{b'}{a+b}$ e p'.

Dunque allora, con ciò ch'esige necessariamente l'assicuratore, bisognerà paragonare lo stato del negoziante; per questo, sia a la sua spesa con gl'interessi $a+b$ quanto egli la venderà, b il prezzo al quale l'assicuratore assicura $a+b$, il negoziante toccherà $a+b-b'$; egli si troverà dunque in perdita ogni volta che $b>b$.

Fin ora abbiamo supposto che il negoziante cercarebbe a porre assolutamente fuori di rischio, sia la totalità delli suoi fondi e delli suoi profitti di commercio, sia nel caso di un rischio estraordinario, tutta la parte delli suoi fondi, che le circostanze gli concedono di porre in sicurezza. Noi anche abbiamo supposto che l'assicuratore vorrà ottenere un certo grado di probabilità di niente perdere, e di essere rimborsato delle sue spese: ma questa supposizione non è rigorosa.

In fatto supponiamo che un negoziante rischi una somma a, sarà possibile che si contenti di una

una probabilità P di ritirare a, di una probabilità più grande P' di non perdere che parte del suo profitto, destinata a compensarlo delle sue cure, di una probabilità più grande ancora P'' di non perdere se non che gl'interessi delli suoi fondi, e che non cerca che la certezza di non pot mano nelli suoi fondi al di là di un certo termine.

Così nel caso in cui li pericoli impreveduti esporeriano il negoziante a perder tutto, ed in cui l'*assicurazione* non gli salverebbe se non se una parte della sua spesa, può accadere che si contenti della certezza di non perdere al di là di un certo termine, e prescrisca di rischiare più per conservar la speranza di qualche profitto.

Giungerà a questo, non facendo assicurare che una parte delle sue mercanzie, sia facendo assicurare in intiero soltanto una parte dei navigli, sia facendo assicurare su ciaschedduno una parte del loro valore. Nell'uno e nell'altro caso, il suo stato non è lo stesso. In fatto, supponiamo che $r\,n$ sia il numero totale delli vascelli, n quello che non bisognerebbe assicurare, pur che n, vascelli non assicurati, equivalessero ad un valore a' non assicurato su di $r\,n$ vascelli; ciò che, a essendo il valore di un vascello, dà $a' = \frac{a}{r}$.

Il termine, in cui il negoziante comincierà a prendere, sarà $\left(\frac{r\,n}{r\,m}\right) g^{\overline{r.n-m}}\, p^{r\,m}$. in un caso, e $\left(\frac{n}{m}\right) g^{n-m}\, p^{m}$ in un altro. Posto questo, il rapporto della perdita al profitto può qui essere maggiore o più picciolo che $\frac{g}{p}$; se questo rapporto è maggiore, il negoziante troverà dello svantaggio a mettere il suo rischio su di un maggior numero di vascelli; se al contrario egli è più picciolo, troverà del vantaggio: ma frattanto questo vantaggio potrà, anche in questo caso, non cominciar ad aver luogo che allorquando il numero delli vascelli sarà grandissimo.

Quanto all'assicuratore, troverassi in una simile maniera, che più bastimenti assicurerà, più averà di probabilità di non perdere al di là del termine, per il quale ha voluto acquistare una somma probabilità; ma che se abbassi il rapporto della tassa dell'*assicurazione* alla somma assicurata sottò al rapporto della probabilità della perdita del bastimento a quella del numero delli bastimenti assicurati, più assicurerà li bastimenti, meno averà probabilità di guadagnare, in modo che non deve cadere sotto di questa tassa che in casi rari, e ne'quali non si tratta che di assicurare un picciolo numero di vascelli.

Abbiamo fino ad ora supposto che si conoscesse, 1°. la probabilità della perdita di ogni bastimento che si propone di assicurare; 2°. il grado di probabilità che un negoziante od un assicuratore deve avere di non perdere, perchè possa esporsi ad un rischio, senza meritar l'accusa d'imprudente.

Coavien dunque cercar di conoscere questi due dati.

II. La probabilità del rischio che corre un vascello, non può essere conosciuta che dall'osservazione della sorte che provato hanno li vascelli in circostanze che si possono riguardar come simili.

Si troverà nell'articolo PROBABILITA' il metodo di dedurre dalla cognizione degli avvenimenti passati la probabilità degli avvenimenti futuri, che si suppongono soggetti alle stesse leggi.

Ne risulta quindi, 1°. che per avere qualche probabilità sulla legge degli avvenimenti futuri, bisogna che il numero degli avvenimenti passati sia grandissimo, e sorpassi molto quello degli avvenimenti futuri, de'quali si calcola la probabilità.

2°. Che in questo caso, se N è il numero delli vascelli perduti, per esempio ed M quello delli vascelli che non perirono, si potrà supponete, senza un grand'errore, per il numero n delli vascelli ad assicurarsi $g = \frac{M+1}{M+N+2}$, $p = \frac{N+1}{M+N+2}$, pur che n sia molto più picciolo che $M+N$.

3°. Che questa determinazione di g e p non è costante, ma deve variare per ogni genere di commercio, a misura che si sia istruito del nuovo avvenimento; così allora quando si saprà che, sulli n vascelli, M è stato salvato ed N sia perito, bisognerà, se si vuol calcolare di nuovo le *assicurazioni* per n nuovi vascelli, fare $g = \frac{M+M'+1}{M+N+M'+N'+2}$, e $p = \frac{N+N'+1}{M+N+M'+N'+2}$.

4°. Che se si ha $M > N$ il valore di g, $\frac{M+1}{M+N+2}$ è troppo grande, e quello di p troppo picciolo, e se al contrario $N > M$, il valore di g, qui sopra è troppo picciolo e quello di p troppo grande.

Ma allora quando $M+N$ è più grande di molto che n, questa differenza è piccioliſſima; e nelli differenti casi particolari, si potrà assegnarne i limiti, ed avere un valore di g, e di p, che rappresenterà queste quantità molto esattamente per la pratica. *Ved.* PROBABILITA'.

III. Abbiamo supposto che vi sia in differenti circostanze un grado di probabilità di non perdere, al di là del quale il negoziante od un assicuratore non deve esporsi a rischiare almeno una parte considerabile della sua fortuna.

Si potrà, dietro a questi principj generali,

cercar di determinare questo grado con li differenti casi che possono presentarsi nella condotta della vita. *Ved.* l'articolo PROBABILITA'. Ma può essere utilissimo il sapere come nella pratica gli uomini che passano per saggi, e de' quali i progetti hanno avuto un buon esito, hanno risolto lo stesso problema; per esempio, quale è stata la probabilità di non perdere procuratasi dagli assicuratori nelli varj banchi di *assicurazioni*, che hanno potuto vantaggiosamente continuare il commercio,

La soluzione di questa questione può essere riguardata in due differenti modi. Per esempio, supponiamo che si abbiano delle tavole per differenti prezzi di *assicurazioni* che contengono il numero di vascelli assicurati, il numero di vascelli, che sono periti, quello di vascelli che non hanno provato questo accidente, si averà per conseguenza g e p per l'articolo precedente, ed il prezzo dell'*assicurazione* essendo conosciuto, ricercherà in $g+p$ il termine $g^{n-m}_{m}p^{m}$, tale che per $g^{n-m-1}_{m+1}p^{m+1}$; l'assicuratore sarà in perdita, e per conseguenza

$$g^{n}+ng^{n-1}p\ldots\ldots+\binom{n}{m}g^{n-m}p^{m}$$

esprimerà la probabilità che aveva di non perdere.

Questo metodo averà qualche inesatezza; in fatto, si determina qui la probabilità che corre ogni vascello, da ciò ch'è avvenuto dopo l'*assicurazione*, in vece di che, è ciò che passò prima del contratto dell'*assicurazione* che ha decito l'opinione dell'assicuratore: così, sarà meglio il prendere il seguente mezzo. Si determinerà g e p dopo gli avvenimenti di un simile commercio anteriori all'epoca che si vorrebbe considerare; poi si cercherà per quest'epoca la probabilità che l'assicuratore ha avuto di non perdere; il prezzo dell'*assicurazione*, essendo quello che l'assicuratore ha fissato a questa stessa epoca. Ma conviene ricominciare il calcolo per ogni epoca, perchè l'assicuratore instrutto degli avvenimenti accaduti alli assicurati bastimenti, possa formare un giudizio differente di quello che aveva formato prima di conoscerli.

Si seppe finalmante che non si può impiegare per elementi in questa determinazione che delli prezzi di *assicurazione*, scelti fra quelli ne' quali il negoziante facendo assicurare prima che li suoi bastimenti sieno esposti al ritchio, questo prezzo di *assicurazione* è regolato tra l'assicuratore e lui sotto del termine in cui il negoziante perderebbe, facendo assicurare, ed al di sotto di quello in cui l'assicuratore si esporrebbe troppo a perdere nell'assicurare. In fatto, è facile da vedere che nel caso in cui il negoziante è costretto di far assicurare per salvare una parte della sua fortuna, che dalli avvenimenti impreveduti hanno esposto, deve accadere spesso che questa circostanza l'obblighi a fare assicurare ad un prezzo maggiore.

Si sono estese le *assicurazioni* a molto più rischi che quelli delle imprese marittime.

Noi ci confineremo a parlare delle *assicurazioni* degli edifizj contro gl'incendj: è facile di applicarvi li principj generali da noi esposti; ed anche come qui li rischi per lungo tempo, sono assolutamente simili, ed il prezzo delle *assicurazioni* costante, si potrebbe, se si avesse un rilievo esatto delli registri di una camera di *assicurazioni* per tale oggetto, trarne con più facilità ed esattezza, che da ogni altra circostanza, il grado di probabilità di non perdere, dopo che questo stesso prezzo è stato regolato dagli assicuratori.

Per verità, questa determinazione non si potrebbe applicare rigorosamente agli altri casi, con le *assicurazioni* marittime. In fatto, come qui il prezzo è piccolissimo, e la perdita delli assicuranti molto grande per ogni accidente contrario, è chiaro ch'essi devono procurarsi una somma probabilità di non perdere: innoltre, come in questo genere vi è poca concorrenza tra li assicuratori, e l'interesse di assicurare la sua casa è grande molto per ogni particolare; egli è verisimile molto, che il prezzo di queste *assicurazioni* è, nelli paesi dov'esse si fanno, molto maggiore che non deve essere; ma queste tavole danno al meno per la probabilità di non perdere, come la prudenza esige, un limite esatto, sotto del quale questa probabilità non deve discendere molto in alcun anno.

Abbiamo qui sempre supposto il pagamento di cosa assicurata, quando perisce, come se si facesse ad un'epoca fissa, come anche il pagamento della prima *assicurazione*. Al contrario allora quando il termine in cui l'assicuratore deve pagare, dipende dal momento in cui l'accidente accade, od ha cognizione della perdita, il problema diviene più complicato, per esempio, se un uomo si assoggettasse a dare ogni anno 100 lire per anni dieci per assicurare una casa di 100, 000 lire, a condizione che l'assicuratore gli pagasse questa somma un mese dopo che la casa sarà distrutta da un incendio. Si vede che la probabilità dell'incendio e la somma data, che devesi riguardare come producente un interesse, continuamente variano, e che se li principj per risolvere questa questione sono gli stessi che qui sopra, la loro applicazione può esigere delle ricerche difficilissime del calcolo.

Noi non ci estenderemo maggiormente su questo argomento: ci basta avere esposto li principj generali, sulli quali, devesi appoggiare il calcolo. L'applicazione alla pratica richiederebbe delle ricerche troppo estese, e sarebbe forse anche difficile procurarsi li doni necessarj per rendere molto esatta questa spiegazione perchè possa essere utile. A Londra si è fatto uno stabilimento, col titolo di *Società*, per l'equa *assicurazione* delle vite e delle sopravvivenze.

Ne

Ne parleremo diſtintamente *all' articolo* SOCIETA'. (*M. D. C.*)

ASSIFUGA. adj. in *Meccanica*, *forza aſſifuga* è la forza, la quale ha un corpo che gira intorno ad un aſſe. Eſſa lo obbliga ad allontanarſi dal medeſimo. Tal forza è propriamente *Centrifuga*, di cui il centro è nell'aſſe. *Ved.* CENTRIFUGA.

ASSIOMA, in *Matematica*, ſi chiamano *aſſiomi* delle propoſizioni evidenti per ſe ſteſſe, e che non hanno biſogno di eſſere dimoſtrate. Tali ſono le ſeguenti propoſizioni: *Il tutto è più grande della ſua parte; ſe a delle grandezze eguali ſi aggiungano delle grandezze eguali, le ſomme ſaranno eguali; ſe due figure eſſendo applicate l'una ſull'altra ſi coprono perfettamente, queſte due figure ſono in tutto eguali.*

ASSOLUTO: *numero aſſoluto*, in *Algebra*, è la quantità od il numero conoſciuto che ſa uno dei termini dell'equazione. *Ved.* EQUAZIONE e RADICE.

Così nell'equazione $xx + 16x = 36$, il numero aſſoluto è 36, ch'eguaglia x moltiplicato per lui ſteſſo, aggiuntovi 16 volte x.

Queſto è quanto Vieta chiama *homogeneum comparationis*. *Ved.* OMOGENEO DI COMPARAZIONE.

ASSURDO, (*Geom.*) In Geometria, ſi dimoſtrano quaſi tutte le propoſizioni converſe, riducendole all'*aſſurdo*; cioè, provando che ſe il converſo non è vero, una propoſizione già dimoſtrata ſarebbe falſa; ora egli è contrario al ſenſo comune, egli è *aſſurdo* che una propoſizione dimoſtrata non ſia vera. (*J. D. C.*)

ASTACO. *Ved.* GANCAO.

ASTAROTH, nome del pianeta di Venere.

ASTEREOMETRO, (*Aſtron.*) Strumento deſtinato a calcolar il levare e tramontare degli aſtri, de' quali ſi conoſce la declinazione e l'ora del paſſaggio pel meridiano. Il Sig. Jeaurat n'ha dato la deſcrizione e la figura nelle Memorie dell'Accademia per l'ann. 1779. Un tondo mobile circolare, diviſo in 24 ore ed in minuti, gira intorno al ſuo centro; un regolo mobile tra due canali ſi muove parallelamente a ſe ſteſſo, in modo d'intercettare ſulla circonferenza del circolo, un arco eguale alla durata del giorno.

Li canali tra li quali ſi muove il regolo, ſono diviſi, ſeguendo i gradi di declinazione, col mezzo della tavola degli archi ſemidiurni, in modo che ponendo il regolo ſulla declinazione, intercetta ſul circolo una quantità doppia dell'arco ſemidiurno: allora ponendo alla parte ſuperiore dello ſtrumento il numero che ſegna il paſſaggio di un aſtro per il meridiano, il regolo ſegna ſul circolo di un lato il levare, e dall'altro il tramontare dell'aſtro. (*D. L.*)

ASTERIO. *Ved.* CANE DA CACCIA.

ASTERISMO, *Aſteriſmus*, ſignifica *in Aſtronomia* lo ſteſſo che coſtellazione. Queſta parola viene dal greco ἀστὴρ, ſtella. *Ved.* STELLA. (O).

ASTEROPE, (*Aſtron.*) una delle figlie di Atlante, ed una delle ſette ſtelle principali che compongono le Pleiadi. Ovidio *Faſt.* IV, 170. (*D. L.*)

ASTRALE; queſta parola viene dal latino *aſtrum*, che viene anch'egli dal greco ἀστὴρ, ſtella. È poco uſata, ma qualche volta ſe ne fa uſo per ſignificare quanto ha rapporto con le ſtelle, e che dipeode dalle ſtelle, e dagli aſtri. *Ved.* STELLA.

Anno aſtrale o *ſiderale*; queſto è il tempo che la terra impiega nel fare la ſua rivoluzione intorno al ſole; cioè nel tornare da un punto della ſua orbita al punto ſteſſo. Egli è differente dall'anoo tropico, ch'è il tempo che ſcorre tra li due equinozj di primavera e di autunno; e queſto anno è più breve di 20' 24" dell'anno ſiderale, ch'è di 365° 6ʰ 9' 11" e $\frac{56}{100}$, mentre che l'anno tropico è di 365° 5ʰ 48' 48".

ASTRATTO, (*Arit.*); numero *aſtratto*, collezione delle verità conſiderate in ſe ſteſſe, e che non diſegnano coſe particolari e determinate. Per eſempio, 3 è un numero *aſtratto*; 3 volte è anche un numero *aſtratto*: ma quando ſi dice 3 *uomini*, 3 *ſcudi*, il numero 3 è concreto. *Ved.* CONCRETO.

Si chiamano *matematiche aſtratte*, o *matematiche pure*, la claſſe delle matematiche che conſiderano la grandezza in ſe ſteſſa, ed in una maniera generale. *Ved.* MATEMATICHE.

ASTREA. *Ved.* VERGINE.

ASTRO, *aſtrum*, è una parola generale che ſi applica alle ſtelle, tanto fiſſe che erranti, cioè alle ſtelle propriamente così dette, alli pianeti, ed alle comete. *Ved.* STELLA, PIANETA ec.

ASTROCINOLOGIA, *aſtrocinologia*; parola tratta dal greco ἀστρον, *aſtro*, κύων, *cane*, e λόγος, *diſcorſo*, *trattato*. Queſto è il nome di un opera del Fiorentini ſulli giorni canicolari, citata negli atti di Lipſia; *Acta eruditorum* 1702. Dec. 514. *Ved.* CANICOLARE.

ASTROFANOMETRO. Nome che il Sig. Jeaurat avea dato allo ſtrumento chiamato ſopra *aſtereometro*.

ASTROKYON; nome della bella ſtella, chiamata anche ſirio.

ASTROLABIO (*Aſtronomia*); ſtrumento di Aſtronomia del quale gli antichi ſi ſervivano per le oſſervazioni; ve ne ſono di molte ſpezie, o, per dir meglio, fu dato lo ſteſſo nome a molte ſorte di differenti ſtrumenti. Quello di Tolomeo, deſcritto nel ſuo Almageſto (*lib.* v, *cap.* 1, *l.* VII. c. 4 ἀστρολάβου) aveva due cerchi eſattamente rotondi poſti l'uno nell'altro ad angolo retto; l'uno rapreſentava l'ecclitica, e l'altro il coluro delli ſolſtizj, ſulli quali ſi ſegnavano i poli dell'equatore. Un terzo circolo girava intorno ai poli dell'ecclittica ſu due cilindri fiſſi. Un quarto circolo entro ai tre al-

tri aveva due pertuggi che ſervivano a guardar la luna, od un aſtro, per miſurare la loro longitudine e latitudine. L'*aſtrolabio*, di cui parla Copernico, era compoſto di ſei circoli, tanto fiſſi che mobili (l. II, c. 14), ad un di preſſo come le *Armille*, (*Fig.* 219.) *Ved.* EQUATORIALE.

Ma quello che nelli ſecoli poſteriori ſi chiamò *aſtrolabio*, non è propriamente che il planiſfero di Tolomeo, ſul quale vi era ſoltanto un regolo con due pertuggi per miſurare l'altezza di un aſtro: ed è ſtato deſcritto in una quantità di libri del XVI ſecolo. Si chiama anche *meteoroſcopo* queſto *aſtrolabio* planiſfero. Il *Torquetum* inventato dagli Arabi, e che fu anche attribuito alli Caldei, aveva anch'eſſo due ſuperfizie piane in lungo delle armille, al parere di Ticone (*Aſtronomiæ inſtauratæ, mechanica*, p. 39.). Finalmente, ſi chiamò *aſtrolabio* di mare un ſemplice circolo con un'alidada per prendere l'altezza in mare. Bione fece uſo di tal parola in queſto ſenſo, *Trattato della coſtruzione degl'iſtrumenti delle Matematiche*, 1752, p. 268.

L'*aſtrolabio* planiſfero, ſul quale ſi ſanno tante coſe, è una projezione delli circoli della ſfera ſu di un piano, col mezzo della quale ſi riſolvono i problemi della ſfera, come il trovare le aſcenſioni rette, le declinazioni, le ampiezze, le altezze, il levare ed il tramontare delle ſtelle, come pure le caſe celeſti. Perchè quando ſi faceva uſo dell'*aſtrolabio*, v'era l'Aſtrologia giudiziaria, e per conſeguenza ſi facevano degli ſtudj ſulle dodeci caſe.

Nell'*aſtrolabio* di Tolomeo, l'occhio ſupponevaſi che foſſe al polo; l'equatore era il piano di projezione, e tutti li meridiani erano linee rette.

Nell'*aſtrolabio* di Gemma Friſio, l'occhio ſi ſupponeva che foſſe ſul punto d'oriente o di occidente, come il punto equinoziale; così l'equatore e l'ecclittica ſono figurate con linee rette, come anche il coluro degli equinozj ed il circolo orario di ſei ore; ma queſte linee rette ſono diviſe inegualmente, li gradi ſono più piccioli verſo il centro che verſo gli orli, come nella projezione ſterengrafica. Il piano di projezione è un meridiano, e l'occhio è ſuppoſto che ſtia nel punto d'oriente od al polo del meridiano.

Nell'*aſtrolabio* di Roias, autore ſpagnuolo, l'occhio è ſuppoſto ad una diſtanza infinita, come nella projezione ortografica, e li gradi ſono molto più piccioli ſu gli orli, e più grandi verſo il centro. Queſto *aſtrolabio* ſi chiama anche *analemma*. Meſſealla dà molto bene la coſtruzione e l'uſo dell'*aſtrolabio* planiſfero; ma ſi eſtende poco ſulla teoria. Quello di Tolomeo, nel ſuo *Planiſfero*, è pieno di calcoli aſtruſi e poco adattati ad iſtruire; quello datoci dalli Greci Niceforo e Proclo è sì oſcuro ed incompleto, che ſi può credere non aver eſſi inteſo la teoria, od almeno non aver potuto renderla intelligibile. Giordano fu il primo che reſe queſta teoria di una maniera ſoddisfacente. Stoffler ſpiegò poi beniſſimo la coſtruzione e l'uſo dell'*aſtrolabio*; e Maurolico nelli ſuoi opuſcoli, pubblicati nel 1575, diede una teoria chiariſſima fondata ſulle ſezioni coniche di Apollonio.

Nelli grandi *aſtrolabj* in rame, che hanno un piede di diametro, fatti ſpecialmente in Fiandra verſo il 1565, ſi trova quello che da Gemma Frigio è chiamato univerſale, *Planiſphærium catholicum*, *Aſtrolabium catholicum*, e dall'altro canto, l'*aſtrolabio* di Tolomeo, *Planiſphærium particulare*: Si può vedere per la teoria ad uſo di queſto, Clavio (*Operum*, *t.* 3), e per l'*aſtrolabio* univerſale, l'opera di Adriano Mezio (*Primum mobile*, *Amſterd.* 1633); queſt'era profeſſore di matematica in Frigia, e fece incidere le figure dell'*aſtrolabio* di Tolomeo e di quello di Gemma. *Ved.* anche Bione, uſo degli, *aſtrolabj*, 1702. Il pezzo più apparente dell'*aſtrolabio* univerſale, o planiſfero è quello che ſi chiama *aranea*. (*Tavole di Aſtronomia*, *Fig.* 330.) Si chiama anche *reticella*, *rete*. Queſto è un telajo traforato in cui vi ſono degli uncinetti che ſegnano con le loro punte le poſizioni delle ſtelle principali; *A* per l'aquila, *B* per Arturo, *C* per la Corona, *S* per Sirio, O per il piede di Orinne.

Queſto telajo ha un'ecclittica, e gira ſu di un'altra placa fiſſa, in cui ſono ſegnati l'equatore, li tropici, l'orizzonte *H H* e li ſuoi paralleli, le verticali, come l'*aſtrolabio* di Tolomeo, per trovare le ſituazioni degli aſtri rapporto a tutti queſti circoli e riſolvere così la maggior parte dei problemi della ſfera. La placa del fondo ſi ritira e ſi cangia per preſentare gli orizzonti di paeſi differenti, e riſolver varj problemi. L'alidada, che gira ſulla circonferenza, ſegna le declinazioni ed il durar del giorno: noi l'abbiamo ſeparatamente figurato a lato dell'*aſtrolabio*.

Il polo è ſuppoſto al centro della reticella; il circolo eſteriore della placa ſituato al di ſotto, rappreſenta il tropico del capricorno diſegnato ſull'equatore; il piceiolo cerchio interiore è il tropico del cancro: quello di mezzo *EQ* è l'equatore; in tal modo ſi pone l'ecclittica.

Un'alidada mobile intorno al centro, diviſa in gradi di declinazione, ſi pone ſulli gradi di aſcenſione retta ſegnata intorno al lembo, e ſerve ad indicare ſull'*aſtrolabio* la poſizione delle ſtelle. Le più billanti ſono tutte ſegnate da uno delli punti del telajo mobile. E queſti differenti ſegni fanno che queſto piano ſia in figura di rete.

L'orizzonte è anch'eſſo ſegnato ſulla reticella colli verticali. Allorchè ſi conduce ſull'orizzonte orientale una ſtella, e che ſi pone ſull'alidada queſta ſtella, ella ſegna ſulla circonferenza la differenza aſcenſionale. L'adidada poi eſſendo condotta ſul luogo del ſole per quel giorno

no, si ha la differenza delle ore sul lembo delli circoli, ed è l'ora del levar della stella.

Si segnano anche sull' *astrolabio* delle verticali delli circoli di altezza, delle quali si fa uso per trovare l'altezza del sole a qualunque ora. Si pone l'alidada sull'ora: si gira la rete, fino che il punto del zodiaco, in cui è il sole, viene sull'alidada: e questo punto segna fra li circoli dell'altezza, il grado dell'altezza del sole, nel tempo stesso che segna, tra li segni verticali, l'azimut del sole.

La parte posteriore dell' *astrolabio*, che chiamasi specialmente il *planisfero universale*, contiene un gran numero di circoli, come li meridiani di un mappamoodo, e li paralleli all'equatore; in conseguenza, noi non abbiamo dato qui una figura particolare. Questi circoli sono segnati secondo le regole della projezione stereografica, l'occhio essendo supposto che sia alla parte della circonferenza direttamente opposta al centro del plenisfero. Si vedono le ore lungo all' equatore, le stelle marcate secondo la loro ascensione retta e loro declinazione, ed una linea retta che passa per il centro per rappresentare l' ecclittica. Questi circoli stessi rappresentano anche, quando si voglia, i circoli di latitudine e li paralleli all'ecclittica, ovvero li verticali e li almicanteri, secondo che li due punti dei concorsi di questi circoli si prendono per poli dell'equatore, dell' ecclittica o dell' orizzonte.

Su di un circolo di un piede di diametro, vi sono tanti meridiani quanti gradi, almeno fino che si sia vicinissimo alli poli per essere costretti a non tirarli che di 2 in 2, di 10 in 10, ed anche di 30 in 30 negli ultimi gradi.

Il regolo che gira intorno al centro di questo *planisfero*, si chiama la *linea orizzontale*, perchè in fatto ella rappresenta comunemente l'orizzonte; ma si segna anche il grado dell' ecclittica, e sempre con divisioni ineguali più grandi, a misura che si si allontana dal centro, come nella projezione stereografica. Con quest' alidada si trova sul planisfero l' ascensione retta e la declinazione di un astro, del quale si conosce la longitudine e la latitudine, e si risolvono tutti gli altri problemi della sfera come con un globo, ed anche con più facilità, perchè un planisfero è meno imbarazzante, e con più esattezza, perchè un globo non è mai ben rotondo.

Allora quando l'alidada che gira su questo piano rappresenta l'orizzonte, se la si pone a 49° dal polo, ella taglierà il tropico del cancro sul meridiano di 8 ore; il che fa vedere che il sole tramonta ad 8 ore il giorno del solstizio della state, e così nell'altro caso.

Se si vuole conoscere l'ascensione e la declinazione di un astro, come di Arturo, del quale si conosce la longitudine 6ˢ 21°, e la latitudine 31°, si considerano li circoli convergenti come circoli di latitudine, e li piccioli circoli come paralleli all'ecclittica; si segna la posizione della stella, o si fa venire il braccio o l'indice, od una squadra, che possa essere fissata al regolo. Si fa muovere il regolo fino a 23° ½ dell'ecclittica, e la punta dello stesso indice mostra 31° per li circoli convergenti, e 20 ½ per il parallelo, cioè, che la stella è a 31° dal punto equinoziale, od a 311° di ascensione retta, ed a 20 ½ di declinazione.

Si dimanda l'altezza e l'azimut del sole a due ore per Parigi, allora quando vi è 15° di declinazione boreale: nel sito in cui il circolo di 30 gradi taglia il parallelo di 15°, si segna il posto del sole; si pone il regolo a 49° del polo, e l'indice sul posto del sole; poi si riconduce il regolo sull' equatore, e considerandolo come orizzonte, l' indice segna sulli paralleli quello di 48°, ch'è l'altezza del sole, e sulli circoli convergenti quello di 46 gradi, contando dal circolo esteriore, e questo sarà l'azimut del sole, contando dal meridiano.

Questa operazione è fondata su ciò che nella projezione stereografica tutti li circoli, i quali passano per il centro, sono linee rette, divise nella maniera stessa, e che li circoli a loro perpendicolari o paralleli hanno la stessa configurazione. Così, allora quando l'ecclittica, per esempio, e l'equatore sono posti tra loro convenientemente, una stella riportata all' equatore per l'indice è egualmente bene riportata all' ecclittica, e non si tratta, per contarne i gradi di longitudine e di latitudine, che di trasportare il regolo con l'indice sul circolo, ch'è tutto diviso con li suoi paralleli e li suoi circoli perpendicolari convergenti.

Gioverà molto l' estendersi su gli usi di questo *astrolabio* di cui ora non se ne fa più uso; ma bisognerebbe dire qualche cosa, perchè si trova ancora frequentemente presso i lavoratori di strumenti, sebbene la maggior parte sieno stati fondati, per adoperare il rame in altri lavori.

Nelle tre specie di *astrolabj*, de' quali parlato abbiamo, vi era un difetto comune, quello di alterare talmente le figure delle costellazioni, che non era facile il comparare col cielo, e di avere in qualche sito delli gradi sì serrati, che non lasciavan luogo bastante per le operazioni. Siccome questi due difetti hanno lo stesso principio, la Hire ha voluto rimediarvi nel tempo stesso, trovando una posizione dell'occhio, ove le divisioni delli circoli projetti fossero meno ineguali in tutta l'estensione dell'istrumento. Li due primi *astrolabj* postavano l'occhio al polo del cerchio, e del piano di projezione, il terzo ad una distanza infinita, ed essi rendevano le divisioni ineguali in un ordine contrario. La Hire trovò un punto medio, dove eglino sono eguali sufficientemente. Egli prende per il suo punto di projezione quello di un meridiano, e per conseguenza fa un *astrolabio universale*; e pone l'occhio sull'asse di questo meridiano pro-

lun-

lungatn del valore del ſeno di 45 gradi; cioè, che ſe il diametro del meridiano è ſuppoſto di 200 parti, biſogna prolungarlo ad un di preſſo di 70. Da queſto punto, ove l'occhio è poſto, una linea rirata al mezzo del quarto di cerchio, paſſa preciſamente per il mezzo del raggio che gli corriſponde; e perchè in tal modo le due metà eguali del quarto di cerchio corriſpondono alle due metà eguali al raggio, non è poſſihile che le altre parti eguali del quarto del circolo corriſpondino a due parti del raggio, che ſono molto ineguali. La Hite fece eſeguire con tal metodo delli planiſferj o degli *aſtrolabj* più comodi; ma come non era aſſoluramente dimoſtrato che il punto di viſta, nel quale le diviſioni della metà del quarto di circolo, e della merà del raggio ſono eguali, foſſe quello ove le altre diviſioni ſono le più eguali che ottenere ſi poſſano, Parent cercò in generale qual era queſto punto, e ſe ve ne foſſe alcuno in cui le diviſioni dell'altre parti ſoſſero meno ineguali, ſebbene quelle della metà non ſieno eguali. Servendoſi dunque della geometria degl'infinitamente piccioli, Parent determinò il punto, ove un diametro eſſendo diviſo, le inegualità o differenze di turte le ſue parti preſe inſieme fanno la minor quantità poſſibile; ma ſarebbe ancora da deſiderare che la dimoſtrazione ſi eſtendeſſe a provar che queſta ſomma d'ineguaglianze, la minore di tutte, è diſtribuita rra tutte le parti, d le quali riſulta, più che ſi poſſa egualmente; perchè preciſamente non v'è che queſta condizione che renda le parti più che ſi poſſa fra loro eguali; e ſarebbe poſſibile che le grandezze nelle quali la ſomma delle differenze ſarebbe minore, foſſero più ineguali, perchè queſta ſomma totale ſarebbe più inegualmente ſparſa. Parent cercò anche il punto in cui deve eſſer poſto l'occhio per vedere le zone eguali di un emiſfero le più eguali che ſi poſſano avere, per eſempio, le zone di un emiſfero della terra diviſo di 10 in 10 gradi. Queſto punto è alla eſtremità di un diametro di 200 parti, ch'è l'aſſe delle zone prolungate di 110 $\frac{1}{2}$. *Ved. l'Iſt. dell'Accad. delle Scienze* 1701, *pag.* 100, *e* 1702, *pag.* 70. Ma allora ſi cominciava ad abbandonare l'uſo degli *aſtrolabj*, in modo che ſi ſono poco eſeguite le nuove coſtruzioni. Quelli che l'hanno poi trovate di quando in quando, ſono degli *aſtrolabj* di Gemma Friſio. Del reſto, ſiccome ſi riſolvono gli ſteſſi problemi col mezzo del globo, per ciò non ſi fa più uſo dell'*aſtrolabio*. (*D. L.*)

ASTROLOGIA, parola che deriva da ἀστὴρ, *ſtella* e da λόγος, *diſcorſo*: per ciò l'*aſtrologia* ſarebbe, ſeguendo il ſenſo di queſto termine, la cognizione del cielo e degli aſtri, e queſto ſignifica nella ſua origine; ma la ſignificazione di queſta parola ha cangiato, ed ora chiamiamo Aſtronomia quello che gli antichi chiamavano *aſtrologia*.

L'*aſtrologia* giudiziaria è l'arte di predire gli evenimenti futuri per gli aſpetti, le poſizioni e le influenze delli corpi celeſti.

L'*aſtrologia* ſi crede poſſa avere avuto origine nella Caldea, indi che paſſata ſia in Egitto, in Grecia ed in Italia. Vi ſono degli autori che la fanno di origine Egizia, e ne attribuiſcono l'invenzione a Cam: noi l'abbiamo avuta dagli Arabi. Il popolo Romano ne fu talmente infatuato, che gli aſtrologhi o li matematici, che allora tutti ſi chiamavano in tal modo, ſi ſoſtennero in Roma ad onta degli editti degl'imperatori, che li bandirono.

L'*aſtrologia*, così eſſendo analoga alla ſuperſtizione ed alla credulità dei popoli, com'ella era favorevole al credito di quelli che ſapevano farne uſo, fu così in ogni tempo coltivata, molto più dell'Aſtronomia: queſta ebbe anche le maggiori obbligazioni all'*aſtrologia*. (*Sig. Goguet*, 1, 215, 111, 115; *Keplero*, *Tab. Rud. præf. pag.* 4). Oggi i libri di *aſtrologia* ſono tanto ſprezzati, quanto lo ſono per natura.

Le regole dell'*aſtrologia* che ſi pretende di trarre dalla narura delle coſe, eſſendo in fondo arbitrarie aſſolutamente; così la parte del cielo ch'era all'oriente, o ſi levava, formava la caſa del naſcere oſſia la caſa della vita, e quella al tramontare la caſa della morte. *Ved.* CASA.

Le influenze delli pianeti erano pure arbitrarie. Saturno, eſſendo lontaniſſimo, era ſuppoſto un pianeta di ſua natura freddo. Giove, Venere e la Luna erano pianeti temperati e benefici; Saturno e Marte pianeti pericoloſi. Il Sole e Mercurio partecipavano delle proprietà degli uni e degli altri, ſecondo le circoſtanze. (*Ptolomæus de judiciis*.) Ogni pianeta aveva fra li ſegni del Zodiaco una caſa di eſaltazione, dove ſi credeva ch'eſercitaſſe il ſuo potere; ma le regole dell'*aſtrologia* non erano per tutto le ſteſſe, e ſi variarono molto nelli principj, come nelle applicazioni.

Al preſente ſoltanto nelli paeſi d'ignoranza l'*aſtrologia* è in uſo, come nel Giappone, in Aſia, nell'iſole Maldive, ove l'*aſtrologia* è ricercata. Noi non poſſiamo leggere i libri degli aſtrologi Europei, ſenza compiangere l'ignoranza e l'acciecamento del volgo, che ſi è laſciato per sì lungo tempo ingannare da sì ſciocche predizioni, e di far oſſervare come era utile per il genere umano di penetrare ed approfondarſi nelle ſcienze che finalmente hanno guarito gli uomini da una sì miſerabile imbecillità, e da una sì diſonorevole ſtupidità.

Coſtò molta fatica allo ſpirito filoſofico il diſſipare queſti errori: qualche volta ancora al principio di queſto ſecolo ſi veniva a conſultare ſull'avvenire, dagli aſtronomi dell'Accademia, e nel 1705 il Sig. Lieutaud credette dover ponere al principio della *Cognizione delli Tempi*: „ Non „ ſi troverà qui alcuna predizione, perchè l'Ac„ cademia non ha giammai riconoſciuto niente „ di ſolido ſulle regole che gli antichi hanno da„ to per prevedere l'avvenire ſulle configurazio„ ni

„ ni degli aſtri „. Leggendo nel Mercurio (1763, *Gennaro* II *vol. pag.* 95), una lettera, ov'io raccontai la curioſità che il Gran—Signore ebbe, nel 1762, di avere tutte le opere pubblicate dagli Aſtronomi dell'Accademia, ſi oſſerverà ch'egli ſpecialmente richiedeva le predizioni che ſi facevano ſull'avvenire colla ſcienza degli Aſtri. Forſe ſua Altezza non bramava i noſtri libri di Aſtronomia, che con la ſperanza di vedere la ſorte delle Potenze che ſembravano allora volerſi tra loro diſtruggere affatto. *Ved.* Casa, Tema, Oroscopo, Direzione, Promessa, Significatore. (*D. L.*)

ASTROMETRO. *Ved.* Eliometro.

ASTRONOMIA, Scienza dei moti celeſti, delli fenomeni che ſi oſſervano nel cielo, e di quanto ha rapporto agli aſtri. Queſta è una parte delle Matematiche miſte, dalla quale s'impara a conoſcere le grandezze, i moti e le diſtanze delle ſtelle, dei pianeti, e delle comete, per quanto l'induſtria umana, aſſiſtita dalle oſſervazioni e dal calcolo può farci penetrare. La parola di Aſtronomia viene dal greco Ἀστρο, aſtro, νόμος, legge. I Greci chiamano queſta ſcienza Aſtrologia; ma queſt'ultimo termine è in oggi riſervato alla ſcienza congetturale, della quale noi parlato abbiamo alla *parola* Astrologia.

L'*aſtronomia* è fra tutte le ſcienze, quella che ci preſenta la tavola più grande, più ſublime, più degna di occupare lo ſpirito umano per la nobiltà ed immenſità degli oggetti. Perciò i più grandi filoſofi dell'antichità parlarono con ammirazione dell'Aſtronomia. Laerzio racconta che ſi dimandò ad Anaſſagora per qual ragione era nato; riſpoſe, per contemplar le ſtelle. Se in queſta riſpoſta vi è dell'eſagerazione in favor dell'*aſtronomia*, ſi vede al meno l'entuſiaſmo col quale l'uomo di genio contemplava lo ſpettacolo del cielo. Pittagora diceva che gli uomini non dovrebbero avere che due ſtudj, quello della natura per riſchiarare lo ſpirito, quello della virtù per regolare il cuore. Con ragione ſi riguarda lo ſtudio della morale come il più neceſſario ed il più degno dell'uomo. *The proper ſtudy of mankind is man*, diſſe Pope; ma ſi cadrebbe in errore ſe ſi credeſſe di poter eſſere vero filoſofo ſenza lo ſtudio delle ſcienze naturali. Per eſſere ſaggio, non per leggerezza, ma per principio, convien ſaper riflettere e penſare molto, conviene, a forza di ſtudio, eſſerſi liberato delli pregiudizj che ingannano la ragione, e ſi oppongono allo ſviluppamento dello ſpirito. Ecco perchè Pittagora non voleva ricevere ſcolari, che non aveſſero ſtudiato le Matematiche. Anche Platone faceva un gran caſo dell'Aſtronomia. *Ved.* ciò che ne dice nel ſuo 35 libro, intitolato: *Epinomis vel philoſophus*, che Marcilo Ficino chiama il *Teſoro di Platone*: *Nolite ignorare Aſtronomiam ſapientiſſimum quiddam eſſe*. Arriva fino a dire in un luogo che gli occhi ſono ſtati dati all'uomo a cagione dell'*Aſtronomia*. Queſta forſe fu l'idea di Ovidio allor che diſſe:

Fixit in effigiem moderantum cuncta deorum.
Pronaque cum ſpectent animalia cetera terram
Os homini ſublime dedit, cœlumque tueri
Juſſit, & erectos ad ſidera tollere vultus.
Metam. I, 83.

Si può mirare ſenza un moto di compaſſione e di roſſore, la ſtupidità dei popoli che un tempo credeano, che facendo un grande ſtrepito in una eccliſſe della luna, ſi portaſſe un rimedio alli patimenti di queſta dea, o che queſte eccliſſi foſſero prodotte da degli incantеſimi?

Cum fruſtra reſonant æra auxiliaria lunæ.
Met. IV., 333.
Cantus & e cœlo lunam deducere tentat,
Et faceret, ſi non æra repulſa ſonent.
Tib. I. 8.

Indipendentemente da tali terrori che degradano i popoli, ſi trovano nella ſtoria molti tratti che moſtrano lo ſvantaggio che l'ignoranza dell'Aſtronomia apportò a' generali e ad intiere nazioni. Nicia, generale degli Atenieſi, aveva riſolto di abbandonar con la ſua armata la Sicilia: una eccliſſe della luna, dalla quale rimaſe ſorpreſo, gli fece perdere il momento favorevole, e fu cagione della morte del generale, e della rovina della ſua armata, come ci atteſta Plutarco; ſu queſta una perdita sì funeſta agli Atenieſi, che cagionò l'epoca della decadenza della loro patria. Aleſſandro ſteſſo, prima della battaglia di Arbelle, fu coſtretto di far aſſicurare la ſua armata ſpaventata da un'eccliſſe di luna, col chiamare degli aſtronomi Egizj ed ordinare dei ſacrifizj. Paolo Emilio, il giorno prima della battaglia contro Perſeo, fece anche dei ſacrifizj alla luna ed alla terra, come divinità che cagionano l'eccliſſe.

Al contrario vi furono dei generali, ai quali la loro cognizione in *aſtronomia* non fu inutile. Pericle conduceva la flotta degli Atenieſi: accade una eccliſſe del ſole che ſpaventò generalmente tutti; il pilota ſteſſo ne tremò, Pericle lo raſſicurò con una ſimilitudine familiare. Preſe le falde del ſuo mantello, e coprindogli gli occhi, gli diſſe: credi tu che queſto ſia un ſegno di ſciagure? No certo, riſpoſe il pilota; pure queſta è una eccliſſe per te; e non è differente da quella, che tu hai veduto, che in queſto, che la luna eſſendo più grande del mio mantello, naſconde il ſole ad un maggior numero di perſone.

Agatocle, Re di Siracuſa, in una guerra nell'Africa vide anch'egli, in un giorno deciſivo, ſpargerſi il terrore nella ſua armata alla viſta di una eccliſſe; egli ſi preſentò alli ſoldati, ſpiegando loro le cagioni, e ne diſſipò il timore. Tacito parla di una eccliſſe di cui Druſo

si servì per acchetare una sedizione. Si raccontano dei fatti di tal sorta all'occasione di Sulpizio Gallo, Luogotenente di Paolo Emilio nella guerra contro Perseo, e di Dione, Re di Sicilia.

Leggiamo anche un fatto egualmente onorevole all'*astronomia*, nell'epistola che Roias indrizzò a Carlo Quinto, nel dedicargli li suoi commentarj sul planisfero.

Cristoforo Colombo, comandando all'armata che Ferdinando, Re di Spagna, aveva inviato nella Giamaica, nelli primi tempi che fu scoperta quest'isola, si trovò in una carestia di viveri sì generale, che non gli restava speranza alcuna di salvare la sua armata, ed era per rimanere in preda delli Selvaggi: l'essere vicina una ecclisse diede motivo a questo uomo valente di sortire da tale imbarazzo. Fece dire alli capi delli Selvaggi che se in poche ore non gli fossero mandate tutte le cose che dimandava, ora per trarli nelle ultime sciagure, e comincierebbe col togliere alla luna la sua luce. Li Selvaggi sprezzarono da prima le sue minaccie; ma ben tosto che videro che la luna cominciava in fatto a sparire, rimasero colpiti da terrore; portarono quanto avevano alli piedi del Generale, e vennero loro stessi a chieder grazia.

Siccome gli uomini non devono applaudirsi di avere perfezionata l'*astronomia* bastantemente per liberarsi in tutto da questa misera imbecillirà, in cui furono per sì lungo tempo immersi; l'avvenimento dell'anno 1186 deve coprir di vergogna gli astrologi di tutta l'Europa. Cristiani, Giudei od Arabi, tutti furono uniti per predire sette anni avanti, con lettere che sono state pubblicate in tutta l'Europa, una congiunzione di tutti li pianeti, che doveva essere accompagnata da sì terribili stragi, in modo che vi era ragione di temere un'universale rovina. Si aspettava di vedere la fine del mondo; tuttavia si passò questo anno al solito: ma cento altre menzogne così bene avverate, non avrebbero bastato per togliere dagli uomini ignoranti e creduli i pregiudizj della loro infanzia. Ha bisognato che uno spirito di filosofia e di ricerca si spargesse fra gli uomini, e sviluppasse loro l'estensione e li confini della natura, e li accostumasse a non ispaventarsi senza esame, e senza prova.

Le comete furono in particolar modo, come si sa, uno dei grandi oggetti di terrore, che l'*astronomia* ha finalmente dissipato anche fra il popolo. Dispiace il trovar ancora delli pregiudizj così strani nel più bel poema del decimo sesto secolo.

Qual con le chiome sanguinose orrende
Splender cometa suol per l'aria adusta,
Che i regni muta, e i fieri morbi adduce,
A i purpurei tiranni infausta luce.

Gerus. liber. VII, 52.

I vezzi della poesia sono ancora adoperati in una maniera più filosofica e più utile. Ciò prova il bel passo di Voltaire riguardante le comete, nella sua epistola alla Marchesa di Châtelet.

Comete, che spavento egual del tuono
Da voi deriva, intimorir cessate
Il misero mortal; in una immensa
Ellisse il vostro corso omai compite,
Salite e discendete appresso l'astro
Del dì; lanciando i vostri fuochi, intorno
Col continuo girar, i varj mondi
Spossati da vecchiaja ravvivate.

In tal modo lo studio profondo e li progressi della vera *astronomia* hanno dissipato li pregiudizj assurdi e ristabilito la nostra ragione in tutti li suoi diritti. Ma non si riduce soltanto a questo l'utile di questa scienza, ella contribuisce al bene generale in molte maniere.

Si sa che la Cosmografia e la Geografia non possono fare a meno dell'*astronomia*. Le osservazioni dell'altezza del polo, scoprirono agli uomini che la terra è rotonda; le ecclissi della luna servirono a conoscere le longitudini dei varj paesi della terra, o le promisene loro distanze da occidente in oriente. La scoperta dei satelliti di Giove ha dato una maggior perfezione alle nostre carte geografiche e marine, che non avrebbero potuto fare mille anni di navigazione e di viaggi; e quando la loro teoria sarà meglio conosciuta, il metodo delle longitudini sarà ancora più esatto e più facile. L'estensione del mediterraneo era quasi incognita verso l'anno 1600; si credeva che fosse di 53 gradi, in vece di 35 che ha realmente; in oggi si conosce questa estensione sì esattamente come quella della Francia.

Fu cagione l'*astronomia* delle prime navigazioni dei Fenicj; e ad essa pure dobbiamo la scoperta del nuovo mondo. Cristoforo Colombo aveva un'intima cognizione della sfera, forse più di ogni altro del suo tempo, poich'essa gli diede questa certezza e gl'inspirò questa lusinga, con la quale diresse la sua strada verso l'occidente, certo di raggiungere per l'oriente il continente dell'Asia, o trovarne un nuovo.

Se resta ancora qualche cosa a desiderarsi per la perfezione e la sicurezza della navigazione, essa è di trovar facilmente le longitudini in mare; elleno si hanno, quando si voglia, col mezzo della luna, come si sarà vedere alla parola LONGITUDINE; e se li naviganti fossero un poco astronomi, non s'ingannerebbero mai di dieci leghe, nel mentre sono nell'incertezza di due cento leghe nelli viaggi ordinarj. L'uso che si fa dell'*astronomia* per il Calendario, per la Cronologia, per la Gnomonica, sono oggetti, sulli quali averemo occasione di estenderci in altri articoli di questa opera. Finalmente, il Sig. Dupuis fece vedere che tutta la Mitologia dell'antichità si

tà si riduce a simboli ed allegorie astronomiche; egli è chiaro che bisogna conoscere moltissimo il cielo per poterle intendere; in tal modo il Sig. Dupuis è giunto a questa particolare scoperta, della quale ho reso conto nel quarto volume della mia *Astronomia*.

La Meteorologia, cioè la cognizione delli cangiamenti dell'aria, dei venti, delle pioggie, delle aridità, dei moti del termometro, e del barometro ha certamente un rapporto molto essenziale ed immediato con la salute del corpo umano; egli è probabile che l'*astronomia* sarebbe di una sensibile utilità se colle osservazioni, si avessero trovate le influenze fisiche del sole e della luna sull'atmosfera, e le rivoluzioni che ne risultano. Il Sig. Ab. Toaldo ha creduto di ricoonoscere che il periodo di 19 anni della luna riconduce gli anni piovosi; *Della vera influenza degli astri, delle stagioni e mutazioni di tempo, saggio meteorologico, in Padova* 1781, in 4°, ed il Saros meteorologico 1781. Sulla meteorologia applicata alla medicina *Ved.* la dissertazione del Sig. Retz, Amiens 1780, in 8°. Galleno averte i medici di avere riguardo al corso degli astri; io non dubito ch'egli non voglia parlare dei principj dell'Astrologia giudiziaria, e delle influenze che si credeano allora, dietro ad una superstiziosa ignoranza. Ma riducendo tutto al suo giusto valore, sembra che le attrazioni, le quali sollevano due volte al giorno le acque dell'oceano, possano influire sullo stato dell'atmosfera. Si può consultare su questo, Hoffman, Mead, ed altri i quali ne hanno parlato a lungo. Bisognerebbe che li medici consultassero su questo l'esperienza, ed esaminassero se le crisi, e li parosismi delle malattie abbiano qualche corrispondenza con le situazioni della luna, rapporto all'equatore, alle sizigie, e agli apsidi; molti dotti medici mi hanno su ciò persuaso.

Questi differenti vantaggi che concorrono a favorire l'*astronomia*, furono ricercati in tutti i tempi, e presso tutti i populi del mondo. Giuseppe nelle sue Antichità Giudaiche fa salire fino ad Adamo lo studio dell'*astronomia* e le scoperte fatte. Egli ci narra che li discendenti di Set ne fecero considerabili progressi, e che volendo conservarne la memoria, scolpirono su colonne di pietra e di creta le osservazioni loro astronomiche. Giuseppe attribuisce ad Abramo le prime cognizioni degli Egizj.

Si vedono molti passi nel libro di Giobbe ne' quali Dio stesso parla di *astronomia*: *numquid conjungere valebis micantes stellas plejadas, aut gyrum arcturi poteris dissipare? numquid producis luciferum in tempore suo, & vesperum super filios terræ consurgere facis?*

Si attribuisce anche a Mosè l'avere avuto tal sorta di cognizioni. Al meno S. Stefano dice di lui negli Atti degli Apostoli, ch'egli era versato *in omni sapientia Ægyptiorum*; il che principalmente devesi intendere della cognizione degli astri, la quale aveva reso sì celebri gli Egizj.

Quindi scrissero alcuni dotti, che li Patriarchi erano stati li primi inventori dell'*astronomia*; il Sig. Abbate Renaudot, nella sua Memoria sull'origine della sfera, *Accad. delle Inscriz.* T. I, mostra d'inclinare a questa opinione; ne porta molte ragioni, e noi osiamo credere con Basnage che non meritano di essere rigettate. Sarebbe forse lo stesso dell'origine mitologica, riportata dalli Greci, se la celebrità delli nomi, conservatici dalla favola, almeno non meritasse delle citazioni. Leggendo gli autori che hanno parlato dell'origine dell'Astronomia, si trova una discordanza ed una oscurità, dalla quale non si può trarre alcuna notizia, se non si distinguono esattamente le epoche, come pure le differenti parti dell'*astronomia*, e li gradi delle cognizioni, de' quali si vuole parlare. Distingueremo dunque diligentemente la Mitologia che monta al più a 2400 anni avanti l'era cristiana, tempo nel quale si è supposto essere accaduto il diluvio; le osservazioni Caldee, che non vanno al di là di 720 anni prima di G. C.; e le ricerche delle particolarità, che cominciano 400 anni prima dell'era cristiana.

Il Sig. Bailly, nella sua storia dell'*astronomia*, risale più alto, e fino al popolo antidiluviano, di cui si è perduta la memoria; il Sig. Dupuis fa anch'egli rimontare l'Astronomia degli Egizj a molte migliaja di anni prima dell'epoca ordioaria del diluvio. Si può vedere la Memoria da me citata.

Che che ne sia, bastantemente si vede che quest'*astronomia* antica altro non comprende che la cognizione del moto diurno, quella delle apparenti rivoluzioni della luna e del sole, la situazione e li nomi delle stelle e delle più rimarcabili costellazioni, ed i tempi dell'anno nei quali sono nascoste dal sole. *Ved.* Eliaco. I Caldei vi aggiunsero delle osservazioni più esatte sull'eccliffi della luna, con una leggiera cognizione delli pianeti; ma soltanto 400 anni prima di G. C. si ricercarono le inuguaglianze della luna e degli altri pianeti, il durar delle loro rivoluzioni, la situazione delle loro orbite, la grandezza della terra, e la forma del sistema planetario, e si cominciò a predire l'eccliffi.

Plinio il naturalista si lagna vivamente della negligenza degli antichi nello scrivere la storia dell'*astronomia*. Quest'è una ingratitudine, dic'egli, ed una depravazione dello spirito: si amano di riempiere gli annali di guerre e di carnificine per far conoscere i delitti degli uomini, mentre che non si fa la struttura dell'universo, e li benefizj di quelli che ci hanno dati dei lumi. *Lib.* 2. *c.* 9. Diodoro di Sicilia parlando degli Atlanti, racconta a lungo quanto dicevano della nascita degli Dei, ed aggiunge che il loro sentimento non è in questo molto lontano da quello dei Greci; perciò lo riporteremo come una

delle ſorgenti della Mitologia greca. Gli Atlanti erano il popolo più incivilito dell' Africa; il loro paeſe era ricco, e pieno di grandi città. Pretendevano che gli Dei aveſſero avuto il lor naſcere ſulle coſte marittime del loro paeſe, e queſto ſi accorda molto, ſoggiunge Diodoro, con quanto li Greci ci hanno raccontato. Il primo Re loro fu Urano. Queſto Principe unì nelle città gli uomini che, prima di lui, erano ſparſi nelle campagne. Regolò i loro uſi, e li tolſe dalla vita rozza che cooducevano. Eſſendo diligente oſſervatore degli aſtri, ſtabilì molte circoſtanze ſulle loro rivolozioni; miſurò l'anno col corſo del ſole, e li meſi con quello della luna; e diſegnò il principiare ed il fioire delle ſtagioni. Queſti popoli che non ſapevano ancora come il moto degli aſtri ſoſſe eguale e coſtante, ſorpreſi dall' eſatezza delle ſue predizioni, credettero che aveſſe una natura, più che umaoa, e dopo la ſua morte gli reſero onoti divini a cagione del ſuo ſapere in *Aſtronomia* e delli benefizj che avevano da lui ricevuti. Diodoro *L. III. T.* 1. *pag.* 444 della traduzione Franceſe del Terraſſon.

Tra li figli di Urano i due più celebri furono Atlante e Saturno, che ſi diviſero tra loro il regno di Uraoo. Atlaote ebbe di ſua parte lo coſte marittime: ſi dice ch'era eccellente in *aſtronomia*, e che egli ſu che rappreſentò l'univerſo con una ſfera. Per tal ragione ſi pretende che Atlante porti il mondo ſulle ſpalle. Diod. *pag.* 453. Ma probabilmeote la coſtellazione del bitolco, la teſta del qoale uo tempo era preſſo al polo e l'aſſe del mondo, ha dato occaſione a formar queſta favola di Atlante.

Cicerone lo ſpiegò nella maniera ſteſſa che Diodoro: *nec vero Atlas cælum ſuſtinere trade retur, niſi cæleſtium divina cognitio nomen eorum ad errorem fabulæ traduxiſſet*. Tuſcul. lib. 5, *c.* 8. Quaſi tutti gli autori attribuirooo ad Atlante l'invenzione della ſfera e le prime cognizioni dei moti celeſti. *Ved.* a propoſito di Atlante, Omero nell'Odiſſea, *lib.* 2, *v.* 52. Vitruvio *lib.* 6, *c.* 10. Virgilio, Æneid. I, 745. Diodoro, *lib.* 4, *tom.* 2, *pag.* 62. *dell' edizione Franceſe*. Plin. *lib.* 2, *c.* 8. Weidler, *hiſt. aſtronom.*, *pag.* 3, ed 11. Atlante diede il ſuo nome alli popoli che abitavano le coſte, ed ad una delle più graodi catene di montagne che vi ſia nell' Atrica.

Diodoro di Sicilia aggiunge, che Atlante partecipò li ſuoi lumi ad Ercole in riconoſcenza di avergli liberate le figlie cho gli erano ſtate rapite. Ercole traſmiſe ai Greci queſte cognizioni ricevute da Atlante, e paſſò poi per l'ioventore dell' *aſtronomia*. *Sophocles in palamede. Voſſius de natura artium*.

Il P. Petavio crede che Atlante abbia fiorito verſo l'anno 3638 prima di G. C., ed Ercole 400 anoi più tardi. Quelli che riportano il ſecolo di Atlante a 2400 anni orima di G. C., lo pongono nel tempo in cui viſſe Noè, ſecondo i comentatori della Scrittura. Queſto pure è il ſecolo di Yao, ſecondo i Chineſi, e fino dalla più rimota antichità ſi coſtumò di darſi agli elementi della più ſemplice *aſtronomia*, ammetteodo anche la tradizione delli Greci ſull' antichità di Atlante.

Alle favole di Urano, di Atlante, e di Ercole, deveſi aggiongere quella di tutti gli uomini illuſtri che ſi diſtinſero nell' *aſtronomia*, e ne paſſarono per inventori. Luciano nella ſua operetta ſull' Aſtrologia, ſpiegò in queſto modo le favole di Orfeo, Tireſia, Atreo, Tieſte, Belleroſonte, Friſſo, Dadalo, Paſifae, Endimione, Faetonte: tutti, al parere anche degli antichi, dovettero la loro celebrità alle loro cognizioni nell' *aſtronomia*: gli uomini pieni di meraviglia, ammirarono con graode riſpetto quelli che loro aveano inſegnato coſe tanto ſublimi. Cicerone, *Tuſcul. quæſt. lib.* 5. *c.* 8. Plioio *lib.* 2. *c.* 9.

Finalmente ſi ſa che la Mitologia dei Greci, e la ſtoria delli loro eroi è frammitchiata con li nomi delli ſegni, delle coſtellazioni, e dei pianeti, come ſi può vedere in Arato, Igino, Manilio, Luciano. *Ved.* anche Giuſeppe Scaligero nelle ſue note ſu Manilio, Riccioli nel ſuo Almageſto, *tom.* 1, *pag.* 398, e Blaew, o Phil. Cæſius, *cælum aſtronomicum poeticum*, 1662. Finalmente la Memoria del Sig. Dupuis, che ſpiega la Mitologia con il levare a con gli aſperti delle coſtellazioni, ed egli eita in teſtimonio Porfirio, Sineſio, Jamblico, Atenagora, ec.

Fin qui non abbiamo che una tradizione oſcura e favoloſa; ma verſo il tempo della ſpedizione delli argonauti, 1300, o 1400 anni avaoti di C. G., l' Aſtronomia fece alcuni progreſſi. Il centauro Chirone di Teſſaglia, che alcuni hanno detto eſſere ſtato figlio di Saturoo, fu il primo ad inſegnare agli uomini la giuſtizia ed il culto degli Dei, e le figure del cielo, ſecondo l'autore della *Titanomachia*, citata da Clemente Aleſſandrino, *Strom. lib.* 1. *cap.* 15; così anche ne parlò Auſonio, *Idyllium* 5, *v.* 20. *Mem. dell' Accad. delle Inſcrizioni e Belle Lettere*, *tomo XIV*, 361; *XVII*, 46.

La ſpedizione degli argonauti moſtra di eſſere legata con lo ſtabilimento delle coſtellazioni oella Grecia, al parere del Newton nella ſoa cronologia, e di Freret nella ſua diſeſa della cronologia pobblicata nel 1758. Queſto moſtrà di provare che queſti nomi ſorono dati dalli Greci alle coſtellazioni, poco dopo il viaggio degli argonauti. Così penſa Seneca, quando dice: „ non eſſere aocora 1500 anni da che la Grecia ha contato e nominato le ſtelle. „ *Nat. quæſt. lib.* 7, 25. Seneca ſcriveva verſo l' anno 65; per ciò ſuppone che queſti nomi ſieno più antichi di 1400 anni al più della noſtra era volgare.

Astronomia *caldea*. Gli abitanti delle vaſte pianure del Seonar, dov' era fabbricara la città di Babilonia, ſono ſtati li più antichi aſtronomi ed

mi ed i primi di tutti gli osservatori, le contemplazioni dei quali siano giunte fino a noi. Tutto confluiva a far che prestassero la loro attenzione al cielo. La guardia delle greggie era la principal loro occupazione: ma il calore del giorno faceva che sceglieſſero il tempo di notte per i loro lavori, esercizj e viaggi; in modo che lo spettacolo degli astri doveva occuparli, per così dire, malgrado loro. A questo si aggiunga, che in quelle pianure, molte delle quali erano coperte spesso di sabbia leggiera, che il vento dispergea facilmente, gli astri doveano servire a riconoscere le strade (*Viaggi dell' Indie Orientali*, Carrè, *cap.* 1, *pag.* 230), ed a regolare i loro viaggi. Finalmente la curiosità, la superstizione, e forse il gusto dell' astrologia aggiunto poi a motivi più ragionevoli indussero li Caldei a darsi totalmente allo studio dell'*astronomia*. Forse sono stati li primi a fare progressi rimarcabili. Gli Egizj avrebbero dovuto forse precederli nella storia dell' *astronomia*, ed alcuni autori hanno dato la preferenza agli Egizj, specialmente Luciano e Marsham, uno fra gli antichi, l'altro fra i moderni; finalmente il Sig Dupuis, che trova il nome di tutti li segni del zodiaco d'accordo col calendario rurale degli Egizj.

L'*astronomia* dei Babilonesi è citata in varj luoghi della Scrittura. Molti autori hanno riguardato Abramo come un astronomo Caldeo che aveva insegnato l'aritmetica, e l'*astronomia* agli Egizj, *Philo de nobilitate*, *pag.* 702. *ediz. di Colonia*, 1613; Giuleppe, Alessandro Polistore, ed Artapano, citato da Eusebio, *præp. ev. l.* IX, *c.* 16, 17, e 18. *Vossio cap.* 30. §. 6. Si parla di molte costellazioni nel libro di Giobbe *cap.* 9, e Giobbe era Arabo di nazione, cioè, vicino a Babilonia. Si trova alli tempi di Achaz, 750 anni prima di G. C., l'uso delli quadranti solari a Gerusalemme, e pare che essi si sieno avuti dai Babilonesi, alli quali Erodoto ne attribuisce l'invenzione (*II*, 109); si vede che allora questo principe avea amicizia con Teglath-Falasar Re di Assiria, *Reg IV.* 16. *v.* 8. Li Babilonesi inviarono persone ad Ezechia ad informarsi di quanto era accaduto circa il quadrante di Acaz, del quale avevano sentito a parlare. *Paralip. l. II*, *c.* 32.

Vi sono in Babilonia, dice Strabone, dei Filosofi molto occupati nell' Astrologia, chiamati *Caldei*. Alcuni, soggiunge egli, credono poter predire agli uomini, dalla loro nascita, quanto deve accader loro; ma sono disapprovati dagli altri. La nazione delli Caldei, e la Babilonia da essi abitata, è vicina all' Arabia, ed al mare chiamato *Persico*. Strabone lib. 16, *pag.* 739, *ediz. di Parigi*, 1620: dice anche che li Greci avevano imparato questa scienza dagli Egizj e dalli Caldei, *lib.* 17, *p.* 806.

Anche Cicerone racconta che gli Assirj, che abitano delle vaste pianure, dove niente poteva fermare la vista, ed impedire la contemplazione del cielo, si aveano dato con tutto lo studio alla cognizione degli astri: *de Divinatione*, *l.* 1. *n.* 2. e 93. Diodoro Siculo, sebbene prevenuto in favore degli Egizj, dice precisamente che li Caldei sono i più eccellenti astrologi che vi sieno al mondo, come coltivatori della scienza degli astri più di qualunque altra nazione del mondo, *l.* 2, *p.* 280. Vitruvio ne parla ad un di presso egualmente, *l.* 9, *c.* 7.

Platone li unisce agli Egizj sotto il nome di Sirj, *Epin. pag.* 622, *ediz. del* 1548, come diremo. Essi sono citati egualmente come inventori dell' Astrologia in Aristotele *de cælo* (*II*, 12) e nel suo comentatore Simplicio, *fol.* 77, *ediz. lat. di Venezia* 1540; in Plinio, VII, 56, nella vita di Pittagora, per Jamblico, *c.* 29, *sect.* 158; nel comentario greco di Teone su di Arato *pag.* 81, *ediz. di Parigi*, 1559; in Achille Tacio, al principio della sua *Isagoge*, *Petavii Uranologion*, *pag.* 73, *ediz. di Anversa*, 1705; in Solino, *Asia*, *cap.* 65, *p.* 163; in Marziano Capella, *l.* 6, *de Babyl. p.* 225, *ediz.* del 1599. S. Clemente Alessandrino, dopo aver detto che gli Egizj furono li primi che insegnarono agli uomini l' Astrologia, soggiunge che lo furono pure li Caldei, *Stromatum*, *l.* 1, *art.* 16. *p.* 361, dell' edizione greca, e latina fatta ad Oxford nel 1715, ed egli le cita tutte insieme, (*pag.* 354, ec.)

Tra li moderni Vossio è stato specialmente persuaso che li Babilonesi sieno stati li primi inventori dell'*astronomia*: *de natura artium*, *l. III*, *cap.* 30; *p.* 105. *Ved.* anche il Sig. Goguet, dell' origine delle leggi, delle arti, e delle scienze, *t. I*, *p.* 215 *in* 4°, ed il Sig. Ab. Renaudot nel primo volume delle Memorie dell' Accademia delle Iscrizioni.

I Caldei pretendeano avere delle osservazioni di 470 mille anni; ma si può credere che intendessero di giorni. *Ved.* Anno. Tolomeo nel suo *Almagesto*, l'opera più antica di Astronomia che abbiamo, accenna tre eclissi della luna; delle quali la prima era stata osservata in Babilonia, 720 anni prima di G. C.; pare dunque che verso questa data si debbano porre le più antiche osservazioni che meritino essere conservate. Quanto era precedute, non è che un rozzo principio di cognizioni astronomiche, che si riduce alle osservazioni del Zodiaco, dei tempi del levare e tramontare eliaco delle costellazioni, del ritorno delle fasi della luna. Nè v' ha apparenza che il periodo di 18 anni e 10 giorni, che conduce ad un di presso le eclissi ad un ordine stesso, fosse conosciuto dai primi Caldei, sebbene si chiami *periodo caldaico*.

Il tempio di Giove Belo, che Semiramide aveva fatto innalzare in Babilonia, conteneva una torre immensa, che, secondo Erodoto, *l. I. n.* 181, aveva uno stadio di altezza, circa 100 tese, ed altrettante di larghezza, fabbricata di mattoni e di asfalto, sulla quale vi erano sette gran torri, l' una sopra l'altra. Sussistevano ancora al tempo di Erodoto, 440 anni prima di

G. C. Diodoro Siculo dice che tutti convengono che queſto tempio foſſe di un'eccefſiva altezza, e che li Caldei avefſero ivi perfettamente oſſervato il levare ed il tramontare degli aſtri. *L. II, t. 1, p. 233.* Diodoro Siculo ci fa anche ſapere che li Caldei non aveano che una imperfetta teoria delle eccliſſi; e che non oſavano determinarle, nè predire il tempo. *L. II, t. 1. p. 279.* Conoſcevano bene i pianeti, mercurio, venere, marte, giove, e ſaturno, ma pare che conoſceſſero male la durata delle loro rivoluzioni, mentre Tolomeo, molto tempo dopo, non ſi luſingava ancora di conoſcerle bene; eſſi facevano gli anni di 365 giorni, e pare che non ancora conoſceſſero l'errore delle ſei ore.

Erodoto ci dice eſpreſſamente che li Greci avevano appreſo dai Babiloneſi l'uſo del polo, del gnomone, e della diviſione del giorno in dodici parti; il polo era un iſtrumento fatto per moſtrare l'ora del giorno; il gnomone ſerviva a moſtrare le lunghezze dell'ombra in differenti ſtagioni, e per conſeguenza la lunghezza dell'anno. Ferecide, verſo l'an. 540, fece un quadrante ſolare nell'iſola di Sciros, una delle Cicladi, come ci fa ſapere Diogene Laerzio; ma Anaſſimandro, morto l'an. 547, ne aveva fatto uno in Iſparta e l'orologio di Acaz pare che ſia ſtato ſcoperto almeno fino dall'anno 727. Non ſarebbe da ſtupirſi che foſſe paſſato dai Babiloneſi alli Sirj, e da Damaſco alla Giudea. Non vi fu in Roma un quadrante ſolare ſe non che l'anno 306 prima di G. C., e lo fece fare Papirio Curſore. *Cenſor. cap. 23. Plinio, VII. 60.*

Gemino parla molto delle oſſervazioni delli Caldei; ma non diſtingue quelle, ch'erano ſtate fatte ſotto li Re di Babilonia, e ſotto li principi Medo-perſiani: Non ſi ſa ſe ve ne foſſero molte dalla preſa di Babilonia fatta da Ciro fino alla Conquiſta di Aleſſandria. Quelle, delle quali parla Tolomeo, terminano all'an. 492 prima di G. C., a riſerva di due eccliſſi della luna degli anni 384 e 383, e di alcune altre oſſervazioni di Mercurio, che credo ſieno ſtate fatte in Babilonia. Li Re di Perſia non riſiedendovi, traſcurarono probabilmente d'incoraggire le ſcienze. La rivoluzione accaduta verſo l'anno 510, aveva già preparato la decadenza di queſta città. La riputazione delli Caldei in *aſtronomia* cagionò ancora molto tempo prima le impoſture degli avventurieri, che ſotto il nome di Caldei, andavano a predir l'avvenire al popolaccio:

Chaldæis ſed major erit fiducia.
Juven. VI, 553.

ma allora la ſuperba Babilonia era in rovina, e non raſſomigliava che ad un deſerto; le ſcienze erano paſſate in Grecia ed in Egitto.

Gli Egizj ſi attribuirono l'invenzione dell'*aſtronomia*; eſſi ſono citati unitamente alli Caldei in moltiſſimi autori Greci. Erodoto attribuiſce ſpecialmente agli Egizj la maggior parte delle cognizioni delli Greci. Ariſtotele, Plinio, Macrobio (*Somn. Scip.* 22), attribuirono la prima invenzione dell'*aſtronomia* agli Egizj ed alli Caldei unitamente; Voſſio, *de natura artium, l. III, c. 30, §. 13, p. 106.*

Marsham era perſuaſo che l'Aſtronomia aveſſe avuto origine in Egitto e non nella Caldea. *Canon Chronicus, p. 143, 475, 481, ediz.* del 1696. Ma egli accorda alli Babiloneſi il riſtabilimento delle ſcienze in Egitto, dopo la diſtruzione dell'impero de' Perſiani; perchè, die' egli, per il tempo in cui l'Egitto fu governato dalli Perſiani, le arti furono traſcurate e paſſarono in Babilonia, (*p. 475, 505*). Marſham parla di due Mercurj, uno chiamato Thoth, riguardato come l'inventore dell'*aſtronomia*, poco dopo il diluvio, ed il ſecondo detto Triſmegiſto, che viſſe poco dopo Mosè, 1500 anni prima di G. C. (*p. 34, e 241*). Egli cita Sincello, Euſebio e Jamblico. Gli Egizj ſi vantavano di avere inviato colonnie per tutta la terra: ſecondo eſſi, Belo ne aveva condotta una in Babilonia; egli aveva iſtituito i ſacerdoti Caldei, che ſi diedero allo ſtudio degli aſtri, ad imitazione dei ſacerdoti, dei naturaliſti, e degli aſtrologi Egizj. *Diod. Sic. l. 1, pag. 56, e 173.* Pauſania dice anche che Babilonia traeva il ſuo nome da Belo Egizio.

Pure la maniera miſterioſa ed enigmatica, della quale ſi ſervivano li ſacerdoti egizj, inviluppando le loro cognizioni ſotto geroglifici ed emblemi, fa che non ſi ſeppe niente di poſitivo ſulla data ed origine della loro prima *aſtronomia*; ella forſe è la più antica, ma anche la più riſtretta.

Diodoro Siculo, ſebbene favorevoliſſimo alle pretenſioni degli Egizj, dice poco delle loro cognizioni ſu queſto genere, e d'altro non parla che delle rivoluzioni dei pianeti, e loro moti diretti, ſtazionarj e retrogradi. *Diod. lib. 1., pag. 172.*

Diodoro, parlando degli abitatori di Tebe o Dioſpoli, Città dell'alto Egitto, li quali ſi credevano li più antichi abitanti della terra, e li primi inventori dell'*aſtronomia*, dice ſoltanto, che pare ch'eſſi avefſero oſſervato diligentemente le eccliſſi, e ſu queſto faceſſero delle predizioni; ma Diodoro non dice preciſamente e chiaramente, come il Sig. Terraſſon gli fa dire, che prediſſero l'eccliſſi, *l. I; t. 1, p. 119.*

Diogene Laerzio dice anche che dopo il tempo di Nilo 1200 anni prima di Gesù Criſto fino a quello di Aleſſandro, gli Egizj aveano oſſervato 373 eccliſſi del ſole, ed 832 della luna; ma non dice ove e come ſi aveſſero fatte queſte oſſervazioni.

Non pare che Ipparco abbia fatto alcun uſo dell'eccliſſi oſſervate in Egitto, delle quali non avevano probabilmente bene oſſervato il tempo e la miſura; egli fece uſo di quelle di Babilonia.

Siamo incerti ſe gli Egizj hanno conoſciuto

più

Digitized by Google

più di 400 anni prima di Gesù Cristo l'errore di circa sei ore, che vi è negli anni comuni di 365 giorni; pare che allora essi l'ignorassero, come lo crede il Sig. Goguet, ed il Sig. Dupuis. *Mem. dell' Accademia delle Iscriz. tom.* 29, *pag.* 116. *Ved.* ANNO.

Erodoto non ne parla; ma Platone ed Eudosso, 80 anni dopo Erodoto, appresero dagli Egizj, come una cosa misteriosa e secreta, la circostanza delle sei ore. Strabone *l.* 17, *p.* 806. Questo sembra provare che la scoperta fosse recente in Egitto. Goguet, *l.* 3, *p.* 98.

Allora probabilmente si distingueva l'anno astronomico e l'anno civile; questo continuò pertanto ad essere di 365 giorni. (*Gemino*, c. 6.) *Ved.* la storia del *Calendario Egizio*, del Sig. de la Nauze, nelle *Mem. dell' Accad. delle Iscriz. t.* 14, *p.* 334; il Sig. Dupuis *t.* 29; il Sig. des Vignoles, Miscell. Berolin. *t.* 4, *p.* 1. Teod. Gaza *de mensibus*, *apud Petav. in Uranol. Censor. c.* 18, *p.* 93.

Diogene Laerzio attribuisce molte cognizioni agli Egizj; ma pare, per il fin qui detto, che circa agli anni 400 prima di Gesù Cristo si debba riportare quanto egli dice. Secondo questo autore, in Egitto si sapeva che le stelle erano fuochi; che il mondo era rotondo come una palla; che la luna si ecclissava entrando nell' ombra della terra; e che il moto delli pianeti era molto ineguale. (*In proœmio*, *p.* 3.) Diodoro Siculo dice ad un di presso lo stesso, *l.* 1, *t.* 1., *p.* 149, *ediz. Francese*.

Probabilmente è lo stesso quanto rapporta Macrobio (*Somn. Scip. l.* 1, *c.* 19) quando dice: gli Egiziani hanno scoperto che il cerchio descritto dal sole è circondato da un cerchio esteriore, che Mercurio descrive, e che il cerchio di Venere rinchiude quello di Mercurio, in modo che questi due astri sono di là del sole quando si trovano alla parte superiore delle loro orbite. Vitruvio, *l.* 9, *c.* 4, ne parla molto a lungo, come lo diremo all'occasione del sistema di Copernico, ch' estese questa bella idea a tutti gli altri pianeti. Essi ebbero la prima idea della pluralità dei mondi, ed Orfeo la sparse fra i Greci. *Ved.* PLURALITA'.

Il periodo, o settimana di sette giorni, ciascheduno de' quali è consecrato ad uno delli sette pianeti, secondo Erodoto, *l. II*, *c.* 82, e Dione Cassio, *lib.* 37, fu uno degli stabilimenti degli Egizj, adottato poi dai Greci, e dalli Romani.

Il levare ed il tramontare delle stelle in diversi tempi dell' anno fu uno delli primi oggetti dell' attenzione delli popoli osservatori; anche gli Egizj aveano fatto delle tavole, come apparisce da un passo di Diodoro Siculo, *l. I*, *p.* 46 *dell' ediz.* del 1604, dove tratta della tomba di Osimandia Re di Eliopoli. Si vede un circolo d' oro di 365 braccia, (ciascheduno corrispondente a 20 pollici e $\frac{1}{2}$). Si vede un giorno dell' anno ad ogni braccio, col levare ed il tramontare delle stelle, che corrispondono ad ogni giorno, e le proprietà che loro si attribuiscono. Questo circolo fu levato sotto il regno di Cambise, Re di Persia, al tempo della conquista dell' Egitto, 524 anni prima di G. C.

Il levare eliaco di Sirio o della Canicola, fu specialmente osservato in Egitto. Un tal genere di osservazioni aveva preceduto, secondo quello che appare, tutti gli altri, e sale forse a 4 mille anni prima di Gesù Cristo, ed anche più, secondo molti autori.

Strabone che viaggiò in Egitto verso il tempo di Augusto, non trovò quasi vestigio alcuno di queste scienze fra li sacerdoti Egizj, e gli Egiziani non s'erano distinti lungo tempo avanti che a motivo dell'ignoranza in cui si trovavano i Greci; ma al tempo di Strabone, le loro scienze e la loro celebrità era passata agli abitanti della Grecia, come la maggior parte dei grandi stabilimenti della Grecia erano stati formati dalle Colonie venute dall' Egitto.

I Greci ammaestrati alla scuola degli Egizj, li hanno riguardato come gl' inventori di tutte le scienze, ed i loro scrittori ne hanno parlato su questo tuono, in modo che è difficilissimo per noi il separare il merito delle altre nazioni, specialmente dei Caldei. Noi pertanto crediamo che li Caldei sieno stati quasi ignoranti in *astronomia* 800 anni prima di Gesù Cristo, come i Peruviani e li Messicani si sono trovati nel decimo quinto secolo.

ASTRONOMIA *delli Greci*. Platone attribuisce ai barbari, vale a dire, agli stranieri, tutta la filosofia dei Greci, come osservá Clemente Alessandrino, *Stromatum*, *l.* 1, *c.* 15, *p.* 355. Osserva anche che Pittagora era Toscano; Aristene Frigio; Talete, Fenicio; Orfeo, di Tracia; ed Omero, Egizio, al parere dei più. Tutto mostra l' anzianità degli Africani e degli Asiatici sopra i Greci.

Talete di Mileto, che molti hanno tenuto per Fenicio, fiorì in un tempo in cui li Greci non avevano ancora alcuna *astronomia* planetaria, circa 600 anni prima di Gesù Cristo. Diogene Laerzio (*l. I*, *p.* 6, *ediz. del* 1594), dopo Eudemo, che aveva fatto la storia dell' *astronomia*, ci fa sapere, che Talete fu il primo tra i Greci che determinò il corso del sole da un solstizio all'altro, e regolò la divisione dell' anno. Viaggiò in Egitto, essendo già avanzato in età. Talete fu il primo che insegnò ai Greci la cagione delle ecclissi, (*de Placit. phil. l. II*, *pag.* 24). Conobbe la rotondità della terra, e la divise in zone col mezzo dei tropici e delli circoli polari; parlò del circolo obliquo del Zodiaco, del meridiano, che taglia tutti li circoli estendendosi dal nord al sud, e della grandezza del diametro apparente del sole.

Erodoto, *l. I*, *n.*° 74; Cicerone, *de divin. I*; Plinio, *II*, 12, asicurano che Talete aveva predetto alli Jonj una ecclisse totale del sole, che accadde nel tempo della guerra dei Lidi e

delli

delli Medi. Riccioli e Newton credono che queſta eccliſſe ſia ſtata quella del meſe di Maggio, 585 anni avanti di Gesù Criſto. Al parere di Bayer nelle memorie di Pierroburgo e del Sig. Coſſard nelle Tranſazioni Filoſofiche del 1753, fu quella che accadde li 18 Maggio 603, ad otto ore della mattina: il Sig. Chaſſeboenſ la pone nel 621. Del reſto, la maniera di cui Erodoto racconta queſta predizione, è sì vaga, che a fatica ſi crede che realmente ſia accaduta; ma s'egli è vero che Talete abbia predetto una eccliſſe del ſole, queſto eſſere non potrebbe che col mezzo del periodo generale di 18 anni ed 11 giorni, del che avrebbe avuto cognizione dagli Egizj e Caldei; perchè non ſi era ancora in caſo di predire le eccliſſi con un calcolo eſatto delli moti della luna.

L'anno dei Greci, come quello degli Egizj, era ſtato originariamente di 354 giorni; egli era ancora di 360 al tempo di Solone. (*Marsham*, *pag.* 360.)

Riguardo ai pianeti, Venere è la ſola, di cui ſi parli in Eſiodo ed in Omero. Democrito ſupponeva che vi foſſero molte ſtelle erranti; ma non oſava determinarne il numero, *Sen. quæſt. nat. l.* 7, *cap.* 3; e li Greci non conoſcevano ancora li moti delli cinque pianeti, allorchè Eudoſſo portò dall'Egitto la prima cognizione, 380 anni prima di Gesù Criſto. I Greci vedendo Venere riſplendere ora la ſera ed ora la mattina, ne aveano fatto due pianeti differenti, Eſpero e Foſforo. Si pretende che Pittagora ſia ſtato il primo che fece conoſcere alli Greci che queſti due aſtri non erano che uno. Stobeo, *Ecl. phyſ. l.* 1, *p.* 55; Plinio *l.* II, *c.* 8; Diog. Laerzio, *l.* 8, *ſez.* 14.

Anaſſimandro, nato 610 anni prima di Gesù Criſto, indi Anaſſimene, Anaſſagora, Democrito, Filolao di Crotona, ſono celebri fra gli autori greci per avere conrribuito ai progreſſi dell'*aſtronomia*. Eudoſſo nacque 421 anni avanti Gesù Criſto. Cicerone dice che ſi può riguardarlo come il principe degli aſtronomi; E queſto a giudizio degli uomini più dotti, *de Divinin.* II, 87. Seſto Empirico cita Eudoſſo con Ipparco, cioè col più grande aſtronomo della Grecia. *Adverſ. Mathem. lib.* 5, *initio*. Pure vedendo come la ſfera di Eudoſſo, o la ſituazione delli circoli della ſfera rapporto alle ſtelle, che ſi attribuiſce a lui, è differente di quella che doveva aver luogo al ſuo tempo, ſi ha motivo di credere che Eudoſſo non oſſervò quaſi niente egli ſteſſo, e non iſcriſſe che dopo gli Egizj, preſſo alli quali era ſtato per apprendere l'*aſtronomia*, come raccontano Cicerone, Strabone, Diogene Laerzio. Seneca dice che Endoſſo portò il primo dall'Egitto la cognizione del moto planetario. *Quæſt. nat.* 7, 3.

Vitruvio gli attribuiſce l'invenzione della aranea, ſpecie di quadrante ſolare. *Arachnen Eudoxus aſtrologus, nonnulli dicunt Apollonium*. (IX, 9, *initio*.) Ipparco, uno delli più grandi aſtronomi, le di cui oſſervazioni a noi ſono giunte, cita qualche volta con elogio Eudoſſo. Si può anche citare Pitea fra gli aſtronomi greci. Pure i loro progreſſi furono lenti e mediocri fino al tempo che Tolomeo Filadelfo rianimò le ſcienze in Aleſſandria, dichiarandoſi il protettore dei dotti, verſo l'anno 280 prima di Gesù Criſto. Le oſſervazioni di Timocare, di Ariſtillo, di Eratoſtene e d'Ipparco diedero all'*aſtronomia* un nuovo aſpetto. Queſte oſſervazioni fecero conoſcere la grandezza della terra, la preceſſione degli equinozj, la durata e le inegualità dei moti planetarj; ma le cognizioni, che ſu ciò ſi ebbero, erano ancora molto imperfette. Anche Tolomeo notò queſto all'occaſione d'Ipparco: „ i tempi dopo i quali abbiamo delle oſ„ ſervazioni dei pianeti, ridotte in iſcritto, ſo„ no sì brevi in paragone della grandezza di una „ tale intrapreſa, che non ſi può aſſicurarſi del„ le predizioni che ſi farebbero per un lungo „ ſpazio di tempo.... Così io penſo che Ippar„ co, amatore del vero, intraprese bensì queſto „ lavoro per il moto del ſole e della luna di„ moſtrando per quanto è poſſibile, che queſti „ moti erano realmente circolari; ma non l'in„ trapreſe per gli altri cinque pianeti, al me„ no per quanto appariſce dalle opere, che di „ lui abbiamo. „ *Almageſto lib.* IX, *cap* 2.

Poſſidonio deve anch' egli eſſere annoverato fra gli aſtronomi greci. Plinio adottò le di lui opinioni ſulla diſtanza delli pianeti, ed erano molto eſatte. Egli viveva 80 anni avanti di Gesù Criſto.

Per avere tutte le cognizioni poſſibili ſugli aſtronomi greci con la più vaſta erudizione, biſogna conſultare Fabrizio, *Biblioth. græcæ*, *t.* XI. Si ha la ſtoria dell'*aſtronomia* del Weidler che ha fatto un grand'uſo del libro di Fabrizio: ſi può anche conſultare Scaligero nelli ſuoi prolegomeni ſu Manilio, Voſſio de *ſci. mat.* il P. Petavio, *Uranologion*, e ſpecialmente la ſtoria dell'*aſtronomia* del Sig. Bailly.

Li Romani, occupati nell'arte militare, coltivarono poco le ſcienze. Il decreto del Senato dell'anno 52 di Gesù Criſto, per il quale li Matematici furono cacciati dall'Italia; rinnovato da Domiziano nell'83, dovette allontanare ancora il guſto delle matematiche. Non conoſciamo altri aſtronomi, che Menelao, il quale viveva in Roma nel principio del regno di Trajano, l'anno di Gesù Criſto 98. (*Petav.*, *l.* XI, *c.* 23.) Egli determinò le longitudini di molte ſtelle, col mezzo delle congiunzioni della luna: ſi parla in Tolomeo, VII, 3.

Tolomeo è il ſolo fra tutti gli antichi aſtronomi, di cui ci reſti un'opera importante. A lui ſiamo obbligati di poter ricorrere per la ſtoria di queſta ſcienza. Se ne può avere notizia in Weidler, *pag.* 184, 202, ed alla parola ALMAGESTO.

Teone di Aleſſandria è il ſolo ſucceſſore di Tolomeo, di cui ci reſta un utile libro, il quale è

le è un comentario ſull' *Almageſto* di Tolomeo; vi è un eccliſſe del ſole oſſervata in Aleſſandria l'anno 365. Ebbe egli una figlia chiamata Ipazia, ch' ebbe tali cognizioni di *aſtronomia*, ch' eccitò una sì grande geloſia fra li ſuoi concittadini, che fu aſſaſſinata, lacerata e traſcinata per le ſtrade dal popolaccio di Aleſſandria. Boulliaud, *Aſtron. phil.* p. 15. Egli cita Suida ed Eſichio, *in vitis Phil.*

L'eccliſſe oſſervata da Teone, con quella che Tio oſſervò l'anno 500 in Atene, ſono quaſi le ſole oſſervazioni, che ſieno ſtate fatte in Grecia dopo Tolomeo: tuttavia ſe ſi cercaſſe diligentemente nelli manoſcritti delle grandi biblioteche, ſarebbe poſſibile che ſe ne trovaſſe alcun' altra.

Non ſi vede preciſamente in qual tempo le ſcienze ſi eſtingueſſero in Grecia; noi ſappiamo ſoltanto che nella diviſione dell' Impero, l' Egitto reſtò all' Imperator di Oriente, fino all' anno 614, che fu tolto all' Imperatore Eraclio dalli Perſiani ſotto la condotta di Coſroe (*Abulfaragius, Hiſt. Dynaſt.*); ſotto Omar, ſecondo Califfo o ſecondo ſucceſſore di Maometto, Aleſſandria fu preſa da Amrou Ebno'l-Aas, e la famoſa biblioteca fu bruciata l'anno 641. Quello fu il termine del progreſſo delle Scienze in Egitto, ed in Grecia; perchè gli Arabi non ebbero da prima nè guſto, nè voglia di occuparſi.

Astronomia *degli Arabi*. Paſſarono quaſi 200 anni di guerre e di rivoluzioni prima che gli Arabi ſtabiliſſero coſa alcuna per le ſcienze. Ma finalmente li Califfi di Babilonia avendo eſteſo il loro dominio fino alle Indie, ſi diedero allora agli ſtudj. Il ſecondo Califfo della famiglia degli Abbaſſidi fu Almanſor, Principe ripieno di cognizioni, e che cominciò a ſpargere il guſto dello ſtudio nel ſuo Impero. *Hiſtoria compendioſa Dynaſtiarum, auctore Georgio Abulpharagio ec.*, 1763, II vol. in 4, pag. 160. *Ved. anche il Dizionario di Bayle*, alla parola Abulfaragio.

Almamon figlio di Harun Al-Rashid nipote di Almanſor giunſe all' Impero nell' 814; eſſendo ſtato allevato con ſomma cura, e nell' amore delle ſcienze, ſi diede a coltivarle e farle fiorire nei ſuoi ſtati; chieſe agl' Imperatori Greci i libri di Filoſofia che aveva preſſo di loro. Li dimandò a Michele il Balbo, che aveva vinto più volte; queſt' imperatore che non ſapeva nè leggere, nè ſcrivere, non doveva avere molta difficoltà ad accordarglieli. Almamon radunò i più abili interpreti, come Meſuè ſuo Medico, per farne le traduzioni: incoraggiò li ſuoi ſudditi a ſtudiarle; eſſo frequentava li dotti, ed aſſiſteva ai loro eſercizj (*Abulfaragius, pag.* 160.) Fece tradurre l'Almageſto; determinò l' obliquità dell' ecclittica; fece miſurare un grado della terra ſulle ſpiaggie del mar roſſo, come ſi vede *negli Elementi di aſtronomia* d' Alfragan, che viveva nel tempo ſteſſo, cioè verſo l'anno 830.

Albategnio, Principe Arabo, che viveva l'anno 912, fece anche delle oſſervazioni ad Arafto in Meſopotamia, ed in Antiochia. Rettificò le tavole di Tolomeo, e le ſue oſſervazioni ſervirono ancora poi per le tavole Alfonſine. Abbiamo anche delle oſſervazioni di Taboth e di Ibn-Iounis.

Si trova nelle tranſazioni filoſofiche della Società Reale di Londra una Memoria di Edoardo Bernard, in cui ſi parla di un gran numero di Aſtronomi Arabi, le opere delli quali ſono manoſcritte; la ſola biblioteca di Oxford ne ha più di quaranta, che contengono dei trattati o delle oſſervazioni aſtronomiche; molte ne ſono nella biblioteca del Re a Parigi, e nella biblioteca dell' Eſcuriale, delle quali ſi è pubblicato il catalogo da qualche anno. Sarebbe da deſiderarſi che i dotti noſtri Interpreti voleſſero darſi a queſto oggetto, che ſarebbe più utile delli romanzi da loro tradotti e pubblicati e così illuſtrerebbero la Letteratura orientale, nella quale ſi occupano.

Gli Arabi nell' VIII ſecolo s' impadronirono della Spagna; portarono colà la loro *aſtronomia* e Filoſofia peripatetica, e vi furono molti uomini celebri, che ebbero per lungo tempo riputazione nella Spagna. Tra gli Aſtronomi ſi conta ſpecialmente Arzachel ed Alhazen.

Le ſcienze penetrarono per mezzo dei Munſulmanni fino nella Perſia, e di là nella Tartaria e nell' Indie. Ci reſta un prezioſo monumento nelle opere di Ulug Beg o Ulug-Beigh, ch' era nipote del gran Tamerlano, e che verſo l' anno 1430 regnava nella Battriana: la capitale del ſuo Impero era Samarcanda, ſituata a 39° 37' 23" di latitudine, e 6° all' oriente del mar Caſpio. Il dominio di queſto principe ſi eſtendeva ſulle due rive del fiume Oxus o Gihon, che diceſi anche Gihus. Abbiamo di lui un catalogo celebre delle longitudini e delle latitudini delle ſtelle. Ulug Beg compoſe anche delle tavole aſtronomiche per il meridiano di Samarcanda, tanto ſulle ſue oſſervazioni, quanto ſu quelle di Salaheddin Al-Roumi, che le aveva ideate. Si dice che queſte tavole erano sì eſatte, che differivano poco da quelle di Ticone Brahè. *D' Herbelot, pag.* 935.

Astronomia *delli Chineſi*. Sebbene l' *aſtronomia* ſia ſtata coltivata anticamente nella China, pure aveva fatto pochi progreſſi, e pare che ſi vedano li Chineſi ſeguire paſſo paſſo le altre nazioni nei loro progreſſi. Il P. Gaubil ha compoſto una ſtoria dell' *aſtronomia* Chineſe, pubblicata dal P. Souciet nel 1729, e 1732, nella quale ſi trovano molte particolatità iſtoriche: ma non vi è, per così dire, che una ſola oſſervazione dell' anno 1278, della quale gli Aſtronomi abbiano profittato.

Nei primi ſecoli della Storia della China non ſi ſa menzione che di una ſola eccliſſe, che alcuni riportano all' anno 1948 prima di Gesù Criſto, ed altri a 2159; il P. Gaubil la fiſſa alli 12.

li 12 Ottobre 2155, *tomo II, pag* 115, contando alla maniera dei cronologiſti ordinarj. Il Sig. Freret, coll'ajuto dei calcoli del Sig. Caſſini, la pone alli 23 Settembre 2007. (*Accad. delle Iſcriz. XVIII*, 251); ma queſte differenze provano che l'eccliſſe è dubbioſiſſima.

Nelli ſecoli poſterinri, fino all'anno 721, non v'ha egualmente che una ſola eccliſſe, di cui ſi faccia menzione. Ella accadde li 6 Settembre 776 prima di Gesù Criſto (*II*, 154); la ſerie delle 32 eccliſſi riportate da Confuzio nel Tchun-Tſieou, non comincia che all'anno 721, e va fino all'anno 480; ma li Caldei oſſervavano allora diligentemente e con preciſione, in modo che ſi ſarebbe per credere che li Chineſi aveſſero tolto le oſſervazioni dai Caldei per arrichirne la loro ſtoria; ſi trovano inoltre delle falſe eccliſſi, ſecondo il P. Couplet. (*Il Sig. Caſſini, Regole dell' aſtronomia indiana.*)

Verſo l'anno 66 prima di Gesù Criſto, Lieou-Hin ſcriſſe un corſo inriero di *aſtronomia*. Egli ſuppoſe l'obliquità dell' ecclittica di 24 gradi Chineſi, o 23°, 39' 18". Ignorava il moto proprio delle ſtelle, come pure tutte le equazioni e le inegualità della luna, del ſole, e delli pianeti. Riportava all'equatore la ſituazione di turti gli aſtri. Così ſi vede, che l'*aſtronomia* era meno avanzata nella China, che in Aleſſandria, ove Ipparco ſcoperto aveva la preceſſione dell' equnaioni.

L'anno 206 di Gesù Criſto, Lieou-Hong e Tſay-Ynng parlarono i primi delle ineguaglianze della luna, che facevano di cinque gradi Chineſi; eſſi riconobbero che la lunghezza dell'anno non era affatto di 365 giorni ſei ore; ma l'*aſtronomia* di Tolomeo era allora conoſciuta in turto l'oriente, e non è poſſibile che non ſe ne aveſſe cogniaione nella China.

Le oſſervazioni di Co-Cheou-King fatte a Pekin con un gnomone di 40 piedi di altezza, l'anno 1278 ſnno molto poſteriori a quelle che gli Arabi aveano fatte al rempo di Almamon e di Albategnio. Finalmente l'*aſtronomia* era eſtremamente traſcurata, allora quando i Miſſionarj Geſuiti vi portarono quella degli Europei, che fu toſto adottata per ordine degli Imperatori.

Rinnovazione dell' aſtronomia. Dopo l'anno 800 fino all'anno 1300, l'Europa era immerſa nella più profonda ignoranza; non vi erano buone opere, e perſone abili che preſſo gli Arabi. L'Imperatore Federico II, verſo l'anno 1230 preparò il rinnovamento delle ſcienze, dichiarandoſi protettore dei dotti. Riſtabilì l'Univerſità di Napoli; fondò quella di Vienna in Auſtria nel 1237; diede un nuovo vigore alle Scuole di Bologna e di Palermo; fece tradurre dall' arabo molti libri antichi di medicina e di Filoſofia, particolarmente l'Almageſto di Tolomeo che fece la prima epoca della rinnovazione dell' *aſtronomia* in Europa.

Sacroboſco, morto nel 1256, fu uno delli primi che acquiſtarono riputaaione nell'*aſtronomia*: Alfonſo, Re di Caſtiglia, fece coſtruire delle tavole chiamate *Alfonſine* nel 1252. Purbachio pubblicò nel 1460 le ſue Teoriche, ſulle quali vi ſono molti commenti; morì nel 1461. Gaſſendo ha compoſto la vita di Purbachio, *tomo V*, come pure Melchior Adam *vitæ germ. philoſoph. Heidelbergæ*, 1615, in 8.° Tannſtetter, nella preſazione poſta alle tavole dell'eccliſſi di queſto autore, e Weidler *pagina* 301, hanno dato il catalogo di turte le ſue opere. Sebbene s'impiegaſſe pochiſſimo nell'oſſervare, ſi trovano tuttavia alcune di lui oſſervazioni, con quelle di Regiomontano e di Waltero, pubblicate da Schoner.

Ma da Regiomontano comincia la ſerie dei veri oſſervatori, e la rinnovazinne dell'*aſtronomia*. Le ſue oſſervazioni, e quelle del ſun diſcepolo Walrero ſono anche al giorno di oggi di grande ajuto agli Aſtronomi.

Copernico cominciò verſo l'anno 1507 a meditare ſull'*aſtronomia*, a fare nuove richerche e nuove tavole dei moti celeſti, e finì nel 1543 il ſuo famoſo libro *de revolutionibus orbium cæleſtium*, che fa epoca nella ſtoria dell'*aſtronomia*. *Ved.* SISTEMA DI COPERNICO.

Pierro Apiano pubblicò nel 1540 il ſuo *Aſtronomicum Cæſareum*; Eraſmo Reinhold compoſe nel 1551 delle tavole aſtronomiche, dedicate ad Alberto di Brandeburgo, Duca di Pruſſia, ch'era ſuo benefattore e per tal ragione le intitolò, *Tabulæ prutenicæ:* erano fatte ſulle oſſervazioni di Copernico e di Tolomeo: ma erano più eſatte che quelle di Copernico, perchè queſto, a cui le lunghezze dei calcoli diſpiacevano, aveva poſto poca diligenza nella coſtruzione delle ſue tavole aſtronomiche: ſpeſſo anche non rappreſentaoo eſattamente le oſſervazioni, ſulle quali l'autore le aveva ſtabilite. Le ravole di Reinhold ſono per il meridiano di Kœnisgberg, capitale del regno di Pruſſia ſul mar Baltico. Reinhold pubblicò anche molte opere, e ne preparò molte altre, quando morì nel 1553.

Oronce Finè, Gemma-Friſio, Leovizio, Giovanni Fernel, Pietro Cardan, Reſico, Nonio, Sradio, Meſtelino ſi diſtinſero anche nel ſecolo XVI, alcuni con l'efemeridi, altri con tavole, trattati, od invenzinni di *aſtronomia*. Il Langravio di Haſſia-Caſſel, Guglielmo IV, fu il Sovrano che più contribuì con la ſua protezione, ſpeſe, e perſonali fatiche allo riſtabilimento dell'*aſtronomia* dall'anno 1561 fino al 1592: ſi applicò egli ſteſſo alle oſſervazioni aſtronomiche; ſi unì a Rotbman e Birgio; il primo era grande aſtronomo, ed il ſecondo era eccellente nel fare gl'iſtrumenti conoſciuti nelli ſuoi tempi. Le ſue oſſervazioni ſono le migliori che ſieno ſtate fatte prima di Ticone: la maggior parte ſono ſtate pubblicate a Leiden nel 1618; ſe ne trovaoo anche col catalogo delle ſtelle tratto dalle oſſervazioni di queſto Principe nella ſtoria celeſte di Ticone, pubblicaro nel 1666; le altre ſono manoſcritte; ve n'è una copia

nella

nella biblioteca dell'Accademia delle Scienze di Parigi.

Finalmente comparve Ticone Brahè, il più grande osservatore che vi sia stato; fu egli il primo che, con l'esattezza e numero delle sue osservazioni, diede luogo alla perfezione dell'*astronomia*; tutte le teorie, le tavole, e le scoperte del Keplero sono fondate sulle osservazioni; ed i loro nomi, dopo Ipparco e Tolomeo, hanno diritto all'immortalità. Dall'anno 1582 fino al 1597, Ticone fece a Uranibourg una sì grande quantità di osservazioni su di ogni parte dell'*astronomia*, che non solo perfezionò tutte le teorie e tutti i calcoli, de' quali si faceva uso prima di lui, ma diede luogo al Keplero di scoprire le sue famose leggi dei moti planetarj, che hanno condotto il Newton alla scoperta dell'attrazione, e che per conseguenza hanno condotto l'*astronomia* al grado di perfezione in cui attualmente la possediamo. Ticone morì li 24 Ottobre 1601.

Keplero, nato nel 1571, morto nel 1631, diede nel 1626 le migliori tavole che si abbiano avuto fino allora sotto il nome di *Tavole Rodolfine*; egli scoprì le vere leggi dei moti planetarj, ed a questo riguardo possiamo stimarlo come il primo di tutti gli astronomi che sieno mai stati.

Ecco gli astronomi del secolo XVII, i quali hanno preceduto gli stabilimenti delle Accademie. Giovanni Bayer pubblicò nel 1603 delle carte celesti, nelle quali tutte le stelle erano segnate con lettere greche, delle quali anche al dì d'oggi si fa uso. Il P. Clavio Gesuita, diede un vasto trattato del calendario; Pitisco pubblicò delle tavole dei seni molto più estese di quelle che si avevano per l'avanti. Fabricio scoprì la cangiante della Balena; Magini calcolò le ampie effemeridi, così anche Davide Origan. Simon Mario scoprì la nuvolosa di Andromeda, e disputò a Galileo la scoperta delli satelliti di giove. Snellio pubblicò una misura della terra nel 1617. Niccola Muler diede nel 1621 delle buone tavole astronomiche, intitolate: *tabulæ frisicæ*.

Neper, barone Scozzese, merita di essere celebrato nella storia dell'*astronomia*, per l'invenzione delli logaritmi che pubblicò ad Edimburgo, nel 1614. *Ved.* LOGARITMO.

Lansberg, o Lansbergio, nato in Gand nel 1560, diede nel 1632 delle tavole astronomiche, delle quali si fece uso per lungo tempo, sebbene poco esatte; vi sono molte opere di lui, impresse nel 1663 a Middelburgo in un volume in foglio. Morì nel 1632 nella Zelanda.

Enrico Briggs, professore di Geometria ad Oxford, cominciò il calcolo delle grandi tavole dei logaritmi, delle quali ancora si serviamo. Morì li 26 Gennaro 1530 in età di 74 anni.

Giusto Byrgio nato nella Svizzera nel 1552, travagliò nelle osservazioni e negli strumenti matematici a Cassel, come abbiamo detto parlando del langravio di Hassia-Cassel. Aveva molto talento: si dice ch'ebbe prima di Neper l'idea dei logaritmi, e prima di Ugenio quella del pendulo negli orologj. Morì nel 1633.

Lorenzo Eichstadio compose le sue effemeridi a Danzica nel 1634, diede nel 1644 le sue tavole astronomiche; si hanno di lui alcune osservazioni. Geremia Orroccio od Orrockes si occupò nell'*astronomia* in Inghilterra nel 1635; morì li tre gennaro 1641, in età di 22 o 23 anni. La raccolta delle sue opere è stata stampata in Londra nel 1678 in 4°, con le aggiunte del Flamsteed.

Guglielmo Crabtree, drappiere di Broughton, presso Manchester nella provincia di Laocastri, osservò il passaggio di Venere nel 1639; fece molte astronomiche osservazioni, come si vede da quelle che Wallis fece stampare tra le opere di Orroccio. Crabtree morì, come il suo amico Orroccio, nel 1641. *Ved. Sherburn* nel suo *Manilius*, dove vi è una cronologia degli astronomi.

Galileo nato a Firenze nel 1564, morto nel 1642, è celebre per la scoperta dei satelliti di giove, delle leggi di accelerazione, della libbrazione della luna, delle macchie del sole; fu uno delli primi restauratori della fisica e dell'*astronomia*; fu il primo a far cannocchiali di approssimazione, e con questo mezzo s'aprì un nuovo cielo; pose fuori di dubbio il sistema di Copernico. *Ved. il suo Elogio* fatto dal P. Frisio.

Longomontano, o Cristiano Severini figlio d'un agricoltore di Danimarca, nacque nel 1562; visse per otto anni presso Ticone, e gli servì molto per le sue osservazioni e i suoi calcoli. Morì a Coppenaghen nel 1647. Abbiamo di lui delle tavole, e l'*Astronomia danica* ch'è una buonissima opera. *Ved. Bartolinus de Scriptis Danorum*; il *Dizionario di Bayle*, alla parola LONGOMONTANUS; il *Sig. Lenoble, nel tomo II, di Urania o delle Tavole dei Filosofi*. Longomontano è chiamato mal a proposito Cristoforo, da Vossio, da Moreri, nel catalogo di Oxford, e nel *Diarium* del Witte.

Cristoforo Scheiner Gesuita, nacque nella Svevia nel 1575, e morì a Neiss nel 1650; ne parleremo all'occasione delle macchie del sole, che scoprì, od almeno fu il primo ad osservare in una maniera completa.

Dionisio Petavio Gesuita, uno dei più abili cronologisti che vi siano stati, ed uno dei più grandi calcolatori in materia di *astronomia* antica, era anche istorico, poeta, oratore e critico, pieno di sagacità: nacque ad Orleans nel 1583, e morì a Parigi nel 1652. La sua grand'opera *de Doctrina temporum*, e specialmente il terzo volume, intitolato *Uranologion*, contiene molte cose importanti di *astronomia*.

Pietro Gassendo, nato nel 1592 presso Digne, morì a Parigi nel 1655. *Ved.* la Memoria del Sig. Ab. Goujet sul Collegio reale, *tom. II*,

pag. 157 *in* 12. Nella raccolta delle ſue opere in cinque volumi in foglio, vi ſono molte diſſertazioni ed oſſervazioni aſtronomiche.

Giovanni Battiſta Morin, nato a Villafranca nel Bojoleſe, li 23 Febbrajo 1583, fu profeſſore di Matematica nel Collegio reale di Francia; divenne celebre per il ſuo libro ſulla ſcienza delle longitudini: la prima parte apparve nel 1634. Abbiamo di lui molte buone opere; morì nel 1656. *Ved.* la Memoria Storica ſul Collegio reale, del Sig. Ab. Goujet, *tom. II, p.* 137, *ediz. in* 12.

Tommaſo Street, pubblicò nel 1661 a Londra, delle tavole caroline, delle quali gli aſtronomi han fatto uſo per lungo tempo, e ſono ſtate riſtampate nel 1705, e nel 1710. Halley ſteſſo ſi preſe cura dell' edizione del 1710.

Cornelio, marcheſe di Malvaſia, compoſe le ſue effemeridi a Bologna nel 1672. Domenico Caſſini oſſervò con lui, e fu uno dei più illuſtri amatori di queſta ſcienza. Era ſenatore di Bologna, e generale delle truppe del Duca di Modena.

Adriano Auzout oſſervava a Parigi nel 1666 e 1668. Le ſue oſſervazioni ſono nella ſtoria celeſte del Sig. Le Monnier; egli è riguardato come l'inventore del *Micrometro* a curſore od a filo mobile, ed ha diviſo col Sig. Picard il merito di avere ſaputo applicare il canocchiale al quadrante, invenzione che il Sig. de l'Iſle attribuiſce a Roberval. Auzout morì nel 1691.

Stanislao Lubienietzki, gentiluomo Polacco, fu l'autore della grand' opera, intitolata: *Theatrum Cometicum*, in due volumi in foglio. Amſterdam 1667, impreſſa a Leiden nel 1681. Egli morì nel 1665. *Ved.* il Dizionario di Bayle.

Gabriele Mouton, nato a Lione era dottore di Teologia, e maeſtro di Coro nella Chieſa collegiata di S. Paolo della ſteſſa città. Pubblicò nel 1670 un'opera intitolata: *Obſervationes diametrorum*, in cui vi ſono delle oſſervazioni, delle tavole, e delle rimarcabili conſiderazioni. L'autore aveva molto talento per l'*aſtronomia*: egli calcolò li logaritmi dei ſemi e delle tangenti, di ſecondi in ſecondi, con undici cifre per li quattro primi gradi. Il manoſcritto è nella biblioteca dell' Accademia. Il Sig. Maraldi ed il Sig. Guerin ne hanno copia. Il P. Pezenas, a cui io l'aveva comunicato, lo fece ſtampare, almeno le otto prime cifre, nella ſua edizione dei logaritmi, in Avignone. Mouton propoſe il primo l'uſo di una miſura fiſſa, e l'uſo delle interpolazioni aſtronomiche per mezzo delle ſeconde e terze differenze. *Ved.* INTERPOLAZIONE.

Giovanni Battiſta Riccioli, Geſuita, era nato in Ferrara nel 1598. Noi ſpeſſo citeremo il ſuo *Almageſto*, la ſua *Aſtronomia riformata*, la ſua *Geografia riformata*, che ſono opere utili agli aſtronomi, non ſolo come vaſte collezioni, ma come trattati completi per il loro tempo. Morì nel 1671. Il P. Grimaldi lavorò con lui, e ſpeſſo lo cita nelle opere ſue.

Niccola Mercatore nato in Holſtein, provincia di Danimarca, diede una coſmografia nel 1651, delle iſtituzioni aſtronomiche nel 1676, la ſua logaritmotechnia nel 1678, ed alcune opere nelle *Tranſazioni Filoſofiche*, nº 13, e 57. *Ved.* il nuovo Dizionario ſtorico e critico per ſervire di ſupplemento o di continuazione al Dizionario del Bayle, per Giacomo Georgio di Chaufepied, in Amſterdam, 1750, 1756, quattro vol. in foglio.

Giovanni Evelio (Hevelke), nacque a Danzica li 28 gennaro 1611; morì li 28 Gennaro 1687. Le ſue oſſervazioni fatte dall'anno 1641 fino all'anno 1678, ſono un immenſo teſoro per l'*aſtronomia*, dietro le quali ancora ſi calcolano li moti delli pianeti. Ma non fu queſto il ſolo merito dell' Evelio; egli perfezionò l'arte degli ſtrumenti di *aſtronomia*, e fece per li ſuoi progreſſi delle ſpeſe conſiderabili, degne di eccitare l'emulazione delli Sovrani.

L'Accademia delle Scienze di Parigi, ſtabilita nel 1666, forma una delle epoche le più memorabili nella ſtoria dell'*aſtronomia*, come in quella delle altre ſcienze ch'eſſa abbraccia. Tutte le parti dell'*aſtronomia* ſono ſtate ſcoperte o perfezionate nel ſeno di queſta compagnia, come ſi può vedere nella raccolta delle Memorie fatte prima del 1699, in undici volumi, nella Storia dell'Accademia di Duhamel, e nella ſtoria celeſte del Sig. le Monnier, pubblicata nel 1741: queſt'ultima opera è una raccolta delle antiche oſſervazioni dell'Accademia. *Ved.* anche la ſtoria dell'*aſtronomia* del Weidler, *pag.* 518, e ſeg. Fra le ſcoperte eſſenziali dell'*aſtronomia*, che ſi ſono fatte, dobbiamo contare li ſatelliti di Saturno, la grandezza e figura della terra, l'applicazione del pendulo agli orologi, quella delli canocchiali alli quadranti, fatta nel 1668, e quella delli micrometri alli canocchiali, la propagazione ſucceſſiva della luce, ec. Li principali punti dell'*aſtronomia* vi furono tutti diſcuſſi e ſtabiliti, ſpecialmente la teoria del ſole e della luna, le loro ineguaglianze, i loro diametri, le loro parallaſſi, le refrazioni, l'obliquità dell'ecclitica, l'ineguaglianze delli ſatelliti di giove.

La ſocietà reale di Londra fu formata verſo lo ſteſſo tempo, e come l'Accademia delle ſcienze, da perſone curioſe e dotte che ſi univano ad Oxford ed a Londra. I più celebri furono Boyle, Ward, Wallis, Wilkins, Petty, Willis, Goddard, Matteo Wren, Criſtoforo Wren. Wallis pone lo ſtabilimento di queſta ſocietà all'anno 1645, nella prefazione di *Peter Langloft's Chronicle*, Edizione di Tommaſo Hearne. Il Sig. Birch dice che Teodoro Haak, ch'era del Palatinato, diede la prima idea di queſte radunanze filoſofiche. *Ved.* la ſtoria della ſocietà reale di Tommaſo Sprat in 8°. edizione franceſe del 1669, *pagina* 72; e ſpecialmente la grand' opera intitolata: *The hiſtory of the royal ſociety of London, for improving of natural knowledge, from its firſt riſe; By Thomas Birch, D.D.*

D.D. ſecretary to the royal ſociety, 1756, e 1757, in 4°. Queſta iſtoria non arriva che ſino all'anno 1687, e non ha tavola delle materie; ma vi ſi trovano molti aneddoti curioſi per la ſtoria delle ſcienze, ed una relazione giorno per giorno di tutto ciò che ſi fece nelle radunanze della ſocietà reale ſino dal giorno 28 Novembre 1660, tempo in cui ſi convenne di tenere le ſeſſioni regolate al collegio di Gresham, nell' appartamento di Rooke, e di formare un corpo di accademia, *according to the manner in other countries*, come ſi faceva in altri paeſi. In fatto, lo ſtabilimento dell'accademie in Francia, che cominciò nel 1323, cominciò anche in Parigi per le ſcienze, ed il cancellier Bacone parla di queſte radunanze in una maniera brillante, in un paſſo conſiderabile, del quale ne ho dato la traduzione nel mercurio di Genaro 1759. L'opera è intitolata: *Franciſci Baconi de Verulamio ſcripta in naturali & univerſali philoſophia*. Amſterd. 1653, *p.* 318.

Gli aſtronomi di Parigi erano Gaſſendo, Auzout, Roberval; quelli d'Inghilterra erano Rook, Hooke, Wren, Wârd: ma l'Accademia delle ſcienze fece preſto l'acquiſto di Picard, Caſſini, Ugenio; e la ſocietà reale in breve ebbe Flamſteed, ed il Newton.

Criſtiano Ugenio, di Zuylichem in Olanda, figlio di un Conſigliere del principe di Orange, nacque nel 1629. La prima opera, per la quale egli s'acquiſtò fama, fu il *Syſtema Saturnium*, 1659, nella quale ſpiega le ſingolari apparenze dell' anello di ſaturno traſcurate affatto da Galileo ed Evelio; egli nell'opera ſteſſa annunzia la ſcoperta di un ſatellite di ſaturno da lui fatta nel 1655.

L'applicazione del pendulo all'orologio da lui annunziata nell'anno 1658, fu particolarizzata nel 1693 nell'opera intitolata: *Horologium oſcillatorium*, morì in Olanda li 8. luglio 1695.

Giovanni Domenico Caſſini, nacque a Perinaldo, nella contea di Nizza, li 8 giugno 1625. Fu uno di quegli uomini rari, che ſembrano fatti dalla natura per dare un nuovo aſpetto alle ſcienze. L'*aſtronomia*, accreſciuta e perfezionata in tutte le ſue parti con le ſcoperte del Caſſini, provò nelle ſue mani una delle più ſtupende rivoluzioni. All'età di 25 anni fu fatto profeſſore di Matematica a Bologna; ſegnò la meridiana di S. Petronio, che fu il più grande e migliore ſtrumento di *aſtronomia*; oſſervò le comete del 1664 e 1665, ſulle quali compoſe delle opere; oſſervò la rotazione di giove e di marte; diede delle tavole dei ſatelliti di Giove nel 1666; fu chiamato a Parigi nel 1669; ivi determinò la parallaſſi del ſole; oſſervò la cometa del 1680, ſulla quale compoſe un trattato; ſcoprì la luce zodiacale nel 1683, e quattro ſatelliti di ſaturno nel 1684; in quell'occaſione il Re fece coniare una medaglia. Nel 1700 continuò a ſegnare nelle provincie meridionali della Francia il grande meridiano, cominciato dal Picard; oſſervò la librazione della luna; finalmente, dopo un gran numero di altre opere, divenuto cieco, come Galileo, morì colmo di gloria li 14 ſettembre 1712, laſciando per ſucceſſore Giovanni Giacomo Caſſini ſuo figlio, che l'Accademia ha perduto nel 1756, ma il di lui figlio e nipote continuarono ad arricchire l'*aſtronomia* coi loro ſtudj.

Giovanni Picard, nato a la Fleche in Anjou, uno delli più antichi e più celebri aſtronomi, che abbia avuto l'Accademia delle ſcienze nei tempi del ſuo ſtabilimento, oſſervò già in Parigi nel 1645 col Gaſſendo. Nel 1669 intraprese la miſura della terra; fu inviato nel 1671 a Uraniborg, dove aveva oſſervato Ticone Brahè, per determinare più eſattamente la longitudine, e la latitudine, affine di poter comparare ſenza errore alcuno le oſſervazioni di Parigi con quelle dell'iſola di Huenne.

Picard fu il primo ad uſare li canocchiali ſulli quadranti: Morin aveva concepito queſta idea nel 1640; ſi ſtabilì nel 1673 all'oſſervatorio reale. Il re eſſendovi andato il primo Maggio 1682, ſi compiacque dell' attività, del zelo e progreſſi degli aſtronomi che oſſervavano. Mandò gli ordini ſuoi per la continuazione del meridiano di Francia; ma Picard che vi doveva preſiedere, morì li 12 Ottobre 1682.

Giovanni Flamſteed fu il più celebre oſſervatore dell' Inghilterra. La ſtoria celeſte da lui laſciata in tre volumi in foglio, contiene una prodigioſa raccolta di oſſervazioni fatte per 33 anni, con un catalogo di quaſi tre mila ſtelle. Eſſo nacque a Derby li 19 Agoſto 1646. Fin dall'anno 1670, ci diede dei calcoli aſtronomici nelle Tranſazioni Filoſofiche. Nelle opere di Orroccio, pubblicate nel 1672, ſi trovano delle oſſervazioni e delle tavole del ſole da lui fatte. Nel 1676 fece il ſuo ingreſſo nell'oſſervatorio reale, che Carlo II., per le premure del Cavalier Moor, aveva fatto coſtruire a Greenwich, vicino a Londra: ivi eſegul il grande Catalogo, del quale abbiamo parlato, opera immortale, molto in uſo preſſo gli aſtronomi, ed io l'ho fatta ſtampare di nuovo nell'ottavo volume delle mie effemeridi. Le tavole di Halley ſono fondate ſulle oſſervazioni del Flamſteed. Egli morì li 31 Ottobre 1719.

Iſacco Newton nacque li 25 Dicembre 1642. Il ſolo nome di queſto genio potrebbe formare il ſuo elogio. La ſcoperta dell'attrazione baſta per renderlo immortale nella ſtoria dell'*aſtronomia*. Morì li 20 Marzo 1727: il ſuo elogio ſi trova nella ſtoria dell'Accademia dell'anno ſteſſo.

Brevemente faremo menzione degli aſtronomi; ch'ebbero meno celebrità, ma pure contribuirono alli progreſſi dell'*aſtronomia*. La raccolta delle *Tranſazioni Filoſofiche* della Società reale di Londra, compoſta di memorie di queſta illuſtre Accademia, non comincia che nell'anno 1665, come il giornale de' dotti a Parigi, che ſi pubblicò li 5 Gennaro 1665, e ne fu l'auto-

re il Sig. de Sallo, consigliere del Parlamento. *Ved.* il Giornale de' Dotti Gennaro 1674. Si rende conto delle Transazioni Filosofiche nel giornale delli 30 Marzo. Queste due operg sono quasi simili, e formarono fino da allora un commercio reciproco dei dotti di Parigi e di Londra con quelli del resto dell' Europa.

Lorenzo Rook, primo professore di *astronomia*, e poi di Geometria nel collegio di Gresham a Londra, fu uno dei primi, che osservarono esattamente le immersioni e le emersioni delli satelliti di Giove; contribuì non poco allo stabilimento della Società reale di Londra, e morì li 27 Giugno 1661 in età di 40 anni. Il suo epitafio fatto dal vescovo Seth-Ward è stampato nel catalogo di Sherburn sul principio del suo *Manilius* Inglese.

Ismael Boulliaud, nato a Londra nel 1605, fece molte osservazioni astronomiche: il manoscritto è nella biblioteca del re; e ve n'è una copia nel deposito della marina. La sua *astronomia filolaica* è uno dei migliori libri fatti per determinare le orbite di tutti li pianeti. Vi si trovano delle buone tavole astronomiche. Boulliaud morì a Parigi nel 1694.

Tra le osservazioni del Boulliaud se ne trovano di un giardiniere di Vizile nel Delfinato, chiamato Feronclo: questo fa ricordare molte persone di villa che si son fatte note con l' *astronomia*.

Fra gli altri si trova Pietro Anich, di cui il P. Hell parlò nelle sue effemeridi per l'anno 1761. Crist. Gartner, mercante di ferro a Dolkewitz, che scoprì le piccole comete dell'autunno 1757 e della state 1758. Gian-Giorgio Palitzsch di Prohlis, tra Dresda e Pirna, che fu il primo a scoprire la famosa cometa del 1759; egli n'è istruttissimo, e nel tempo stesso non trascura il suo mestiere. Bernulli, *Nov. litt.* 5, 91.

Roberto Hooke, nato nel 1635, fu uno dei più dotti uomini dell'Inghilterra; egli ha dato, per dire così, occasione alla scoperta dell'attrazione e dell'aberrazione; scoperse una macchia in Giove nel 1664. *Filos. transf. n.°* 1. Fece molte opere astronomiche. Morì a Londra li 3 Marzo 1702.

Davide Gregori, nipote di Giacomo Gregori, celebre matematico, fatto professore di *astronomia* nel 1691 in Oxford, nel 1702 pubblicò li suoi *Elementi di astronomia* in foglio, che ottennero molta riputazione, e furono ristampati a Ginevra nel 1726, in 4°. L'autore morì l'anno 1708.

Guglielmo Wisthon pubblicò la sua Teoria della Terra nel 1696, le sue lezioni di astronomia a Cambridge nel 1707, ed altre opere buone, con molte interessanti dissertazioni.

Matteo di Chazelles, nato a Lione li 25 Luglio 1657 fece a Marsiglia e nelli suoi viaggi per il Levante, molte osservazioni importanti. Morì li 16 Gennaro 1710. Il suo elogio si trova nella storia dell' Accademia delle scienze, dello stesso anno. La collezione delle sue osservazioni è nelli manoscritti del Sig. de l' Isle, come pure quelle del P. Feuillee, de' Minimi, che fece molti viaggi per la Geografia, quelle del P. Sigalloux, che gli successe, e quelle del P. Laval, Gesuita, fatte a Marsiglia, a Tolon, e nelli viaggi simili a quelli del Sig. de Chazelles.

Goffredo Kirch, nato nel 1640, a Guben nella bassa Lusazia, aveva dimorato presso Eveliq. Pubblicò dell' effemeridi nel 1681. Si stabilì a Berlino nel 1700. Fece un gran numero di osservazioni, e morì li 25 Luglio 1710 in età di 71 anno. Le sue osservazioni sono raccolte nelli manoscritti del Sig. de l' Isle, come anche quelle delli Signori Wagner, Hoffman, Eimmart, Wurtzelbau, Rost, Zumbach de Koesfeld, ec.

Olao Romer, o Roemet, nato nel 1644 in Danimarca, venne in Francia nel 1672, con Picard. Egli scoprì la propagazione successiva della luce nel 1675. Ritornò nel 1681 in Copenaghen, ove fece molte osservazioni. Morì li 19 Settembre 1710. L' incendio delli 20 Ottobre 1728, accaduto in Copenhagen, consumò quanto aveva manoscritto. Il Sig. Horrebow pubblicò una parte delle sue osservazioni.

Filippo de la Hire, nato a Parigi li 18 Marzo 1640, pubblicò le prime sue Tavole Astronomiche nel 1687; fece un gran numero di osservazioni, di tavole, di ricerche astronomiche. Ebbe due delli suoi figli nell' Accademia delle Scienze. Morì a Parigi li 21 Aprile 1718. *Ved.* il suo elogio nella storia dell' Accademia. Le sue osservazioni dal 1685 fino al 1718, sono contenute ne' manoscritti del Sig. de l' Isle, al quale aveva confidato tutte le sue carte.

Francesco Bianchini, nato a Verona li 13 Dicembre 1662, morto a Roma li 2 Marzo 1729, fece molte osservazioni, specialmente sulla rotazione di Venere, *hesperi & phosphori nova phænomena*, 1728. Egli è chiamato *Blanchinus* in tutte le sue opere latine; ma in Italiano si dice *Bianchini*; le sue osservazioni comparvero in Verona nel 1737, in foglio.

Giacomo Filippo Maraldi, nato a Perinaldo nella contea di Nizza, li 21 Agosto 1665, e morto a Parigi il primo Dicembre 1729, aveva fatto venire a se nel 1728 il Sig. Giovanni Domenico Maraldi suo nipote, oggi dell' Accademia delle Scienze, ritirato a Perinaldo. *Storia dell' Accad.* 1729. Essi hanno perfezionato la teoria delli satelliti e molti altri rami dell' *astronomia*.

Eugenio di Louille, nato li 14 Luglio 1671, osservò a Parigi fin dall' anno 1704; morì a Carrè presso di Orleans, li 10 Ottobre 1732. Vi è una copia delle sue osservazioni nelli manoscritti del Sig. de l' Isle al deposito della Marina. Lavorò principalmente intorno l' obliquità dell'ecclittica. Fu il primo ad applicare il micrometro al quadrante, invenzione utilissima.

Eustachio Manfredi nacque a Bologna li 20 Set-

Settembre 1674 e morì li 15 Febbraro 1739. (*Ved. la Storia dell' Accademia*, 1739.)

Criſtoforo Kirch, nato nel 1694, fece delle buone oſſervazioni a Danzica, e poi a Berlino ove calcolò l' effemeridi con tre ſue ſorelle; pubblicò nel 1740, alcune ſcelte oſſervazioni. Morì li 9 Marzo 1740. *Ved. Miſcellanea Berolinenſia*.

Fra gli aſtronomi morti da poco tempo, e che hanno contribuito ai progreſſi dell' Aſtronomia, ſi conta ſpecialmente Halley e Bradley celebre per la ſcoperta dell' aberrazione e della nutazione; la Caille che ha lavorato egli ſolo quanto tutti inſieme gli altri aſtronomi del ſuo tempo; Giuſeppe Niccolò de l' Isle, fratello del celebre geografo di queſto nome; Bouguer, conoſciuto per un belliſſimo trattato della figura della terra; finalmente, Tobia Mayer, morto nel 1762, in età di 39 anni, a cui dobbiamo le migliori tavole lunari che ſi ſieno mai fatte.

Dopo aver fatto brevemente la ſtoria dell' aſtronomia, indicherò l'ordine che ſi deve tenere nello ſtudiarla, oſſervando di ponere in lettere majuſcole le parole che biſognerà cercare in queſto Dizionario, per ſeguire un metodo facile e regolare.

Il Metodo più naturale per trattare e ſtudiare l' *aſtronomia*, conſiſte nel ſeguire l'ordine delli fenomeni che ſi ſono oſſervati, e le conſeguenze che ſi poſſono trarre. Il primo di tutti li fenomeni celeſti, il più ſemplice di tutti, il più intereſſante, ed il più facile ſi è il Moto Diurno, cioè quello cui tutto il cielo moſtra di avere; egli ſi compie nello ſpazio circa di 24 ore. Noi vediamo ogni giorno che il ſole naſce e tramonta; ſe faceſſimo attenzione agli aſtri che non ſi vedono che la notte, ne vedreſſimo la maggior parte levare e tramontare egualmente ogni giorno, cioè apparire ſull' orizzonte da oriente, e tramontare ſotto l'orizzonte da occidente.

Oſſervando attentamente queſto moto generale degli aſtri, per lo ſpazio di una notte o più, ſi ſcorgerà che ogni ſtella deſcrive un circolo nello ſpazio d'incirca 24 ore. Le ſtelle che ſono più al nord deſcrivono circoli più piccioli che le altre; e ſi vedono tutti queſti circoli deſcritti da differenti ſtelle, diminuire ſempre più, e finalmente andare a perderſi e confonderſi in un punto elevato della rotondità del cielo, che noi chiamiamo Polo del Mondo. Quello che noi vediamo in Europa è il polo boreale, ſettentrionale od artico. Così per formarſi un' idea dell' *aſtronomia*, biſogna prima imparare a conoſcere il polo del mondo, cioè il ſito del cielo ſtellato, verſo il quale queſto polo ſi trova. Si oſſerva in cielo una ſtella che vi è molto vicina, e per tal ragione ſi chiama Stella Polare. Si riconoſce queſta ſtella col mezzo della coſtellazione della grand' orſa chiamata comunemente il *carro di Davide*, (*Tavole di aſtronomia Fig.* 2), della quale le due ultime ſtelle indicano una direzione, che tende alla ſtella polare, e queſta ſola coſtellazione può farci conoſcere tutte le altre. *Ved.* Costellazione.

Conoſciuto che ſia il polo del mondo, intorno al quale ſi fa il moto diurno, è naturale di concepire il polo che gli è oppoſto, cioè il polo auſtrale ed antartico, e l' Equatore, ch' è un circolo poſto ad eguale diſtanza delli due poli. Si riportano all' equatore le ſituazioni di differenti ſtelle per Ascensioni rette, e per Declinazioni, e ſi ha così un nuovo mezzo di diſtinguere e di riconoſcere in ogni tempo le differenti coſtellazioni.

Fra gli aſtri, de' quali ſi avea oſſervato il *moto diurno*, ſe ne conobbero alcuni che non avevano ſempre la ſituazione ſteſſa, e cangiavano ſito rapporto agli altri. Si chiamarono Pianeti, e l'oſſervazione dei loro moti, come pure di quelli del ſole, e della luna, hanno prodotto il primo oggetto di curioſità e di difficoltà nell' *aſtronomia*.

Il più ſemplice ed il più ſenſibile di tutti queſti moti proprj, quello che dovette colpire gli occhi più degli altri, fu il moto della luna, che ſi compiſce in un meſe.

Dopo il moto proprio della luna, il più oſſervabile ſi è il Moto Annuale del ſole. Se ſi oſſerva la ſera dalla parte d'occidente qualche ſtella fiſſa dopo il tramontar del ſole, e ſe ſia conſiderata attentamente molti giorni di ſeguito all'ora ſteſſa, eſſa ſi vedrà di giorno in giorno più vicina al ſole, in modo che ſparirà, reſtando oſcurata dai raggi del ſole, dal quale qualche giorno prima era molto lontana. Nel tempo ſteſſo ſarà facile avvederſi, che il ſole ſi avvicina alla ſtella, e non la ſtella ſi avvicina al ſole. In fatto, ſi vedrà che ogni giorno le ſtelle levano, e tramontano nelli ſteſſi punti dell' orizzonte in faccia degli ſteſſi oggetti terreſtri, che ſono ſempre alla ſteſſa diſtanza le une dalle altre, mentre che il ſole cangia continuamente i punti del ſuo levare e tramontare, e la ſua diſtanza dalle ſtelle: ſi vedrà inoltre che le ſtelle tutte levano ogni giorno circa 4 minuti prima del giorno precedente relativamente al ſole: nè ſi dubiterà che il ſole ſoltanto non abbia cangiato ſito rapporto alle ſtelle, e non ſi ſia ad eſſe avvicinato. Queſta oſſervazione può farſi in ogni tempo; ma conviene avere in viſta di non confondere una ſtella fiſſa con un pianeta. Inſegneremo qui appreſſo a diſtinguerli.

Il primo fenomeno che preſenta il moto proprio del ſole è dunque queſto. Il ſole ſi avvicina di giorno in giorno alle ſtelle che ſono più orientali di eſſo, cioè ſi avanza ogni giorno verſo l'oriente; così il moto proprio del ſole ſi fa da occidente in oriente. Queſto moto è di un grado all' incirca per giorno, ed al fine di 365 giorni, ſi rivede la ſtella verſo l'occidente all' ora ſteſſa, e nel ſito medeſimo ove ſi vide l'anno precedente nello ſteſſo giorno, cioè il ſole è ri-

ritornato nel punto ſteſſo, rapporto alla ſtella: così il ſole ha fatto una rivoluzione, da noi chiamata moto annuale. Oſſervando queſto per molti anni, ſi rilevò che la durata di ognuno di queſti ritorni del ſole, rapporto ad una ſtella, era di 365 giorni, 6 ore 9' 11'; il che ſi chiama l'*anno ſiderale*.

Dopo avere conſiderato attentamente le ſtelle, ſi riconobbe toſto che vi erano cinque aſtri quaſi ſimili alle ſtelle, ma che cangiavano di poſizione, rapporto alle altre, e queſti ſono li PIANETI. Si notò che uno ſa un lentiſſimo cangiamento, e che per fare il giro del cielo, e corriſpondere ſucceſſivamente alle differenti ſtelle fiſſe, impiega 29 anni, 177 giorni; queſto è Saturno: un altro fa la ſteſſa rivoluzione nello ſpazio d'incirca 12 anni, ed è Giove; un terzo percorre la circonferenza del Cielo in un anno, e 322 giorni, ed è Marte. Uno che appariva più brillante degli altri, e da noi è chiamato *Venere*, accompagna il ſole, precedendolo qualche volta la mattina, o ſeguendolo dopo il ſuo tramontare; queſto pianeta ritorna quaſi allo ſteſſo ſuo primo ſito nello ſpazio di 584 giorni. Queſta circoſtanza, può farlo riconoſcere, ſe non ſi poſſa per mezzo della ſua rivoluzione, cui non ſi può tener dietro rapporto alle ſtelle fiſſe, come a quelle delli tre precedenti pianeti: finalmente il quinto pianeta, ed il più difficile a contemplarſi, perchè ſempre ſegue il ſole molto ad eſſo vicino, è Mercurio, che vediamo ritornare alla poſizione ſteſſa rapporto al ſole nello ſpazio di 116 giorni.

Dopo avere in tal modo riconoſciuto li pianeti, ſi vede che la traccia del loro moto ſi allontana poco da quello del ſole, e ſi è voluto riportare tutto all'ECCLITTICA, l'obliquità della quale rapporto all'equatore è di 23° 28'. Si riporta all'ecclittica la poſizione degli aſtri col mezzo delle LONGITUDINI e delle LATITUDINI; queſte ſi oſſervano col mezzo delle aſcenſioni e declinazioni che ſuppongono la determinazione degli equinozj e l'oſſervazione dell'ALTEZZA del POLO.

La neceſſità di riportar gli aſtri all'equatore, all'ecclittica, all'orizzonte, ed al meridiano, ha fatto immaginare la trigonometria ſferica, col mezzo della quale ſi aſſegnano li moti e le poſizioni degli aſtri in tutti li ſenſi, allora quando ſi determinano le circoſtanze in due direzioni differenti.

Le rivoluzioni delli pianeti eſſendo ineguali, ſi è cercato di riconoſcere le loro EQUAZIONI, od ineguaglianze, le loro ECCENTRICITÀ, i loro APELI. I piani delle orbite eſſendo tutti differenti gli uni dagli altri, fu neceſſario il determinare le loro INCLINAZIONI, ed i loro NODI. Le leggi del Keplero hanno fatto riconoſcere i rapporti delle rivoluzioni con le diſtanze, e la regola delle principali ineguaglianze delli pianeti, dei ſatelliti, e delle comete; eſſe ci hanno condotto alla ſcoperta dell'ATTRAZIONE, e queſta ha fatto trovare le picciole ineguaglianze ſcappate agli oſſervatori.

Le diſtanze aſſolute delli pianeti, rapporto a noi, eſſendo una delle più grandi difficoltà dell'Aſtronomia, ſi giunſe a ſcoprirle col mezzo delle PARALLASSI, e queſte ci hanno fatto conoſcere più eſattamente le circoſtanze dell'Eccliſſi del ſole, ch'erano le più difficili a calcolarſi. Indipendentemente dalle rivoluzioni delli pianeti, ſi oſſervano anche le loro ROTAZIONI, e la figura delle loro macchie e delle loro faſcie che conducono alla determinazione dei loro equatori o delli loro aſſi di rotazione.

Le oſſervazioni, che ſervirono a tutte queſte ſcoperte, ſi ſon fatte con un gran numero di ſtrumenti, come ſono li CANOCCHIALI, li QUADRANTI li MICROMETRI, gli ELIOMETRI, li CANOCCHIALI MERIDIANI, li CANOCCHIALI PARALLATICI, gli OROLOGI a pendulo, ec. Le oſſervazioni ſi fanno ſpecialmente col mezzo delle ALTEZZE, delle diſtanze tra differenti aſtri, delli loro PASSAGGI pel meridiano, delle loro CONGIUNZIONI, e delle loro OPPOSIZIONI. Le oſſervazioni eſigono correzioni a cagione della REFRAZIONE che cangia le altezze, il levare, e tramontare degli aſtri, come pure la parallaſſi.

Finalmente gli uſi e le applicazioni di queſta ſcienza ſi trovano nella predizione dell'eccliſſi, nella oſſervazione delle LONGITUDINI IN MARE, nella Geografia, nella Cronologia, nel Calendario, nella Gnomonica. Gli articoli accennati daranno in queſto Dizionario un corſo completo di Aſtronomia.

Non crediamo di poter meglio terminare queſto articolo, che con un catalogo delli libri miglinri d'*Aſtronomia*.

Se ne troverà una raccolta immenſa nell'opera che ha per titolo: *Joannis Friderici Weidleri Bibliographia aſtronomica, temporis, quo libri vel compoſiti vel editi ſunt, ordine ſervato. Wittembergæ* 1755, *di* 126 *pag. in* 8°. Queſta Bibliografia è come in ſeguito ad un'opera eccellente dello ſteſſo autore, intitolata: *Joannis Friderici Weidleri Hiſtoria Aſtronomiæ, ſive de ortu & progreſſu Aſtronomiæ, Wittembergæ* 1741, *di* 624 *pag. in* 4°; nella quale ſi troveranno molte cognizioni ſu tutti gli aſtronomi conoſciuti per qual ſi ſia opera. Noi non poneremo nel noſtro catalogo ſe non i libri moderni. Le opere di Tolomeo, di Ticone, di Keplero, di Evelin di Riccioli, di Boulliaud, ec. dovrebbero eſſere nel principio del catalogo; ma ſono sì rare, che ſarebbe inutile l'indicarle a quelli che voleſſero attualmente farne una biblioteca; altrove noi averemo occaſione di citarli quaſi tutti.

Comincierò dal far avvertire che la collezione delle *Memorie dell'Accademia delle Scienze* di Parigi contiene il più ricco teſoro che abbiamo in *aſtronomia*. Tutte le parti di queſta vaſta ſcienza ſono trattate con ſomma particolarità, e nel modo il più completo: Ne abbiamo ora 81 volumi *in* 4°. dall'anno 1699. *incluſive*, fino al volu-

volume del 1779 pubblicato nel 1782. Vi ſono anche 2 volumi di *Memorie* compoſti prima dell'anno 1699, 9 volumi di opera che hanno riportato i premj propoſti dall'Accademia; e nove di *Memorie preſentate da' dotti foreſtieri*. Anche le *Tranſazione Filoſofiche* della ſocietà reale di Londra, dall'anno 1665 ſino al preſente, contengono una ricca collezione di *Memorie di aſtronomia*. Le *Memorie dell'Accademia* di Berlino, dall'anno 1747, contengono anch' eſſe molte coſe eccellenti intorno l'*aſtronomia* fiſica; le *Memorie* di Pietroburgo, di Bologna, e di molte altre Accademie meritano d'eſſer citate con lode.

Vi ſono alcune opere elementari d'*aſtronomia* in Inghilterra, opere buoniſſime, come quelle di Street, di Mercator, di Whiſton, di Keill, di Long, di Ferguſon, di Leadbetter, di Dunthorn, di Hodgſon, di Coſtard, ec. Noi non ne diremo nulla, perchè ſcriviamo ſpecialmente per lettori franceſi, e perchè non contengono ſe non quanto è conoſciuto nelle opere ſtampate a Parigi. Noi non citeremo libri foreſtieri ſe non quando ſaranno aſſolutamente neceſſarj ad un aſtronomo, come le opere di Flamſteed, e l'ottica dello Smith, de' quali abbiamo due edizioni franceſi ſtampate in Avignone ed a Breſt nel 1767, con le tavole dei logaritmi del Gardiner.

Trattati generali di Aſtronomia.

Storia dell'Aſtronomia del Sig. Bailly 1775 — 1782, 4 vol. in 4°. preſſo li fratelli de Bure. *Gregori Aſtronomiæ elementa*, 2 vol. in 4°. *Wolfii Elementa matheſeos*. *Elementi di Aſtronomia*, del Sig. Caſſini, con le *tavole aſtronomiche* dello ſteſſo autore, Parigi, 1740, 2 vol. in 4°. nella ſtamperia reale. Queſto libro contiene ſpecialmente la determinazione delle orbite planetarie.

Iſtituzioni aſtronomiche del Sig. le Monnier in 4°. 1746, preſſo la vedova Deſaint, ſtrada du Foin. Queſt'è una traduzione del libro del Keill, accreſciuta conſiderabilmente; vi ſi trovano anche le tavole della luna di Flamſteed.

Lezioni elementari di Aſtronomia geometrica e fiſica del Sig. de la Caille, 1780, in 8°. preſſo la vedova Deſaint. Queſt'è un compendio eccellente di tutta l'*Aſtronomia*.

Tavole aſtronomiche del Sig. Halley *per il ſole, la luna, li pianeti, e le comete, accreſciute di molte nuove tavole per li ſatelliti, e le ſtelle fiſſe* Chappe e de la Lande 1759, in 8°. preſſo Bailly, ſtrada S. Onorio.

Aſtronomia, diviſa in ventiquattro libri, del de la Lande, 2 vol. in 4°. 1764, ſeconda edizione in 3 vol., 1771; il quarto uſcì nel 1781, preſſo la vedova Deſaint, ſtrada du Foin. Queſt' opera contiene un riſtretto di quanto ſi è fatto fino adeſſo nella teoria e pratica dell'*aſtronomia* la cognizione dei moti del ſole e della luna, delli pianeti, delle comete, di tutti li ſatelliti, e delle ſtelle fiſſe; la deſcrizione di tutti gli ſtrumenti, la maniera di coſtruirli e ſervirſene; la ſtoria degli aſtronomi celebri, quella delle loro opere, e delle loro ſcoperte, ſecondo l'ordine naturale che le ha prodotte; il calcolo integrale applicato alle attrazioni celeſti; la maniera di conoſcere le coſtellazioni; una raccolta di ſcelte oſſervazioni; delle nuove tavole per il ſole, la luna, i pianeti, e li ſatelliti, finalmente tutto ciò ch'è neceſſario per ben conoſcere l'*aſtronomia*, e l'indicazione coſtante di tutti li fonti, dove ſi poſſono trovare le più ampie cognizioni ſu di ogni ramo di queſta ſcienza. Non ſi è laſciato nulla per rendere queſto libro più completo che poteſſe eſſerlo, nello ſtato attuale dell'*aſtronomia*.

Hiſtoria celeſtis Flamſteed, 1725, 3 vol. in foglio. Queſta grand' opera comprende una prodigioſa collezione di oſſervazioni aſtronomiche col grande *catalogo delle ſtelle* dello ſteſſo autore, che più d'una volta noi citeremo.

Tables of logarithms. Londra 1742, in 4°. per Gardiner. Il P. Pezenas le fece riſtampare in Avignone nel 1770, con un aggiunta delli quattro primi gradi in ſecondi, ed il Sig. Jombert s'impegna a farne una ſeconda edizione in 8°. Queſte tavole ſono le più eſteſe e più comode che ſi poſſano trovare attualmente, eſſendo divenute rariſſime quelle dell'Ulacq.

Si trovano a Parigi preſſo la vedova Deſaint delle picciole tavole riſtrette, ſommamente comode per minori operazioni; ma nelli grandi calcoli aſtronomici è indiſpenſabile l'avere dei logaritmi di ſeni di 10 in 10 ſ., e quelli delli numeri fino a cento mille, come ſi trovano nelle tavole d'Ulacq, *Trigonometria artificialis*, ec. *Goudæ*, 1633, o nelle tavole da noi citate.

A Compleat Syſtem of optiches by Robert Smith, 1738, Cambridge, 2 vol. in 4°. Queſt' eccellente opera contiene tutte le teorie dell' ottica, un'ampia deſcrizione degl'iſtrumenti d'*Aſtronomia* e di ottica. Ne ſono ſtate fatte due traduzioni franceſi nel 1767, con aggiunte, l'una dal P. Pezenas, l'altra dal Sig. le Roy.

Trattati particolari di Aſtronomia.

La Figura della terra del Sig. Bouguer, 1749, in 4°. di 374 pag. preſſo Jombert, ſtrada Dolfina. Queſto libro contiene le migliori ricerche per la pratica e la teoria delle delicate oſſervazioni.

Miſura delli tre primi gradi del meridiano del Sig. de la Condamine 1751, in 4°., nella ſtamperia reale. *Giornale di viaggi* ec. con molti ſupplementi. Queſt'opera è molto metodica, chiariſſima, bene ſcritta, egualmente che curioſa per la parte iſtorica, e per la parte aſtronomica.

Il meridiano di Parigi verificato ec. del Sig. Caſſini de Thuri, 1744 in 4°. Si trova una quantità di oſſervazioni fatte dal Sig. de Thury

e dal

e dal Sig. de la Caille *per la figura della terra*.

De litteraria expeditione, ec. PP. Boſcovich e Maire, in 4°. a Roma; tradotto in franceſe e ſtampato a Parigi nel 1770. Queſto libro tratta lo ſteſſo che quello del Sig. Bouguer.

Storia celeſte, o *raccolta di oſſervazioni fatte nell' ultimo ſecolo*, del Sig. Picard, la Hire ec. con un diſcorſo preliminare del Sig. le Monnier 1741 in 4°.

Oſſervazioni aſtronomiche del Sig. le Monnier in foglio 1751 — 1771, nella ſtamperia reale. Vi ſono già quattro libri ſtampati ognuno di 60 pag. circa. Il Sig. Maskelyne ha dato una ſimile raccolta in Inghilterra.

La figura della terra, determinata dalle oſſervazioni fatte al circolo polare, ec. del Sig. Maupertuis, 1738, in 8°.

Grado del meridiano tra Parigi ed Amiens, determinato dalla miſura del Sig. Picard, e dalle oſſervazioni delli Sigg. di Maupertuis, Clairaut, Camus, le Monnier, 1740 in 8°.

Dimenſio graduum meridiani Viennenſis & Hungarici, a Joſ. Lieſganig. Vindobonæ 1770.

Cognizioni delli tempi, o *cognizioni dei moti celeſti*, dal 1760 ſino al 1784. Preſſo Moutard, ſtrada delli Maturini. Si trova in queſto libro un gran numero di oſſervazioni e di nuove tavole ad uſo degli aſtronomi.

Effemeridi del Sig. de la Caille, dal 1745 ſino al 1774, 6 vol. in 4°. preſſo Heriſſant, ſtrada della Parcheminerie. Tutti queſti volumi, ſpecialmente l'ultimo, ſono arricchiti di *memorie intereſſanti ſull' aſtronomia:* li volumi ſettimo ed ottavo ſono miei.

Vi ſono ſimili *effemeridi* pubblicate in Bologna, dal Sig. Zanotti.

Ephemerides aſtronomicæ, di Hell, dal 1757 ſino al 1783, Vienna in 8°. Tutti queſti volumi contengono molte tavole, ed intereſſanti oſſervazioni, egualmente che l'effemeridi di Berlino (in tedeſco), e di Milano in latino.

Si cominciò a pubblicare in Londra nel 1767 un'opera ancora più conſiderabile, intitolata: *The Nautical Almanac*, della quale ſono uſciti 20 volumi: eſſi contengono una prodigioſa deſcrizione ſulle diſtanze ed i moti della luna, relativamente alla maniera di trovare la longitudine in mare. Guida del navigatore del Sig. Leveque, a Nantes.

Libri di Aſtronomia fiſica, fondati ſulli calcoli dell' attrazione.

Teoria della figura della terra, del Sig. Clairaut 1743, in 8°.

Ricerche ſulla preceſſione degli equinozj, del Sig. d'Alembert, 1749 in 4o preſſo Barbou, ſtrada Maturina.

Theoria motus lunæ, L. Eulero, 1772 in 4°. a Pietroburgo.

Teoria del moto delle comete, del Sig. Clairaut, 1760 in 8.o preſſo Pankouche, ſtrada dei Poitevini.

Ricerche ſu differenti punti importanti del ſiſtema del mondo, del Sig. d'Alembert, 1754 e ſeg. 3 vol. in 4°. preſſo David.

Opuſcoli matematici, 8 vol. in 4°. 1768 ec. preſſo Barbou.

Opera ſulla teoria della luna, del Sig. Clairaut, con nuove tavole della luna, edizione ſeconda, 1765, preſſo Deſaint e Saillant.

Opera ſulle ineguaglità di Saturno, che ha ottenuto il premio dell'accademia nel 1748, del Sig. Eulero. Queſta opera è la prima in cui ſi trattò il problema delli tre corpi con un metodo analitico e nuovo. T. Simpſon ha dato nel 1740, 1743 e 1757, tre volumi di differenti *memorie* od opuſcoli in ingleſe, tra li quali ſe ne trovano molti ſull' *aſtronomia fiſica*, fatti da mano maeſtra: l'autore è morto nel 1760. *Cognizione delli moti celeſti* per il 1767. Si troverà l'indicazione di tutti i libri nuovi di *aſtronomia* nella *Raccolta per gli aſtronomi*, e nelle novelle letterarie del Sig. Giovanni Bernulli, a Berlin 1771 e ſeg. Si trovano a Parigi preſſo la vedova Deſaint.

Sulle carte celeſti che rappreſentano le differenti coſtellazioni. *Ved.* CARTE CELESTI.

ASTRONOMIA *ſferica*, è quella che tratta della ſituazione e delli rapporti de' circoli della ſfera tra loro, del moto diurno, e delle apparenze delli moti planetarj.

ASTRONOMIA *teorica*, è quella che conſidera i moti reali, le ineguaglianze, le diſtanze, e grandezze degli aſtri.

ASTRONOMIA *fiſica*, è quella che ha per oggetto le cauſe di queſti moti, come l'attrazione, i calcoli della quale hanno portato tal luce in queſta ſcienza che parve ricevere un nuovo aſpetto.

ASTRONOMIA *nautica*, è quella che inſegna a trovare l'ora in mare, la longitudine, e latitudine di un vaſcello, la ſua ſtrada ed altre circoſtanze utili alla navigazione. È ſtata ſpecialmente trattata dal Maupertuis, da Bouguer, da de la Caille, da Pezenas, dal Sig. le Monnier, e dal Sig. Leveque.

ASTRONOMIA *comparata*, è quella con cui ſi eſamioano li fenomeoi che hanoo luogo per gli abitanti di altri pianeti, ſe ve ne ſono; Kepleto ne ha trattato nella ſua *aſtronomia lunaris*, e ſe ne troverà un eſempio alla parola GIOVE. (*D. L.*)

ASTRONOMICO ag. *aſtronomicus*, s'intende con queſta parola tutto ciò che ha rapporto con l'Aſtronomia. *Ved.* ASTRONOMIA.

Calendario aſtronomico. *Ved.* CALENDARIO.

Ore aſtronomiche. *Ved.* ORE.

Oſſervazioni Aſtronomiche. *Ved.* OSSERVAZIONI CELESTI.

Frazioni Aſtronomiche, nome dato da alcuni alle frazioni ſeſſageſimali, a cagione dell'uſo che ne

se ne fa nelli calcoli *Astronomici*. *Ved.* Sessagesimale, Calcolo.

Tavole astronomiche. *Ved.* Tavole.

Teologia astronomica; questo è il titolo di un' opera del Sig Derham, canonico di Windsor, della Società reale di Londra, nella quale l' autore si propone di mostrare l'esistenza di Dio con li fenomeni ammirabili delli corpi celesti. (*O*).

ASTROSTATA. *Ved.* Eliostata.

ASUGIA, nome della costellazione di Orione.

ATAIR, nome della bella stella dell' aquila.

ATAUR, nome della costellazione del toro.

ATIN, o ATIR, nome della stella chiamata anche *Aldebaran*.

ATLANTE, nome che deve avere avuto la costellazione del *bifolco* al parere del Sig. Dupuis, che spiega con questa costellazione tutte le favole di Atlante.

ATLANTIDI, nome delle plejadi in Ovidio.

ATMOSFERA (*Idr.*), nome che si è dato all'aria che circonda la terra. *Ved.* Aria. Sull' atmosfera della luna e delli pianeti, *Ved. la parola* Luna, Pianeta.

ATTRAENTE, si dice di quello che ha il poter di attrarre. *Ved.* Attrazione, ec. così si dice *forza attrattiva*, *vis attractiva*, ec.

La virtù *attrattiva* della calamira si comunica al ferro, facendo toccare il ferro alla calamita. (*O*).

ATTRAZIONARIO, *ag.* preso sost. è il nome che si dà alli partigiani dell' attrazione. *Ved.* Attrazione (*O*).

ATTRAZIONE, *attractio*, o *tractio*, composta da *ad* e da *trabo*, io riro, significa in Meccanica, l'azione di una forza motrice, per la quale un mobile è rirato od approssimato alla potenza, che lo muove. *Ved.* Potenza, e Moto.

Siccome la reazione è sempre eguale e contraria all'azione, così, in ogni *attrazione*, il movente è rirato verso il mobile quanto il mobile verso il movente. *Ved.* Azione e Reazione.

Nell'uso ordinario si dice che un corpo *A* è tratto verso un altro corpo *B*, allora quando *A* è legato od attraccato a *B* col mezzo di una corda, o di una coreggia, egualmente che un cavallo tira un carro, od una barca; ed in generale si dice, che un corpo tira un altro, allora quando egli comunica del moto all'altro col mezzo di qualche corpo posto tra loro, ed il corpo movente precede quello ch'è mosso.

Di più, quando si vedono due corpi liberi lontani l'uno dall'altro avvicinarsi vicendevolmente senza che se ne veda la causa, si dà anche a questo fenomeno il nome di *attrazione*, e specialmente in questo caso si usa dalli filosofi antichi e moderni. L'*attrazione* presa nel primo senso si chiama più comunemente *trazione*. *Ved.* Trazione.

Attrazione o forza *attrattiva*, nella fisica antica, significa una forza naturale che si suppone inerente a certi corpi, ed in virtù della quale agiscono su di altri corpi lontani, e li attraggono ad essi. *Ved.* Forza.

Il moto che producono queste pretese forze, è chiamato dalli peripatetici, *moto di attrazione*, ed in molte occasioni, *succhiamento*. Così noi, dicono, respiriamo l'aria per *attrazione* o succhiamento: come pure succhiamo per *attrazione* li fumo di tabacco: anche un pargoletto poppa per *attrazione*; per *attrazione* il sangue sale nelle ventose, l'acqua si alza nelle trombe, ed il fumo nelli camini, li vapori e l'esalazioni sono attratte dal sole, il ferro dalla calamita, la paglia e la polvere dall'ambra, e dagli altri corpi elettrici.

Se questi filosofi avessero fatto un maggior numero di osservazioni, avrebbero presto conosciuto che questi differenti fenomeni vengono dall' impulsione di un fluido invisibile.

Così, la maggior parte degli effetti che gli antichi attribuiscono all'*attrazione*, sono oggi attribuiti a cause più naturali e più sensibili, specialmente alla pressione dell'aria. *Ved.* Aria e Pressione.

Per esempio è la pressione dell'aria che produce li fenomeni dell'inspirazione delle ventose, del succhiar delle trombe, dei vapori, delle esalazioni, ec.

La potenza opposta all'*Attrazione* è chiamata *ripulsione*: e si osserva che la ripulsione ha luogo in alcuni effetti naturali. *Ved.* Ripulsione.

Attrazione o *potenza attrattiva*, dicesi più particolarmente *nella filosofia Newtoniana*, di una potenza o principio, in virtù del quale tutte le parti o di un corpo stesso, o di corpi differenti tendono le une verso le altre; si può dire più esattamente, l'*attrazione* è l'effetto di una potenza, per la quale ogni particola di materia tende verso un'altra particola. *Ved.* Materia e Particola. Le leggi e li fenomeni dell'*attrazione* sono uno delli punti principali della filosofia Newtoniana.

Sebbene questo grande filosofo si servì della parola di *attrazione*, come li filosofi della scuola, tuttavia, secondo la maggior parte delli suoi discepoli, vi attacca un'idea molto differente. Noi diciamo, *secondo la maggior parte delli suoi discepoli*, perchè non facciamo che particolarizzare qui quanto fu detto sull'*attrazione*, riservandoci ad esporre al fine di questo articolo il nostro particolare sentimento.

L'*attrazione* nella Filosofia antica era, secondo essi, una specie di qualità inerente a certi corpi, e che risultava dalle forme loro particolari e specifiche; e l'idea che gli antichi filosofi attaccavano a questa parola *forma*, era molto oscura.

L'*attrazione newtoniana* al contrario è un principio indefinito per il quale non si vuol disegnare nè alcuna specie o maniera di azione parti-

particolare, nè alcuna causa fisica di una simile azione, ma solamente una tendenza in generale, o *conatus accedendi*, o *sforzo per approssimarsi*, qualunque ne sia la causa fisica o metafisica, cioè, sia che la potenza che il produce sia inerente alli corpi stessi, sia che ella consista nell'impulsione di un agente esteriore.

Così Newton dice espressamente nelli suoi *principj*, ch'egli si serve indifferentemente delle parole di *attrazione*, d'*impulsione*, e di *propensione*, ed averte il lettore di non credere che con la parola di *attrazione* voglia egli disegnare una maniera di azione, o la causa efficiente, e supponere che vi sia una forza attrattiva in centri che altro non sono che punti matematici, *lib.* 1, *pag.* 5. E in altro luogo dice che egli considera le forze centripete come *attrazioni*, sebbene forse elleno non sieno, fisicamente parlando, che vere impulsioni, *ibid. pag.* 147. Egli ancora dice nella sua *Ottica*, *pag.* 312, che ciò ch'egli chiama *attrazione*, è forse l'effetto di qualche impulsione che agisce secondo le leggi differenti dell'impulsione ordinaria, o forse anche l'effetto di qualche causa incognita.

Se si considera l'*attrazione* (continuano li newtoniani) come una qualità che risulta dalle forme particolari di certi corpi, si deve proscriverla unitamente alle simpatie, antipatie, e qualità occulte. Ma, quando si ha una volta tolta questa idea, si offerva nella natura un gran numero di fenomeni, tra gli altri il peso dei corpi, ossia la loro tendenza verso un centro, il che non pare esser l'effetto di una impulsione, od in cui almeno l'impulsione non è sensibile. Di più, soggiungono eglino, quest'azione mostra di differire ad alcuni riguardi dall'impulsione che conosciamo, perchè l'impulsione è sempre proporzionale alla superficie dei corpi, in vece che la gravità agisce sulle parti solide ed interiori, ed è sempre proporzionale alla massa, e per conseguenza dev'essere l'effetto di una causa che penetra in tutta la loro sostanza.

Dietro a questo le osservazioni ci hanno fatto apprendere che vi sono diversi casi nei quali i corpi si approssimano gli uni agli altri, sebbene non si possa scoprire in alcuna maniera che vi sia qualche causa esteriore che agisca per metterli in moto. Chiunque attribuisce questo moto ad una impulsione esteriore, suppone un po' troppo leggermente questa come causa. Così, quando si vede che due corpi lontani si approssimano l'uno all'altro, non si deve aver fretta di concludere che questi corpi siano spinti l'uno verso l'altro per l'azione di un fluido, o di un altro corpo invisibile, finchè l'esperienza l'abbia dimostrato, come è accaduto nelli fenomeni che gli antichi attribuirono all'orrore del vacuo, e che si è riconosciuto essere l'effetto della pressione dell'aria. Molto meno devonsi attribuire questi fenomeni all'impulsione, quando pare impossibile, od almeno difficilissimo di spiegarli con questo principio, come s'è provato riguardo al peso. Musch. *Saggio di Fisica*.

Il principio incognito dell'*attrazione*, cioè incognito per la causa (perchè gli effetti sono sotto gli occhi di tutti), è quello che si chiama *attrazione*; e sotto questo nome generale si comprendono tutte le tendenze mutue, nelle quali l'impulsione non si manifesta, e che per conseguenza non si possono spiegare col soccorso di alcune leggi cognite della natura.

Da questo sono prodotte le varie sorta di *attrazioni*; cioè il peso, l'ascensione dei liquori nelli tubi capillari, la rotondità nelle goccie del fluido, ec. che sono l'effetto di tanti varj principj agenti per leggi differenti: *attrazioni* che non hanno niente di comune, se non che sono forse l'effetto di una causa fisica, e che mostrano di risultare da una forza inerente ai corpi, per la quale agiscono su corpi lontani, sebbene la nostra ragione abbia molta difficoltà nell'ammettere una tal forza.

L'*attrazione* si può dividere, riguardo alle leggi ch'ella osserva, in due specie. La prima si estende ad una distanza sensibile: com'è l'*attrazione* del peso che si osserva in tutti i corpi, e l'*attrazione* del magnetismo, dell'elettricità, ec. che non ha luogo che in certi corpi particolari. *Ved. le leggi di ciascheduna di queste attrazioni, alle parole* Gravita', ec.

L'*attrazione* della gravità, che li matematici chiamano anche *forza centripeta*, è uno delli più grandi principj e delli più universali della natura. Noi la veggiamo, e noi la sentiamo nei corpi che sono vicini alla superficie della terra (*Ved.* Gravita'); e noi troviamo con l'osservazione, che la stessa forza (cioè questa forza ch'è sempre proporzionale alla quantità della materia, e che agisce in ragione inversa del quadrato della distanza), che questa forza, dissi, si estende fino alla luna, e fino agli altri pianeti primarj e secondarj, come fino alle comete, e per essa li corpi celesti sono ritenuti nell'orbite loro. Ora siccome noi troviamo la gravità in tutti li corpi che sanno il soggetto delle nostre osservazioni, abbiamo diritto di concludere con una delle regole ricevute in Filosofia, ch'ella così si trova in tutti gli altri. Di più, come noi osserviamo ch'ella è proporzionale alla quantità di materia di ogni corpo, ella deve esistere in cialcheduna delle loro parti; ed è per conseguenza una legge della natura, che ogni particola di materia tenda verso ogni altra particola. *Vedete* la prova più estesa di questa verità, e l'applicazione di questo principio ai moti dei corpi celesti, sotto gli articoli Newtonianismo, Sole, Luna, Pianeta, Cometa, Satellite, Centripeta, Centrifuga (forza).

Dall'*attrazione* dunque, al parere del Newton, proviene la maggior parte delli moti, e per conseguenza i cangiamenti che si fanno nell'universo. Ella fa che li corpi pesino discendendo e li corpi leggieri s'alzino; ella fa che i pro-

projettili fiano diretti nel loro corſo, che li vapori ſi alzino, e la pioggia cada; ella fa che ſcorrano li fiumi, che l'aria prema, ed abbia l'Oceano il fluſſo ed il rifluſſo. *Ved.* Moto, Discendenza, Ascensione, Projettile, Fiume, Flusso e Riflusso, Aria, Atmosfera, ec. I moti che riſultano da queſto principio, ſono l'oggetto di queſta parte ſi eſtela delle Matematiche, che ſi chiama *Meccanica* o *Statica*, come pure della *Idroſtatica*, dell'*Idraulica*, ec. ec. che ne ſono come i rami, e la ſerie, ec. *Ved.* Meccanica, Statica, Idrostatica, Pneumatica. *Ved. anche* Matematica, Filosofia, ec.

La ſeconda ſpecie di *attrazione* è quella che non ſi eſtende che a delle inſenſibili diſtanze, com'è l'*attrazione* mutua che ſi oſſerva nelle picciole parti, delle quali i corpi ſono compoſti; perchè queſte parti ſi attraggono le une con le altre al punto del contatto, od eſtremamente preſſo a queſto punto, con una forza molto ſuperiore a quella del peſo, ma che poi decreſce ad una picciola diſtanza, fino a divenir minor di molto del peſo. Un autore moderno chiamò queſta forza *attrazione di coerenza*, ſupponendo che ſia ella che unisce le particole elementari dei corpi per fare delle maſſe ſenſibili.

Tutte le parti dei fluidi ſi attraggono vicendevolmente, come pare per la tenacità e rotondità delle loro goccie, ſe ſi eccettuino l'aria, il fuoco e la luce, che non ſi viddero ſotto la forma di goccie. Queſti ſteſſi fluidi ſi formano in goccie nel vacuo, come nell'aria, eſſi attraggono i corpi ſolidi, e ſono reciprocamente attratti; dal che pare che la virtù attrattiva ſia ſparſa per tutto. Si pongano l'uno ſull'altro, due criſtalli di ſpecchio ben uniti e ben lavigati, allora ſi troverà che ſi tengono ſtretti inſieme con molta forza, in modo che non ſi può ſeparrli l'uno dall'altro che a ſtento. Lo ſteſſo accade nel vacuo, allora quando ſi toglie una picciola porzione di due palle di piombo, in modo che le loro ſuperficie divengano unite nel ſito della ſezione, e poi ſi premino l'una contro l'altra con la mano, facendo loro fare nel tempo ſteſſo la quarta parte di un giro; ſi oſſerverà che queſte palle ſi tengono unite inſieme con una forza di 40, o 50 libbre. In generale, tutti li corpi che hanno le ſuperficie unite, e levigate, ſpecialmente i metalli, ſi attaccano vicendevolmente l'uno all'altro quando ſi avvicinano; in modo che vi vuole molta forza a ſepararli. Muſſch. *Saggio di Fiſica*.

Li corpi ſi attraggono reciprocamente, non ſolo quando ſi toccano, ma anche quando ſono ad una certa diſtanza gli uni dagli altri: perchè ponete tra li due criſtalli dello ſpecchio, del quale parlato abbiamo, un filo ſottiliſſimo di ſeta, allora queſti due criſtalli non ſi poſſono più toccare, perchè allora ſono lontani l'uno dall'altro di tutto il diametro del filo; pure ſi vedrà ancora che queſti due criſtalli vicendevolmente ſi attraggono, ſebbene con minor forza che quando non v'era nulla tra loro. Ponete tra li criſtalli due fili torti inſieme, indi tre fili torti egualmente, e vedrete che l'*attrazione* diminuirà a miſura che i criſtalli ſi allontanano l'uno dall'altro. Muſſch. *ibid.*

Si può anche far vedere in un modo ſenſibile queſta virtù attrattiva, con una curioſa eſperienza. Prendete un corpo ſolido ed opaco, che termini in punta, ſia di metallo, ſia di pietra, od anche di vetro; ſe alcuni raggi di luce paralleli paſſino vicino alla punta di queſto corpo in una camera oſcura, allora il raggio che ſi trova preſſo alla punta, ſarà attratto con molta forza verſo il corpo; e dopo di eſſere traviato dal ſuo cammino, ne prenderà un altro, ſpezzato eſſendo dall'*attrazione* che queſto corpo eſercita ſu di eſſo. Il raggio un poco più allontanato dalla punta è altresì attratto, ma meno del precedente, e così ſarà meno rotto, e traviera meno dal ſuo cammino. Il raggio ſeguente ch'è ancora più lontano, ſarà anche meno attratto, e meno traviera dalla ſua prima ſtrada. Finalmente, ad una certa diſtanza molto picciola, vi ſarà un raggio che non ſarà attratto, almeno ſenſibilmente, e ſenza ſpezzarſi conſerverà la ſua prima direzione. Muſſch. *ibid.*

Noi dobbiamo al Sig. Newton queſta ultima ſpezie di *attrazione*, che non agiſce che in picciole diſtanze; come a lui pure dobbiamo la più perfetta cognizione dell'altra, che agiſce a conſiderabili diſtanze. In fatto la legge del moto e della percuſſione delli corpi ſenſibili nelle differenti circoſtanze nelle quali poſſiamo ſupporli, non moſtrano di eſſere ſufficienti per iſpiegare i moti inteſtini delle particole dei corpi, dai quali dipendono i differenti cangiamenti a cui vanno ſoggetti nelle loro teſſiture, colori, proprietà; così la noſtra filoſofia ſarà neceſſariamente difettoſa, ſe ſarà fondata ſul ſolo principio della gravità, portata anche più lontano che ſia poſſibile. *Ved.* Luce, Coloae, ec.

Ma oltre le leggi ordinarie del moto nelli corpi ſenſibili, le particole, che compongono queſti corpi, ne oſſervano alcune altre, che non ſi cominciò a conſiderare che da poco tempo, e delle quali ſi ha una cognizione troppo imperfetta. Newton, alla penetrazione del quale noi dobbiamo la prima idea, ſi è quaſi contentato di ſtabilire l'eſiſtenza; e dopo avere provato che vi ſono delli moti nelle picciole parti delli corpi, aggiunge che queſti moti provengono da certe potenze o forze che moſtrano eſſere differenti da tutte le forze a noi cognite. „ In virtù „ di queſte forze, ſecondo lui, le picciole parti dei corpi agiſcono le une ſull'altre, anche „ ad una certa diſtanza, e produſcono perciò „ molti fenomeni della natura. I corpi ſenſibili, come abbiamo già oſſervato, agiſcono vi„ cendevolmente gli uni ſu gli altri: e ſiccome „ la natura agiſce in una maniera ſempre co„ ſtante ed uniforme, è molto veriſimile che

» vi sieno molte forze della stessa specie; quel-
» le, delle quali abbiamo parlato, si estendono
» a distanze molto sensibili, per essere osservate
» da occhi volgari: ma ve ne possono essere dell'
» altre che agiscono a distanze piccolissime, per
» aversi potuto osservare fin ora; e l'elettrici-
» tà, per esempio, agisce forse a tali distanze,
» anche senza essere eccitata dallo strofinamen-
» to ».

Questo illustre autore conferma questa opinione con un gran numero di fenomeni e di esperienze, che provano chiaramente, secondo lui, che vi è una potenza ed un'azione *attrattiva* tra le particole, per esempio, del sale e dell'acqua, tra quelle del vitriuolo e dell'acqua, del ferro e dell'acqua forte, dello spirito di vitriuolo e del salnitro. Aggiunge che questa potenza non è di una egual forza in tutti li corpi; ch'ella è più forte, per esempio, tra le particole del sale di tartaro e quelle dell'acqua forte, che tra le particole del sal tartaro, e quelle dell'argento: tra l'acqua forte e la pietra calaminare, che tra l'acqua forte ed il ferro; tra l'acqua forte ed il ferro, che tra l'acqua forte ed il rame; ancora meno tra l'acqua forte e l'argento, che tra l'acqua forte ed il mercurio. Così lo spirito di vitriuolo agisce sull'acqua, ma agisce più sul ferro e sul rame.

È facile di spiegare con l'*attrazione* mutua la rotondità che hanno le goccie di acqua: perchè siccome queste parti devono attraersi tutte egualmente ed in tutti i sensi, devono tendere a formare un corpo, del quale tutti i punti della superficie sieno a distanze eguali dal suo centro. Questo corpo sarà perfettamente sferico, se le parti che lo compongono saranno senza peso: ma questa forza che le fa discendere al basso, astringe la goccia ad allontanarsi un poco; e per questa ragione, le goccie del fluido attaccate alla superficie inferiore delli corpi, il grand' asse delle quali è verticale, prendono una figura alquanto ovale. Si osserva anche questa stessa figura nelle goccie di acqua che sono poste sulla superficie superiore di un piano orizzontale; ma allora il picciolo asse di questa figura è verticale, e la sua superficie inferiore, cioè quella che tocca il piano, è piana; il che accade tanto dal peso delle particole dell'acqua, che dall'*attrazione* del corpo, sul quale esse sono poste, e che altera l'effetto della loro mutua *attrazione*. Così la superficie sulla quale è posta la goccia, meno ha di forza per attraere le sue parti, più la goccia resta rotonda. Per tal ragione le goccie di acqua che si vedono su qualche foglia di albero, sono rotonde perfettamente, in vece che quelle che si trovano sul vetro, su de' metalli, o su delle pietre, non sono che semirotonde, e qualche volta anche meno. Lo stesso è del mercurio, che si divide sulla carta in picciole palle perfettamente rotonde, in vece che prende una figura piana quando è posto su di un vetro ed altro metallo. Più le goccie sono picciole, meno hanno di peso; e per conseguenza allora quando si attraggono, formano un globetto molto più rotondo che quello che sarà formato da grosse goccie, come si potrebbe dimostrare più a lungo, e come l'esperienza lo conferma. È da osservarsi che tutti questi fenomeni si vedono egualmente nell'aria e nel vacuo. Musschi.

Si può assicurarsi anche della forza, con la quale le particole dell'acqua si attraggono, prendendo un' ampolla ch'abbia il collo molto stretto; e di due linee, niente più, di diametro; appunto rovesciando quest' ampolla, dopò averla riempiuta di acqua, si osserverà allora che non esce neppure una sola goccia.

Siccome in una goccia di acqua, le parti che si attraggono reciprocamente non restano che in riposo prima di avere formato un picciolo globo, così anche due goccie di acqua poste l'una vicino all'altra, e leggermente attratte dalla superficie sulla quale esse si trovano, si avvicineranno l'una all'altra per la loro mutua *attrazione*; e nell'*istante* stesso del loro primo contatto, si riuniranno, e formeranno un globo, come si osserva in fatto; lo stesso accade a due goccie di mercurio.

Allora quando si versano insieme le parti di diversi liquidi, elleno vicendevolmente si attraggono; quelle che allora si toccano, si tengono l' una coll'altra per la forza con la quale agiscono; ed ecco il perchè i liquidi possono in tal caso cangiarsi in un corpo solido, che sarà tanto più duro, quanto l'attrazione sarà stata più forte. Così questi liquidi si coagulaeranno. Musschi.

Allora quando si fanno sciogliere delle parti di sale in una grande quantità di acqua, sono attratte dall'acqua con più forza che non possono attraersi vicendevolmente, e restano separate in qualche distanza l' una dall'altra: ma quando si fa svaporare una gran quantità di questa stessa acqua, sia per il calore del sole, sia per quello del fuoco, sia col mezzo del vento, comparisce sulla superficie dell'acqua una pellicola sottile, formata dalle particole del sale che si tengono in unione essendo l'acqua svaporata. Questa pellicola, che non è composta che di parti di sale, può allora attratre e separare dall'acqua, ch' è sotto, differenti particole saline, con più forza che non avrebbe potuto fare per avanti quest' acqua già diminuita di volume; perchè, con l' evaporazione di una gran quantità di acqua, le parti saline più si accostano; e l' acqua trovandosi in minor quantità, ha minor forza per poter agire sulle parti saline, che sono allora attratte in alto verso la pellicola del sale alla quale elleno si unisconо. Questa picciola pelle diviene per conseguenza più grossa e più pesante del liquido ch'è di sotto, perchè il peso specifico delle parti saline è molto più grande, che quello dell'acqua; così quando questa pelle è divenuta molto pesante, si divide in pezzi; questi cadono al fondo, e continuano ad attrarre delle altre parti saline; per il che aumentano ancora

cora di volume, e si formano in grosse masse di differenti grandezze chiamate *cristalli*. Musch.

L'aria, sebbene debba galleggiare su tutti i liquidi che conosciamo, e che sono molto più pesanti di essa, non lascia di essere attratta, e di frammischiarsi con essi: ed il Sig. Petit fece vedere, con molte esperienze, in qual maniera ella è aderente ai corpi fluidi, e s'attacchi fortemente alli corpi solidi. *Mem. dell' Accad.* 1731.

Le effervescenze che accadono quando insieme si frammischiano differenti liquidi, ci danno un esempio notabile di tal sorta di *attrazioni* tra le picciole parti delli corpi fluidi; se ne vedrà qui sotto una spiegazione un poco più particolarizzata.

Nemmeno è molto difficile provare, che i liquidi sono attratti dalli corpi solidi. In fatto, si versi dell'acqua in un vaso di vetro ben netto, si osserverà ch'ella è attratta sulli lati, per li quali ella sale, ed alli quali si attacca, in modo che la superficie del liquore è più bassa nel mezzo, di quello che dove tocca le pareti del vetro, e diviene concava: al contrario, allorchè si versa del mercurio in un vaso di vetro, la superficie si fa convessa. Essendo più alta nel mezzo che vicino alle pareti del vaso, ciò accade perchè le parti del mercurio reciprocamente si attraggono con più forza, di quello che siano attratte dal vetro.

Se si prende un corpo solido ben netto e non grasso, e si tuffi in un liquido, e poi si ritiri pian piano; il liquore resterà attaccato, ed anche qualche volta ad una considerabile altezza; in modo che resterà tra il corpo e la superficie del liquido una colonnetta che rimarrà sospesa; questa colonna si stacca e ricade allora quando si alza molto alto il corpo, perchè il peso della colonna supera la *forza attrattiva*. Musch.

La forza con la quale il vetro attrae i fluidi, si manifesta spezialmente nell'esperienze sulli tubi capillari.

Vi è un' altra infinità di esperienze che assicurano l'esistenza di questo principio di *attrazione* tra le particole dei corpi.

Tutte queste azioni, in virtù delle quali le particelle dei corpi tendono l'une verso le altre, sono generalmente chiamate dal Newton col nome indefinito di *attrazione*, egualmente applicabile a tutte le azioni, per le quali i corpi sensibili agiscono gli uni su gli altri, sia per impulsione, o per qualche altra forza meno conosciuta. Ed in tal modo questo autore spiega un'infinità di fenomeni, che sarebbero inesplicabili col solo principio di gravità. Tali sono la coesione, la dissoluzione, la coagulazione, la cristallizzazione, l'ascensione dei fluidi nelli tubi capillari, le secrezioni animali, la fluidità, la fissezza, la fermentazione ec.

„ Nell'ammettere questo principio, aggiunge „ questo illustre autore, si troverà che la natu„ ra è per tutto conforme a se stessa, e sem„ plicissima nelle sue operazioni, ch'ella produ„ ce tutti i maggiori moti dei corpi celesti, e „ quasi tutti li piccioli moti delle loro parti. „ Senza questo principio non vi sarebbe moto „ nel mondo; e senza la continuazione dell'a„ zione di una tal causa, il moto perirebbe a „ poco a poco, perchè dovrebbe continuamen„ te decrescere, e diminuire, se queste potenze „ attive non ne riproducessero continuamente „ di nuove. „ *Ottica*, *pag.* 373.

E' facile il giudicar dopo questo, quanto ingiustamente certi filosofi moderni si oppongano al principio dell'*attrazione*, senza recare altra ragione, se non che non concepiscono come un corpo possa agire su di un altro che n'è lontano. Egli è certo che in un gran numero di fenomeni i filosofi non riconoscono altr'azione, che quella ch'è prodotta dall'impulsione, e dal contatto immediato. Ma noi vediamo nella natura molti effetti, senza osservare l'impulsione. Spesso anche siamo in istato di provare che tutte le spiegazioni che si possono dare di questi effetti, col mezzo delle leggi conosciute dell'impulsione, sono chimeriche, e contrarie alli principj della più semplice meccanica. Dunque niente v'ha di più saggio e più conforme alla vera Filosofia, che sospendere il nostro giudizio sulla natura della forza che produce questi effetti. Per tutto dove è un effetto, possiamo concludere che vi è una causa, sia che la vediamo, o no. Ma quando la causa è incognita, possiamo considerarne semplicemente l'effetto, senza avere riguardo alla causa; e pare che un filosofo debba confinarsi a questo in un tal caso. Perchè, da una parte sarebbe il lasciare un gran vacuo nella storia della natura, se ci dispensassimo di esaminare un gran numero di fenomeni sotto il pretesto di ignorarne le cause; e dall'altra, sarebbe lo stesso che esporsi a fare un romanzo, se si volesse ragionare sopra cause incognite. Li fenomeni dell'*attrazione* sono dunque la materia delle ricerche fisiche; ed in questa qualità devono far parte di un sistema di fisica; ma la causa di questi fenomeni non appartiene al fisico, fuorchè quando è sensibile, cioè, quando mostra ella stessa di essere l'effetto di qualche cagione più elevata (perchè la causa immediata di un effetto non mostra essere ella stessa che un effetto, la prima causa essendo invisibile). Così noi possiamo supporre quante cause di *attrazione* che si vorrà, senza che possano nuocere agli effetti. L'illustre Newton mostra anche di essere indeterminato sulla natura di queste cause; perchè riguarda qualche volta la gravità, come effetto di una causa immateriale (*Ottica pag.* 343 ec.), e mostra qualche volta di riguardarla come effetto di una causa materiale. *Ivi pag.* 325.

Nella filosofia newtoniana, la ricerca della causa è l'ultimo oggetto, che si ha in vista. Giammai non si pensa a trovarla che quando le leggi dell'effetto, e li fenomeni sono bene stabiliti,

bili, perchè soltanto dagli effetti si può salire alle cause: le azioni stesse più palpabili e più sensibili non hanno una causa intieramente cognita: i più profondi filosofi non saprebbero concepire come l'impulsione produca il moto, cioè, come il moto di un corpo passi in un altro per mezzo dell'urto. Pure la comunicazione del moto per l'impulso è un principio ammesso, non solo in Filosofia, ma ancora in Matematica; ed anche una gran parte della Meccanica elementare ha per oggetto le leggi e gli effetti di questa comunicazione. *Ved.* PERCUSSIONE e COMUNICAZIONE *del moto*.

Concludiamo dunque che quando li fenomeni sono bastantemente stabiliti, le altre specie d'effetti, ne' quali niente si osserva d'impulsione, hanno lo stesso diritto di passare dalla fisica nelle matematiche, senza che c'imbarazziamo nello scrutinar le cause che sono forse al di sopra del nostro intendere: essendo concesso di riguardarle come cause occulte (perchè tutte le cause lo sono, per parlar esattamente) e tenersi agli effetti, che sono la sola causa immediatamente a portata del nostro intendere.

Newton ha dunque allontanato con ragione dalla sua filosofia questa straniera e metafisica discussione; e malgrado tutti li rimbrotti che su ciò si ha cercato di fargli, egli ha la gloria di avere scoperto nella meccanica un nuovo principio, ch'essendo bene esaminato dev'essere infinitamente più esteso di quelli della meccanica ordinaria.

Da questo principio soltanto possiamo attendere la spiegazione di un gran numero di cangiamenti che accadono nelli corpi, come la produzione, la generazione, la corruzione, ec. in una parola, tutte le operazioni sorprendenti della Chimica.

Alcuni filosofi inglesi hanno investigato li principj dell'*attrazione*. Il Sig. Keill particolarmente ha procurato di determinare alcuna delle leggi di questa nuova causa, e di spiegare con questo mezzo molti fenomeni generali della natura, come la coesione, la fluidità, l'elasticità, la fermentazione, la mollezza, la coagulazione. Il Sig. Freind camminando dietro a queste traccie, ha fatto una applicazione ancora più estesa di questi principj alli fenomeni della Chimica.

Parimenti alcuni filosofi sono stati per riguardare questa nuova meccanica come una scienza completa, e per pensare che non vi è quasi alcun effetto fisico, di cui la forza *attrattiva* non somministri un'esatta spiegazione.

Pure tirando questa conseguenza, vi è luogo a credere che non si precipiti un po' troppo: un sì secondo principio ha bisogno di essere più esaminato; e pare che prima di farne una generale applicazione a tutti li fenomeni bisognerebbe esaminare le sue leggi ed i suoi limiti. L'*attrazione* in generale è un principio sì complesso, che col suo mezzo si può spiegare un'infinità di fenomeni differenti gli uni dagli altri: ma finchè non ne conosciamo meglio le proprietà, sarà forse meglio l'applicarla a minor numero di effetti, e più studiarvi sopra.

Si può dare che tutte le *attrazioni* non si rassomiglino, e che alcune dipendano da certe cause particolari, delle quali fino ad ora non abbiamo potuto formare alcuna idea, o perchè non abbiamo bastanti osservazioni esatte, o perchè li fenomeni sono sì poco sensibili che fuggono ai nostri sensi. Li nostri posteri scopriranno forse queste varie sorte di fenomeni: per questo noi dobbiamo incontrare un gran numero di fenomeni che ci è impossibile di bene spiegare, o dimostrare prima che sieno state scoperte queste cause. Quanto alla parola *attrazione*, si può far uso di essa fino che la causa sia meglio conosciuta.

Per dare un saggio del principio dell'*attrazione*, e della maniera con cui alcuni filosofi l'hanno applicata, noi aggiungeremo qui le leggi principali date dal Newton, Keill, Freind, ec.

Teor. I. Oltre la forza *attrattiva* che ritiene li pianeti e le comete nelle loro orbite, ve n'è un'altra per la quale le differenti parti delle quali sono composti i corpi, si attraggono vicendevolmente l'une verso l'altre; e questa forza decresce più che in ragione inversa del quadrato della distanza.

Questo teorema, come abbiamo già osservato, si può dimostrare con un gran numero di fenomeni. Noi qui non riporteremo che i più semplici e più comuni: per esempio, la figura sferica, che prendono le goccie di acqua, non può provenire che da una simile forza. Per la stessa ragione due gocciole di mercurio si uniscono e s'incorporano in una sola quando giungono a toccarsi, o sono vicine l'una all'altra: in virtù anche di questa forza l'acqua si alza nelli tubi capillari ec.

Ma la legge precisa di quest'*attrazione* non si potè ancora determinare: tutto ciò che si sa di certo, si è che allontanandosi dal punto del contatto, ella decresce più che in ragione inversa del quadrato della distanza, e che per conseguenza ella segue un'altra legge che la gravità.

In fatto, se questa forza seguisse la legge della ragione inversa del quadrato della distanza, ella non sarebbe niente più grande al punto del contatto, che in un sito assai vicino a questo punto; perchè Newton ha dimostrato nelli suoi *Principj Matematici*, che se l'*attrazione* di un corpo è in ragione inversa del quadrato della distanza, questa *attrazione* è finita al punto del contatto, e che così ella non è niente più grande al punto del contatto, che ad una picciola distanza da questo punto.

Al contrario, allora quando l'*attrazione* decresce più che in ragione inversa del quadrato della distanza, per esempio in ragione inversa del cubo, o di un'altra potenza più grande del quadrato, allora, secondo le dimostrazioni del

New

Newton, l'*attrazione* è infinita al punto del contatto, e finita ad una piccioliſſima diſtanza da queſto punto. Così l'*attrazione* al punto del contatto è molto più grande da quello che ad una piccioliſſima diſtanza da queſto ſteſſo punto. Ora egli è certo per tutte l'eſperienze, che l'*attrazione*, ch'è grandiſſima al punto del contatto, diviene quaſi inſenſibile ad una piccioliſſima diſtanza da queſto punto. Dal che ne ſegue che l'*attrazione*, della quale ſi parla, decreſce in ragione inverſa di una potenza più grande del quadrato della diſtanza; ma dall'eſperienza non abbiamo ancora potuto apprendere ſe la diminuzione di queſta forza ſia in ragione inverſa del cubo, o di un'altra potenza più elevata.

II. La quantità dell'*attrazione* in tutti i corpi piccioliſſimi, è proporzionale, poſte tutte le altre coſe eguali, alla quantità della materia delli corpi *attraenti*, perchè ella è in fatto, od almeno ad un di preſſo, la ſomma od il riſultato delle *attrazioni* di tutte le parti, delle quali è compoſto il corpo; o, il che viene ad eſſere lo ſteſſo, l'*attrazione* in tutti i corpi piccioliſſimi è come la loro ſolidità, poſte tutte le altre coſe eguali.

Dunque, 1°. a diſtanze eguali, le *attrazioni* di due corpi piccioliſſimi, ſaranno come le loro maſſe, qualunque differenza vi ſia tra la loro figura, e il loro volume.

2°. A qual ſi ſia diſtanza l'*attrazione* di un corpo piccioliſſimo è come la ſua maſſa diviſa per il quadrato della diſtanza.

Bisogna oſſervare che queſta legge, rigoroſamente preſa, non ha luogo che riguardo agli atomi, od alle più picciole parti componenti dei corpi, che alcuni chiamano *particole dell'ultima compoſizione*, e non riguardo ai corpuſcoli fatti di queſti atomi.

Perchè allora quando un corpo è d'una grandezza finita, l'*attrazione* ch'egli eſercita ſu di un punto poſto ad una certa diſtanza, non è altro che il riſultato delle *attrazioni*, che tutte le parti del corpo *attraente* eſercitano ſu queſto punto, e che, combinandoſi tutte inſieme, producono in queſto punto una forza od una tendenza unica in una certa direzione. Ora, ſiccome tutte le particole delle quali il corpo *attraente* è compoſto, ſono differentemente ſituate rapporto al punto ch'elle attraggono, tutte le forze che queſte particole eſercitano, hanno ciaſcheduna un valore ed una direzione differente; e ſolo col mezzo del calcolo ſi può ſapere ſe la forza unica, che ne riſulta, è come la maſſa totale del corpo *attraente* diviſa per il quadrato della diſtanza. Così queſta proprietà non ha luogo che in un piccioliſſimo numero di corpi, per eſempio nelle ſfere, di qualunque grandezza poſſano eſſere. Newton ha dimoſtrato che l'*attrazione* ch'eſſe eſercitano ſu di un punto poſto ad una qualunque diſtanza, è la ſteſſa come ſe tutta la materia foſſe concentrata e riunita al centro della ſfera; dal che ne ſegue che l'*attrazione* di una ſfera è generalmente come la ſua maſſa diviſa dal quadrato della diſtanza che vi è dal punto *attratto* al centro della ſfera. Allora quando il corpo *attraente* è piccioliſſimo, tutte le ſue parti ſi giudicano eſſere alla ſteſſa diſtanza del punto *attratto*, ed agire ad un di preſſo nello ſteſſo ſenſo; per queſto nelli piccioli corpi l'*attrazione* è giudicata proporzionale alla maſſa diviſa dal quadrato della diſtanza.

Per altro l'*attrazione* è proporzionale ſempre alla maſſa e non alla groſſezza o al volume; perchè l'*attrazione* totale è la ſomma delle *attrazioni* particolari degli atomi, dei quali è compoſto un corpo. Ora queſti atomi poſſono eſſere talmente uniri inſieme, che i più ſolidi corpuſcoli formino le più leggiere particole, cioè, che le loro ſuperficie non potendo intimamente toccarſi, ſaranno ſeparate da sì grandi intervalli, che la groſſezza non ſarà proporzionale alla quantità della materia.

III. Se un corpo è compoſto di particole, ciaſcuna delle quali abbia una forza *attrattiva* decreſcente in ragione triplicata, o più che triplicata delle diſtanze, la forza con la quale una particola di materia ſarà attratta da queſto corpo al punto di contatto, ſarà infinitamente più grande che ſe queſta particola foſſe poſta ad una data diſtanza del corpo. Newton ha dimoſtrato queſta propoſizione nelli ſuoi *Principj*, come abbiamo oſſervato. *Ved. Princ. math. ſect.* xiij, *lib.* I. *prop. prim.*

IV. Nella ſteſſa ſuppoſizione, ſe la forza *attrattiva* che agiſce ad una diſtanza aſſegnabile, ha un rapporto finito colla gravità, la forza *attrattiva* al punto del contatto, od infinitamente preſſo a queſto punto, ſarà infinitamente più grande della forza della gravità.

V. Ma ſe nel punto del contatto la forza *attrattiva* ha un rapporto finito colla gravità, la forza ad una diſtanza aſſegnabile ſarà infinitamente minore della forza della gravità, e per conſeguenza ſarà nulla.

VI. La forza *attrattiva* di ogni particola di materia al punto del contatto, ſorpaſſa quaſi infiniramente la forza della gravità, ma però non è infinitamente più grande. Da queſto teorema, e dal precedente, ne ſegue che la forza *attrattiva* che agiſce ad una qualunque diſtanza data, ſarà quaſi eguale a zero.

Per conſeguenza queſta forza *attrattiva* dei corpi terreſtri non ſi eſtende che ad uno ſpazio eſtremamente picciolo, e ſvaniſce ad una grande diſtanza; queſto fa ch'ella non può niente ſviare dal loro moto i corpi celeſti che ſono molto lontani, e che tutti li pianeti continuano ſenſibilmente il loro corſo, come ſe non vi foſſe forza *attrattiva* nei corpi terreſtri.

Ove la forza *attrattiva* ceſſa, comincia la forza ripulſiva, al parere del Newton, o piuttoſto la forza *attrattiva* ſi cangia in forza *ripulſiva*. *Ved.* RIPULSIONE.

VII.

VII. Supponiamo un corpuſcolo che tocca un corpo: la forza con la quale il corpulcolo è ſpinto, cioè la forza con la quale egli è aderente al corpo ch'egli tocca, ſarà proporzionale alla quantità del contatto; perchè le parti un poco lontane dal punto del contatto non contribuiſcono niente alla coeſione.

Vi ſono dunque differenti gradi di coeſione, ſecondo la differenza che ſi può trovare nel contatto delle particole; la forza della coeſione è la più grande poſſibile, allora quando la ſuperficie toccante è piana. In tal caſo, poſte tutte le coſe eguali, la forza con la quale il corpuſcolo è aderente, ſarà come le parti delle ſuperficie toccanti.

Per queſta ragione due marmi perfettamente liſcj, che ſi toccano con le loro ſuperficie piane, ſono sì difficili a ſepararſi, e non lo poſſono eſſere che per un peſo molto ſuperiore a quello dell'aria che li preme.

VIII. La forza dell' *attrazione* creſce nelle picciole particole a miſura che il peſo e la groſſezza di queſte particole diminuiſce, o, per più chiaramente ſpiegarſi, la forza dell' *attrazione* decreſce meno a proporzione della maſſa, poſte tutte le coſe eguali.

Perchè, ſiccome la forza *attrattiva* non agiſce che al punto del contatto, o viciniſſimo a queſto punto, il momento di queſta forza dev' eſſere come la quantità del contatto, cioè, come la denſità delle parti, e la grandezza delle loro ſuperficie: ora le ſuperficie dei corpi creſcono o decreſcono come i quadrati dei diametri, e le ſolidità come i cubi di queſti ſteſſi diametri; per conſeguenza, le più picciole particole avendo più ſuperficie a proporzione della loro ſolidità, ſono capaci di un contatto più forte, ec. I corpuſcoli, il contatto de' quali è più piccioloed il meno eſteſo che ſia poſſibile, come le sfere infinitamente picciole, ſono quelli che ſi poſſono più facilmente ſeparare l'uno dall'altro.

Si può trarre da queſto principio la cauſa della fluidità; perchè, riguardando le parti dei fluidi come picciole sfere o globetti levigatiſſimi, ſi vede che la loro *attrazione*, o mutua coeſione dev' eſſere pochiſſimo conſiderabile, e ch'eſſi devono eſſere molto facili a ſepararſi, ed a ſcorrere gli uni ſu gli altri; il che coſtituiſce la fluidità.

IX. La forza, con la quale un corpuſcolo è attratto da un altro corpo ch'è vicino, non riceve alcun cangiamento nella ſua quantità, ſia che la materia del corpo attraente creſca, ſia che diminuiſca, purchè il corpo attraente conſervi ſempre la ſteſſa denſità, ed il corpuſcolo dimori ſempre alla ſteſſa diſtanza.

Di fatto, poichè la potenza attrattiva non è ſparſa che in un picciolo ſpazio, ne ſiegue che i corpuſcoli che ſono lontani da un altro, nulla contribuiſcono per attraerlo; per conſeguenza il corpuſcolo ſarà attratto verſo quello che gli è vicino, con la forza ſteſſa, ſia che gli altri corpuſcoli vi ſieno o non vi ſieno, e per conſeguenza anche, ſia che ſe ne aggiungano degli altri o no.

Dunque le particole avranno differenti forze attrattive, ſecondo la differenza della loro ſtruttura: per eſempio, una particella tagliata nella ſua lunghezza non attrarrà sì fortemente come una particella che ſia intiera; così anche la differenza nella figura ne produrrà una nella forza attrattiva. Così una sfera attrarrà più che un cono, che un cilindro, ec.

X. Supponiamo che la teſſitura di un corpo ſia tale, che le ultime particole elementari, delle quali egli è compoſto, ſiano alquanto lontane dal loro primo contatto per l'azione di qualche forza eſteriore, come per il peſo od impulſione di un altro corpo, ma ſenza acquiſtar in virtù di queſta forza un nuovo contatto; da che l'azione di queſta forza ſarà ceſſata, queſte particole tendendo le une verſo le altre per la loro forza attrattiva, ritorneranno toſto al primo contatto. Ora, quando le parti di un corpo, dopo di eſſere ſtate ſviate, ritornano nella prima loro ſituazione, la figura del corpo, ch' era ſtata cangiata dal diſordine delle parti, ſi riſtabiliſce toſto nel ſuo primo ſtato: dunque i corpi che hanno perduto la loro prima figura, poſſono ricuperarla per l'*attrazione*.

Con queſto ſi può ſpiegare la cauſa dell' elaſticità, perchè quando le particole di un corpo ſono ſtate un poco moſſe dalla loro ſituazione per l'azione di qualche forza eſteriore, toſto che queſta forza ceſſa di agire, le parti ſeparate devono ritornare al loro primo poſto, e per conſeguenza i corpi devono riprendere la loro figura, ec.

XI. Ma ſe la teſſitura di un corpo è tale che le ſue parti, allora quando perdono il loro contatto per l'azione di qualche cauſa eſteriore, ne ricevono un altro di minor grado di forza, queſto corpo non potrà riprendere la ſua prima figura.

Quindi ſi può ſpiegare in che conſiſta la molleza dei corpi.

XII. Un corpo più peſante dell'acqua può diminuire di groſſezza ad un tal punto, che eſſo corpo dimori ſoſpeſo nell'acqua ſenza diſcendere, come dovrebbe fare per il ſuo proprio peſo.

Con ciò ſi può ſpiegare perchè le particole ſaline, metalliche, e gli altri piccioli corpi ſimili, reſtino ſoſpeſi nelli fluidi, che li diſciolgono.

XIII. I gran corpi ſi avvicinano l'uno all'altro con minor velocità delli piccioli corpi. In fatto, la forza, con la quale due corpi *A* e *B* ſi attraggono, (*Fig.* 32, *Mec. n.°* 2) ſta ſoltanto nelle particole di queſti corpi più vicine, perchè le parti più lontane non contribuiſcono niente; per conſeguenza la forza che tende a muovere i corpi *A* e *B*, non è più grande di quella che tenderebbe a muovere le ſole particole

cole *c*, e *d*. Ora le velocità dei differenti corpi mosse da una forza stessa, sono in ragione inversa delle masse di questi corpi: perchè più la massa da muoversi è grande, meno questa forza deve imprimerle di velocità: dunque la velocità, con la quale il corpo *A* tende ad approssimarsi a *B*, è alla velocità con la quale la particola *c* tenderebbe a muoversi verso *B*, s'ella fosse staccata dal corpo *A*, come la particola *c* è al corpo *A*; dunque la velocità del corpo *A* è molto minore di quella che averebbe la particola *c*, se fosse staccata dal corpo *A*.

Per questo la velocità con la quale due corpuscoli tendono ad approssimarsi l'uno all'altro, è in ragione inversa delle loro masse; e per questa stessa ragione il moto dei grandi corpi è naturalmente sì lento, che il fluido che li circonda, e gli altri corpi vicini lo ritardano e diminuiscono considerabilmente; in vece che i piccioli corpi sono capaci di un moto molto più grande, e sono in istato con questo mezzo di produrre un grandissimo numero di effetti: tanto è vero, che la forza od energia dell' *attrazione* è molto più considerabile nelli piccioli corpi che nelli grandi. Si può così dedurre dallo stesso principio la ragione di questo assioma di chimica: *I sali non agiscono che quando sono disciolti.*

XIV. Se un corpuscolo posto in un fluido è egualmente attratto in tutti i sensi dalle particole che lo circondano, egli non deve ricevere alcun moto; ma s'egli è attratto da alcune particole più fortemente che da altre, egli devesi muovere verso il lato dove l'*attrazione* è più grande, ed il moto, che averà, sarà proporzionato all'ineguaglianza dell'*attrazione*, cioè, più che questa ineguaglianza sarà grande, più anche il moto sarà grande; ed al contrario.

XV. Se delli corpuscoli nuotino in un fluido, e si attraggano l'uno con l'altro con più forza che non attraggono le particole intermediarie del fluido, ed essi ne siano attratti; questi corpuscoli devono aprirsi un passaggio a traverso le particole del fluido, ed approssimarsi gli uni agli altri con una forza eguale all'eccesso della loro forza attrattiva su quella delle parti del fluido.

XVI. Se un corpo è immerso in un fluido, le particole del quale sieno più fortemente attratte dalle parti del corpo, che le parti di questo corpo non si attraggono vicendevolmente, ed abbia questo corpo un considerabile numero di pori od intervalli, a traverso li quali le particole del fluido possino passare, il fluido attraverserà questi poti. Di più se la coesione delle parti del corpo non è abbastanza forte per resistere allo sforzo che il fluido sarà per averle a separare, questo corpo si scioglierà.

Dunque perchè un menstruo sia capace di sciogliere un dato corpo, si ricercano tre condizioni; 1.° che le parti del corpo attraggano le particole del menstruo con più forza che esse non si attraggono tra loro; 2.° che li pori del corpo sieno permeabili alle particole del menstruo; 3.° che la coesione delle parti del corpo non sia forte abbastanza per resistere allo sforzo ed all'irruzione delle particole del menstruo.

XVII. Li sali hanno una gran forza *attrattiva* anche allora quando sono separati per molti intervalli che lasciano un libero passaggio all'acqua: per conseguenza le particole dell'acqua sono molto attratte dalle particole saline: in modo che esse s'introducono nelli pori delle parti saline, separano queste parti e sciolgono il sale.

XVIII. Se i corpuscoli sono più attratti dalle parti del fluido di quello che esse non si attraggono l'una con l'altra, questi corpuscoli devono allontanarsi gli uni dagli altri, e diffondersi qua e là pel fluido.

Per esempio, se si scioglie un poco di sale in una grande quantità di acqua, le particole del sale, sebbene di un peso specifico più grande che quello dell'acqua, si diffonderanno e si dispergeranno in tutta la massa dell'acqua, in modo che l'acqua sarà salata egualmente nel fondo, come nella parte superiore. Questo non prova forse che le parti del sale abbiano una forza centrifuga o repulsiva, per la quale esse tendano ad allontanarsi le une dall'altre, o piuttosto che sieno attratte dall'acqua molto più che non si attraggono le une con le altre? In fatto siccome ogni corpo sale nell'acqua allora quando egli è meno attratto dalla sua gravità terrestre che le parti dell'acqua, così tutte le parti del sale che galleggiano nell'acqua, e che sono meno attratte da una qualunque parte del sale, che le parti dell'acqua non lo sono; tutte queste parti, dico io, devono allontanarsi dalla parte del sale, e lasciare il loro posto all'acqua, che n'è più attratta. Newton, *Ott. p.* 363.

XIX. Se dei corpuscoli che nuotano in un fluido, tendono gli uni verso gli altri, e che questi corpuscoli sieno elastici, essi devono, dopo essersi rincontrati, allontanarsi di nuovo, fino che si rincontrino in altri corpuscoli che li ributtino; il che deve produrre una gran quantità d'impulsioni, di ripercussioni, e per così dire, di conflitti tra questi corpuscoli. Ora in virtù della forza attrativa, la velocità di questi corpi continuamente si aumenterà, in modo che il moto intestino delle particole divenirà finalmente sensibile agli occhi.

Di più, questi moti saranno differenti, e saranno più o meno sensibili, e più o meno pronti, secondo che li corpuscoli si attraggono l'uno all'altro con più o meno di forza, e che la loro elasticità sarà più o meno grande.

XX. Se li corpuscoli, che si attraggono l'uno all'altro, vengono a toccarsi vicendevolmente, essi non avranno più moto, perchè non possono approssimarsi di più. Se sono posti ad una picciola distanza l'uno dall'altro, essi si muoveranno: ma se si pongono ad una distanza più gran-

de, in modo che la forza con la quale si attraggono l'uno all'altro, non sorpassi la forza, con la quale essi attraggono le particole intermediarie del fluido, allora non avranno più moto.

Da questo principio dipende la spiegazione di tutti li fenomeni della fermentazione, e della ebollizione.

Così si può spiegare con ciò, perchè l'olio di vitriuolo fermenti, e s'infiammi quando se gli versa un poco di acqua sopra: perchè le particole saline che si toccavano, restino alquanto disunite per l'effusione dell'acqua: ora, siccome queste particole si attraggono l'una con l'altra più fortemente di quello che s'attraggano le particole dell'acqua, e non sono egualmente attratte in tutti i sensi, esse devono necessariamente muoversi e fermentarsi.

Così per questa ragione si fa una violenta ebollizione, allora quando si aggiunge a questo frammischiamento della limatura di acciajo; perchè le particole di acciajo sono molto elastiche, e per conseguenza sono riflettute con molta forza.

Si vede così anche perchè certi menstrui agiscono fortemente e disciolgono più prontamente i corpi allora quando questi menstrui sono frammischiati con l'acqua. Questo si osserva allora quando si versa sul piombo od altro metallo dell'olio di vitriuolo, dell'acqua forte, dello spirito di nitro rettificato: perchè questi metalli non si scioglierebbero che dopo d'essere stati aspersi d'acqua.

XXI. Se li corpuscoli, che si attraggono vicendevolmente l'uno con l'altro, non hanno forza elastica, essi non saranno ribattuti; ma si uniranno in picciole masse, dalle quali nascerà la coagulazione.

Se il peso delle particole così riunite sorpassa il peso del fluido, ne seguirà la precipitazione.

XXII. Se li corpuscoli nuotanti in un fluido si *attraggono* vicendevolmente, e se la figura di questi corpuscoli è tale che alcune delle loro parti abbiano più forza attrattiva delle altre, ed il contatto sia anche più forte in certe parti che in altre, questi corpuscoli si uniranno prendendo certe figure; il che produrrà la cristallizzazione.

Li corpuscoli che sono immersi in un fluido, le di cui parti hanno un moto progressivo, eguale, ed uniforme, si *attraggono* vicendevolmente nella stessa maniera come se il fluido fosse in riposo; ma se tutte le parti del fluido non si muovono egualmente, l'attrazione dei corpuscoli non sarà più la stessa. Per tal ragione i sali non si cristallizzano, quando l'acqua, ove si pongono, non sia fredda.

XXIII. Se tra due particole di fluido si trova posto un corpuscolo, i due lati opposti del quale abbiano una gran forza *attrattiva*, questo corpuscolo sforzerà le particole del fluido, ad unirsi e conglutinarsi con lui; e se vi sono molti corpuscoli di tal forta sparsi nel fluido, essi si-

seranno tutte le particole del fluido, e faranno un corpo solido, ed il fluido congiato o cangiato in ghiaccio.

XXIV. Se un corpo manda fuori e se una gran quantità di corpuscoli, la di cui *attrazione* sia molto forte, questi corpuscoli, quando si approssimeranno ad un corpo leggiero, sorpasseranno con la loro *attrazione* il peso di questo corpo, e l'attrarranno a se, e come li corpuscoli sono in maggiore abbondanza a picciole distanze dal corpo, che a distanze più grandi, il corpo leggiero sarà continuamente attratto verso il sito dove l'emanazione è più deosa, sino che finalmente venga ad unirsi al corpo stesso, da dove partono l'emanazioni.

Per questo mezzo si possono spiegare molti fenomeni dell'elettricità.

Abbiamo creduto di dovere ripottar qui questi differenti teoremi sull'*attrazione*, per far vedere come si è procurato di spiegare con l'ajuto di questo principio, molti fenomeni di Chimica: non pretendiamo però assicurare alcuna di queste spiegazioni; anzi confessiamo che la maggior parte di esse non sembrano avere quella precisione, nè quella chiarezza ch'è necessaria nella spiegazione delle cause delli fenomeni naturali. Nulla di meno è permesso credere che l'*attrazione* può avere molta parte negli effetti, de' quali si tratta, e la maniera con cui si crede che possa soddisfare, è ancora meno vaga di quella con cui si pretende spiegarli per mezzo di altri sistemi. Che che ne sia, il partito più saggio è certamente di sospendere ancora il suo giudizio su di queste cose particolarizzate, fino che abbiamo una cognizione più perfetta dei corpi, e delle proprietà loro.

Ecco dunque, per soddisfare a quanto abbiamo promesso nel principio di questo articolo, ciò che ci sembra doversi posare sull'*attrazione*.

Tutti li filosofi convengono che vi è una forza, la quale fa tendere li primarj pianeti verso il sole, e li pianeti secondarj verso i loro principali pianeti. Siccome non bisogna moltiplicare i principi senza necessità, e l'impulsione è il principio più cognito ed il meno contrastato nel moto dei corpi, egli è chiaro che la prima idea di Filosofo dev'essere di attribuire questa forza all'impulsione di un fluido. Quest'idea diede motivo al Cartesio di trovare i vortici. E tanto più quest'invenzione piacque perchè spiegava nel tempo stesso il moto di traslazione dei pianeti per mezzo del moto circolare della materia del vortice, e la tendenza verso il sole per mezzo della forza centrifuga di questa materia. Ma non basta per un'ipotesi di soddisfare alli fenomeni in pieno, per così dire, e con una maniera vaga; le particolatità ne sono la pietra del tocco, e queste particolarità sono state la rovina del sistema cartesiano.

Bisogna dunque rinunziare alli vortici, per quanto bella apparenza essi abbiano. Vi è di più;

siamo quasi costretti di convenire, che li pianeti non si muovono in virtù dell'azione di un fluido: perchè in qualunque maniera si supponga che questo fluido agisca, si trova esposto in tutti i lati a delle difficoltà insormontabili. Il solo mezzo di vincerle sarebbe di supporre un fluido che fosse capace di spingere in un senso, e che non resistesse in un altro: ma il rimedio, come si vede, sarebbe peggiore del male. Siamo dunque ridotti a dire, che la forza che fa tendere i pianeti verso il sole, viene da un incognito principio, e se si vuole, da una *qualità occulta*; perchè non si attacchi a questa espressione altra idea che quella, che si presenta naturalmente, cioè, d'una causa, che ci è nascosta. Questo è verisimilmente il senso, che Aristotele le diede; nel che egli è stato più saggio delli suoi seguaci, e di molti filosofi moderni.

Non diremo dunque, che l'*attrazione* sia una proprietà primordiale della materia, ma ci guarderemo anche di affermare, che l'impulsione sia il principio necessario del moto dei pianeti. Confessiamo anche, che se fossimo costretti di prendere un partito, inclineremmo piuttosto al primo che al secondo, perchè non fu ancora possibile di spiegare col principio dell'impulsione li fenomeni celesti, e l'impossibilità stessa di spiegarli con questo principio è appoggiata su prove fortissime, per non dire su delle dimostrazioni. Se Newton mostra di essere indeciso, in qualche sito delle sue opere, sulla natura della forza *attrattiva*, se confessa anche ch'ella può venire dall'impulsione, si può vedere che quest'è una specie di tributo, che volle pagare al pregiudizio, o, se si vuole, all'opinione generale del suo secolo, e si può credere, ch'egli aveva una sorta di predilezione all'altro suo sentimento: mentre ha sofferto, che il Sig. Cotes suo discepolo adotti questo sentimento senza riserva alcuna, nella prefazione che ha posto sul principio della seconda edizione delli *Principj*; prefazione fatta sotto gli occhi dell'autore, e che mostrò di avere approvato. Per altro il Newton ammette tra li corpi celesti un'*attrazione* reciproca; e questa opinione sembra supporre che l'*attrazione* sia una virtù inerente ai corpi. Che che ne sia, la forza *attrattiva* secondo il Newton, decresce in ragione inversa dei quadrati delle distanze: questo grande filosofo ha spiegato con questo solo principio una gran parte delli fenomeni celesti: e tutti quelli che si tentò spiegare in seguito con questo principio, si sono spiegati con una esattezza ed una facilità prodigiosa. Il solo moto degli absidi della luna parve per qualche tempo di ricusare questo sistema: ma finalmente questo punto è deciso, ed il sistema Newtoniano ne sortì con onore. *Ved.* Luna.

Tutte le altre ineguaglianze del moto della luna, che, come si sa, sono considerabilissime ed in gran numero, si spiegano facilmente col sistema dell'*attrazione*. Io di questo mi assicurai col calcolo, e pubblicai il mio lavoro.

Tutti li fenomeni ci dimostrano dunque che vi è una forza, che fa tendere li pianeti gli uni verso gli altri. Così, non possiamo dispensarci dall'ammetterla, e quando fossimo costretti di riconoscerla come primordiale ed inerente alla materia, oso dire che la difficoltà di concepire una simil causa sarebbe uno debolissimo argomento contro la sua esistenza. Nessuno dubita che un corpo che s'incontra in un altro, non gli comunichi dal moto: ma abbiamo noi una idea della virtù, per la quale si fa questa comunicazione? I filosofi somigliano al volgo più di quel che si crede. Il popolo non si stupisce nel veder una pietra, che cade, perchè l'ha sempre veduta; così li filosofi, perchè da fanciulli hanno veduto gli effetti dell'impulsione non hanno nessuna inquietudine sulla causa produttrice. Pure se tutti li corpi che s'incontrano in un altro, si arrestassero senza comunicar loro del moto, un filosofo che vedesse, per la prima volta, un corpo spingere un altro, sarebbe egualmente sorpreso, come un uomo che vedesse un corpo pesante sostenersi in aria senza cadere. Quando sapremmo in che consista la impenetrabilità dei corpi, non saremmo forse niente più illuminati sulla natura della forza impulsiva. Noi vediamo soltanto che in conseguenza di questa impenetrabilità, l'urto di un corpo contro un altro dev'essere seguito da qualche cangiamento, o nello stato delli due corpi, o nello stato dell'uno delli due; ma noi non sappiamo, ed apparentemente ignoriamo sempre, per qual virtù questo cangiamento si eseguisca, e perchè per esempio, un corpo che urta un altro, non resti sempre in riposo dopo l'urto senza comunicare una parte del suo moto al corpo urtato. Noi crediamo, che l'*attrazione* ripugni all'idea che abbiamo della materia: ma concentriamoci in questa idea, e saremo storditi di vedere com'ella è distinta, e come dobbiamo essere riservati nelle conseguenze che ne deduciamo. L'universo è nascosto per noi dietro ad una specie di velo, a traverso del quale noi vediamo confusamente alcuni punti. Se questo velo si sciogliesse tutto ad un tratto, forse saremmo noi sorpresi di quanto sotto lui accadeva. Allora la pretesa incompatibilità dell'*attrazione* con la materia, non ha più luogo quando si ammette un essere intelligente ed ordinatore del tutto, il quale può liberamente volere che li corpi agiscano l'uno sull'altro al di distanza, che da vicino.

Ma fino a tanto che noi dobbiamo essere portati a credere l'esistenza della forza dell'*attrazione* nelli corpi celesti, altrettanto mi sembra che dobbiamo essere guardinghi ad andare più avanti. 1°. Noi non diremo che l'*attrazione* sia una proprietà *essenziale* della materia, basterà riguardarla come una proprietà *primordiale*, e vi è una gran differenza tra una proprietà *primordiale*, ed una proprietà *essenziale*. L'impe-

netrabilità, la divisibilità, la mobilità sono proprietà primordiali; la virtù impulsiva è proprietà essenziale. Da che noi concepiamo un corpo, lo concepiamo necessariamente divisibile, esteso, impenetrabile: ma non lo concepiamo necessariamente ch' egli ponga in moto un altro corpo. 2°. Se si crede che l'*attrazione* sia una proprietà inerente alla materia, si potrebbe concludere che la legge dell' inversione dei quadrati delle distanze si osserva in tutte le sue parti. Forse tuttavia sarebbe più da saggio il non ammettere l'*attrazione*, che tra le parti delli pianeti, senza prendere il nostro partito sulla natura, nè sulla causa di questa forza, fino a tanto che nuovi fenomeni ci illuminino su questo soggetto. Ma almeno bisogna guardarci di asserire che alcune parti della materia si attraggano seguendo altre leggi che quelle dell' inversione dei quadrati delle distanze. Questa proposizione non mostra di essere bastantemente dimostrata. I fatti sono l'unica regola che deve guidarci, ed io non credo che abbiamo ancora un bastante numero per innalzarci ad una sì ardita asserzione: se ne può trar giudizio dalli differenti teoremi che riportiamo, dopo il Sig. Keil ed altri filosofi. Il sistema del mondo è in diritto di farci supporre che li moti dei corpi non hanno forse per causa la sola impulsione. Questo sospetto ci deve rendere saggi a non affrettarsi nel concludere che l'*attrazione* sia un principio universale fin tanto che a questo non siamo costretti dalli fenomeni. Si compiacciamo, è vero, di generalizzare le nostre scoperte: l'analogia ci piace, perchè lusinga la nostra vanità e sollera la nostra pigrizia: ma la natura non è costretta di conformarsi alle nostre idee Noi vediamo sì poco avanti nelle opere sue e le vediamo in sì picciole parti, che le principali cause ci scappano. Procuriamo di scoprir bene quanto ci è d'intorno, e se vogliamo innalzarci di più, facciamolo con una somma circospezione, altrimenti non vedremo che più male, credendo vedere più di lontano: gli oggetti lontani saranno sempre confusi, e quelli che sono ai nostri piedi, ci scapperanno.

Dopo tali riflessi credo che si potrebbe dispensarsi dal prendere alcun partito sulla disputa che tenne divisi due celebri accademici, cioè se la legge dell'*attrazione* debba necessariamente essere come una potenza della distanza, o se possa avere in generale come una funzione di questa distanza stessa; questione puramente metafisica, e sulla quale forse è cosa ardita il parlarne, dopo quanto abbiamo detto. Così noi non abbiamo questa pretensione, specialmente in un' opera di tal natura che la presente. Crediamo pertanto che se si riguardi l'*attrazione* come una proprietà della materia, od una legge primitiva della natura, è molto naturale il non far dipendere quest'*attrazione* che dalla sola distanza, ed in tal caso, la sua legge non potrà essere rappresentata che da una potenza: perchè ogni altra funzione conterrebbe un parametro ossia quantità costante che non dipenderebbe dalla distanza, e mostrerebbe trovarsi là senza alcuna sufficiente ragione. Egli è certo almeno che una legge espressa da una tale funzione sarebbe meno semplice di una legge espressa da una sola potenza.

Noi non vediamo allora qual vantaggio si avrebbe ad esprimere l'*attrazione* per una funzione. Si pretende che si potrebbe spiegare con ciò, che l'*attrazione* segue a grandi distanze la ragione inversa del quadrato, e segue un altra legge a picciole distanze; ma non è ancora ben certo che questa legge di *attrazione* a picciole distanze sia così generale, come si vuole supporla. Che se si vuol fare di questa funzione una legge generale che divenga molto differente dal quadrato a piccolissime distanze, e che possa servir a rendere ragione delle *attrazioni* che si osservano o si suppongono nelli corpi terrestri, ci pare difficile di spiegare in questa ipotesi come il peso dei corpi che sono immediatamente contigui alla terra, sia al peso della luna ad un di presso in ragione inversa del quadrato della distanza. Si aggiunga che si dovrebbe usare molta cautela nel cangiar la legge del quadrato delle distanze, quando anche, il che ancora non è accaduto, si trovasse qualche fenomeno celeste, per la spiegazione del quale questa legge del quadrato non bastasse. I differenti punti del sistema del mondo, almeno quelli che fin qui abbiamo esaminato, si accordano con la legge del quadrato delle distanze: pure siccome questo accordo non è che ad un dipresso, egli è chiaro ch' essi s'accorderebbero anche con una legge che sarebbe alquanto differente da quella del quadrato delle distanze. Ma si comprende bene che sarebbe ridicolo l'ammettere una tal legge per questo solo motivo.

Resta dunque da sapere se un solo fenomeno che non si accordasse con la legge del quadrato, sarebbe una sufficiente ragione per costringerci a cambiar questa legge in tutte le altre, e non fosse meglio attribuire questo fenomeno a qualche causa, o legge particolare. Newton ha riconosciuto anch' egli altre forze, poichè mostra di supporre che la forza magnetica della terra agisca sulla luna, e si sa come questa forza è differente dalla forza generale di *attrazione*, tanto per la sua intensità, quanto per le leggi, secondo le quali ella agisce.

Il Sig de Maupertuis, uno de' più celebri partigiani del Newtonianismo, ha dato nel suo discorso sulle *figure degli astri*, una idea del sistema dell'*attrazione*, ed alcuni riflessi su questo sistema, ai quali noi crediamo dovere rimandare i nostri lettori, come al miglior trattato che conosciamo di quanto si può mai dire su questa materia. Osserva lo stesso autore nelle *Mem. Accad.* 1734, che li Sig. de Roberval, de Fermat, e Pascal, hanno creduto molto prima del Newton, che il peso fosse una virtù attrattiva

tiva ed inerente ai corpi, nel che si vede effettivamente eglino spiegati in una maniera molto più urtante per li Cartesiani, che non fece il Newton. Noi aggiungeremo che il Sig. Hook aveva la stessa idea, ed aveva predetto che si spiegherebbero un giorno più chiaramente con questo principio li moti delli pianeti. „Queste riflessioni, accrescendo il numero delli partigiani del Newton, non diminuisce niente la sua gloria, poichè essendo stato il primo che abbia fatto vedere l'uso del principio, n'è propriamente l'autore. (O).

ATTRAZIONE, *Storia della scoperta della legge dell' attrazione*. Sebbene l'*attrazione* universale si manifesti in tutta la natura, ed influisca in tutti li fenomeni della fisica, ella è, specialmente nel cielo, evidente ed essenziale.

La legge dell'*attrazione* è stata scoperta dal Newton; ma l'idea di questa forza generale è antichissima.

Anassagora, Democrito, Epicuro ammettevano già questa tendenza della materia verso li centri comuni, sia sulla terra, sia altrove. Plutarco ne parla in modo chiaro nell'opera sulla cessazione degli oracoli (*pag.* 471, *edizione di Francfort* 1600); egli spiega come ogni mondo ha il suo centro particolare, le sue terre, i suoi mari, e la forza necessaria per unire li corpi, e ritenerli intorno al centro.

Copernico aveva la stessa idea dell'*attrazione* generale; poichè attribuiva la rotondità dei corpi celesti alla tendenza che hanno le loro parti differenti a riunirsi (*de Revolution. c.* 9.): dal che ne seguiva che questa tendenza averebbe luogo in ogni pianeta egualmente che sulla terra. Ticone stesso ammetteva una forza centrale nel sole per tenere li pianeti nelle loro orbite intorno a lui, sebbene fosse difficile conciliar quest'attrazione col suo sistema. Keplero, genio più vasto e più ardito d'ogni altro che l'aveva preceduto, spinse le sue idee più oltre; egli avvertì che l'*attrazione* era generale e reciproca, e che l'*attrazione* del sole doveva estendersi anche sulla terra. (*de Stella Martis*, 1609, *epist. Astron. Cop.* 1618, *pag.* 555, *Ist. delle Mat.* del Sig. Montucla, 1758, *tom. II*, *pag.* 213, 527, 538). Nella prefazione di questo libro famoso, in cui Keplero fu il primo a dimostrare che le orbite delli pianeti non erano circolari, dice precisamente che se la luna e la terra non fossero in moto, si avvicinerebbero l'una all'altra, e si riunirebbero al loro centro di gravità comune; dice altrove che l'azione del sole produce le ineguaglianze della luna, che l'azione della luna produce il flusso e riflusso del mare, che il sole attrae li pianeti, ed è attratto da una specie di magnetismo.

Il Trattato della calamita, pubblicato dal Gilbert, fa assomigliare questa forza della calamita a quella delli pianeti tra di loro.

Galileo, Bacone, Fermat, Roberval, ed il dottore Hook ne parlarono in modo molto preciso; questo dice specialmente tali osservabili parole: „ che le forze attrattive sono altrettanto „ più potenti nelle loro operazioni, quanto i „ corpi, sulli quali agiscono, sono più vicini „ al loro centro. Rapporto poi alla *proporzione*, secondo la quale queste forze diminuiscono „ a misura che accresce la distanza, confesso di „ non averlo ancora verificato.... Io do quest' „ apertura a quelli che hanno agio abbastanza e „ cognizione per fare questa ricerca. „ Questa legge, che proponeva di trovare, fu precisamente quella che cercò Newton. Pemberton ci racconta che le prime idee del Newton su questa materia gli vennero nel 1666. Egli passeggiava solo in un giardino, meditando sul peso, e sulle sue proprietà. Questa forza, diceva egli, non diminuisce sensibilmente, sebbene si alzi alla sommità delle più alte montagne; è dunque naturale il concludere che questa potenza dev'estendersi più di lontano. Perchè non si estenderebbe anche fino alla luna? Ma se questo è possibile, bisogna che questo peso influisca sul moto della luna; forse segue esso a ritenere la luna nella sua orbita? e quantunque la forza della gravità non sia sensibilmente indebolita per un picciolo cangiamento di distanza, come lo possiamo provare qui sotto, è molto possibile che nella lontananza, in cui si trova la luna, questa forza sia di molto diminuita. Per giungere a stimare qual può essere la quantità di questa diminuzione, Newton pensò che se la luna fosse ritenuta nella sua orbita dalla forza della gravità, non vi sarebbe dubbio che li pianeti principali non giraffero intorno al sole, in virtù della stessa potenza. Paragonando i periodi delli differenti pianeti con la loro distanza dal sole, egli trovò che se una potenza simile alla gravità li riteneste nelle loro orbite, la loro forza dovrebbe diminuire in ragione inversa del quadrato della distanza. Noi ne daremo il calcolo qui appresso. Egli suppone dunque che il potere della gravità si estenda fino alla luna, e diminuisca con lo stesso rapporto, e calcola se questa forza sarebbe bastante per tenere la luna nella sua orbita; egli fece questi calcoli in un tempo in cui non aveva alla mano i libri che gli sarebbero stati necessarj, e supponeva, secondo la stima comune impiegata dalli geografi e marinaj prima della misura fatta da Picard, che 60 miglia d'Inghilterra facessero un grado di latitudine sulla terra; ma siccome questa supposizione era disettosissima (mentre ogni grado deve contenere miglia 69 $\frac{1}{6}$), il calcolo non corrispose alla sua aspettazione; credete allora che vi fosse almeno qualche altra cosa unita al peso, che agisca sulla luna, ed abbandonò le sue ricerche su questa materia. Alcuni anni dopo, una lettera del dottor Hook gli fece ricercare qual sia la vera curva descritta da un corpo grave che cade, ed è strascinato dal moto della terra sul suo asse; questa fu un'occasione per il Newton di riprendere le sue prime idee sul peso della luna.

luna. Picard aveva misurato in Francia il grado della terra; e Newton, servendosi di queste misure, vide che la luna era ritenuta nella sua orbita dal solo potere della gravità. Dal che egli dedusse che questa gravità diminuisce allontanandosi dal centro della terra, nel modo stesso, che il nostro autore l'aveva prima congetturata. Dietro a questo principio, Newton trovò che la linea descritta dalla caduta di un corpo era una ellisse, di cui il centro della terra occupava un foco: ora li pianeti principali descrivono anche dell'ellissi intorno al sole. Egli ebbe dunque la soddisfazione di vedere che questa soluzione che aveva da prima intrapresa per pura curiosità, potrebbe applicarsi alle più grandi ricerche. In conseguenza, egli compose una dozzina di proposizioni relative al moto delli principali pianeti intorno al sole. Molti anni dopo il dottor Halley essendo andato a trovar il Newton a Cambridge, l'impegnò nella conversazione a riprendere le sue meditazioni su questo soggetto, e diede occasione alla grand'opera delli *Principj*, che si pubblicò nel 1687, e se ne diede una seconda edizione nel 1726 (*a View of sir Isaac Newton's philosophy*, *London* 1728, *in* 4.° *Preface*.)

La legge del Keplero, secondo la quale i quadrati dei tempi sono come i cubi delle distanze, bastava per riconoscere che l'*attrazione* del sole, che teneva li pianeti sotto questa legge, era in ragione inversa del quadrato della distanza. Sieno due orbite circolari e concentriche PB, TV, (*Fig. d'Astron.* 171.) nelle quali girino due pianeti, il tempo periodico de'quali sia in uno t, e nell'altro l'unità; per esempio, Saturno e la Terra; supponiamo gli archi PB e TV infinitamente piccioli, e simili, cioè compresi tra li raggi STP, SVB; questi archi PB e TV sarebbero scorsi in tempi eguali, se le rivoluzioni delli due pianeti fossero eguali; ma il pianeta superiore P avendo una rivoluzione più lenta della terra, ne deriva che descriverà l'arco PE, mentre che la terra descriverà l'arco TV, allora PD sarà l'effetto, la misura e l'espressione della forza centrale, che il sole esercita su questo pianeta, mentre che TR è l'effetto della forza centrale che esercita sulla terra T, e noi non averemo a cercare se non se il rapporto delli piccioli seni versi PD e TR. Secondo la conosciuta proprietà delli piccioli archi, si ha questa proporzione $PD : PC :: PE^2 : PB^2$; ma il pianeta superiore averebbe scorso PB, se la durata della sua rivoluzione, che io chiamo t, fosse eguale all'unità od alla durata della rivoluzione della terra; dunque $PE : PB :: 1 : t$: così, $PD : PC :: 1 : t^2$; dunque $PD = \frac{PC}{t^2}$. Ora $PC : TR :: PS : TS :: r : 1$, poichè gli archi PB e TV sono simili; dunque $PC = r \cdot TR$; e poichè $PD = \frac{PC}{t^2}$, così si ha $PD = \frac{rTR}{t^2}$; dunque $\frac{PD}{TR} = \frac{r}{t^2}$. Ma secondo la legge del Keplero $t^2 : 1 :: r^3 : 1$; o $r^3 = t^2$; dunque $\frac{PD}{TR}$ $\left(= \frac{r}{t^2}\right)$ sarà eguale a $\frac{r}{r^3}$, o $\frac{1}{r^2}$: dunque PD; $TR :: 1 : r^2$; cioè l'effetto della forza centrale è in ragione inversa del quadrato della distanza.

Fu dunque facile al Newton di riconoscere questa legge dell'*attrazione*, col mezzo della legge del Keplero.

Ma non si fermò in questa sì bella scoperta; egli ne fece delle immense applicazioni col mezzo della Geometria degl'infinitamente piccioli, che egli stesso scoprì; le ineguaglianze della luna, il flusso e riflusso del mare, la figura della terra, la precessione degli equinozj, il moto degli apsidi, ec. tutto fu sommesso al calcolo nel suo libro *dei Principj*. Le applicazioni, che si son fatte successivamente dalli più grandi geometri, si trovano nelle opere, delle quali abbiamo dato il catalogo alla parola ASTRONOMIA. (*D. L.*)

ATTRAZIONE *delle montagne*. Egli è certo, dopo il principio dell'*attrazione* mutua di tutte le parti della terra, che vi possono essere delle montagne, la massa delle quali sia molto considerabile, perchè la loro *attrazione* sia sensibile. In fatto, supponiamo per un momento, che la terra sia un globo di una densità uniforme, ed il di cui raggio sia di 1500 leghe, ed immaginiamoci in qualche sito della superfizie del globo una montagna della stessa densità del globo, la quale sia fatta in semisfera ed abbia una lega di altezza; è facile il provare che un peso posto al basso di questa montagna sarà tratto orizzontalmente dalla montagna, con una forza che sarà la 3000ª parte del peso, in modo che un pendulo od un filo a piombo posto al basso di questa montagna, deve deviare un minuto in circa dalla situazione verticale; il calcolo non è difficile da farsi.

Può dunque accadere che quando si osserva l'altezza di un astro al piede di una molto grossa montagna, il filo a piombo, la direzione del quale serve a far conoscere l'altezza dell'astro, non sia verticale. Ma come assicurarsi che un filo a piombo non è esattamente verticale; mentre la direzione stessa di questo filo è il solo mezzo che si possa impiegare per determinar la situazione verticale? Ecco il mezzo di risolvere questa difficoltà.

Immaginiamoci una stella al nord della montagna, e l'osservatore sia posto al sud. Se l'*attrazione* della montagna agisce sensibilmente sul filo a piombo, sarà deviato dalla situazione verticale verso il nord, e per conseguenza il zenit apparente retrocederà, per così dire, altrettanto verso il sud: così la distanza della stella

la osservata al zenit, dev'essere più grande che se non vi fosse *attrazione*.

Dunque, se dopo di avere osservato al piè della montagna la distanza di questa stella al zenit, si vada lungi dalla montagna sullo stesso parallelo, e senza cangiar di latitudine, all'est od all'ovest, in modo che l'*attrazione* non possa più avere effetto, la distanza della stella osservata in questo nuovo sito dev'essere minore della prima, in caso che l'*attrazione* della montagna produca un effetto sensibile. Ma se il filo a piombo al sud della montagna è deviato verso al nord, questo stesso filo a piombo al nord della montagna sarà deviato verso al sud; così il zenit, che nel primo caso era retrocesso verso il sud, sarà, nel secondo caso, avanzato verso il nord; dunque nel secondo caso la distanza della stella al zenit sarà minore, come se non vi fosse *attrazione*, in vece che nel primo caso ella era più grande. Prendendo dunque la differenza di queste due distanze, e dividendola per metà, si averà la quantità della deviazione del pendulo dalla situazione verticale per l'*attrazione* della montagna.

Si può vedere questa teoria molto chiaramente esposta con molte osservazioni che hanno con essa relazione, in una eccellente Memoria del Bouguer, impressa nel 1749, al fine del suo libro della Figura della terra. Egli dà in questa Memoria la relazione delle osservazioni da lui fatte, unitamente al Condamine, al sud, ed al nord di una grande montagna del Perù, chiamata *Chimboraco*; ne risulta da queste osservazioni, che l'*attrazione* di questa grande montagna devia il filo a piombo d'incirca 7" e mezzo dalla situazione verticale.

Del resto, il Sig. Bouguer fa in questa occasione una osservazione giudiziosa, ed è, che la più grande montagna potrebbe avere pochissima densità rapporto al globo terrestre, tanto per la natura della materia, ch'ella può contenere; quanto per li vacui, che si possono incontrare, ec. in modo che cento osservazioni, nelle quali non si trovasse sensibile *attrazione*, non proverebbero niente contro il sistema newtoniano. Al contrario una sola, che gli è favorevole, come quella del *Chimboraco*, merita una somma attenzione per parte dei filosofi. (*O*)

Dopo le osservazioni del Bouguer, si è riconosciuto in molti luoghi questo effetto dell'*attrazione* delle montagne; si osservò specialmente nelle operazioni, con le quali si determina la grandezza dei gradi della terra, perchè si fa uso del filo a piombo, onde misurare con somma precisione la distanza delle stelle dal zenit.

Il P. Boscovich avendo trovato il grado del meridiano in Italia di 56979. tese, mentre che avrebbero dovuto essere di 57110, regolandolo su quello del nord, e del Perù, ha pensato che li termini della misura essendo posti l'uno al nord e l'altro al mezzodì della gran catena di montagne dell'Apennino, le osservazioni fatte col mezzo del filo a piombo avevano potuto essere interrotte dall'*attrazione* di questa massa di montagne, e dare un minor numero di tese per ogni grado.

L'Abbate de la Caille pensa anche che a Perpignano, luogo dove si fecero le osservazioni per il meridiano della Francia, la vicinanza delli Pirenei avrebbe potuto far deviare il filo a piombo verso il sud, far comparire il zenit più al nord che realmente non è, e rendere più piccioli gli archi, compresi tra Perpignano e le altre città della Francia; così noi vediamo ch'egli abbandona, per così dire, le osservazioni fatte a Perpignano, per concludere la longitudine del grado, il mezzo del quale passa a 45°. di latitudine 57028 tese. *Mem. Accad.* 1758, *pag.* 244.

Il P. Beccaria ha trovato nel Piemonte una differenza ancora più grande. Tra Turino ed Andra l'arco misurato si è trovato di 26" più piccolo che in Francia su di un'uguale longitudine, ed il grado che si avrebbe voluto concludere, sarebbe stato troppo grande di 900 tese; ma Andra è situata sul pendio del Monte Barone, che va sempre innalzandosi fin di una longitudine di più di sette leghe fino alla sommità di Monte Rosa, che ha 2330[t] di altezza, ed è per conseguenza una delle più alte montagne dell'Europa. *Gradus Taurinenſis*, 1774.

In Inghilterra, il Sig. Cavendish crede che il grado misurato nell'America settentrionale, potrebbe avere diminuito di 60, o 100 tese per l'*attrazione* alla parte del mare; e pensa che i gradi misurati in Italia e al capo di Buona-Speranza potrebbero essere andati soggetti sensibilmente alla causa stessa. *Trans. Filos.* 1768, *pag.* 328. Il P. Boscovich pensa che si potrebbe assicurarsene facendo delle operazioni a S. Malo, allora quando il mare è bassissimo, e quando poi elevandosi 45 piedi per effetto delle grandi maree, la sua *attrazione* diviene considerabilmente più forte.

Finalmente abbiamo avuto alcuni anni sono una positiva conferma di quest'*attrazione* delle Montagne; il Sig. Maskelyne, Astronomo reale dell'Inghilterra, essendo andato espressamente nella Scozia per fare delle osservazioni al nord ed al sud della montagna di Schehallien nella provincia del Perth, trovò una deviazione di quasi 6". *Transazioni Filosofiche* 1775. Giornale di Fisica, Maggio 1776. (*D. L.*)

ATTRECCIO *dello Scultore*, costellazione Meridionale introdotta dal de la Caille nel Planisfero delle stelle Australi; è situata sul colmo delli solstizi al disopra della grue, e della fenice. La più bella stella di questa costellazione è della quinta grandezza. La sua ascensione retta sul principio del 1750 era di 11° 38' 58", e la sua declinazione di 30° 43" 3" Australe. *Ved.* l'opera *Cælum Auſtrale ſtelliferum* 1763, e la parola Costellazione. (*D. L.*)

ATTRITO, questa parola viene dalla parola *attrere*,

atterere, ſtrofinare, ed è formata dalla propoſizione *ad*, e dal verbo *tero*. Significa uno ſtrofinamento reciproco di due corpi, per mezzo del quale ſi ſtaccano alcune particelle dalla loro ſuperficie. *Ved.* Moto, e Strofinamento.

Con queſto moto ſi affila e ſi poliſce.

Il Sig. Gray ha trovato che una pinma ſtrofinata con le dita, acquiſta con queſto ſolo un tal grado di elettricità, che un dito, preſſo cui la ſi teneva, diveniva per eſſa una calamita; che un capello che aveva ſtrofinato tre o quattro volte, volava alle ſue dita, non eſſendo lontano che un mezzo pollice; che un pelo e dei fili di ſeta erano reſi elettrici con queſto mezzo.

L'eſperienza fa vedere lo ſteſſo ſu delle ſettuccie di varj colori e lunghe qualche piede; la mano le attrae quando ſono ſtrofinate: impregnate poi di aria umida, perdono la loro elettricità, ma il fuoco la rende loro di nuovo.

Lo ſteſſo filoſofo dice che le ſtoſe di lana, la carta, il cuojo, le ſcheggie, la pergamena con l'*attrito* ſi rendono elettriche.

Vi ſono anche alcuni di queſti corpi che l'*attrito* ſolo rende luminoſi.

ATTRIZIONE, ſi prende anche qualche volta per lo ſtrofinamento di due corpi, che ſenza far uſo della loro ſuperfizie, non fa che ponere in moto i fluidi ch'eſſi contengono: così ſi dice che le ſenſazioni della fame, del dolore, del piacere ſono cagionate dall'*attrito* degli organi che ſono formati per tal effetto, (*O*).

AVELLANO o *Avellano*. Nome della ſtella chiamata anche *polluce*.

AUGES (*Aſtron.*) *Ved.* Absidi, Afelio, Apogeo.

AUGELLO *del Paradiſo*, Coſtellazione *Ved.* Apo.

Augello *di Febo*. *Ved.* Corvo.

AUMENTO, parola antica che vuol dire lo ſteſſo che accreſcimento, aumentazione.

AURIGA, *Ved.* Cocchiere.

AURORA, (*Aſtron Fiſ.*) è il creſpuſcolo del mattino, quella debole luce che comincia ad apparire quando il ſole è a 18 gradi ſotto l'orizzonte, e che ſi va accreſcendo fino al levare del ſole. *Ved.* Crepuscolo.

Nicod fa derivare queſta parola da *aureſco*, derivata da *aurum*, *quia ab oriente ſole aer aureſcit*, perchè il ſole naſcendo indora, per così dire, l'atmoſfera.

AUSTRALE, *auſtralis*, meridionale; queſta parola deriva da *auſter*, vento del mezzodì.

Li ſegni *auſtrali* ſono li ſei ultimi del zodiaco; ſi chiamano così, perchè ſono al mezzodì della linea equinoziale. *Ved.* Segno.

Si dice anche *polo auſtrale*, *emiſfero auſtrale*, per *polo meridionale*, *emiſfero meridionale*, ec.

AUTOMATO, (*Meccanica*); ordigno che ſi muove da le ſteſſo, o macchina che porta in ſe il principio del ſuo moto. Queſta parola deriva dal greco *αὐτὸς*, *ipſe* e *μάομαι geſtio*, oſſia *promptus ſum*. Un automato era il colombo volante di Archita, del quale Aulo Gellio fa menzione nel *lib. x. cap. xij*, delle *notti attiche*; quando però queſto colombo volante non ſia una favola.

Alcuni autori pongono nell'ordine degli *automati* gli ſtrumenti di meccanica, meſſi in moto per mezzo di ordigni, di peſi interni, *ec.* come gli orologj, le moſtre, ec. *Ved. Joann. Bapt. Porta Mag. Nat. cap. xix. Scaliger. ſubtil.* 326.

Il ſuonatore di flauto automato del Sig. di Vaucanſon, membro della reale Accademia delle Scienze, l'anitra, ed alcune altre macchine dello ſteſſo autore, ſono nel numero delle opere più celebri che ſi ſieno vedute in queſto genere da molto tempo.

Ved. Androide, ove ſi dà la deſcrizione del *ſuonatore del flauto*.

L'autore incoraggito dal buon eſito, eſpoſe nel 1741, altri *automati*, che non furono meno bene accolti, come

1°. Un'anitra, nella quale egli rappreſenta il meccaniſmo delle viſcere, deſtinate alle funzioni del bere, del mangiare, e del digerire; il giuoco di tutte le parti neceſſarie a queſte funzioni è eſattamente imitato: allunga il ſuo collo per andar a prendere il grano di mano, lo inghiotte, lo digeriſce, e lo rende per le vie ordinarie tutto digeſto. Tutti li moti di un'anitra, che inghiottiſce con precipizio, e che raddoppia la preſtezza del moto del ſuo gozzo, per far paſſare il mangiar nello ſtomaco, ſono copiati dalla natura: l'alimento viene digerito come nelli veri animali, per diſſoluzione e non per triturazione: la materia digeſta nello ſtomaco è condotta per dei canaletti, come nell'animale per le budella, fino all'ano, dove vi è uno ſfintere che le dà l'uſcita.

L'autore non dà queſta digeſtione come una digeſtione perfetta, capace di convertire il cibo in ſangue, ed in ſucchi nutritivi per il mantenimento dell'animale; ma ſarebbe un torto il fargli queſto rimbrotto. Egli non pretende che d'imitare il meccaniſmo di queſt'azione in tre coſe: 1°. nell'inghiottire il grano; 2°. nel macerarlo, digerirlo, o ſcioglierlo: 3°. nel farlo ſortire con un ſenſibile cangiamento.

Tuttavia è convenuto trovar dei mezzi per queſte tre azioni, e queſti mezzi meritano forſe qualche attenzione da quelli che richiedeſſero di più. Convenne impiegare varj ſpedienti per far prendere il grano all'anitra artifiziale, farla aſpirare fino nel ſuo ſtomaco, ed ivi in un picciolo ſpazio, coſtruire un laboratojo chimico, per ſcomporre le principali parti integranti del grano, e farlo ſortire a piacere, per mezzo di canaletti, ad un'eſtremità del ſuo corpo tutta oppoſta.

Non credo che gli anatomici avrebbero niente a deſiderare ſulla coſtruzione delle ſue ali. Vi ſono imitate oſſo per oſſo tutte le eminenze

che

che si chiamano *apofisi*. Sono regolarmente osservate, come le differenti commissure, le cavità, le curve. Le tre ossa che compongono l'ala, sono distintissime; il primo ch'è l'*omero*, ha il suo moto di rotazione in tutti i sensi, con l'osso che fa l'offizio di *omoplate*; il secondo ch'è il *cubito* dell'ala, ha il suo moto con l'omero per una commissura, che gli anatomici chiamano *par gynglime:* il terzo, chiamato *radius*, gira in una cavità dell'*omero*, ed è attaccato dalle sue altre estremità alle picciole ossa dell'estremità dell'ala, come nell'animale.

Per far comprendere che i moti di queste ale non rassomigliano a quelli che si vedono nelli gran capi d'opera del gallo dell'orologio di Lione, e di Strasburgo, tutta la meccanica di quest'anitra artifiziale fu veduta scoperta, essendo disegno dell'autore di piuttosto, dimostrare che di rappresentare semplicemente una macchina.

Si crede che le persone che vi faranno riflesso, sentiranno la difficoltà che vi è di far fare a questo *automato* tanti moti differenti; come allora quando si alza in piedi e gira il suo collo a dritta ed a sinistra. Comprenderanno tutti li cangiamenti delli differenti punti di appoggio. Vedranno anche che quello che servo di punto di appoggio ad una parte mobile, diviene alla sua volta mobile su questa parte, che poi resta fissa; finalmente vi scopriranno una infinità di combinazioni meccaniche.

Tutta questa macchina giuoca senza essere toccata, quando si è montata una volta.

Si fanno dimeatienti di dire che l'animale beve, si diguazza nell'acqua, gracchia come un'anitra naturale. Finalmente, l'autore ha procurato di farle fare tutti li gesti, come fosse un animale vivo; ch'egli attentamente considerò.

2°. Il secondo *automato* è il suonatore di tamburino, piantato tutto ritto sul suo piedestallo, vestito come un danzatore, che suona una ventina di arie, minuetti e contraddanze.

Da prima si credeva che vi fosse meno di difficoltà da superarsi che nel suonator di flauto *automato:* ma senza voler innalzare uno per abbassare l'altra, bisogna riflettere che si tratta dell'istrumento più ingrato, e più falso per se; che si è dovuto far articolare un flauto da tre fori, in cui tutti li tuoni dipendono dalla maggiore o minore forza di vento, e da tre turati a metà; che si è convenuto dare tutti li differenti venti, con una celerità che l'orecchio ha pena a seguire; dare dei colpi di lingua ad ogni nota, fino nelle doppie crome, perchè questo istrumento non è in altro modo piacevole. L'*automato* sorpassa in questo i nostri suonatori di tamburino, che non possono muover la lingua con tanta leggerezza, per fare una misura intiera di doppie crome tutte articolate: essi ne scorrono una metà; e questo tamburino *automato* suona un'aria intiera con colpi di lingua ad ogni nota.

Perciò qual combinazione di vento non gli è convenuto di ritrovare? L'autore ha fatto ancora delle scoperto, quali non si sarebbero mai immaginate. Averessimo mai creduto che questo picciolo flauto fosse uno stromento a vento che stanca più di ogni altro il petto de' suonatori?

I muscoli del loro petto fanno uno sforzo equivalente ad un peso di 56 libbre, poichè fa d'uopo una tal forza di vento, cioè, un vento spinto da questa forza o da questo peso per formare il *fi* alto ch'è l'ultima nota, a cui questo istrumento possa arrivare. Un oncia sola fa formare la prima nota, ch'è il *mi*. Si giudichi qual divisione di vento è convenuto di fare per iscorrer tutta l'estesa del zufolo provenzale.

Avendo così poche posizioni di dita differenti, si crederebbe forse che non si ricercassero se non tanti venti differenti quante note differenti vi sono, ma no. Il vento, che fa sentire, per esempio, la *re* dopo l'*ut* manca assolutamente, quando la stessa *re* è dopo il *mi* al di sopra, e così accade delle altre note. Che se si calcoli, si vedrà che vi è dovuto il doppio di venti differenti, senza contare li diesis, per li quali è necessario un vento sempre particolare. L'autore è restato egli stesso stupefatto di vedere che questo strumento ha bisogno di una combinazione sì variata, ed è stato più di una volta per disperarne la riuscita, ma il coraggio e la pazienza superarono ogni difficoltà.

Questo non è il tutto. Un tal zufolo non tiene occupata che una mano; l'*automato* tiene con l'altra una bacchetta, con la quale batte il tamburo di Marsiglia, dà dei colpi semplici e doppj; fa delle inflessioni varie ad ogni aria, ed accompagna a misura le stesse arie che suona col zufolo dell'altra mano. Questo moto non è uno delli più facili della macchina. Si tratta di battere ora più forte, ora più presto, e dar sempre un colpo secco, per avere il suono dal tamburo. Questa meccanica consiste in una combinazione infinita di leve, e molle differenti, il tutto mosso con aggiustatezza per seguir l'aria; il che sarebbe troppo lungo, se si volesse particolarizzare. Finalmente, questa macchina ha qualche somiglianza con quella del suonatore di flauto; ma è costrutta molto diversamente. *Ved. Osserv. sugli scritti mod.* 1741. (O).

AUTUNNO, (*Astron.*); terza stagione dell'anno, tempo della raccolta delle frutta della state.

Alcuni lo derivano da *augeo*, accresco *quod annum frugibus augeat*.

L'*autunno* comincia li 23 settembre; l'altezza meridiana del sole si trova in mezzo tra la più grande e la più picciola. Il fine dell'*autunno* s'incontra col cominciar dell'inverno, li 21 Dicembre. Durante l'*autunno* i giorni vanno decrescendo e sono sempre più brevi delle notti, eccetto il primo giorno dell'*autunno*, ch'è il giorno dell'equinozio, od il giorno dopo, a cagion della refrazione.

Varie nazioni hanno contato gli anni dagli au-

autunni, come gli Anglo-Saſſoni per gl'inverni. Tacito ci dice che gli antichi Germani conoſcevano tutte le ſtagioni dell'anno, eccetto l'*autunno*, di cui non ne avevano idea.

Si è ſempre creduto che l'*autunno* ſorſe una ſtagione mal ſana. Tertulliano lo chiama *tentator valetudinum*. Anche Orazio dice *gravis autumnus*; *autumnus libitinæ queſtus acerbæ*.

Equinozio dell'autunno, è il tempo, in cui il ſole entra nella bilancia verſo li 23 Settembre. (O).

AVVANTAGGIO, o VANTAGGIO, *in termine di giuoco*: ſi dice che un giuocatore ha *vantaggio*, allora quando vi è più a ſcommettere per il ſuo guadagno, che per la ſua perdita, cioè, allorquando la ſua ſperanza ſorpaſſa la ſua ſpeſa. Per riſchiarar queſta definizione con un ſempliciſſimo eſempio, ſuppongo che un giuocatore *A* ſcommetta contro un altro *B*, di trar *due* al primo colpo con un dado, e che la ſpeſa di ciaſchedun giuocatore ſia di uno ſcudo. E' chiaro che il giuocatore *B* ha un gran vantaggio in tale ſcommeſſa; perchè il dado avendo ſei facce può ſegnare ſei eſre differenti, dunque non ve n'è che una che faccia guadagnare il giuocatore *A*: così, la ſpeſa totale eſſendo due ſcudi, ve ne ſaranno cinque contra uno da pagare che il giuocator *B* pagherà. Dunque la ſperanza di queſto giuocatore è eguale a $\frac{5}{6}$ della ſpeſa totale, cioè, a $\frac{10}{6}$ di ſcudo, poichè la ſpeſa totale è di due ſcudi. Ora, $\frac{10}{6}$ di ſcudo vagliono uno ſcudo, e due terzi di ſcudo: dunque, poichè la ſpeſa del giuocatore *B* è uno ſcudo, il ſuo *avvantaggio*, cioè, l'eccesſo di quanto ſpera guadagnare ſulla ſomma ch'egli pone al giuoco, è $\frac{2}{3}$ di ſcudo: in modo che ſe il giuocatore *A*, dopo aver fatto la ſcommeſſa, voleſſe rinunziare al giuoco, e non oſaſſe più a lungo tentar la ſortuna, biſognerebbe che rendeſſe al ginocatore *B* il ſuo ſcudo, ed oltre a queſto due lire, cioè, $\frac{2}{3}$ di ſcudo. *Ved.* SCOMMESSA, DADO, PROBABILITA', *ec.* (O).

AVVANTAGGIO, *in termine di giuoco*, ſi dice anche di un mezzo di eguagliare la parte tra due giuocatori di forza ineguale. Si dà la *mano* al picchetto, la pedina ed il tratto agli ſcacchi, il dado al trictrac, *ec.*

Lo ſteſſo termine ſi prende in un altro ſenſo alla *Pallacorda*. Allora quando li due giuocatori hanno *trenta* tutti due, in vece di dire che quello, che guadagna il *quindici* ſeguente, ha *quaranta cinque*, ſi dice ch'egli ha *avvantaggio*.

AZELFAGE, nome della ſtella ch'è alla coda del ſegno.

AZIMECH, nome che gli Arabi diedero alla ſpica della vergine. Bayer lodà anche all'Arturo.

AZIMUTO, (*Aſtron.*) l'arco dell'orizzonte compreſo tra il meridiano a qualunque verticale, nella quale ſi trova il ſole od una ſtella. Il Sig. Coſtard crede che queſto nome derivi dalla corruzione della parola araba *aſſempt*, che propriamente ſignifica un punto, od un ſegno.

L'*azimuto* quando l'aſtro ſi leva o tramonta, è il compimento dell'amplitudine orieatale od occidentale, o quanto gli manca per ſare un quarto della circonferenza. *Ved.* AMPLITUDINE.

Per calcolare l'*azimuto* di un aſtro ad una data ora, quando ſi conoſce la ſua declinazione e la ſua diſtanza dal meridiano, ſi riſolve il triangolo *PZS* (*Fig.* 39 *di Aſtron.*) formato al polo, al zenit, ed all'aſtro, di cui ſi conoſcono due lati *PZ*, *PS* e l'angolo compreſo, e ſi cerca l'angolo *Z*, che ha per miſura l'arco *CO* dell'orizzonte. Queſto ſteſſo triangolo ſerve a calcolare l'altezza di un aſtro ad una data ora.

Per conoſcere con l'oſſervazione l'*azimuto* di una ſtella, ſi tirerà ſul piano dell'orizzonte una linea meridiana, ſopra della quale ſi ſoſpenderà un filo perpendicolare alla verticale, attaccandovi un peſo. Indi ſi ſoſpenderà un altro filo, attaccandovi egualmeate un peſo, e ponendolo in modo che la ſtella poſſa eſſere ſcoperta dietro alli due fili, e diſegnare in tal modo il verticale della ſtella; ſi miſurerà l'angolo del meridiano e della linea dei due fili, e queſto ſarà l'*azimuto* dell'aſtro. (*Inſt. Aſtron. del Sig. le Monnier*.) Ma il metodo più eſatto è di avere un quadrante *azimutale*, alla maniera di Ticone Brahè e dell'Evelio. *Ved.* l'ottica dello Smith, edizione dei P. Pezenas. Si trova nella *Cognizione dei tempi* del 1762, e del 1782, delle tavole dell'altezza ed *azimuto* per Parigi.

AZIMUTO *magnetico*, è un arco dell'orizzonte compreſo tra il circolo *azimutale* del ſole ed il meridiano magnetico, cioè la diſtanza apparente del ſole dal punto del nord o del mezzodì, ſegnato dalla boſſola. *Ved.* MAGNETICO.

Si trova l'*azimuto magnetico* oſſervando il ſole con un compaſſo *azimutale*, allora quando è elevato ſull'orizzonte all'altezza di 10, o di 15 gradi, ſia prima del mezzodì, ſia dopo.

Quadrante azimutale; è un quadrante ſolare lo ſtilo o gnomone del quale è perpendicolare al piano dell'orizzonte. *Ved.* QUADRANTE.

La cognizione dell'*azimuto* ſerve alcuna volta a ſegnare il meridiano, ch'è molto utile nella geometria pratica, e neceſſario nella gnomonica e nella navigazione. Così noi ſpiegheremo nella gnomonica li varj mezzi di trovare l'*azimut*.

Si chiamano qualche volta *azimuti* i circoli verticali. *Ved.* VERTICALE.

AZIMUTALE; circolo *azimutale* è un circolo

orizzontale che si applica ad un quadrante astronomico per segnare l'*azimut*. Si può vederlo in *b* (*Fig.* 188 *Tav. di Astron.*). (*D. L.*)

AZIONE (*Meccanica*). Parola di cui qualche volta si fa uso per disegnare lo sforzo che fa un corpo od una potenza contro un altro corpo od un'altra potenza, e qualche volta l'effetto stesso che risulta da questo sforzo.

Noi diamo questa doppia definizione per conformarci al comune linguaggio delli meccanici e delli fisici. Perchè se si domanda che devesi intendere per *azione*, dando a questo termine delle idee chiare, risponderemo esser questa il moto che realmente un corpo produce, o tende a produrre in un altro, cioè che produrrebbe, se niente l'impedisse. *Ved.* Moto.

In fatto, ogni potenza non è altro che un corpo, il quale è attualmente in moto, o che tende a muoversi, cioè che si moverebbe se non incontrasse alcun impedimento. *Ved.* Potenza. Ora in un corpo, od attualmente in moto, o che tende a muoversi, non vediamo chiaramente se non il moto ch'egli ha od averebbe, se non trovasse ostacolo; dunque l'*azione* di un corpo non si manifesta a noi che con questo moto; dunque noi non dobbiamo dar altra idea alla parola *azione*, che quella di un moto attuale o di semplice tendenza; e sarebbe un turbar questa idea aggiungendovi quella di un non so qual ente metafisico, che si pensa risiedere nei corpi, e del quale non v'ha chi possa averne una nozione chiara e distinta. Da questo equivoco nacque la famosa questione delle forze vive, che secondo le apparenze, non mai sarebbe stato oggetto di disputa, se si avesse voluto bene osservare, che la sola nozione precisa e distinta, che si può dare alla parola *forza*, si riduce al suo *effetto*; cioè al moto ch'essa produce, o tende a produrre. *Ved.* Forza.

Quantità di azione, è il nome che il Sig. de Maupertuis dà, nelle Memorie dell'Accademia delle Scienze di Parigi, 1744, ed in quelle dell'Accademia di Berlino, 1746, al prodotto della massa di un corpo moltiplicata per lo spazio percorso, e per la sua velocità. Il Sig. de Maupertuis ha scoperto questa legge generale, che nelli cangiamenti, i quali si fanno nello stato di un corpo, la quantità di azione necessaria per produrre questo cangiamento, è la minore che sia possibile. Egli applicò felicemente questo principio alla ricerca delle leggi della refrazione, delle leggi dell'arco, delle leggi dell'equilibrio ec. Dedusse anche alcune più sublimi conseguenze sulla esistenza di un primo essere. Le due Opere del Sig. de Maupertuis da noi citate, meritano tutta l'attenzione dei Filosofi: e li esortiamo a leggerle. Essi vedranno che l'Autore ha saputo unire la metafisica delle cause finali (*Ved.* Cause Finali) con le fondamentali verità della Meccanica, fece dipendere da una legge stessa l'urto delli corpi elastici, e quello delli corpi duri, che fino ad ora aveano avuto leggi separate, e ridusse ad uno stesso principio le leggi del moto, e quelle dell'equilibrio.

La prima Memoria, in cui il Sig. de Maupertuis ha dato l'idea del suo principio, è stata letta il dì 15 Aprile 1744; ed alla fine dello stesso anno, il Sig. Professor Eulero pubblicò il suo eccellente libro: *Methodus inveniendi lineas curvas maximi vel minimi proprietate gaudentes*. Nel supplemento che vi è aggiunto, questo illustre Geometra dimostra che nelle traiettorie descritte dai corpi con forze centrali, la velocità moltiplicata per l'elemento della curva fa sempre un *minimum*. Questo Teorema è una bella applicazione del principio della minor azione al moto delli pianeti.

Nella Memoria delli 15 Aprile 1744, da noi citata, si vede che li riflessi del Sig. de Maupertuis, sulle leggi della refrazione, l'han condotto al Teorema, di cui si tratta. Si fa il principio che il Sig. de Fermat, e dopo lui il Sig. Leibnitz hanno impiegato per ispiegare le leggi della refrazione. Questi grandi Geometri hanno preteso, che un corpuscolo di luce, che va da un punto all'altro, traversando due mezzi differenti, in ciascheduno dei quali vi è una differente velocità, debba andare *nel tempo il più breve* che sia possibile: e dopo questo principio essi hanno geometricamente dimostrato, che questo corpuscolo non deve andare da un punto all'altro in linea retta, ma che, essendo arrivato sulla superficie che separa li due mezzi, deve cangiar di direzione, in modo che il seno della sua incidenza, sia al seno della refrazione, come la sua velocità nel primo mezzo, è alla sua velocità nel secondo; dal che hanno dedotta la legge sì conosciuta del rapporto costante dei seni. *Ved.* Seno, Refrazione, ec.

Questa spiegazione, sebbene molto ingegnosa, è soggetta ad una grande difficoltà, ed è che bisognerebbe che il corpuscolo si approssimasse alla perpendicolare, nelli mezzi, ne'quali la sua velocità è minore, e che per conseguenza più gli resistono; il che parerebbe contrario a tutte le spiegazioni meccaniche, che si sono date fino ad ora della refrazione delli corpi, ed in particolare della refrazione della luce.

La spiegazione, tra le altre, che ha immaginato il Newton, quella che persuade a preferenza di tutte le altre che si sono date fino ad ora, rende perfettamente ragione del rapporto costante dei seni, attribuendo la refrazione delli raggi alla forza attrattiva delli mezzi; dal che ne segue che li mezzi più densi, l'attrazione de' quali è più forte, devono approssimare il raggio alla perpendicolare; il che è confermato dall'esperienza. Ora l'attrazione del mezzo non potrebbe approssimare il raggio alla perpendicolare, senza accrescere la velocità, come si può facilmente dimostrare: così secondo il Newton, la refrazione deve farsi coll'approssimarsi alla perpendicolare, quando la velocità accresce; il che è contrario alla legge delli Sigg. de Fermat, e

Leibnitz. Il Sig. de Maupertuis cercò di conciliare la ſpiegazione del Newton con li principj metafiſici: in luogo di ſupponere col de Fermat e col Leibnitz, che un corpuſcolo di luce vada da un punto all'altro nel più breve tempo poſſibile, ſuppone che un corpuſcolo di luce vadi da un punto all'altro, in modo che la quantità di *azione* ſia la minore che ſia poſſibile. Queſta quantità di *azione*, dic'egli, è ciò che viene ſomminiſtrato dalla natura. Con queſto principio filoſofico, trova egli che non ſolo li ſeni ſono in ragione coſtante, ma che ſono in ragione inverſa delle velocirà (il che ſi accorda con la ſpiegazione del Newton), e non in ragione diretta, come pretendono li Signori de Fermat e Leibnitz.

E' coſa ſingolare che di tanti filoſofi, i quali hanno ſcritto ſulla refrazione, alcuno non ſi ſia immaginato una maniera così ſemplice di conciliar la Metafiſica con la Meccanica; baſtava per queſto fare un leggeriſſimo cangiamento al calcolo fondato ſul principio del Sig. de Fermat. In fatto, ſecondo queſto principio, il tempo, cioè lo ſpazio diviſo dalla velocità, dev'eſſere un *minimum*: in modo che, ſe ſi chiama E lo ſpazio ſcorſo nel primo mezzo con la velocità V, ed e lo ſpazio ſcorſo nel mezzo ſecondo con la velocità v, ſi averà $\frac{E}{V} + \frac{e}{v} =$ ad un *minimum*, cioè $\frac{dE}{V} + \frac{de}{v} = 0$. Ora egli è facile di vedere che li ſeni d'incidenza e di refrazione ſono tra loro come dE a de; dal che ne ſegue che queſti ſeni ſono in ragione diretta delle velocità V, v; ed è quanto pretende il Sig. de Fermat. Ma, affinchè queſti ſeni foſſero in ragione inverſa delle velocità, non aveva egli che a ſupponere $V\,dE + v\,de = 0$, il che dà $E \times V + e \times v =$ ad un *minimum*; e queſto è il principio del Sig. de Maupertuis. *Ved.* MINIMUM.

Si può vedere nelle Memorie dell'Accademia di Berlino, già da noi citate, tutte le altre applicazioni ch'egli ha fatte di queſto principio, che deveſi riguardare come uno dei più generali della Meccanica.

Qualunque partito ſi prenda ſulla metafiſica che gli ſerve di baſe, come pure ſulle nozioni, che il Sig. de Maupertuis ha dato della quantità di *azione*, non ſarà meno vero che il prodotto dello ſpazio moltiplicato per la velocità, è un *minimum* nelle leggi le più generali della natura. Queſta geometrica verità, dovuta al Sig. de Maupertuis, ſuſſiſterà ſempre, e ſe ſi vuole, ſi potrà prendere la parola di *quantità di azione* ſoltanto per una riſtretta maniera di eſprimere il prodotto dello ſpazio moltiplicato per la velocità. (O.)

AZZARDO. *Ved.* PROBABILITÀ.

BACCHETTA *divinatoria*, ſi chiama così un ramo forcuto o una *bacchetta* piegata in arco, che certi Ciarlatani fanno girare ſulle dita delle due mani, e che gira, (dicon eſſi o lo vogliono perſuadere ai creduli ſpettatori) in virtù delle emanazioni di un'acqua ſotterranea, di un pezzo di oro o di argento naſcoſto, di una mina, ec. Non ſi trova alcun cenno di queſta *bacchetta* negli autori che viſſero prima dell' undecimo Secolo. Li primi che l'impiegarono, adoperavano un ramo forcuto di nocciolo, di ontano, di faggio o di pomo. Li Ciarlatani di queſt'ultimi tempi ſi ſono accorti che una *bacchetta* di qualunque materia curvata in arco produceva lo ſteſſo moto. In effetto ſi vien a vedere che queſto moto è puramente meccanico, e che le indicazioni della *bacchetta* divinatoria non ſono che giri alternativi che ogni perſona può eſeguire, allontanando e ravvicinando alternativamente li punti di appoggio della *bacchetta*, o (per ingannar meglio l'occhio) poſando in prima la *bacchetta* ſopra due dita di ciaſcuna mano alla medeſima altezza, poi levando ed abbaſſando alternativamente le due dita di una ſteſſa mano, o di ambe le mani, ciò che può farſi con un poco di uſo in una maniera quaſi impercettibile. Ecco a coſa ſi riduce la queſtione, conſiderata meccanicamente.

Siano, (*Tav. Mecc. Fig.* 11) *AOB* un arco di cerchio, ſituato in una poſizione orizzontale; *C* il ſuo centro di figura; *G* il ſuo centro di gravità; *AB* la ſua corda; *OF* la ſua freccia. Allo ſforzo delle mani che ſoſtengono realmente la *bacchetta* per li punti *K* e *H* collocati ſimmetricamente, ſoſtituiamo un aſſe orizzontale che paſſi fuori del punto *G*, e che infiſi l'arco ai punti *K* e *H*, in maniera tale, che queſt'arco non poſſa avere alcun moto di sdrucciolamento, e che non ci reſti da conſiderare che la ſemplice rotazione. Poſto queſto, è chiaro, 1°. che il peſo dell'arco agindo ſecondo la verticale che paſſa per il punto *G*, l'arco girerà attorno dell'aſſe *KH*, nel ſenſo di *O* verſo *C*.

2°. Se l'aſſe *KH* reſtaſſe immobile, è chiaro che il punto *O* eſſendo arrivato al zenit, paſſerebbe dall'altra parte, in virtù del moto acquiſtato; poi ritornerebbe addietro; poi ſi moverebbe nel primo ſenſo; così di ſeguito; ciò che ſi riferiſce al moto di oſcillazione dei pendoli ordinarj. Ma ſe allorchè il punto *O* paſſò il zenit, o ha ricavuto il moto neceſſario per paſſare il zenit, ſi concepiſce che l'aſſe *KH* è traſportato parallelamente a ſe ſteſſo in *K'H'*, allora il punto *O* continuerà a muoverſi nel primo ſenſo; queſto ſteſſo moto ſi perpetuerà ſe il punto *O* eſſendo arrivato all'orizzonte, l'aſſe ritorna in *KH*; poi in *K'H'*; così in ſeguito. Ora queſta traſpoſizione menrale dell'aſſe produce lo ſteſſo effetto che produce realmente il Ciarlatano, alzando o abbaſſando le dita di una mano o di ambe le mani, e faceodo così cangiar di luogo i punti di appoggio *K* e *H*.

Si vede che la *bacchetta* girerà a volontà dal di dentro al di fuori, o viceverſa. Ciò dipenderà dalla poſizione iniziale del punto *V*, o *V'* per rapporto al centro di gravita *G*. (*L. B.*)

BACINETTO (*Idraul.*) E' un picciolo incavo centinato che ſi fa ſopra gli orli interni d'un vaſo per farvi entrar l'acqua. (*K*).

BACINI, nome di due ſtelle principali della bilancia, *bacino* auſtrale, e *bacino* boreale.

BACINO, (*Idrodin.*) vien così chiamato in generale un vaſo deſtinato a ricever acqua o un liquore qualunque ſiaſi; ma con queſto termine deſtinato allo ſteſſo uſo vien indicata più particolarmente una caſſa di pietra, di legno, di piombo, di rame, o uno ſpazio incavato in terra, e intonacato di muro o di zolle.

Li *bacini* delle fontane ſono formati ordinariamente di pietra o di marmo, arricchiti di ſculture, e poſti ad una certa altezza al di ſopra del ſuolo di un edifizio o di una piazza pubblica.

Bacino da ſcarica ſi dice d'una vaſca di acqua, in cui concorrono le acque delle fontane di un giardino o di un edifizio.

Bacino ovvero *punto di diviſione*, *bacino di diſtribuzione*, ſi dice di un *bacino* poſto, in un canale artifiziale, nel luogo il più alto, dove concotrono le acque che devono mantenere il canale. Così, per eſempio, nel canal di Linguadocca, il *bacino* o il punto di diviſione è poſto tra Toloſa e Beziers.

BACINO, (*Ottica*). Li fabbricatori di ſpecchi e di occhiali ſi ſervono di diverſi *bacini* di rame, di ferro o di metallo compoſto, gli uni grandi, gli altri più piccioli, queſti più profondi, quelli meno, ſecondo il foco dei vetri che vogliono lavorare.

In queſti *bacini* ſi formano li vetri conveſſi. Le ſfere, che altrimenti ſi chiamano *palle*, ſervono per li vetri concavi; ed il tondino per li vetri, la ſuperfizie de' quali deve eſſer piana e liſcia.

Si lavorano li vetri a *bacino* in due maniere: per l'una ſi attacca il *bacino* all'albero di

un

un tornio, e vi si fruga il pezzo che tieoe con della calcina ad una moletta di legno, presentandola e tenendola ferma con la man dritta nella cavità del *bacino*, mentre col piede se gli dà un moto conveniente; per l'altra, si fissa il *bacino* sopra una tavola, noo essendovi che la moletta fornita del tuo vetro che sia mobile. Li *bacini* per il tornio son piccioli, e oon passano quasi mai sei in sette pollici di diametro: gli altri sono grandissimi, ed hanno più di due piedi di diametro.

Per dirozzare i vetri che si travagliano a *bacino*, si fa uso di una pietra di grosso smeriglio; si lisciano con le stesse materie, ma più fine e stacciate: il tripoli e la polvere di stagno servono per polirli; finalmente si termina di polirli colla carta, vale a dire, sopra una carta che si incolla sul fondo del *bacino*.

La materia la più propria per far questi *bacini*, è il ferro e l'ottone, essendo l'una e l'altra la più maneggiabile che si possa trovare; perchè siccome essi devono esser formari sul tornio, la materia deve esser trattabile e flessibile, ma però dura abbastanza per non cangiare la sua forma nel lavoro dei vetri. Queste due sorta di materie sono eccellenti e preferibili a tutte le altre; nondimeno il ferro è soggetto alla ruggine, e l'ottone, o rame giallo a forarsi e diventar verde per i liquori acri e salati: e ciò perchè queste due materie richiedono che gli stromenti, che ne sono fatti, siano tenuti con cura, bene nettati ed asciugati dopo di averli adoperati. Lo stagno puro e non mescolato con altri metalli è men proprio per il primo lavoro del vetro ch'è il più rozzo, perchè la sua forma facilmente si altera: ma però si può impiegarlo utilmente dopo di averlo unito coo metà di bismutte. Il metallo unito ad altri metalli, che non si può formare al tornio, a causa della troppo grande sua durezza, come quello delle campane, ch'è composto di stagno e di rame, non val niente per le forme, delle quali parliamo.

Si può preparar queste due materie a ricever la forma in due maniere, secondo che sono esse malleabili o fusibili: esse richiedono tutte e due dei modelli sopra i quali possano esser formate, almeno rozzamente da prima, perchè si possa in seguito perfezionarle col tornio. La materia malleabile richiede per modello degli archi di cerchio, fatti di materia solida, e che abbiano i diametri delle sfere di cui se la vuol formare. Quella ch'è fusibile, richiede dei modelli interi di materie facili a formarsi al tornio, come di legno, di stagno, ec. per trarne delle forme nelle quali si possa gettarla, per darle la forma la più prossima a quella che si desidera; perchè è facilissimo in seguito di renderla regolare e perfezionarla col tornio.

Quantunque si possono correggere le forme di ottone o di rame giallo dopo formate col martello, io però consiglio di formarle in fusione, e di dar loro ancora una grossezza conveniente alla grandezza della sfera di cui si vuol formarle, come pure alla larghezza della superfizie che si vuol loro dare: prima per causa che essendo fabbricate e finite a fusione, diverrebbero elastiche nella loro larghezza ed altererebbero per questo mezzo la loro forma nell'agitazion del lavoro; in secondo luogo, per impedire, per questa conveniente grossezza, che questo metallo riscaldandosi sopra il tornio, non si distenda contro lo stromento, come fa d'ordinario, rigettandosi fuori con violenza fino ad appianarsi, od anche diventar convesso di concavo ch'era, se noo ha una sufficiente grossezza per resistere al suo sforzo.

Per fare i modelli, che servir devono alle forme di questi vasi, noo si saprebbe impiegar materia migliore dello stagno, perchè si può fonderlo con poco fuoco, e tornirlo poliramente senza alterarne la forma. Il legno nondimeno ch'è pieno, come di pero o di quercia, ch'è grassa e meno ligiote, essendo ben secco, può servir comodissimamente: per impedirli ancora di svapotare, e di immergersi nell'umidità della terra, o della sabbia che servono a formarli, come anche nei cangiamenti nel tempo, bisogna intonacarli e imbeverli di oglio di noce, di lino, o di oliva in difetto dei due primi, lasciando seccar dolcemente questi modelli da loro stessi in un luogo temperato e difeso dalla troppa aria.

La maniera migliore di formar questi modelli è quella in cui viene impiegata la sabbia. Ogni rame non è proprio per far questi modelli: devesi scieglier quello ch'è giallo, e che si chiama *otton dolce*. Si può adoperare anche lo stagno puro d'Inghilterra, o quello di Allemagna, legato per metà con il bismutte. Il ferro dolce è assai proprio aocora per fare i *bacini* da lavorare i vetri.

Il Sig. Gauffier trovò un metodo di dare ai *bacini* ed alle forme, nelle quali fonde i vetri da telescopio, qualunque curvatura desidera, parabolica, ellittica, iperbolica, ed altra, la di cui equazione è data. Questo metodo sarà spiegato in un opera particolare ch'egli deve al pubblico, sull'arte di fare li grandi telescopj di riflessione, di formarne gli specchi, in modo che escano dalla forma quasi affatto terminati. *Ved.* CANOCCHIALE. (*K*).

BACULOMETRIA, (*Geom.*) è l'arte di misurare con dei bastoni o verghe le linee tanto accessibili che inaccessibili. *Ved.* ACCESSIBILE, MISURA DI TERRENO, MISURA, LEVARE UN PIANO, ec.

BALENA. Costellazione meridionale che contieoe 97 stelle, secondo il Catalogo di Flamsteed; è chiamata ancora *cetus*, *cete*, *draco*, *leo*, *ursus marinus*, *canis tritonis*, o can di mare, *pistris* o *pristis*, specie d'idra o di serpente: in arabo *ka'tos* o *elketos*. Bayer, nella sua *Uranometria*, dipinse un dragone invece di una *balena*;

na: egli trovava che la situazione delle stelle parea esigerlo: vi sono per altro delle sfere antiche, nelle quali si avea dipinto un dragone. Frattanto il nome di *balena* prevalse universalmente, i poeti dicono che Nettuno, il di cui amore per Andromeda s'era rivolto in furore, mandò una *balena* per divorarla. Questo mostro fu ucciso da Perseo, e Nettuno lo ripose in Cielo. Secondo altri, Laomedonte, re dei Trojani, essendo stato obbligato a sacrificare Esione sua figlia, per pacificar Nettuno, ella restò liberata da Ercole; ed il mostro marino ch'era lo stromento della collera di Nettuno, fu cangiato in questa costellazione, detta *balena*.

V'è in questa costellazione una stella variante molto singolare. *Ved.* STELLA. (*D. L.*)

BALESTRA, (*Astron. Naut.*), stromento col quale si osservava altre volte sul mare l'altezza del sole, e ch'è fatto come una specie di croce. Vieo chiamato anche *balestrina*, *freccia*, *raggio astronomico*, *radiometro*, *croce geometrica*, *verga d'oro*, così pure *bastone di Giacobbe*, in Inglese, *Jacob Staff*, *Croff-Staff* (*bastone a croce*) *Fore Staff* (*bastone del d'avanti*), perchè con lui si osserva per d'avaoti, o voltandosi dalla parte del sole; fiochè con la quarta inglese si volta il dorso al sole per misurarne l'altezza.

Questo stromento deriva dalle regole parallatiche di Tolomeo (*Tavole Astronomiche*, *Fig.* 239); perchè se si suppone che la riga *OD* sia sempre fissata perpendicolarmente al bastone *AG*, si avrà una *balestra*.

Giovanni Werner, nato in Norimberga nel 1468, è il primo che descrisse la *balestra* nel 1514, e la raccomandò ai marinari per osservare le longitudini in mare per mezzo delle distanze della luna dalle stelle (*Wales osservazioni astronomiche* 1777, *introd. p.* 24). Io credo che sieno queste le osservazioni di Werner che furono stampate nel 1514; ma il suo libro *de motu octavæ sphæræ*, è del 1522 (Weidler, *pag.* 335). Appiano, nel 1524, e Gemma Frisio nel 1530, ne raccomandarono pure l'uso.

Il P. Fournier, nella sua Idrografia *pag.* 495, dice che quello che li Caldei chiamavano *bastone di Giacobbe*, e gli astronomi *raggio astronomico*, è chiamato *balestra* o freccia, da Martino Cortez e Michele Coignet, nelle loro opere, e generalmente da tutti li marinari. Li Fiamminghi, dice egli, lo chiamano *graetboge*; si scrive graart boogh in Olandese. Li Spagnuoli lo chiamano *balestilla*. Il P. Dechalles lo chiama *croce geometrica*.

Il bastone, la freccia, o la verga dell'istromento, ha 3, o 4 piedi di lunghezza; porta un pezzo chiamato dagli antichi *traversario*, e *cursore*, perchè si pone attraverso e in croce sulla verga o freccia: esso si fa correre lungo questa freccia: i nostri marinari lo chiamano *martello*; Vi sono dei martelli di tre differenti grandezze; cioè, di 12 pollici, di 6 e di 1 ½ (Fournier, *pag.* 496). Nel Dizionario di Marina di Aubin, vi sono cursore e martello. Ozanam, nel suo Dizionario, *pag.* 256, dice che il traversiere o martello si muove lungo la freccia, e che questo stromento si chiama *verga d'oro* per eccellenza perchè è il più comodo di tutti gli stromenti.

Ozanam, nella tavola, pone *strale di balestra*; ciò che prova ch'egli adotta il nome di balestra di preferenza. Li Signori Buguer e de la Caille, *pag.* 181, *ediz. del* 1769, *in* 8.°, lo chiamano *balestrina*.

Gemma Frisio (*princip. astron. Cosmog.* 1530) è il primo che abbia parlato di tre martelli nella *balestra*. Ne parla pure Michele Coignet d'Anversa: istruzione nuova dei punti più eccellenti e occessarj toccanti l'arte del navigatore; e Waeghener, Olandese, che fu sì celebre per le sue carte marine, che li marinari Inglesi chiamano ancora un Waeghener un volume di carte per la navigazione.

Tommaso Digges, nel 1573, parla delle traversali ch'erano nella sua *balestra*, come immaginate lungo tempo dopo da Riccardo Chancelor.

Pietro Massé, nella sua istoria dell'Indie, dice che Martino di Boemia discepolo di Regiomontano, raccomandava l'astrolabio; cioè un cerchio diviso in gradi, e sospeso ad una fibbia per prender l'altezza in mare; ma non si vede che se ne facesse uso in allora. Weroer, che descrive la *balestra*, ne raccomanda l'uso, come pure Appiano nella sua Cosmografia, scritta circa il 1524 (Wales, *pag.* 23).

Si faceva ancora una mezza *balestra*, in cui non v'era che uo mezzo martello, e li gradi vi erano una volta più grandi che sopra le freccie ordinarie. Verso il fine del secolo XVI, si sostituì uo arco di cerchio io luogo dei martelli. Joho Davis, quegli che diede il suo nome al distretto di Davis, per cui si andò nella baja di Baffins, sotto il circolo polare, verso il 1583, pubblicò nel 1594 un libro intitolato: *Seaman's secrets*, in cui descrive il bak-staff; egli è descritto in Mezio, *Astronomica institutio*, 1605; *de arte navigandi*, 1624; *doctrina sphærica*, 1630: da prima non vi era che un arco io cui scorreva il martello dell'occhio; quello che forma l'ombra era fissato ad una riga dritta incastrata all'estremità del raggio dell'istromento, ed era più lontano dal centro o dal martello dell'orizzonte, che l'arco stesso dell'istromento. Chiamasi *back staff*, *bastone del di dietro*, perchè si volta il dorso al sole, divertamente *dalla balestra*, chiamata *fore-staff*. (Robertson). Nel *Lexicon Technicum* di Harris, è descritto alla parola *back-staff*, e si chiama ancora *back-quadrant*, *Davis's quadrant*. L'antica *balestra* è descritta alla parola *Croff staff*, quantunque l'autore dica che la si chiama comunemente *Fore-staff*.

Il quarto di Davis avea un arco di 60 gradi,

e io-

e ſopra uno dei raggi un martello o traguardo che ſcorreva e portava un'apertura; ma non conſervò lungo tempo queſta forma; perchè circa il 1600, o poco dopo, ſi eſteſe l'arco fino a 90 parti al di ſotto del raggio e del martello dell'ombra che vi era fiſſato, fino al grado che ſembrò il più conveniente; e in queſto ſtato, fu generalmente conoſciuto ſotto il nome di *bow* (*arco*) *baleſtra*. Pochi anni dopo, fu vieppiù perfezionato, e preſe la forma che ha attualmente. Il martello dell'ombra eſſendo fin d'allora collocato ad una gran diſtanza dal centro, l'ombra era troppo mal terminata ſopra il martello dell'orizzonte; e ſe il tempo non era chiariſſimo, eſſa non ſi diſtingueva affatto; convenne dunque diminuire il raggio di queſta parte in cui v'è il traguardo dell'ombra: oggidì non ſi ſa a chi debbanſi queſte perfezioni: alcuni penſano che foſſe l'autor medeſimo; ma la coſa è in dubbio.

Queſti tre iſtrumenti, l'*aſtrolabio*, la *baleſtra*, e il quarto di Davis, preſero differenti forme; il primo produſſe il mezzo cerchio, *fearings* (anello marino), *fea quadrant* (quarto marino); il ſecondo produſſe la mezza *baleſtra*, il baſton di Hood, *Hood's ſtaff*, ec; e l'ultimo produſſe il *plough* (aratro), così chiamato per la ſua forma, perchè l'arco più picciolo, ed il martello più grande gli davano quaſi la forma di un aratro; vi fu ancora il quarto di Elton (Elton's quadrant) che differiva un poco dai due precedenti. Il Sig. Wales, *pag.* 29.

Il Sig. Bouguer chiama l'iſtrumento nella ſua forma attuale *quarto Ingleſe* o *quarto di nonanta*; egli dice che l'arco di 60° ha 8, o 9 pollici di raggio, l'altro 30° e 18 in 20 pollici; egli chiama *vane* degli Ingleſi delle ſpezie di traguardi (*pinules*) o di piccioli martelli, e ſi ſerve indifferentemente di queſti due termini traguardo (*pinule*) o *martello*.

M. Bourdé, nel ſuo *Manuale di marina*, 1773, non ſi ſerve che dei termini *quarto di nonanta* e di *martello*. Aubin, nel ſuo Dizionario di marina, 1702, lo chiama parimenti *quarto di nonanta*. Robertſon, ne' ſuoi Elementi di Navigazione, *tom II*, *pag.* 293, *ediz. del* 1772, deſcrive ſolo quello che ei chiama *Davis's quadrant*, e che li ſtranieri chiamano, ei dice, *engliſh quadrant*. Secondo queſto autore, egli ha un arco di 65° di un raggio più piccolo, ſul quale ſcorre il traguardo dell'ombra, *ſhade vane*, o *glaſſ vane* ſe vi ſi metta un vetro, od una lente. Vi è un arco ancora di 25' di un raggio tre volte più lungo, ſopra il quale ſcorre il traguardo dell'occhio *ſight vane*; l'occhio ſi pone nel picciolo foro di queſto traguardo, e riguarda l'orizzonte per la fiſſura del traguardo del centro, chiamato *orizzonte vano*, ſopra il quale cade anche l'eſtremità ſuperiore dell'ombra del primo traguardo.

Flamſteed e Halley vi ſoſtituirono una lente ſopra il martello dell'ombra, perchè ſi diſtingueſſe meglio l'immagine del ſole. Ma tutti queſti ſtromenti ſecero luogo per l'uſo della navigazione al *quarto di rifleſſione*; e tutti li naviganti che puſſeggono delle cognizioni, o che amano l'eſattezza, ſi ſervono di queſt'ultimo. *Ved.* Quarto di Rifleſſione. (*D. L.*).

BALISTICA, ſcienza del moto dei corpi gravi gettati nell'aria ſecondo una direzione qualunque.

Si troveranno alla parola Projettile le leggi della *baliſtica*. La teoria del getto delle bombe è una parte conſiderabile di queſta ſcienza, e vi ſi tratta principalmente queſta teoria. Abbiamo ſopra ciò molte opere; l'*arte di gettar le bombe*, di M. Blondel, dell'Accademia delle Scienze, uno dei primi libri che ſia comparſo ſu queſta materia. Il *Bombardiere franceſe*, del Sig. Belidoro, ec. Ma neſſuno ha trattato di queſta ſcienza in modo più elegante e più breve di M. de Maupertuis, in una Memoria ſtampata tra quelle dell'Accademia delle Scienze di Parigi del 1732; ella ha per titolo: *Baliſtica aritmetica*, e ſi può dire, che contiene in due pagine più coſe che molti trattati che abbiamo ſu queſta materia. M. de Maupertuis cerca da prima l'equazione analitica della curva *A M B* (*Mecc. Fig.* 47), che deſcrive un projettile *A* lanciato ſecondo una direzione qualunque *A R*; ei trova l'equazione di queſta curva era le due coordinate *A T*, *x*, e *T M*, *y*; e non ha pena a far vedere che queſta equazione è quella di una parabola. Facendo $y = 0$, in queſta equazione, il valor corriſpondente di *x* gli dà la parte *A B* del getto; per avere il caſo in cui la portata *A B* ſia la più grande che ſia poſſibile, ei prende la differenza del valore *A B*, non facendo variar che la tangente dell'angolo di projezione *R A B*; e fa in ſeguito queſta differenza $= 0$, ſecondo la regola de' *maſſimi e minimi*; ciò che gli dà il valore della tangente dell'angolo di projezione, perchè *A B* ſia la poſſibilmente più grande, e trova che queſta tangente deve eſſere eguale al raggio, cioè, che l'angolo *B A R* deve eſſere di 45 gradi. Per aver l'altezza *t m* del getto, reſta ſolo da fare la differenza di $y = 0$, perchè *t m* è la più grande di tutte le ordinate. Per ferire un punto dato *n* con un carico dato di polvere, egli ſoſtituiſce nell'equazione della parabola, in luogo di *x*, la data *A I*, e in luogo di *y*, la data *In*, ed ha una equazione in cui non v'è d'incognito che la tangente dell'angolo di projezione *R A B*, ch'ei determina mediante queſta equazione, ec. e così delle altre.

Del reſto poi, la maggior parte degli autori che trattarono ſin'ora della *baliſtica*, o, ciò che quaſi è lo ſteſſo, *del getto delle bombe*, non l'han fatto che col ſupporre che li corpi ſi muovano in un mezzo non reſiſtente: ſuppoſizione ch'è molto dal vero lontana. Il Newton dimoſtrò ne' ſuoi Principj, che la curva deſcritta da

un projettile in un mezzo assai resistente, si allontana molto dalla parabola; e la resistenza dell' aria è abbastanza grande, perchè la differenza della curva di projezione dei gravi con una parabola non sia insensibile. Il Sig. Robins, della Società Reale di Londra, ha dato in Inglese dei *nuovi principj di Artiglieria*, ne' quali tratta del getto delle bombe, e in generale del moto dei projettili, avendo riguardo alla resistenza dell' aria, che determina coll'unire le esperienze alla teoria. Euler fece delle note eccellenti sopra quest' opera; ed il tutto è stato tradotto e pubblicato in francese, nell' anno 1783, dal Sig. Lombard, Professore Reale di Matematica nelle scuole di Artiglieria di Orona. (O).

BANCHETTA (*Idraulica*), è un sentiero costruito dai due lati del fino di un acquidotto per potervi camminare, ed esaminare se l' acqua si ferma o si perde in qualche luogo: si danno d' ordinario 18 pollici di larghezza a tal sorta di *banchette* (O).

BANCO (*Idraul.*) così si chiama una grande aggestione di sabbia o ghiaja, che d' ordinario si accumula più o meno all' imboccatura dei fiumi presso il mare, ed alle loro confluenti.

Egli è dimostrato dalla teoria, e dall' esperienza che la pendenza delli fiumi tanto più si diminuisce quanto più essi si avvicinano al mare. Perciò presso l' imboccatura la corrente divenuta orizzontale, o a un di presso, prosegue il suo corso per tutte quelle vie, che le riescono più facili, estendendosi così in superficie, e decrescendo in profondità. Da ciò ne viene che là dove li fiumi s' uniscono al mare, si formino degli interrimenti, o *banchi*, sopra cui l' acqua ha poca altezza. Che se il mare sia soggetto al flosso, e rifflusso, nel tempo del flusso l' acqua del mare ch' entra nelli fiumi, e ne contrasta loro lo scarico, concorre pure ad accrescere le accumulazioni terrose, ed a formare così delle aggestioni; ma nel tempo del rifflusso l' acqua de' fiumi riprendendo il suo corso libero dissipa tali accumulazioni di terra ristabilindo l' apertura dello sbocco come prima. Dopo un certo tempo queste due contrarie correnti contrastandosi senza fine fanno prendere al fondo de' fiumi una forma stabile, e propria a costituire una specie di equilibrio tra gli effetti reciproci ch' esse producono. Nella *Fig.* 12 *di Idrodinamica*, che rappresenta il profilo del fiume, e del mare secondo la lunghezza del fiume, la curva *DEF* mostra il fondo del fiume *ABED*, e del mare *CBEF*; la punta *E* è la sommità del *banco*. Si può considerare *BE* come una apertura, per cui passano a vicenda le due correnti, come abbiamo detto. Prendasi la profondità ricercata per modificare le loro forze, e per stabilire tra esse una conveniente proporzione. Si hanno per elementi principali delle loro dimensioni, la quantità d' acqua del fiume, la velocità, e l' elevazione del mare.

Si crede sovente che li *banchi* siano formati dalle deposizioni delle materie, che l' acqua del fiume vi scarica, e che si depositano al fondo a misura che il peso del fiume s' accosta all' orizzontale, e che perciò si diminuisce la di lui velocità. Ma ancorchè le acque siano chiare e limpide, formano nondimeno, all' imboccatura un *banco*, od interrimento più o meno sensibile. Di fatti in virtù della forza con cui l' acqua corrode il fondo, ella tende a renderlo, anzi lo rende di fatto orizzontale presso l' imboccatura. Perciò la profondità dell' acqua deve diminuirsi. In seguito l' azione del flusso, e rifflusso (se il mare ne va soggetto) la modifica, l' accresce, o diminuisce in conformità delle leggi dell' equilibrio, come abbiamo già detto. Li depositi delle materie ghiajose producono de' cangiamenti nella figura, e dimensione del *banco*; ma non sono eglino la causa primaria. Può il *banco* soffrire delle varietà per le sabbie trasportate dai venti, e spiote all' imboccatura. Tali masse d' arena, ed interrimenti fanno qualche volta cangiare corso all' acque.

V' è sopra Bajona un famoso *banco* all' imboccatura del fiume d' Adour nel mare. Per distruggerlo, o impicciolirlo s' è cangiato più volte il corso di questo fiume. Dopo d' aver costruiti in diversi tempi dei speroni, che non ebbero che un effetto passaggiero, si determinò nel 1729, stando al progetto del Sig. de Tonros, direttore delle fortificazioni, d' incassare il fiume al villaggio detto *Boucau* fino al mare tra due lunge dighe formate di massi, ed alti materiali tali da renderle ben forti. Già queste si sono incominciate, e si devono prolungare ad una certa distanza dal mare. Il passaggio de' vascelli fu diretto per ovest-nord-ovest, secondo la deliberazione del consiglio composto di Officiali di Marina, e dal corpo del Genio. I lavori per la costruzione delle dighe sono stati di quando in quando interrotti, e ripigliati. Si è ottenuto che l' acqua abbia 7 in 8 piedi d' altezza al disopra del *banco* alla foce nella bassa marea. Quindi siccome il mare nel flusso s' alza a 11, o 12 piedi, così l' altezza della stessa acqua sopra il *banco* arriva fino a 18 piedi. Se questa profondità si mantiene, ella sarà sufficiente per l' entrata de' grossi vascelli; ma a cagione dell' agitazione dell' onde, egli è d' uopo spianarlo di 3, o 4 piedi; di più non potendosi sempre avere il momento della più alta marea per entrare nel fiume, egli è d' uopo ancora di abbassare il detto *banco* d' altri due piedi. Di fatti meno di 12 piedi di profondità non si può stabilire per l' entrata libera de' vascelli. Egli è certo che il mezzo migliore per riuscirvi, si è di rinserrare il fiume tra due dighe, la di cui direzione, ed altezza abbia, per quanto è possibile, l' avvantaggio di facilitare l' entrata de' vascelli, e d' impedire l' accumulazioni delle sabbie, occasionate dai venti. Diminuendosi così la larghezza del fiume Adour, e prolungandosi le dighe

un poco entro il mare, s'aumenta la velocità della corrente, e contrasta con più avvantaggio il moto contrario del mare; il fondo prende la forma *D H e*, e la sommità del *banco* viene portata fino ad *e*, punto cui corrisponde una profondità *C e* più grande che *B E*. Io dissi che la sommità del *banco* è in *e*; perchè deveſi oſſervare che diſtruggendolo in un ſito, ſi fa rinaſcere dopo un dato tempo in un altro, e che giammai ſi può venire alla totale diſtruzione. Di fatti le medeſime cauſe che producevano li *banchi* avanti l'eſiſtenza delle dighe, devono produrli ancora dopo la coſtruzione delle ſteſſe. Ma ſiccome il *banco* deve eſſere portato più avanti nel mare, egli potrà laſciare al diſopra di ſe per un lungo tratto di tempo l'altezza dovuta per lo ſcarico dell'acqua. Conviene diminuire per quanto è poſſibile, lo ſpazio compreſo tra le dighe relativamente al volume dell'acqua del fiume, e ſenza introdurre un impedimento alla navigazione; conviene pure impedire le tortuoſità, eſſendo queſte molto nocevoli al corſo dell'acque, e ſpeſſo occaſionando degli interrimenti, o degli ammaſſi di ſabbia nei lati. Biſogna inoltre che il fiume più che ſi avvicina al mare, più ſi riſtringa nell'aveo, affinchè nel tempo del rifluſſo la corrente del fiume più rinſerrata aumenti ſempre più la ſua velocità, e profondità, ed affinchè nel tempo del fluſſo la velocità del mare tra le dighe ſi minori ſempre più per il ſucceſſivo allargamento dell'aveo. Io credo che con tali mezzi ſi poſſa avere una navigazione comoda, e ſicura al diſopra del *banco*. Ma una precauzione neceſſaria nella coſtruzione di tali opere ſi è di ſtabilire una ſpecie di equilibrio tra le parti corriſpondenti. Per mancanza appunto di queſto equilibrio le operazioni, che ſi fanno ad una ſponda del fiume, gettano l'acqua alla ſponda oppoſta, e indi cagionano degli ingorgamenti, e delli *banchi*. Queſti danni che devonſi riparare, aumentano il diſpendio, e mettono nel compimento delle dighe un ritardo molto pregindicievole.

Le medeſime oſſervazioni s'applicano, colle debite proporzioni, all'imboccatura di due fiumi che ſogliono gonfiarſi, e ridurſi in magra ſecondo differenti tempi, come ſuccede d'ordinario. Alla loro imboccatura ſi forma già una ſpecie di fluſſo, e rifluſſo, che produce quaſi gli ſteſſi effetti che quello del mare.

BARBA *d'una Cometa* (*Aſtron.*), è il nome che ſi dà a quelle ſpecie di raggi che manda una cometa verſo la parte del cielo, in cui il ſuo moto ſembra portarla. *Ved.* Cometa.

In queſto ſi diſtingue la *barba* della cometa dalla ſua coda, ch'è formata di raggi lanciati verſo la parte, da cui ſembra che il ſuo moto l'allontani. In una parola, la *barba* della cometa è una ſpecie di capigliatura luminoſa e radiante che la precede, e la coda è una capigliatura luminoſa e radiante che la ſegue. *Ved.* ſopra queſto ſoggetto le congetture dei filoſofi alla parola Cometa. (O).

BAROMETRO (*Idraul.*), iſtrumento che ſerve a miſurare la gravità o l'elaſticità dell'atmoſfera, e le di lei variazioni.

BAROSCOPIO (*Idraul.*), ſignifica lo ſteſſo che Barometro.

BASE. La *baſe* di una figura, *in Geometria*, è propriamente, e in generale, la più baſſa parte del ſuo circuito. *Ved.* Figura.

La *baſe*, in queſto ſenſo, è oppoſta alla *ſommità*, come alla parte più elevata.

Si chiama *baſe* di un triangolo un lato qualunque di queſta figura, benchè, propriamente parlando, la parola *baſe* convenga al lato più baſſo, ſopra il quale il triangolo è come appoggiato; in tal modo, la linea *A B* è la *baſe* del triangolo *A B C* (*Tav. Geom. Fig.* 21), quantunque in altri incontri le linee *A C* o *B C* poſſano eſſerne la *baſe*. In un triangolo rettangolo, la *baſe* è ordinariamente il lato oppoſto all'angolo retto, cioè, l'*ipotenuſa*. *Ved.* Ipotenusa. La *baſe* di un triangolo iſoſcele è parimenti il lato ineguale alli due altri. La *baſe* di un ſolido è la ſuperficie inferiore, o quella ſopra la quale tutta la figura è appoggiata. *Ved.* Solido.

La *baſe* di una ſezione conica è una linea retta che ſi forma nell'iperbole e nella parabola per la comune ſezione del piano tagliente e della *baſe* del cono. *Ved.* Cono e Conico.

Base (*Aſtronomia.*), è una diſtanza di due o tre leghe che ſi miſurano con la maggiore eſattezza tra due campanili; od altri termini fiſſi per ſtabilire i triangoli che ſervono a miſurare l'eſtenſione di un grado, e per conſeguenza la grandezza della terra. La *baſe* aſtronomica più celebre è quella di 5727 teſe, miſurata tra li centri delle due piramidi di Ville-Juive e di Juviſy, ſulla ſtrada di Parigi a Fontainebleau. Queſta *baſe* fu miſurata molte volte, come ſi vede nel *libro* della *Meridiana verificata* e nelle *Memorie dell'Accademia reale delle Scienze di Parigi* 1754, *pag.* 481. Si miſurarono delle baſi ſimili in tutti i paeſi, ne' quali ſi ha voluto avere la larghezza di un grado. *Ved.* Grado, e Figura della Terra. (*D. L.*)

Gli Aſtronomi miſurano ancora delle *baſi* per avere il valore delle parti dei loro micrometri. (*D. L.*)

BASILISCO, (*Aſtronomia*), in greco Βασιλίσκος, nome della bella ſtella che è nel cuore del Leone, chiamata anche *regulus*, *ſtella regia*, in arabo *kalbeleced*. (*D. L.*)

BASSETTA, ſorte di giuoco di carte che fu altre volte molto in moda in Francia; ma fu proibito dopo, ed oggidì non è più in uſo. Eccone le regole principali.

In queſto giuoco, come in quello del *faraone* (*Ved.* Faraone), il banchiere tiene un giuoco intiero compoſto di 52 carte. Ei le miſchia inſieme, ed ognuno degli altri giuocatori che chiamanſi *meſſitori* mette una certa ſomma ſopra una carta preſa a piacere. Il banchiere in ſeguito rivolta il giuoco, ponendo il di ſopra al

di sotto, in modo che vede la carta del di sotto; poi tira tutte queste carte due a due fino al termine del giuoco.

In ogni coppia o taglia di carte, la prima è per il banchiere, la seconda per il mettitore; cioè, che se il mettitore ha messo, per esempio, un re, e che la prima carta d'una coppia sia un re, il banchiere guadagna tutto il denaro che il mettitore ha sul re: ma se il re viene alla seconda carta, il mettitore guadagna, e il banchiere è obbligato a dare al mettitore altrettanto denaro quanto questi mise sulla sua carta.

La prima carta, quella che il banchiere vede rivoltando il giuoco, è per il banchiere, come diciamo: ma ei non prende allora tutto il soldo del mettitore, non ne prende che li $\frac{2}{3}$; e questo chiamasi pigliare di faccia, o alla prima carta.

L'ultima carta, che dovrebbe esser del mettitore è nulla.

Qualora il mettitore vuol prendere una carta nel corso del giuoco, bisogna che il banchiere abbassi il giuoco, in modo che si veda la prima carta allo scoperto: allora se il mettitore prende una carta (che deve esser differente da questa prima), la prima carta che trarrà il banchiere, sarà nulla per questo mettitore; se viene poi la seconda, sarà segnata per il banchiere; se viene in seguito sarà in puro guadagno o in pura perdita per il banchiere, secondo che sarà la prima o la seconda di una coppia.

Il Sig. Sauveur ha dato nel *Giornale dei Dotti* 1679, sei tavole, nelle quali si può vedere il vantaggio del banchiere in questo giuoco. Il Sig. Giacomo Bernulli nella sua *Ars conjectandi* diede l'analisi di queste Tavole, che prova non esser elleno esattе intieramente Il Sig. de Montmort, nel suo *Saggio di Analisi sopra i giuochi di azzardo*, ha calcolato parimenti il vantaggio del banchiere a questo giuoco. Dunque possiamo informarsi a fondo sopra questa materia nelle opere da noi citate: ma per dare su questo qualche tintura ai nostri lettori, calcoleremo il vantaggio del banchiere in un caso assai semplice.

Supponiamo che il banchiere abbia in sua mano sei carte, e che il mettitore ne prenda una che sia una volta in queste sei carte, cioè nelle cinque carte coperte: si dimanda qual sia il vantaggio del banchiere.

Si vede (*Ved.* ALTERNAZIONE e COMBINAZIONE) che le cinque carte essendo disegnate da a, b, c, d, e, possono essere combinate in 120 maniere differenti, cioè, in 5 volte 24 maniere. Immaginiamoci dunque che queste 120 disposizioni siano ordinate sopra cinque colonne ognuna di 24, in modo che nella prima di queste colonne a si trovi nel primo posto, che nella seconda sia b che occupi il primo sito, c nella terza, *ec.*

Supponiamo che a sia la carta del mettitore, la colonna in cui la lettera a occupa il primo luogo, è nulla per il banchiere e per li mettitori.

In ognuna di queste quattro colonne, la lettera a si trova sei volte nel secondo sito, sei volte nel terzo, sei nel quarto, e sei nel quinto, cioè, supponendo A la posta del mettitore, sonovi 24 ordini che fan guadagnare $\frac{2A}{3}$ al banchiere, 24 che lo fanno perdere, cioè, che gli danno $-A$, 24 che lo fanno guadagnare, cioè, che gli danno A, e 24 finalmente che sono nulli. Ciò ne segue dalle regole del giuoco spiegate avanti.

Ora, per avere il vantaggio del giuocatore in un giuoco qualunque, conviene, 1°. prender tutte le combinazioni che possono farlo guadagnare o perdere, o che son nulle, e il numero delle quali è 120. 2°. Bisogna moltiplicare ciò ch'ei deve guadagnare (riguardando le perdite come guadagni negativi) per il numero dei casi che lo faran guadagnare; unire insieme questi prodotti e divider il tutto per il numero intiero delle combinazioni. *Ved.* SCOMMESSA. Dunque il vantaggio del banchiere è

$$\frac{24\times\frac{2}{3}A+24\times -A+24\times A}{120}=\frac{2}{15}A;$$

cioè, se il mettitore ha posto, per esempio, uno scudo sopra la sua carta, il vantaggio del banchiere è di $\frac{2}{15}$ di scudo o di otto soldi.

Il Sig. de Montmort calcola un poco differentemente il vantaggio del banchiere; ma il suo calcolo, benchè più lungo del precedente, in fondo si riduce allo stesso. Rimarca egli che la posta del banchiere essendo eguale a quella del mettitore, il soldo totale ch'è sul giuoco prima che la sorte n'abbia deciso, è $2A$; nei casi nulli, il banchiere non fa che ritirare il suo denaro, ed il mettitore il suo; con questo il banchiere guadagna A: nel caso in cui ei perde, il suo guadagno è 0; nei casi in cui piglia di faccia, ritrae $A+\frac{2}{3}A$: nei casi di puro guadagno, ritrae $2A$; in questo modo la sorte totale del banchiere, o quello ch'ei può sperare di ritrarre dalla somma $2A$, è

$$\frac{24\times A+24\times\frac{2}{3}A+24\times 0A+24\times 2A+24\times A}{120}$$

$=A+\frac{2}{15}A$; e come ha messo al giuoco

A, ne ſegue, che $\frac{2}{15} A$ è quello ch'ei può ſperare di guadagnare, oſſia il ſuo vantaggio.

Il Sig. de Montmort eſamina in ſeguito il vantaggio del banchiere allorchè la carta del mettitore ſi trova due, o tre, o quattro volte, ec. nelle carte ch'ei tiene; ma queſto è un detaglio che biſogna vedere nel ſuo libro iſteſſo. Queſta materia è trattata parimenti con molta eſatezza nell' opera del Sig. Bernulli che abbiamo citato.

In queſto giuoco, dice il Sig. de Montmort, come in quello del faraone, il vantaggio maggiore del banchiere è quando il mettitore prende una carta che non ha paſſato, e il ſuo vantaggio minore quando ne prende una che ha paſſato due volte. *Ved.* FARAONE. Il ſuo vantaggio è ancora più grande allorchè la carta del mettitore ha paſſato tre volte, di quello che quando ha paſſato una volta ſoltanto.

Il Sig. de Montmort trova ancora che il vantaggio del banchiere, in queſto giuoco, è minor che in quello del faraone; aggiunge che ſe le carte ſegnate di faccia non pagano che la metà della poſta del mettitore, allora il vantaggio del banchiere ſarebbe aſſai più conſiderabile; e dice di aver trovato che il banchiere avrebbe del diſcapito, ſe le carte ſegnate di faccia non pagaſſero che il terzo. (*O*).

BASSO DEL CIELO, ſi dà qualche volta queſto nome alla parte inferiore del meridiano.

BASTONCELLO, volgarmente *giuoco del Pandolo*, (*giuoco de' giovani*). Si giuoca con due baſtoni; l'uno groſſo aſſai, tondo, e lungo di un braccio circa; l'altro più piccolo, rotondo, aguzzo nelle due eſtremità, e lungo quattro in cinque pollici. Si tiene in mano il baſton groſſo: ſi batte ſopra una delle eſtremità aguzze del piccolo che chiamaſi *baſtoncello*; ſi alza in aria il baſtone; e la deſtrezza del giuoco conſiſte nel colpirlo fin ch'è in aria, e nel mandarlo lontano aſſai. Se non ſi tocca, o ſe, toccandolo, non ſi manda ad una certa diſtanza; ſi cede il *baſtoncello* al ſuo avverſario, e ſi va così ſuccedendo alternativamente.

BASTONE DI GIACOBBE, ſi dà qualche volta queſto nome alle tre ſtelle del balteo di Orione, che ſono in linea retta, (*Fig.* 3. *delle Tavole Aſtronomiche*).

BASTONE *di agrimenſore*. *Ved.* SQUADRA *di agrimenſore*; iſtrumento di cui ſi ſi ſerve in mare per miſurar l'alteza degli aſtri; vien chiamato diverſamente *baleſtra*, *baleſtrina*. *Ved.* BALESTRA.

BATEN-KAITOS; nome della ſtella ζ della balena, la più ſettentrionale delle tre ſtelle che ſono ſulla metà del corpo.

BECCO, o CAPRO, (*Aſtron.*) è il nome che alcuni autori diedero alla coſtellazione del Capricorno; altri alla bella ſtella della capra, ch'è nella coſtellazione del cocchio. (*D. L.*)

BECCO: ſi dà queſto nome, *nelle macchine idrauliche*, ad una ſpezie di carrucola guernita di corni di ferro che ſa mootare e diſcendere una catena ſenza fine. Ed è mediante un *becco* che vengono levate le acque del pozzo ſalato di Moyenvic.

BELLATRICE; nome della bella ſtella nella ſpalla occidentale di orione.

BELLEROFONTE; nome della coſtellazione del pegaſo.

BENDE o FASCIE *di Giove*, *in Aſtron.*, ſono *bende* che oſſervanſi ſopra il diſco di Giove, e che raſſomigliano a delle cintare. *Ved. la Fig.* 162 *delle Tavole di Aſtron.*

Le *bende* di Giove ſono più brillanti del reſto del ſuo diſco, e terminate da linee paralelle. Non ſono ſempre della ſteſſa grandezza, e nel numero ſteſſo.

Non ſono il più delle volte alla medeſima diſtanza: ſembra che aumentino e diminuiſcano alternativamente. Ora ſono molto lontane l'una dall'altra; ora ſembrano ravvicinarſi: ma queſto è ſempre con qualche nuovo cangiamento. Son ſoggette ad alterarſi egualmente che le macchie del ſole: una conſiderabiliſſima macchia che il Sig. Caſſini avea oſſervata ſopra di Giove nel 1665, non vi ſi conſervò che quaſi due anni. Ella comparve per tutto quel tempo immobile nello ſteſſo luogo della ſuperficie. Determinoſſene per allora la figura egualmente che la ſituazione rapporto alle *bende*. Sparì alla fine, nel 1667; e non ricomparì che verſo l'anno 1672 in cui continuoſſi a ſcorgerla per tre anni conſecutivi. Finalmente moſtroſſi e ſi naſcoſe a vicenda; di modo che nel 1708, contavanſi dal 1665 otto apparizioni complete di queſta macchia. *Ved.* le antiche Memorie dell' Accademia delle Scienze, 1692, *Mem.* 1699, 1708, 1714. Per le ſue rivoluzioni più volte oſſervate, ſi ſcoprì il tempo della rotazione di Giove intorno il ſuo aſſe, di circa 9 ore 56'; biſogna vedere nelle Tranſazioni Filoſofiche del 1781 le figure delle *bende* oſſervate in tempi differenti dal Sig. Herſchel.

E' veriſimile, che la terra che abitiamo, ſia in uno ſtato più tranquillo e differente molto da quello di Giove; poichè oſſervanſi nella ſuperficie di queſto pianeta dei cangiamenti, ſimili a quelli che accaderebbero ſul noſtro globo, ſe l'Oceano, per eſempio, cangiando luogo veniſſe a ſpanderſi indifferentemente ſopra le terre, di modo che vi ſi formaſſero dei nuovi mari, delle nuove iſole, e dei nuovi continenti. *Iſtit. Aſtron.* del Sig. le Monnier; ma Herſchel crede che queſte ſiano nubi. *Tranſaz. Filoſ.* 1781. Huygens oſſervò anche una ſpecie di *benda* ſul diſco di Marte; ma non è regolare, e difficilmente ſi vede.

BENETHNASH; nome dell'ultima ſtella della coda della grand'orſa.

BERENICE. *Ved.* CAPIGLIATURA DI BERENICE.

BETEIGEUSE, o BETELGEUSE, nome della bella ſtella nella ſpalla orientale di Orione.

BILANCIA (*Mecc.*). E' queſta una macchina che ſi rapporta alla leva, e di cui l'uſo è di far conoſcere l'eguaglianza o la differenza del peſo di due corpi gravi.

Sonovi molte ſorta di *bilancie*: le principali ſono la *bilancia ordinaria* o *moderna*, la *romana*, e la *ſtadera Svedeſe* o *Daneſe*.

I. La *bilancia ordinaria*, (*Mecc. Fig.* 12), è compoſta d'una leva retta AB (*Ved.* LEVA), chiamata qui *ſpranga*, all' eſtremità della quale ſono ſoſpeſi, con dei cordoni, due bacini C e D, che ricevono le mercanzie che ſi vogliono peſare. La *ſpranga* porta nella ſua metà un aſſe xy, che gli è perpendicolare, e le di cui eſtremità entrano e tornano liberamente negli occhi fatti nei due rami montanti di una caſſa che ſoſtiene la macchina. Queſte eſtremità dell'aſſe non hanno la forma cilindrica: Sono tagliate a coltello, più o meno rintuzzato, ſecondo che la *bilancia* è deſtinata a peſar delle mercanzie più o meno peſanti; la ſpranga ſi appoggia per le punte di queſti coltelli negli occhi della caſſa, con un' intiera libertà d'inclinarſi da una parte o dall'altra; eſſa porta un ago o ſtilo, fg ch' è nella caſſa quando v'è l'equilibrio, ed eſſa è orizzontale; l'ago poi allontanandoſi a dritta od a ſiniſtra della caſſa, per la ſua parte ſuperiore, fa conoſcere non ſolo in qual ſenſo la ſpranga s'è inclinata, ma le più picciole inclinazioni ancora, alle quali può andar ſoggetta; il che ſerve a peſar le mercanzie con tutta l'eſattezza poſſibile.

Prima di far uſo della bilancia, biſogna principiar dal porla in equilibrio, cioè biſogna fare in modo che la ſpranga, o fuſto ſia perfettamente orizzontale. Le due braccia EA, EB, devono eſſere eſattamente eguali. Se queſta condizione ſia compita, e le due braccia ſieno guernite dei loro bacini, ed uno dei lati ſuperi l'altro, ſi porrà dalla parte più debole dei piccioli peſi in ſufficiente quantità per iſtabilir l'equilibrio, e conſervar il fuſto nella poſizione orizzontale. Queſti piccioli peſi devono eſſere riguardati come componenti una parte della *bilancia* medeſima, e come coſa diverſa da quelli che ſi vogliono contrappeſare.

Qualora le due braccia AE, BE, non ſono eguali, il più lungo favoriſce il peſo poſto alla ſua parte: imperciocchè ſupponiamo che la ſpranga AB eſſendo in equilibrio e nella poſizione orizzontale, ſi ponga nel bacino C un peſo P, e nel bacino D una mercanzia Q, di modo che vi ſia l'equilibrio: queſti due peſi P e Q facendoſi equilibrio, ſi avrà (*Ved.* LEVA) $P : Q :: BE : AE$. Dunque, ſe per eſempio $BE > AE$, ſi avrà $P > Q$. Eſſendo dunque li dué peſi ſuppoſti eguali, l'uno di eſſi pertanto ſorpaſſerà l'altro, e comparirà più peſante. Tali ſorta di *bilancie* chiamanſi *bilancie falſe*. Nondimeno ſervir poſſono, nella ſeguente maniera, a determinare eſattamente il peſo di una mercanzia.

Senza imbarazzarvi a ſapere qual ſia il braccio più lungo di una *bilancia* che ſupponete eſſere *falſa*, ponete 1° in uno dei bacini, per eſempio nel bacino D, la mercanzia Q che volete peſare, ed oſſervate il peſo P che le fa equilibrio. 2° Traſportate la mercanzia Q, ponetela nell'altro bacino C, ed oſſervate il nuovo peſo P', che le fa equilibrio. Poſto queſto, moltiplicate P per P', ed eſtraete la radice quadrata del prodotto; ella ſarà il valore eſatto di Q. Imperciocchè, per il principio dell'equilibrio della leva, ſi hanno queſte due equazioni, $P \times AE = Q \times BE$; $P' \times BE = Q \times AE$, le quali eſſendo da prima moltiplicate inſieme, poi diviſe per il fattore comune $AE \times BE$, danno $P \times P' = Q^2$, e $Q = \sqrt{(P \times P')}$.

Si riſparmia la pena di traſportar i peſi, e ſopra tutto la lunghezza di una eſtrazione della radice quadrata, facendo ſul principio, e prima di farne uſo, le due braccia della *bilancia* eſattamente eguali tra di loro. Oſſerveremo intanto ancora, al propoſito dell'eſtrazione della radice quadrata, che ſe li due peſi P e P' differiſſero poco l'un dall'altro, potrebbeſi ſupporre, ſenza timore di ſenſibile errore, $Q = \frac{P+P'}{2}$; perchè ſia $P' = P + p$, p eſſendo una quantità piccioliſſima per rapporto a P, ſi avrà $Q = \sqrt{(P^2 + Pp)} = P + \frac{p}{2}$, ſenſibilmente; o pure $Q = \frac{P+P'}{2}$.

Una coſa che richiede la maggiore attenzione, è di porre, per quanto è poſſibile, in una ſteſſa linea orizzontale, il taglio del coltello che ſerve di aſſe, e li due punti A, B, da' quali pendono li bacini; perchè ſe il punto di appoggio E, (*Fig.* 13 e 14) è ſopra o ſotto l'orizzontale AB, per poco che queſta linea ſia inclinata all'orizzonte, ſarà diviſa in due parti ineguali dalla verticale EM condotta dall'appoggio, e in conſeguenza li peſi che ſi faranno equilibrio, non ſaranno eguali. Nel primo caſo (*Fig.* 13) la *bilancia* è troppo mobile ſopra il punto E, ed è chiamata *folle*; nel ſecondo, (*Fig.* 14) trabocca troppo difficilmente, ed è chiamata *forda*.

II. La *romana*, così chiamata dal grand' uſo che ſe ne faceva preſſo i romani, ſerve a peſare le mercanzie di differenti peſi, col mezzo di uo ſolo e medeſimo peſo che ſi allontana più o meno dal punto di appoggio. Queſta macchina (*Fig.* 15) è compoſta di un fuſto, o ſpranga AB, ſoſpeſa ad un uncino EK che la divide in due braccia EA, EB molto ineguali. Il braccio più corto porta un bacino C, od un arpione deſtinato a ſoſtenere le mercanzie da peſarſi; e ſi fa ſcorrere, col mezzo di un anello, lungo il braccio EB, il peſo coſtante P che deve far loro equilibrio.

Com-

Convien principiare dal porre la romana in equilibrio, od il fusto in posizione orizzontale, indipendentemente dalla mercanzia e dal peso che deve contrabilanciarla. Di poi si stabilirà l' equilibrio del peso e della mercanzia, in virtù dell'equazione $P \times Ea = Q \times EA$, nella quale Q rappresenta la mercanzia, P il peso preponderante, EA ed Ea le braccia della leva di questi due pesi. Questa medesima equazione serve a determinare la gradazione del braccio EB. Vedesi, per esempio, che se il peso $Q = 10$ libbre e il peso $P = 1$ libbra, bisognerà che la parte $Ea = 10\,EA$, così delle altre.

Questa *bilancia* ha questo vantaggio, che con un solo e medesimo peso si possono contrappesare altri pesi considerabilissimi. Di più, affatica meno gli occhi della cassa che la *bilancia* ordinaria: perchè se per esempio, si vuol con essa contrappesar un peso $4P$, li due bacioi portano ognuno un peso simile, e la pressione sopra gli occhi della cassa è $4P + 4P$, o $8P$ (*Ved.* Forze Parallele); in vece che nella romana, in cui il peso P, applicato alla quarta divisione del braccio EB, contrabilancia il peso $4P$ posto nel bacino C, la pressione sopra gli occhi della cassa è semplicemente $4P + P$, o $5P$. Ma da un altra parte, il braccio EB della romana è esposto a piegarsi quand'è un poco luogo; ch'è un inconvenieote, a cui la *bilancia* ordinaria va meno soggetta.

III. La *stadera Danese* o *Svedese*, ch'è molto usata in Danimarca e in Ilvezia, è un lungo pezzo, AB (*Fig.* 16), di ferro o di legno, che ha ad una delle sue estremità una pesante massa A, ed all'altra un bacioo od un uncino C per sostener le mercanzie da pesarsi; è attraversata da un anello E, che la sostieoe, e che si fa scorrere secondo la sua lunghezza, fino a tanto che vi sia l'equilibrio da una parte e dall' altra del punto E. Ecco il principio di questo equilibrio e della gradazione della *stadera*.

Consideriamo il sistema della massa A, della verga AB, e del bacino od nocino C, come che noo facciano che un solo e medesimo peso P riunito al suo ceotro di gravità H; nominiamo Q il peso della mercanzia da pesarsi; perchè vi sia l'equilibrio, devesi aver l'equazione $P \times EH = Q \times BE$, ossia $P \times (BH - BE) = Q \times BE$, ciò che dà $BE = \frac{P \times BH}{P + Q}$. Dal che si vede che, conoscendo P e BH, sarà facile di dividere in gradi la verga BH, relativamente ai differenti pesi Q da pesarsi. (*L. B.*).

* Chiamasi *bilancia di roberval*, una sorta di leva, in cui dei pesi eguali sono in equilibrio, quantunque sembrino situati a delle estremità di braccia ineguali di leva. *Ved.* Leva.

Siccome la *bilancia* è una vera leva; così la sua proprietà è la medesima che quella della leva; cioè che li pesi che vi son attaccati, devono essere in ragione inversa delle loro distanze dall'appoggio, per essere in equilibrio. Ma questa proprietà della leva, che ci manifesta l' esperienza, non è cosa facile forse a dimostrare con tutto il rigore. Egli è presso a poco di questo principio come di quello dell'equilibrio; non vedesi l'equilibrio di due corpi con tutta la chiarezza possibile se non che qualora li due corpi sono eguali; e che tendono a muoversi in senso contrario con delle celerità eguali. Imperciocchè allora non v'è ragione alcuna perchè l'uno si muova piuttosto che l'altro; e se si vuol dimostrare rigorosamente l'equilibrio allorchè sono ineguali li due corpi, e tendono a muoversi in senso contrario con celerità che sieno in ragione inversa delle loro masse, devesi richiamar questo caso al primo, in cui le masse e le celerità sono eguali. Parimenti non vedesi ben chiaro l'eqoilibrio nella *bilancia*, che quando le braccia sono eguali e caricate di pesi eguali. La maniera migliore di dimostrar l'equilibrio negli altri casi, è forse di ricondurli a questo principio semplice ed evidente da per se stesso; ciò che fece il Newton nel primo libro dei suoi *Principj, sez. prim.*

Siano, ei dice (*Mecc. Fig.* 17) OK, OL le braccia ineguali di una leva, alle quali sieno sospesi li pesi A, P; sia $OD = OL$ il braccio maggiore; la difficoltà riducesi a dimostrare che li pesi A, P attaccati alla leva LOD, siano in equilibrio. Bisogna perciò che il peso P sia eguale alla parte del peso A che agisce secondo la linea DC perpendicolare ad OD; imperciocchè le braccia OL, OD, essendo eguali, conviene che le forze, le quali tendono a muoverle, siano eguali, perchè vi sia equilibrio. Ora l' azione del peso A, secondo DC, è al peso A, come DC a DA, cioè, come OK ad OD. Dunque la forza del peso A secondo $DC = \frac{A \times OK}{OD}$. E siccome questa forza è eguale al peso P, ed $OL = OD$, così si avrà $\frac{A \times OK}{OD} = P$; cioè li pesi A, P devono essere in ragione delle braccia della leva OL, OK per essere in equilibrio.

Ma dimostrando io tal modo le proprietà della leva, si cade in un inconveniente; ed è, che si è obbligato allora di cangiar la leva retta in una leva curva, e tagliata nel suo punto di appoggio, come si può vedere nella dimostrazione precedente; di modo che non si dimostrano le proprietà della leva retta a braccia ineguali che per quelle della leva curva, ciò che non sembra essere nell'analogia naturale. Ma però convien confessare che questo modo di dimostrare le proprietà della leva è forse il più esatto, ed il più rigoroso di tutti quelli che sono stati dati.

Che che ne sia, è questa una cosa singolarissima che le proprietà della leva curva, cioè di quella, le cui braccia non sono in linea retta, siano più facili da dimostrare rigorosamente di quel-

quelle della leva retta. L' autore del trattato di *Dinamica*, ſtampato a Parigi nel 1743, ridusſe l' equilibrio nella leva curva a quello delle due potenze eguali e direttamente oppoſte; ma ſiccome queſte potenze eguali ed oppoſte ſvaniſcono nel caſo della leva retta, la dimoſtrazione per queſt' ultimo caſo non può eſſer tratta che indirettamente dal caſo generale.

Si potrebbero dimoſtrare le proprietà della leva retta, le di cui potenze ſono paralelle, immaginando tutte queſte potenze ridotte ad una ſola, la di cui direzione paſſa per il punto di appoggio. Di queſto modo ſi è ſervito il Sig. Varignon nella ſua *Meccanica*. Queſto metodo, tra i molti vantaggi, ha quello dell' eleganza e dell' uniformità; ma non ha egli pure, come gli altri, il difetto di eſſere indiretto, e di non eſſer tratto dai veri principj dell' equilibrio? Convien concepire che le direzioni delle potenze prolungate concorrono all' infinito; convien poi in ſeguito ridurre queſte potenze ad una ſola per mezzo della decompoſizione, e dimoſtrar che la direzione di queſt' ultima paſſa per il punto di appoggio. E' da dirigerſi in queſto modo per provar l'equilibrio di due potenze eguali applicate ſecondo le direzioni paralelle a delle braccia eguali della leva? Sembra che queſto equilibrio ſia tanto ſemplice e tanto facile da concepire quanto quello di due potenze oppoſte in linea retta; e che non abbiamo alcun mezzo diretto di ridurre l'uno all'altro. Ora, ſe il metodo del Sig. Varignon, per dimoſtrare l'equilibrio della leva, è indiretto in un caſo, deve neceſſariamente eſſerlo ancora nell'applicazione al caſo generale. (O).

Bilancia Idroſtatica, è una ſpezie di *bilancia* che ſi ha immaginato, per trovar la gravità ſpecifica dei corpi fluidi e ſolidi. *Ved.* Gravita' o Peso specifico.

Queſto iſtrumento è di un uſo conſiderabile per conoſcere i gradi di alligazione dei corpi di ogni ſpecie, la qualità e la ricchezza dei metalli, mine, e minerali, ec. le proporzioni di qual ſi ſia miſcuglio, ec. eſſendo la gravità ſpecifica il ſolo mezzo di giodicar perfettamente di tutte le coſe.

L' uſo della *bilancia idroſtatica* è fondato ſu queſto Teorema di *Archimede*, che un corpo più peſante dell' acqua, peſa meno nell' acqua che nell'aria, del peſo di una maſſa di aria che ha il volume eguale al ſuo. Dal che ne ſegue, che ſe ſi levi il peſo del corpo nell'acqua dal ſuo peſo nell'aria, la differenza darà il peſo di un volume d' acqua eguale a quello del ſolido propoſto.

Queſto iſtrumento, (*Idrod. Fig.* 12,) non abbiſogna di una deſcrizione molto vaſta. Peſaſi da prima nell'aria il peſo *E*, che non è altro che un piaſtrello guarnito o coperto di differenti peſi, ed il peſo che ſi vuol miſurare, il quale è ſoſpeſo all' eſtremità del braccio *F*; in ſeguito poneſi queſt' ultimo peſo in un fluido, e

vedeſi per la quantità dei peſi che occorre levar ſopra il piaſtrello *E*, quanto peſo ſi computa perduto, e conſeguentemente quanto peſa un volume di fluido eguale a quello del corpo.

Per peſare un corpo nell' acqua, ſe lo pone alcuna volta in un picciolo vaſo di vetro *IK*, ed allora non ſi deve dimenticarſi di far ſcorrere il piaſtrello *K* ſopra il piccolo piaſtrello quadrato *E*, affinchè il peſo di queſto piaſtrello, ch' è ſtimato eguale a quello del volume d' acqua di cui il vaſo occupa il luogo, poſſa reſtituir l' equilibrio.

Riguardo alle gravità ſpecifiche de' fluidi, adoperaſi per queſto una picciola boccia di vetro *G* nella ſeguente maniera.

Per trovar la gravità ſpecifica di un fluido, ſoſpendete all' eſtremità d' uno delle due braccia *F* un picciol bacino, e mettetevi dentro la boccia *G*; riempite di poi li due terzi di un vaſo cilindrico *OV* con dell' acqua comune: allorchè vi avrete poſto dentro la boccia, biſognerà porre ſul piaſtrello *E* dei picciòli peſi, fino a tanto che le braccia *E*, *F* reſtino in una poſizione orizzontale.

Perciò, l' eccesſo del peſo della boccia ſopra quello di un egual volume di acqua, ſi troverà contrappeſato per mezzo doi peſi aggiunti al piaſtrello *E*, ciò che lo farà reſtare in equilibrio in mezzo all'acqua. Ora concepiamo al preſente queſta boccia così in equilibrio come ſe foſſe realmente una quantità d' acqua congelata nella ſteſſa forma: ſe in luogo dell' acqua che circonda queſta parte congelata, ſi ſoſtituiſca qualche altro liquore di differente gravità, l'equilibrio non deve più ſuſſiſtere; converrà dunque per riſtabilirlo, porre il peſo ſu quello dei piaſtrelli *E*, *F* della *bilancia*, che ſarà il più debole.

Queſti peſi che ſi avranno dovuto aggiungere nella *bilancia*, ſaranno la differenza in gravità delle due quantità l'una di acqua, l'altra del liquore che ſi vollero eſaminare, ed il di cui volume eguaglia quello della boccia di vetro. Supponiamo dunque che il peſo del volume d'acqua, di cui la boccia occupa il luogo, ſia di 803 grani; ſe aggiuogiamo a queſto numero quello dei graoi che ſaranno ſtati da aggiungere ſopra il piaſtrello, a cui è attaccata la boccia, o ſe leviamo dai 803 grani il numero di quelli che ſi avran dovuto porre ſul piaſtrello oppoſto, il reſtaote ſarà il peſo del volume del fluido eguale a quello della boccia, e la gravità ſpecifica dell' acqua ſarà a quella di queſto fluido, come 803 è al reſtante; finalmente, ſe ſi divida queſto ſteſſo reſto per 803, il quoziente eſprimerà la gravità ſpecifica del fluido, l'unità eſprimendo quella dell'acqua.

Per render ciò più ſenſibile con un eſempio, ſupponiamo che voglaſi ſapere la gravità ſpecifica del latte: immergiamo in queſto liquore la boccia tale come è attaccata alla *bilancia*; troverà che converrà porre 28 grani ſul piaſtrello a cui è ſoſpeſa, per riſtabilir l'equilibrio: ag-

gli gen-

giungendo dunque 28 grani a 803, la somma sarà 831; e così la gravità specifica del latte sarà a quella dell' acqua come 803, a 831. Si può dunque, col mezzo della *bilancia idrostatica*, 1°. conoscere la gravità specifica d'un liquore; 2°. paragonar le specifiche gravità di due liquori; 3°. confrontare le gravità specifiche di due corpi solidi; imperciocchè se li due corpi solidi pesano nell' aria l'uno altrettanto dell'altro, quello ch' ha maggior peso specifico peserà di più nell' acqua; 4°. paragonare la gravità specifica di un corpo solido con quella di un liquore; perchè la gravità specifica del corpo è a quella del liquore, come il peso del corpo nell' aria è a quello che perde del suo peso nel liquore. *Ved. anche* AREOMETRO.

Il dottor Hoob immaginò una *bilancia idrostatica*, che può esser di una grande utilità per esaminare la purezza dell' acqua, ec. Essa consiste in una palla di vetro di circa tre pollici di diametro, la quale ha un collo stretto di una mezza linea di diametro: caricasi questa palla di *minio*, per renderlo poco più pesante di un simil volume d'acqua; se lo tempra di poi nell' acqua dopo averlo attaccato al braccio di una esatta *bilancia*, che ha un contrappeso all' altro braccio. Fatto ciò, non saprebbesi aggiungere all' acqua la minima quantità di sale, senza che il collo della palla s'innalzi sopra l'acqua di un mezzo pollice più che da prima. In effetto, l'acqua diventando più pesante per l'aggiunta del sale, la palla che prima era in equilibrio, deve alzarsi. *Transaz. Filosof. n.* 197.

Molti dotti si diedero la pena di ridurre in tavola le gravità specifiche d'un gran numero di materie tanto solide che fluide: devesi per certo mostrar loro gratitudine di questo lavoro, e se ne comprende tutta la difficoltà, qualor pensasi alle attenzioni scupolose ed al tempo che s'è dovuto spendere in tali sorta di ricerche; ma le loro esperienze, per quanto esatte esse siano state, non possono servirci di regola che a un di presso; imperciocchè gl'individui di ciascuna specie variano tra di loro in quanto alla densità, e non può dirsi che due diamanti, due pezzi di rame, due goccie di pioggia siano perfettamente simili. Così, quando contrastasi di sapere giustamente la gravità specifica di qualche corpo, bisogna porlo alla prova, e questo è l'unico mezzo di ben giudicarne. Del resto, sarà senza dubbio di un gran vantaggio il trovar qui una tavola composta sopra esperienze esattissime. Basta il dire ch'esse sono del Sig. Musschembroech. Le gravità specifiche di tutte le materie enunciate in questa tavola sono paragonate a quella dell'acqua comune, e si prende per acqua comune quella della pioggia in una temperatura media; quindi, quando vedesi nella tavola, acqua di pioggia 1, 000; oro a coppella 19, 640; aria 0, 001 $\frac{1}{2}$, vuol dire, che la gravità specifica dell'oro il più fino è a quella dell' acqua, come 19 $\frac{1}{2}$ circa a 1, e che la gravità dell'aria non è quasi che la millesima parte di quella dell'acqua.

Tavola alfabetica delle materie più conosciute, sì solide che fluide, delle quali è stata sperimentata la gravità specifica.

Abete	0, 550.
Acero	0, 755.
Aceto di vino	1, 011.
Acciajo flessibile e non temerato	7, 738.
Acciajo temperato	7, 704.
Acqua comune o di pioggia	1, 000.
distillata	0, 993.
di fiume	0, 009.
Agata d'Inghilterra	2, 582.
Alabastro	1, 872.
Allume	1, 714.
Ambra	1, 040.
Amianto	2, 913.
Antimonio d'Allemagna	4, 000.
d'Ungheria	4, 700.
Ardesia blù	3, 500.
Argento di coppella	11, 091.
Aria	0, 001 $\frac{1}{2}$.
Avorio	1, 825.
Bismutte	9, 700.
Borrace	1, 720.
Bosso	1, 030.
Canfora	0, 995.
Carabè o Ambra gialla	1, 065.
Carbon di terra	1, 240.
Cedro	0, 613.
Cera gialla	0, 995.
rossa	2, 639.
bianca	2, 500.
Cinabro naturale	7, 300.
artificiale	8, 200.
Corno di bue	1, 840.
di cervo	1, 875.
Cristallo di rocca	2, 650.
d'Islanda	2, 720.
Diamante	3, 400.
Ebano	1, 177.
Ferro	7, 645.
Frassino	0, 845.
Gomma arabica	1, 375.
Granata di Boemia	4, 360.
di Svezia	3, 978.
Incenso	1, 071.
Latte di vacca	1, 030.
Legno del Brasile	1, 030.
Legno santo	1, 337.
Litargirico d'oro	6, 000.
d'argento	6, 040.
Magnesia	3, 530.
Marmo nero d'Italia	2, 704.
bianco d'Italia	2, 707.
Mercurio	13, 593.
Noce di gala	1, 034.

Olio di lino	0, 932.
di oliva	0, 913.
di vitriuolo	1, 700.
Olmo	0, 600.
Oro da ſaggio o di coppella	19, 640.
di Guinea	18, 888.
Oſſo di Bue	1, 656.
Pece	1, 150.
Pietra ſangua	4, 360.
calaminare	5, 000.
da ſucile, opaca	2, 542.
traſparente	2, 641.
turchina	2, 508.
Rame Svedeſe	8, 784.
a getto	8, 000.
Sale di Glauber	2, 246.
ammoniaco	1, 453.
gemma	2, 143.
policreſte	2, 148.
Sangue umano	1, 040.
Scaglia d' oſtrica	2, 092.
Selce	2, 542.
Spirito di vino rettificato	0, 886.
di trementina	0, 874.
Stagno puro	7; 320.
legato d'Inghilterra	7, 471.
Talco di Venezia	2, 780.
Tartaro	1, 849.
Verderame	1, 714.
Vetro bianco	3, 150.
comune	2, 620.
Vino di Borgogna	0, 953.
Vitriuolo d'Inghilterra	1, 880.
Zolfo comune	1, 800.

(*Il Sig. Formey*)

BILANCIA, (*Aſtron.*); ſettimo ſegno del Zodiaco, e coſtellazione dello ſteſſo nome; è chiamata in Cicerone, *jugum*; in Ampelio, *mochos*; in Virgilio e Tolomeo, le branche dello Scorpione: queſta *bilancia* indica ſecondo alcuni autori, l'equilibrio della natura, l'eguaglianza dei giorni e delle notti, la temperatura dell'autunno. Gli antichi vi aggiungeano la figura di un uomo, forſe quella di Mochos, inventor dei peſi e delle *bilancie*; altri ponevan queſta *bilancia* nella mano della Vergine. Virgilio finge che foſſe queſta la giuſtizia di Auguſto conſacrata per il nome di una nuova coſtellazione; forſe, come l'oſſerva Scaligero, perchè la naſcita di Auguſto cadeva al principiar del ſegno della *bilancia*. Ma il Sig. Dupuis fa vedere che la *bilancia* eſiſteva nel Zodiaco molto più anticamente, e crede ch'eſſa nella ſua origine, doveſſe eſſer collocata nell'equinozio di primavera. (*Aſtron. T. IV, p.* 373). Virgilio ſteſſo ſembra riconoſcere un altra etimologia di queſto nome di *Libra*.

Libra die ſomnique pares ubi fecerit horas,
Et medium luci atque umbris jam dividet orbem;
Exercete, viri, tauros.

Georg. 1, 208.

Li Perſiani ſtabilivano altre volte al levare eliaco di queſta coſtellazione, il fine della età d'oro, e la venuta del male nell'univerſo; o come lo ſpiega il Sig. Dupuis, il ritorno dell'inverno, la deſolazione periodica della natura vegetativa, e il cominciamento del regno del principio cattivo.

Nel catalogo Britannico ſonovi 51 ſtelle della *bilancia*. (*D. L.*)

BILANCIAMENTO. *Ved.* OSCILLAZIONE.

BILANCIERE, (*Mecc.*). Queſto nome vien dato comunemente a qualunque parte di una macchina che ha un moto di oſcillazione, e che ſerve a rallentare o a regolare il movimento delle altre parti.

BILANCIERE *della Tromba*. (*Idroſt.*). Egli è ſovente un pezzo di legno, od una ſpranga di ferro poſata orizzontalmente ſopra un punto di appoggio, che forma una leva della prima ſpecie. Ad una delle ſue eſtremità corriſponde uno o più ſtantuffi, ed all'altra v'è un braccio, o qualche altro pezzo corriſpondente ad un manubrio, che da il moto al *bilanciere* che fa allora alzare lo ſtantuffo. Chiamanſi anche *bilancieri* li pezzi di legno che ſervono a mantener le ſpranghe di ferro che compongono le catene della macchina di Marly, cioè le catene che danno il moto alle trombe del primo e del ſecondo ſerbatojo. (†).

BILBOCHETTO (*giuoco*); picciolo baſtone lavorato al tornio, con una cavità ad ambedue le ſue eſtremità; gettaſi in aria una picciola palla attaccata ad un filo legato alla metà del *bilbochetto*, e procuraſi di farla ricadere e reſtare in una delle due cavità.

BILLIONE (*Aritm.*). Si dà queſto nome in Aritmetica alla cifra che occupa il decimo luogo di una ſerie orizzontale di cifre, principiando dalla dritta verſo la ſiniſtra, nel modo che s'è convenuto nella numerazione. *Ved.* NUMERAZIONE.

BIMEDIALE (*Geom.*). Quando due linee commenſurabili in potenza ſoltanto, ſono unite inſieme, la totale è irrazionale per rapporto all'una di queſte due linee, e ſi chiama *linea prima bimediale*. Euclide, *lib. X propoſ.* 38. *Ved.* COMMENSURABILE, IRRAZIONALE, POTENZA. (E).

BINARIO. L'*Aritmetica binaria* è una nuova ſorte di Aritmetica che Leibnitz fondava ſulla progreſſione la più breve e la più ſemplice: ed è quella che ſi termina a due cifre. Il fondamento di tutta la noſtra Aritmetica ordinaria eſſendo puramente arbitrario, è permeſſo di prendere un altra progreſſione che ci dà un altra Aritmetica. Si ha voluto che la ſerie primiera e fondamentale dei numeri andaſſe ſino a dieci, e che la ſerie infinita dei numeri foſſe

una ſerie infinita di decine; ma vedeſi apertamente che l'aver eſteſo la ſerie fondamentale dei numeri fino a dieci, o il non averla eſteſa più avanti, ell'è un iſtituzione che potè eſſer ſtata differente; ed ancora ſembra che ſia ſtata fatta all'azzardo dai popoli, e che li matematici non ne ſieno ſtati conſultati, perchè avrebbero potuto ſtabilir facilmente qualche coſa più comoda. Per eſempio, ſe ſi aveſſe portato la ſerie dei numeri fino a dodeci, vi ſi avrebbero trovati ſenza frazione dei terzi e dei quarti, che non ſono nel dieci. Li numeri hanno due ſorta di proprietà, altre eſſenziali, altre dipendenti da una iſtituzione arbitraria, e dal modo di eſprimerle. Che li numeri diſpari ſempre aggiunti di ſeguito, diano una ſerie naturale di quadrati, ell'è una proprietà eſſenziale alla ſerie infinita dei numeri, in qualunque modo ſi eſprima. Ma che in tutti li multipli del 9, li caratteri che li eſprimono aggiunti inſieme, rendano ſempre 9, od un multiplo di 9, minor di quello ch'è ſtato propoſto, ell'è una proprietà che non è eſſenziale niente affatto al numero 9, e che ſolamente l'ha perchè è il numero penultimo della progreſſione decupla che ci piacque di ſcegliere. Se ſi aveſſe preſo la progreſſione di dodeci, il numero 11 avrebbe avuto la medeſima proprietà.

Per queſto, in tutta l'*aritmetica binaria*, non vi ſarebbero che due caratteri, 1 e 0. Il zero avrebbe la potenza di moltiplicare tutto per due, come nell'aritmetica ordinaria ei moltiplica tutto per dieci: 1, ſarebbe uno; 10, due; 11, tre; 100, quattro; 101, cinque; 110, ſei; 111, ſette; 1000, otto; 1001, nove; 1010, dieci, ec. ciò che intieramente è fondato ſopra i principj ſteſſi che le eſpreſſioni dell'Aritmetica comune. È vero che queſta ſarebbe incomodiſſima per la grande quantità di caratteri de' quali ſi avrebbe biſogno, anche per numeri picciolissimi. Vi vogliono per eſempio, quattro caratteri per eſprimere otto, che noi eſprimiamo con un ſolo. Per queſto Leibnitz non volea far paſſare la ſua Aritmetica in un uſo popolare; ei pretendeva ſoltanto che nelle ricerche difficili avrebbe dei vantaggi che non ha l'altra, e che condurrebbe a delle ſpeculazioni più elevate. Il P. Bouvet Geſuita, celebre miſſionario della China, a cui Leibnitz avea ſcritto l'idea della ſua *Aritmetica binaria*, gli riſpoſe ch'egli era perſuaſo che quella foſſe il vero ſenſo di un antico enigma Chineſe laſciato da più di 4000 anni dall'Imperator Fohi, fondator delle Scienze nella China, egualmente che dell'impero, eſteſo apparentemente nel ſuo ſecolo, e molti ſecoli dopo lui, ma di cui egli era certo che s'era perduto l'intelligenza da più di 1000 anni, malgrado gli ſforzi e le ricerche de' più dotti letterati, che non avean veduto in queſto monumento che delle allegorie puerili e chimeriche. Queſto enigma conſiſte nelle differenti combinazioni d'una linea intiera, e d'una tagliata, ripetute un certo numero di volte, or l'una or l'altra. Supponendo che la linea intiera ſignifica 1, e la tagliata 0, trovanſi le ſteſſe eſpreſſioni de' numeri che dà l'*Aritmetica binaria*. La conformità delle combinazioni delle due linee di Fohi, e dei due unici caratteri dell'Aritmetica del Leibnitz, ſorpreſe il P. Bouvet, e gli fece credere che Fohi, e Leibnitz aveſſero avuto lo ſteſſo penſiero. . . . . .

Noi dobbiamo queſto articolo al Sig. Formey, che lo traſſe dall'iſtoria dell'Accademia delle Scienze di Parigi, anno 1702. *Ved.* SCALE ARITMETICHE.

Queſta Aritmetica ſarebbe, come ſi è detto, poco comoda: vi vorrebbero troppi caratteri per eſprimere piccoliſſimi numeri: frattanto ſe il lettore è curioſo di avere un metodo per trovare in queſta Aritmetica il valore di un numero dato, o per eſprimere un numero qualunque, eccolo in poche parole.

Comincieraſſi dal fare una tavola delle differenti potenze del 2; cioè 2^0, o 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, ec. che ſi porterà più avanti che ſarà poſſibile. Poſto ciò:

Sia dato, per eſempio, il numero 110101, di cui vuolſi ſapere il valore; ſiccome queſto numero ha ſei cifre, io prendo la ſeſta potenza del 2, ch'è 32, e che ſarà rappreſentata dalla cifra 1 ch'è la più a ſiniſtra: la cifra ſeguente 1 indicherà la 5.ª potenza 16; la cifra ſeguente 0 non darà niente; la cifra ſeguente 1 indicherà la 3.ª potenza, cioè 4; la cifra ſeguente 0 non darà niente; finalmente l'ultima cifra 1 darà 1: così il numero propoſto equivale alla ſomma dei numeri 32, 16, 4, 1, cioè, 53, e così degli altri.

Al preſente io ſuppongo che ſi voglia eſprimere il numero 230 per via dell'*Aritmetica binaria*: io cerco da principio la potenza più grande del 2 contenuta nel 230, cioè 128; e ſiccome 128 è la potenza 8.ª del 2, veggo che il numero 230 eſpreſſo come ſi deſidera, avrà otto cifre. Pongo dunque

1 per prima cifra a ſiniſtra:

levo 128 da 230, m'avanza 102; e ſiccome 64, ch'è la potenza del 2 che ſegue immediatamente 128, trovaſi nel 102, ciò mi fa vedere che devo porre ancora

1 in ſecondo luogo a ſiniſtra:

tolgo 64 dal 102, mi reſta 38; ora 32, ch'è la potenza del 2 dopo 64, è ancora nel 38; perciò pongo

1 nel 3.º luogo a ſiniſtra:

levo via 32 dal 38, mi reſta 6; ora 16, ch'è la potenza dopo 32, non è in niun conto nel 6: pongo dunque

0 nel 4.º luogo:

prendo 8 dal 6; e come che non v'entra, pongo ancora

0 nel 5.º luogo:

levo 4 dal 6, ciò che mi da

1 nel 6.º luogo:

in

in fine mi reſta 2, che ſi eſprimerà per
1 nel 7.° luogo:
e ſiccome non reſta niente, ſi avrà
0 nel 8.° luogo:
dunque 230 ſarà eſpreſſo da
11100110

Vedeſi che ad imitazione di queſta Aritmetica, ſe ne può immaginare un'infinità d'altre nelle quali i numeri ſatanno eſpreſſi da più o meno cifre. *Ved.* ARITMETICA e SCALE ARITMETICHE.

Sia in generale n il numero dei caratteri d'una Aritmetica qualunque, di modo che 0, 1, 2, 3, ... $n-1$ ſiano queſti caratteri; e ſia propoſto di trovare il valor di un numero qualunque, per eſempio, b, c, d, e, f, eſpreſſo con i caratteri di queſta Aritmetica: ſi avrà $bcdef = b \times n^4 + c \times n^3 + d \times n^2 + e \times n + f$, e così degli altri.

Se ſi vuole eſprimere un numero qualunque A con queſta ſteſſa Aritmetica, ſia n^p la potenza più grande di n contenuta in A; ſia diviſa A da n^p; ſia a il quoziente, e il reſto r; ſia diviſo in ſeguito r da n^{p-1}, b il quoziente, e il reſto s; ſia poi diviſo s per n^{p-2}, il quoziente c, ed il reſto q: e così in ſeguito; ſino a tanto che ſi giunga ad un reſto K, che ſia o zero, o minor di n: ſi avrà $A = abc.... K$, ed il numero delle cifre ſarà $p+1$, ec. *Ved. nelle Mem. Accad.* 1741, un metodo del Sig. Buffon per far queſto calcolo col mezzo de' logaritmi. (*O*).

BINOCOLO, o TELESCOPIO *binocolare*: egli è un teleſcopio per mezzo del quale ſi poſſono vedere gli oggetti con li due occhi nello ſteſſo tempo. *Ved.* TELESCOPIO. Egli è compoſto di due tubi che contengano ciaſcuno dei vetri della ſteſſa forza. Si credette ch'ei rappreſentaſſe gli oggetti più chiari e più grandi del teleſcopio monoculare; e queſta ragione impegnò molti autori a trattarne molto a lungo, tra gli altri il P. Antonio Maria di Reita, Cappuccino, nel ſuo *oculus Enoch & Eliæ*, e dopo lui il P. Cherubino d'Orleans, pur Cappuccino, nel *tom. II. della ſua Diottrica oculare*, ch'ha per titolo *della Viſione perfetta*; ma ſi riconobbe che queſte ſorta di teleſcopj erano più imbarazzaori che utili; perciò la maggior parte dei migliori autori che trattarono della diottrica, non n'han fatto menzione alcuna.

Si fanno anche dei microſcopj *binocoli*; ma come che hanno gli ſteſſi inconvenienti dei teleſcopj di queſta ſpecie, così ſono eſſi pochiſſimo in uſo. (*O. T.*)

Vidi all'Aja, preſſo il Sig. Hemſtruys, dei *binocoli* di differenti ſpecie, che riuſcivano benissimo. Il Sig. de Liſle ſe ne ſerviva anche per dei canocchiali grandiſſimi, perchè, ſenza ciò, non ſi avrebbe potuto riunire l'ingroſſamento con l'eſtenſione del campo. (*D. L.*)

BINOMIO (*Algebra*). Ell'è una quantità compoſta di due parti o di due termini uniti coi ſegni +, o — (*Ved.* MONOMIO); così, $a+c$, e $5-3$ ſono *binomj*.

Se una quantità algebraica ha tre parti, come $a+b+c$, ſi chiama *trinomio*; ſe ne ha quattro, *quadrinomio*, ec., e in generale *multinomio*.

Il Sig. Newton diede un metodo per elevare in generale un *binomio* $a+b$ ad una potenza qualunque m, di cui l'eſponente ſia un numero intiero o rotto, poſitivo o negativo.

Ecco in che conſiſta queſta formula.

$$(a+b)^m = a^m + mab + \frac{m.m-1}{2} a^{m-2} b^2 + \frac{m.m-1.m-2}{2.3.} a^{m-3} b^3 + \text{ec.}$$

La ſola iſpezione dei termini ne fa veder la legge meglio di un lungo diſcorſo.

Vedeſi che qualora m è un numero intiero, queſta ſerie riduceſi ad un numero finito di termini; imperciocchè ſia, per eſempio, $m = 2$, dunque $m-2 = 0$, dunque tutti li termini che ſeguiranno li tre primi, faranno $= 0$, poichè ſaranno moltiplicati ciaſcuno per $m-2$.

Il Sig. Marcheſe dell'Hopital nel ſuo trattato delle *Sezioni Coniche*, *lib.* 10, dimoſtrò queſta formula col caſo in cui m ſia un numero intiero. Il Sig. Ab. de Molieres fece lo ſteſſo ne' ſuoi *Elementi di Matematica*.

Il Sig. Clairaut, ne' ſuoi *Elementi di Algebra*, dimoſtrò in generale la formula del *binomio* col mezzo delle combinazioni; l'Abb. Boſſut l'ha dimoſtrato del pari ne' ſuoi.

Qualora m è un numero negativo od una frazione, la ſerie è infinita, e per allora eſſa non rappreſenta il valore di $(a+b)^m$ che pel caſo in cui ſia convergente, cioè in cui ogni termine ſia più grande del ſeguente. *Ved.* SERIE o PROGRESSIONE.

Sia, per eſempio, un quadrato imperfetto $aa+b$, di cui convenga eſtrarre la radice quadrata, non vi ſarà che da elevare $aa+b$ alla potenza $\frac{1}{2}$; perchè eſtrarre la radice quadrata, o elevar alla potenza $\frac{1}{2}$, è lo ſteſſo. *Ved.* ESPONENTE. Perciò, ſi avrà

$$(aa+b)^{\frac{1}{2}} = aa^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \times b \times aa^{\frac{1}{2}-1} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - 1 \times \frac{b^2 \times aa^{\frac{1}{2}-2}}{2}, \text{ ec.} = a + \frac{b}{2a} - \frac{bb}{8a^3}, \text{ ec.:}$$

formula o ſerie infinita che ſi avvicinerà maggiormente alla radice cercata.

Nell'iſteſſo modo, ſe vogliaſi eſtrarre la radice cubica di $a^3 + b$, biſognerà elevare queſta quantità all'eſponente $\frac{1}{3}$; e ſi troverà

$$(a^3+b)^{\frac{1}{3}} = a + \frac{b}{2a^2} - \frac{b^2}{9a^5}, \text{ ec.}$$

e così degli altri. Ma queſte ſerie infinite non ſon buone che quanto più ſono convergenti.

Sia n il rango che occupa un termine qualunque nella ſerie del *binomio* $a + b$ elevato alla potenza qualunque m, ſi troverà che queſto termine è al ſeguente come 1 è a $\frac{b}{a} \times \frac{m-n+1}{n}$; dal che ne ſegue, che, perchè la ſerie ſia convergente, cioè, che li termini vadino ſempre diminuindo, biſogna che $b \times (m - n + 1)$ ſia ſempre più picciolo di na.

Perciò, per potere trovare la radice proſſima di $a\ a + b$ colla formula precedente, cooviene che $b \times \left(\frac{1}{2} - n + 1\right)$, preſo poſitivamente, ſia più piccolo di $n\ a\ a$, n eſſendo un numero intiero qualunque.

Parimenti per eſtrarre con queſta formola la radice di $a^3 + b$, biſogna che $b \times \left(\frac{1}{3} - n + 1\right)$, preſo poſitivamente, ſia più piccolo di $n a^3$. (O).

* Noi aggiungeremo qui una dimoſtrazione della formola del *binomio*, poſto qualſivoglia eſponente.

Sia $\overline{1+x}^{n}$ il *binomio* che conviene elevare alla potenza n: la queſtione ſi riduce a trovare una funzione ordinata rapporto alle potenze di x, che ſia eguale ad $\overline{1+x}^{n}$.

Definiamo da prima l'eſpreſſione $\overline{1+x}^{n}$. Queſta è una funzione di x e di n, tale che, mettendo $n + 1$ nel luogo di n, ſi ha una nuova funzione eguale alla prima, moltiplicata per $1 + x$; con queſta condizione che, qualora $x = 0$, ella ſia 1, o, ſe vuolſi, $1 + x$, allorchè $n = 1$.

Poſto queſto, ſia $\overline{1+x}^{n} = A + B\,x + C\,x^2 + D\,x^3 \ldots + (n)^{m}\,x^{m} \ldots$. A, B, C, D eſſendo funzioni di n ſenza x; $\overline{1+x}^{n+1}$ ſarà eguale ad $A' + B'\,x + C'\,x^2 + D'\,x^3 \ldots + (n+1)^{m}\,x^{m} \ldots = A, B \ldots (n)^{m}$, eſſendo ciò che diventa $A, B \ldots (n)^{m}$ ponendo $n + 1$ in luogo di n. Si avrà dunque (a motivo di $\overline{1+x}^{n+1} = \overline{1+x}^{n} \times \overline{1+x}$), $A' + B'\,x + C'\,x^2 + D'\,x^3 \ldots + (n+1)^{m}\,x^{m} \ldots = (A + B\,x + C\,x^2 + D\,x^3 \ldots + (n)^{m}\,x^{m} \ldots)(1 + x)$.

Dal che paragonando termine a termine, $A = A$, $B' = B + A$, $C' = C + B$, $D' = D + C \ldots$. e in generale $(n+1)^{m} = (n)^{m} + (n)^{m-1}$.

Avremo dunque, 1°. A ſempre coſtante ed eguale ad 1;

2°. A motivo di $B' = B + 1$, $B = n$;

3°. A motivo di $C' = C + n$, $C = \frac{n^2 - n}{2} = \frac{n \cdot n - 1}{2}$.

Potrebbeſi ſoddisfare ancora a queſte equazioni, aggiungendo un termine arbitrario ed indipendente da n, ad A, B, C, ec. Ma è chiaro che queſti termini devono eſſer tutti o, poichè qualora $n = 0$, $\overline{1+x}^{n} = 1$, qualunque ſia x.

In generale, ſi oſſerverà che $(n+1)^{m}$, eſſendo ciò che diventa $(n)^{m}$, mettendovi $n + 1$ invece di n, poichè $(n+1)^{m} - (n)^{m} = (n)^{m-1}$; ſe $(n)^{m-1}$ è una funzione razionale di n del grado p, $(n)^{m}$ potrà eſſere una funzione razionale di n del grado $p + 1$. Ora quando $m = 1$, $(n)^{m}$ è del grado 1, dunque per $m = 2$, $(n)^{m}$ ſarà del grado 2 . . . . e generalmente $(n)^{m-1}$ ſarà del grado $m - 1$, e $(n)^{m}$ del grado m.

Si avrà dunque di certo $(n)^{m}$; ma, oſſervando li primi termini del valore di $\overline{1+x}^{n}$, ſi trova $B = n \cdot A$, $C = \frac{n-1}{2} B$, $D = \frac{n-2}{3} C$;

v' è luogo dunque di credere, che ſupponendo $P(n) = Q(n)^{m-1}$, ſi avrà per P e Q dei valori ſempliciſſimi.

Ora abbiamo per il precedente $(n)^m = (n-1)^m + (n-1)^{m-1}(n)^{m-1} = (n-1)^m + (n-1)^{m-1}$; e per ipoteſi

$\overline{P+p}\,(n-1)^m = (Q+q)(n-1)^{m-1}$, e

$\overline{P+p'}\,(n-1)^{m-1} = (Q+q')(n-1)^{m-2}$,

$P+p$, $Q+q$, eſſendo ciò che diventano P, e Q ponendo $n-1$ per n, e $P+p'$, $Q+q'$ ciò che diventano P e Q mettendo $n-1$ per n, e $m-1$ per m.

Si avranno dunque le due equazioni,

$P(n-1)^m + P(n-1)^{m-1} = Q(n-1)^{m-1} + Q(n-1)^{m-2}$

e $P(n-1)^m + P(n-1)^{m-1} = \left.\begin{matrix} Q(n-1)^{m-1} + Q(n-1)^{m-2} \\ + p'(n-1)^{m-1} + p(n-1)^{m-2} \end{matrix}\right\} + q(n-1)^{m-1} + q'(n-1)^{m-2}$

dal che $p(n-1)^m + p'(n-1)^{m-1} = q(n-1)^{m-1} + q'(n-1)^{m-2}$.

Ora è manifeſto che vienſi a ſoddisfare a queſta equazione, ſe ſi faccia $p = 0$, $q' = 0$, $p' = q$, e che ſi ſoddisferà in tal modo a queſte equazioni, ſupponendo P e Q eguali a delle frazioni razionali del primo ordine; ſia in effetto $P = am + bn + c$, e $Q = a'm + b'n + c'$, ſi avrà $P = -b$, $p' = -a-b$, $q = -b'$, $q' = -a'-b'$; dal che $b = 0$, $a = -b'$, $a = b'$, e $P = am + c$, $Q = \overline{a.n-m} + c'$.

Ma abbiamo per $m = 1$, $\frac{Q}{P} = n$: dal che $an + cn = an - a + c'$, oppure $c = c' - a$, ed $a + c = a = c'$, e $c = 0$; dunque $P = am$, $Q = a(n-m+1)$, e $\frac{Q}{P} = \frac{n-m+1}{m}$; dunque $(n)^m = (n)^{m-1}\cdot\frac{n-m+1}{m}$, e per conſeguenza $(n)^m = \frac{n.n-m.n-2\ldots n-m+1}{1.2\ldots m}$.

Queſta dimoſtrazione è rigoroſa e puramente analitica; non richiede che due ſuppoſizioni, l'una dell'equazione $P(n)^m = Q(n)^{m-1}$: ſuppoſizione a cui ſi venne dal calcolo dei primi termini: la ſeconda è quella di P e di Q lineari, ch'è indicata pure dallo ſteſſo calcolo, e che, di tutte, è la più ſemplice. (*M. D. C.*)

BIQUADRATICO, (*Algebra*). Daſſi queſto nome alla potenza ch'è immediatamente al diſopra del cubo, cioè, al quadrato-quadrato, od alla quarta potenza. *Ved.* POTENZA, RADICE, QUADRATO-QUADRATO, ec. (*E*).

BIQUINTILE, (*Aſtron.*) è un aſpetto di due pianeti quando ſono a 144 gradi di diſtanza l'un dall'altro. *Ved.* ASPETTO.

Chiamaſi queſto aſpetto *biquintile*, perchè li pianeti ſono allor lontani l'un dall'altro di due volte la quinta parte di 360 gradi, cioè di due volte 72 gradi, ovvero 144. (*O*).

BIRIBI, (*Giuoco*). E' queſti un giuoco d'azzardo, ch'è ſtato per molto tempo in uſo, e che giuocaſi ancora qualche volta a Parigi. Si pone ſopra una gran tavola un quadro diviſo in 70 caſelle, in ciaſcuna delle quali ſi vedono una figura ed un numero, dall'uno fino a 70, ed i mettitori pongono quello che vogliono ſopra ciaſcun numero. Si ha un ſacco chiuſo a chiave, nel quale ſono egualmente ſettanta palle; in ognuna v'è un biglietto dipinto ſulla pergamena, che porta una figura ed un numero corriſpondenti ad uno di quelli del gran quadro. Il banchiere fa ſortire le palle una ad una, col mezzo di un iſtrumento ch'è alla teſta del ſacco; ſe il biglietto che n'eſce, trovaſi corriſpondere ad una caſella caricata, il banchiere paga ſeſſantaquattro volte la poſta che vi ſi trova. La poſta appartiene ſempre al banchiere; di modo che egli ha un utile di ſette ſopra 70. Il *biribì* è al *cavagnol*, come il faraone è alla *zecchinetta*; perchè il faraone ed il *biribì* ſono vantaggioſi al banchiere che tiene coſtantemente; ma alla *zecchinetta* ed al *cavagnol*, tutti li giuocatori ſono banchieri alla loro volta, qualora ad eſſi ciò conviene, cioè tengono la mano od il ſacco che contiene le palle; il *cavagnol* è parimenti di una perfetta eguaglianza, ed il banchiere non vi ha ſpecie alcuna di vantaggio.

Il *biribì* ancora giuocaſi a parità; di modo che il banchiere non da che quello che trova ſulla caſella: ma egli ha ſempre per ſe tre caſelle eccettuate, che fan perdere il mettitore, quantunque ſucceda il ſuo lato.

Giuocaſi ancora il *biribi* alla riga dritta; mettoſi quello che ſi vuole alla teſta del quadro, in cui non ſonovi che ſette ciſre, l'una delle quali produce l'avvantaggio, alla ſcelta del punto, e s'impiegano dei gettoni che ſon differenti, o per il colore, o per il diſegno, perchè ſi poſſa riconoſcere quel che vagliono, ed a chi appartengono: il prezzo ordinario che loro ſi attribuiſce, è di quattro ſoldi meno un liardo, ſette ſoldi e mezzo, quindici ſoldi, ed anche di ſeguito ſempre raddoppiando. (*D. L.*)

BISSEZIONE, *in Geometria*, è la diviſione di una eſtenſione qualunque, come un angolo, una

una linea, ec. in due parti eguali: ciò che altrimenti chiamasi *bipartizione*. *Ved.* DIVISIONE, ec. (*E*).

BIVIO, (*Geom.*). Chiamasi così dalla parola latina *Bivium*, (Capo strada) l'angolo che formano tra di loro due faccie contigue di un corpo, o l'istrumento destinato a prender quest'angolo.

S'incontrano di frequente nella pratica del taglio delle pierre, degli angoli solidi formati da tre piani che si tagliano; e v'è bisogno di saper determinare l'angolo che due di questi piani qualunque essi siano, fanno insieme. Chiamasi ciò ne'termini dell'arte *trovare il bivio di due tavole*. Ridotta la questione alla Geometria risolvesi nel seguente modo.

Siano li tre piani *ASB*, *ASC*, *ESBD*, (*Fig.* 35) estesi da prima su d'uno stesso piano, ch'è quello della tavola, e che si può riguardare come orizzontale per fissar le idee. Suppongo che il piano *ASB*, restando immobile, li due altri si rialzino e girino, l'uno *ASC* attorno di *AS* come cerniera; l'altro *ESBD* attorno di *SB* come cerniera, fino a tanto che le due linee, *SC*, *SE*, supposte eguali, vengano a confondersi e formar una sola e medesima stria. Da questo doppio moto nascerà un angolo solido attorno del punto *S*; e la questione è, per esempio, di determinare l'angolo che li due piani *ASB*, *ASC*, faranno allora insieme.

Quest'angolo è lo stesso dell'angolo rettilineo formato dalle due perpendicolari, tirate nei due piani, ad uno stesso punto della loro sezione comune. (*Ved.* PIANO). Per arrivare a trovar questo, dal punto *C* conduco *CO* perpendicolare alla sezione comune *AS*, prolungata, dei due piani *ASB*, *ASC*; e dal punto *E* conduco *EG* perpendicolare a *BS*. Posto ciò, offervo, che durante la rotazione simultanea dei due piani *ASC*, *ESBD* attorno delle linee *SA*, *SB*, le rette *CO*, *EG* restano perpendicolari sempre alle linee *ASO*, *BSG*; e che qualora li punti *C*, ed *E* verranno a confondersi, faranno posti all'estremità superiore di una linea verticale; l'estremità inferiore della quale è rappresentata dal punto *H*, intersezione delle rette *CO*, *EG* sopra il piano orizzontale. Di più, offervo che l'estremità superiore della stessa verticale è distante dal punto *O* della quantità *CO*, poichè il punto *C* descrive un arco di cerchio, di cui *OC* è il raggio. Dunque, se conducasi *HI* perpendicolare sopra *CO*, e se dal punto *O*, come centro, con il raggio *OC*, si descriva un arco di cerchio, che tagli *HI* al punto *I*; ed in seguito si concepisca che il triangolo rettangolo *OHI* giri sopra *OH* come cerniera fino a diventar verticale: il punto *I* si confonderà con li punti *C*, ed *E*. Di più, riguardando la retta *CO* come situata nel piano orizzontale, cioè nel piano *ASB*, è chiaro che l'angolo *IOC* è lo stesso che quello che il piano *ASC* rialzato, fa col prolungamento *ASb*, del piano *ASB*, poichè quest'angolo *IOC* è formato dalle due perpendicolari, *IO*, *CO*, condotte nei due piani *ASC*, *ASb*, allo stesso punto *O* della loro sezione comune. Dunque, per avere l'angolo che il piano *ASC* fa con il piano *ASB*, convien fare un angolo, che unito all'angolo *IOC*, equivaglia a due retti; oppure, ciò che n'è la conseguenza, fare un angolo che sia composto di un angolo retto e d'uno acuto, eguale all'angolo *OIH*. Ora puossi ciò comodissimamente eseguire, con l'ajuto delle linee che di già son tirate nella figura: dal punto *H*, come centro, con il raggio *OC* oppure *OI*, descrivete un arco di cerchio che tagli *SA* al punto *M*; avrete il triangolo rettangolo *MOH* perfettamente eguale al rettangolo *IHO*. Dunque, se per il punto *M* si conduca *MN* perpendicolare a *SA*, l'angolo *HMN* sara l'angolo richiesto, poichè quest'angolo è eguale alla somma dei due angoli *SMN*, *OMH*, il primo de'quali è retto, ed il secondo è eguale all'angolo *OIH*.

Si determinerà, collo stesso metodo, gli angoli che i piani *ASB*, *ASC* fanno ciascuno con il piano *ESBD*.

Questo problema è d'un uso frequente nelle costruzioni di quelle strade che chiamansi *trombe*. (*L. B.*)

BOLLA o BOLLICA NEL VETRO. (*Diottr.*) Si chiamano con questo nome certi difetti del vetro prodotti da una figura curva, che, in vece di una figura piana, la sua materia ha preso nella fusione.

Ricerche sopra l'effetto delle bolliche del vetro per rapporto alla refrazione del lume.

Queste ricerche sono state occasionate da una Memoria spedita alla Reale Accademia delle Scienze di Parigi, nella quale l'autore pretendeva provare che la materia rinchiusa in queste *bolliche*, e che credesi molto più rara dell'aria, ha una forza refrattiva che non attendeasi dalla sua poca densità, e che questa materia, meno densa dell'aria, e più densa del vetro, rifrange i raggi avvicinandoli alla perpendicolare; quando invece, secondo tutte le leggi ammesse fin qui dagli Ottici, sembrarebbe doverli allontanare dalla perpendicolare medesima. Veniamo ad esaminar questa questione per via di calcolo, supponendo che *ABCD*, (*Tav. I d'Ottica, Fig.* 2, *e* 3) sia un vetro piano di due lati, od un vetro ordinario, a traverso del quale passi il lume, e al di dentro del quale vi sia una *bollica EF* concava o convessa, come in una di queste due figure.

Sia *A* la materia rinchiusa tra le superficie *B* e *C*, *D* ed *E*, (*Fig.* I.); ed *a* la materia rinchiusa tra le superficie *C*, *D*; *P* il rapporto del seno d'incidenza al seno di refrazione, passando dall'aria nella materia *A*; *p* il rapporto che vi sarebbe tra il seno d'incidenza e quello di refrazione, se il lume passasse dall'aria nella materia

teria a; finalmente r^{I}, r^{II}, r^{III}, r^{IV}, i raggi delle ſuperficie, δ la diſtanza AB dell'oggetto, ed R quella focale ER. Si ſa che $\frac{1}{R} = (P-1)\left(\frac{1}{r^{I}} - \frac{1}{r^{II}} + \frac{1}{r^{III}} - \frac{1}{r^{IV}}\right) + (p-1)\left(\frac{1}{r^{II}} - \frac{1}{r^{III}}\right) - \frac{1}{\delta}$.

Se r_I ed $r^{IV} = \infty$, cioè ſe le due ſuperficie B ed E ſoo piaoe, e ſe di più δ è iofinita o ſtimata tale, ſi avrà $\frac{1}{R} = (P-1)\left(-\frac{1}{r^{II}} + \frac{1}{r^{III}}\right) + (p-1)\left(\frac{1}{r^{II}} - \frac{1}{r^{III}}\right)$, o $\frac{1}{R} = (P-p)\left(-\frac{1}{r^{II}} + \frac{1}{r^{III}}\right)$.

Dunque $dR = (dp - dP)\frac{RR}{f}$, ſupponendo $-\frac{1}{r^{II}} + \frac{1}{r^{III}} = \frac{1}{f}$.

Dal che riſultano le ſegueoti conſeguenze:

1°. ſe $\frac{1}{f}$ è poſitivo, biſogoerà che $P-p$ ſia poſitivo, cioè $P > p$, perchè R ſia poſitivo, cioè, perchè il foco ſia dal lato di R, e ſe $\frac{1}{f}$ è negativo, biſognerà all'incontro che P ſia $< p$, perchè R ſia poſitivo.

2°. R eſſendo poſitivo, dR potrà eſſer negativo, quand'anche P ſoſſe $>$ o $< p$, purchè nel primo caſo dp ſia $> dP$, e nel ſecondo $dp < dP$; ſuppoſizione che non ha niente di contraddittorio: imperciocchè P potrebbe eſſere $>$ o $< p$, mentre che dP ſarebbe $<$ o $> dp$; tocca almeoo alla ſola eſperienza l'inſtruirci ſu queſto punto: potrebbe eſſervi tal materia più refrangente di tal altra per i raggi medj, e nella quale però la differenza della refrangibilità ſarebbe minore.

Dunque ſe in mezzo di un vetro piaoo $ABCD$, v'è (*Fig.* 2.) una *bollica* EF, e che queſta *bollica* ſia bicooveſſa, allora, come r^{III} è negativo, $\frac{1}{f}$ lo è iſteſſamente; dunque perchè il foco ſia poſitivo, cioè, perchè i raggi paralelli ſortano convergenti, biſognerà che P ſia $< p$, cioè che li raggi ſi avvieinino alla perpendicolare paſſaodo dal vetro alla *bollica*; ciò che ſarebbe altrettaoto più ſingolare quanto che la materia della *bollica* ſembri più rara dell'aria ſteſſa, ed a più ragiooe del vetro. Ma non convieoe darſi fietta a tirarne queſta conſeguenza prima di eſſerſene bene aſſicurato ſe la figura EF della materia che contiene la *bollica*, ſia biconveſſa, od in generale tale che $-\frac{1}{r^{II}} + \frac{1}{r^{III}}$ ſia negativo; perchè ſe foſſe poſitivo, per eſempio, ſe la figura della *bollica* foſſe biconcava, come oella *Fig.* 3, od io generale ſe $\frac{1}{r^{III}}$ foſſe $> \frac{1}{r^{II}}$, allora R potrebbe eſſer poſitivo, ſeoza che p foſſe $> P$.

Per altro, ſe le ſuperficie del vetro AB, CD, oon ſono piane eſattameote, il ch'è difficiliſſimo di aſſicurarſi; allora biſognerà aggiuogere al valore di $\frac{1}{K}$ la quantità $(P-1)\left(\frac{1}{r^{I}} - \frac{1}{r^{IV}}\right)$; e diveota aocor più difficile di decidere ſe $P-p$ ſia negativo.

Se la figura della *bollica* è tale che i raggi ſortano divergeoti, allora, come $\frac{1}{K}$ è negativo, biſognerà per maggior comodità e per trar R come poſitivo, ſcrivere $\frac{1}{K} = (P-p) \times -\frac{1}{f}$, il ſecondo membro eſſendo poſitivo, e ſi avrà $\frac{dR}{R^2} = (-dP + dp) \times -\frac{1}{f}$, oppure $\frac{dP - dp}{f}$.

Dal che facilmente conchiudeſi, 1°. che ſe R è poſitivo, e dR poſitivo, ſi avrà, ponendoſi ad uoa diſtaoza abbaſtanza grande dal foco, un lume circolare hianco al di dentro, ed attorniato al di fuori d'un circolo colorato, l'eſteroo del quale ſarà roſſo, e l'ioterno violetto.

2.° Che ſarà il cootrario ſe R è poſitivo, e dR negativo.

3°. Che ſe i raggi ſon divergenti, e che dR ſia poſitivo, il violetto ſi troverà all'eſterno, ed il roſſo all'interno, ed al contrario ſe dR è negativo.

In generale, R eſſeodo riguardatò come poſitivo, ſe $dP - dp$ è dello ſteſſo ſegno che $P-p$, dR ſarà negativo, cioè il foco dei raggi violetti più vicino al vetro di quello dei raggi roſſi, e viceverſa; dunque ſe i raggi ſortono divergenti, il cerchio violetto ſarà ioterno, ed il roſſo eſterno, e ſe ſortono convergenti, il cerchio violetto ſarà eſterno, ed il roſſo interno, od al contrario, ſecondo che ſi riceverà l'immagioe al di qua o al di là del foco.

Ma pure, queſte conſeguenze ſuppoogono che le ſuperficie AB, CD ſieno piaoe, che oon è facile di verificare. Se ſono ſenſibilmente curve, come ſovente lo ſembraoo alla ſemplice viſta, ſarà facile di aver rigoardo a queſta circoſtanza nelle formole precedenti, e di determioare i ſeoomeoi che devono riſultare. (O).

BOOTE

BOOTE o Bifolco, (*Aſtron.*); Coſtellazione boreale che ha 53 ſtelle, ſecondo Flamſteed.

Vien chiamata anche *Bootis*, *Bubulcus*, *Bubulus*, *Tardi-Bubulcus*, *Paſtor*, *Cuſtos boum*, *Clamator*, *Vociferator*, *Plauſtri cuſtos*, *Cuſtos Erymanthidos Urſæ*, *Arcturus*, *Arcturus minor*, *Septentrio*, *Philomelus*, (figlio di Cerere), *Icarus*, *Lycaon*, *Orion*, *Arcas*, *Lanceator*, *Venator Urſæ*, *Arctophilax*. La bella ſtella di queſta coſtellazione chiamaſi oggidì generalmente *Arcturus*; preſſo gli Arabi, *Aramech*. Omero dice che queſta ſtella è di un funeſto preſagio. Plinio ancora la chiama *Sidus Horridum*.

Chiamoſſi queſta coſtellazione *Atlas*; e dicevaſi che portava l'aſſe del mondo, perchè altre volte, la ſua teſta era viciniſſima al polo. *Veggaſi* la *Memoria* del Sig. Dupuis, *Aſtr. p.* 410 e 423. Ei ſpoſa Eſpero, e ne fa naſcere ſette figlie; perchè quando queſta coſtellazione tramonta, ſi levano le Plejadi: in effetto, le ſette ſtelle delle Plejadi ſon chiamate *Atlantidi*, o *figlie di Atlante*.

Ceſare Germanico dice che queſto *boote* o queſto *paſtore*, che ſi ha poſto nel cielo, era Icaro, padre di Erigone, di cui parleremo all'articolo della Vergine; Bacco gli avea inſegnato l'arte di fare il vino per ſuggerirla agli uomini: ei fu lapidato da alcuni paſtori ubbriachi. Sua figlia ſcoperſe il corpo di ſuo padre per mezzo di un cane che gli era reſtato fedele: ella ſi uccife da diſperazione, e fu poſta nel cielo con ſuo padre e con il ſuo cane. Ecco perchè Properzio chiama buoi d'Icaro le ſette ſtelle della grand'Orſa.

Flectant Icarii ſidera tarda boves.

Altri pretendono che il *boote* ſia Arcade, figlio di Giove e di Callifto, che inſegnò agli uomini il modo di fare il pane, dopo di averlo imparato da Tritolemo, e fu deificato dalla gratitudine degli uomini.

Secondo Dupuis, era naturale di collocare un mietitore per marcare l'entrare del ſole nel ſegno della Vergine, ch'è una mietitrice. Ei vi trova ancora il fondamento della favola del Re Enopione, di cui parloſſi all'occaſione di Orione: è queſti il principe Boivino che allude ad Icaro, a cui Bacco ſcoprì l'arte di coltivar la vigna. Fu detronizzato da Crono, o petrificato da Perſeo, perchè al levar di Perſeo, ei ſi naſcondeva dietro le montagne. (*Aſtron. IV*, 423.)

In effetto, la coſtellazione di *boote*, quantunque molto ſettentrionale, diſcende ſotto l'orizzonte, e ſi occulta per noi, come lo rimarca Ovidio Triſt. *lib.* I. *el.* 3.

Tingitur Oceano cuſtos Erymanthidos Urſæ,
Æquoreaſque ſuo ſidere turbat aquas.

Il tramontar coſmico di *boote*, cioè il tempo in cui ſi occulta al levar del ſole, è annunziato da Ovidio per li cinque di Marzo.

Sive eſt Arctophilax, ſive eſt piger ille Bootes,
Mergetur, viſus effugietque tuos.
Faſt. III, 405.

Plutarco dà il nome di Giano ad una ſtella di queſta coſtellazione, e il Sig. Dupuis oſſerva che in effetto queſta coſtellazione, al tempo di Numa, marcava la mezza notte del ſolſtizio d'inverno, ed il principio dell'anno dei Romani. Queſto genio a quattro faccie portava le chiavi del tempo, avea dodeci altari a' ſuoi piedi per rappreſentare li dodeci meſi, ed il numero di 365 nelle mani: ſembra dunque che ciò altro non foſſe che la coſtellazione che fiſſava la partenza dell'anno e delle ſtere, ed apriva il corſo del tempo. (*D. L.*).

BOREALE, (*Aſtron.*) diceſi di tutto ciò ch'è dalla parte del nord, o del ſettentrione.

BRACCIALE, iſtrumento di legno che ſi adopra per giuocare al pallone: è queſto un piuolo di legno di quercia ſottiliſſimo, della lunghezza del cubito che vi ſi fa entrare a forza con dei fazzoletti, tovagliuoli, od altre tele. Con il braccio armato in tal modo puoſſi ricevere il pallone, e batterlo quanto forte ſi vuole ſenza offenderſi. La ſuperficie del *bracciale* è formata di groſſi denti, affinchè il colpo non ſcorra ſopra il pallone.

Gli antichi, a' quali non era ignoto il giuoco del pallone, ebbero parimenti i loro *bracciali*: ma non erano di legno: erano ſtringhe di un forte cuojo, di cui faceano molti giri ſulle loro braccia.

BRACHISTOCRONA (*Meccanica*), è il nome che Giovanni Bernulli, allora Profeſſor di Matematica a Groninga diede ad una curva *ABC*, (*Tav. Mecc. Fig.* 21), la di cui proprietà è tale che un corpo che cade dal punto *A*, in virtù della ſua gravità, lungo alla concavità di queſta curva, arriva da *A* in *B* in minor tempo che non vi arriverebbe, ſe diſcendeſſe longo ad ogn'altra curva *ADB*, paſſando per li ſteſſi punti *A*, *B*, od anche ſe diſcendeſſe lungo alla retta *AB*. Ei propoſe ai Geometri, nel 1697, di determinare qual ſia queſta curva. Il problema fu ſciolto da Giacomo Bernulli ſuo fratello, profeſſor di Matematica a Baſilea, da Leibnitz, dal Marcheſe de l'Hopital, e da Newton. Giovanni Bernulli avea avvertito li Geometri, nel ſuo programma, che la linea retta *AB*, paſſando per li due punti *A*, *B*, quantunque foſſe la più breve di tutte quelle che poteanſi far paſſare per queſti punti, non era tuttavia quella che un corpo grave, cadendo da *A*, dovea percorrere nel minor tempo poſſibile; ed in effetto trovoſſi che era queſta una cicloide, o piuttoſto un arco di cicloide che paſſi per i punti *A*, *B*, e di cui il punto *A* era l'origine. *Ved.* CICLOIDE.

Non

Non è impoſſibile di far ſentire anche a coloro che ſon poco verſati nella Meccanica traſcendente, come può farſi che la linea retta AB non ſia la linea della più breve diſceſa. Imperciocchè immaginiamo la linea orizzontale EC che divida la curva ACB in due parti AC, CB, ficchè la parte AC ſia più breve di AE, e la parte CB più lunga di EB; è certo che il corpo A arriverà in C più preſto che in E, poichè avrà minor ſtrada da fare. Egli è vero che impiegherà in ſeguito maggior tempo a percorrere CB, che non vi metterà a percorrere EB, ma convien rimarcare che i tempi impiegati a percorrere le linee AE, AC, CB, EB, non ſon tra loro come queſte linee, perchè il corpo non le deſcrive con un moto uniforme: perciò non deve ſembrare impoſſibile che l'eccesſo del tempo per AE ſopra il tempo per AC ſia più grande dell'eccesſo del tempo per CB ſopra il tempo per EB. Però, perchè la linea retta AB è più corta della linea curva ACB, non ne ſegue che la linea retta AB debba eſſere percorſa in minor tempo della curva ACB.

La ſpecie di ragionamento metafiſico che abbiamo fatto, può ſervir beniſſimo a far ſoſpettare, che la linea della più celere diſceſa poſſa eſſere una curva: ma queſto ragionamento non ſarebbe una dimoſtrazione. Egli è per il ſolo calcolo che puoſſi aſſicurare ſe vero ſia ciò che ſi ſuppoſe, e il calcolo in effetto dimoſtra che ſi ſuppoſe giuſtamente. Ecco a un di preſſo come ſi operi per determinare la curva della più preſta diſceſa. Sia ACB queſta curva, ed avendo preſo un arco infinitamente picciolo Cc, ſia concepito un arco qualunque infinitamente picciolo COc, terminato ai punti C, c; è chiaro che il corpo grave arrivato in C, deve percorrere l'arco Cc in minor tempo dell'arco COc; perchè ſe vi voleſſe minor tempo a percorrere l'arco COc, allora queſto ſarebbe $ACOcB$, e non ACB, che ſarebbe la curva della più preſta diſceſa, ch'è contro l'ipoteſi. Perciò, la proprietà della curva, di cui trattaſi, è tale che uno de' ſuoi archi qualunque infinitamente picciolo Cc, è percorſo in minor tempo che ogn'altro arco infinitamente picciolo COc, paſſando per i punti ſteſſi C, c.

Ora, ſieno concepiti li punti infinitamente proſſimi C, c; e ſia cercato ſulla linea orizzontale QL, (*Fig.* 22) la poſizione del punto K, talchè CKc ſia percorſo in meno di tempo che ogn'altra ſtrada CKc paſſando per C, e c: ſi troverà (*Ved.* Refrazione) conducendo le linee KR, cr, perpendicolari a QL, che il ſeno dell'angolo CKR, deve eſſere al ſeno di Kcr, come la celerità lungo CK alla celerità lungo Kc; dal che ne ſegue che la curva cercata deve eſſer tale che il ſeno dell'angolo, che uno de' ſuoi lati qualunque infinitamente picciolo CK fa con la verticale KR, ſia proporzionale alla celerità in K, la qual celerità è come la radice quadrata dell'altezza da cui il corpo è partito. Ora compiendo il calcolo, trovaſi che queſta proprietà conviene alla cicloide. *Ved.* Cicloide.

Se ſi ſupponeſſe che un corpuſcolo di luce traverſaſſe l'atmoſfera, di modo che arrivaſſe da un punto all'altro nel più corto tempo poſſibile, la curva ch'ei deſcriverebbe, ſarebbe una *brachiſtocrona*, purchè vi foſſe certa ipoteſi ſulla denſità del mezzo. *Ved.* Refrazione, Azione, Cause Finali.

Veggaſi nelle Memorie dell' Accademia del 1718, due ſoluzioni del problema della *brachiſtocrona*, date da Giovanni Bernulli, ed ambedue ſempliciſſime. Galileo ha falſamente creduto che la *brachiſtocrona* foſſe un arco di cerchio. La Geometria, al ſuo tempo, non era ancora abbaſtanaa avanzata per riſolvere queſto problema. Trovaſi nel ſecondo volume della *Meccanica* del Sig. Eulero, ſtampato a Pietroburgo nel 1736, una ſoluzione elegantiſſima di queſti problemi, e dei teoremi ſempliciſſimi e generaliſſimi ſulle proprietà della *brachiſtocrona*. La ſoluzione del problema diventa molto più difficile allorchè ſi ſuppone che il corpo muovaſi in un mezzo reſiſtente, perchè allora la celerità non dipende dalla ſola altezza. Il Sig. Eulero diede ancora la *brachiſtocrona* per quel caſo, ciò che niuno prima di lui avea ancor fatto. (*O*).

Briccola, (*Mecc.*) ſignifica *rimbalzo*. Diceſi al giuoco del bigliardo che una pallottola ne colpiſce un altra di *briccola*, allorchè invece di eſſer ſpinta direttamente contro d'eſſa, non vien a riſcontrarla che dopo di aver percoſſo la ſponda del bigliardo, ed eſſer ſtata rimandata da queſta ſponda.

Siano F ed A le pallottole, (*Mecc. Fig.* 23), HG la ſponda del bigliardo; ſe ſpingeſi la pallottola F ſecondo FE, e che rimandata ſecondo EA, dal punto E della ſponda, viene ella a percuotere la palla A, ciò chiamaſi *percuotere di briccola*. Per trovare il punto E della ſponda al quale convien ſpinger la palla F per colpire la palla A di rimbalzo, conducete dalla palla A la perpendicolare AG alla ſponda GH, e prolungatela in modo, che GB ſia eguale ad AG: poi mirate da F in B, e ſpingete la palla F ſecondo FB; il punto E in cui FB taglierà GH, ſarà il punto di *briccola*. Imperciocchè tirando FE ed AE, è facile il dimoſtrare che l'angolo FEH è eguale all'angolo AEG. Dunque, ſecondo le leggi della rifleſſione de' corpi, (*Ved.* Rifleſſione), la palla ſpinta ſecondo FE, rimbalzerà ſecondo FA.

Per altro li bravi giuocatori, col ſolo uſo, trovano queſto punto E ſenza preparazione, ed i mal pratici lo fallano con queſto apparecchio.

Poſſono anche darſi delle regole geometriche per toccar una palla con due rimbalzi o di più; ma ſarebbero più curioſe in teoria, che utili in pratica. *Ved.* Specchio, ove trattaſi a lungo della

della riflessione semplice o multiplice dei raggi; riflessione che rappresenta perfettamente le *briccole* semplici o moltiplici di una palla del bigliardo. (O).

BRINEK (*Astron.*), nome che gli Arabi danno alla bella stella della lira.

BULINO (*Astron.*), costellazione Meridionale stabilita dal Sig. de la Caille nel suo planisfero australe. Ei la chiama in latino *Cælum Scalptorium*; è collocata tra l'eridano, la colomba, e la orata. La principal stella di questa costellazione è della quinta grandezza. Ell'avea nel 1750, 68° 8' 21" di ascensione retta, e 42° 21' 6" di declinazione australe; perciò, puossi vederla nelle provincie meridionali della Francia. (*D. L.*)

BUSSOLA. *Ved.* Magnetismo; e per l'uso della *bussola* nella leva dei piani, *Ved.* Piano.

Bussola (*Astron.*), costellazione meridionale, stabilita dal Sig. de la Caille nel suo *Astrolabio Australe*; ei la chiama in latino *Pixis nautica*; ell'è situata sulla prua dell'antica costellazione del vascello. La stella principale di questa costellazione è della quinta grandezza; la sua ascensione retta, nel 1750, era di 128° 23' 39", e la sua declinazione 32° 28' 10" australe; di modo che ella s'alza 9 gradi a Parigi. (*D. L.*)

Bussola, (*istrumento d'Astronomia*). Ci basta di dir qui che la declinazione della *bussola* a Parigi è, nel 1783, di circa 22 gradi all'ovest. Il Sig. Conte Cassini poi ultimamente, cioè il dì 10 Giugno 1787 osservò essere la declinazione di 21° 36'. Il Sig. de Buffon, che passò all'altra vita li 16 Aprile 1788, terminò la sua bella intrapresa per un'opera importante sulla calamita, cioè il quinto volume della sua Storia Naturale dei Minerali; raccoglie egli una gran quantità di osservazioni sulla declinazione della *bussola* fatte in tutti li paesi della terra. Si trova ancora una spiegazione ingegnosa delli fenomeni della calamita riccorrendo al moto del fuoco elettrico dell'equatore verso ai poli, ed avendo in riflesso la quantità di questa materia contenuta nel ferro, e nella calamita.

CADMO, nome della coſtellazione del ſerpente.

CADUTA (*Mec.*), cammino che fa un corpo peſante nell' approſſimarſi al centro della terra. *Ved.* PESO, e GRAVITA'.

Galileo fu il primo a ſcoprire la legge della caduta delli corpi gravi. *Ved.* ACCELERATO.

CADUTA di acqua (*Idrod.*). Si dice che un ruſcello, un rivolo, una corrente di acqua forma una caduta d'acqua innanzi di un mulino o di una macchina idraulica, che la fa muovere.

CADUTA *delli gravi alla ſuperficie di ogni pianeta*. La velocità delli gravi alla ſuperficie della terra, 15 piedi $\frac{104}{1000}$, eſſendo moltiplicata per la maſſa di un pianeta e diviſa dal quadrato del ſuo raggio prendendo per unità la maſſa ed il raggio della terra, dà la velocità delli gravi alla ſuperficie di ogni pianeta. Per eſempio, la maſſa di Giove è 288 volte più grande che quella della terra; così li corpi gravi ſaranno attratti 288 volte più che non ſono dalla terra, e deſcriveranno 288 volte 15 piedi, ſe il raggio di Giove non foſſe circa 11 volte più grande di quello della terra, ed il quadrato della diſtanza del centro ha la ſuperficie 116 volte più grande, il che rende il peſo 116 volte minore: ora 288 diminuito 116 volte, o diviſo per 116, dà poco meno di $2\frac{1}{2}$; così, il peſo delli corpi ſituati alla ſuperficie di Giove, è quaſi due volte e mezzo quello delli noſtri; in luogo di deſcrivere 15 piedi per ſecondo, eſſi ne deſcrivono 37. Se ne troverà la tavola *alla parola* PIANETA.

CADUTA delli pianeti verſo il ſole. *Ved.* DISCESA.

CADUTA di un pianeta nell' Aſtrologia, o *dejezione*, è il ſegno in cui egli ha la minor influenza; ed è oppoſto a quello di eſaltazione. (*D. L.*)

CALARE *un quadrante* (*Aſtron*), è porre un piano in una ſituazione eſattamente verticale col mezzo di un filo a piombo che deve radere il lembo, ſenza appoggiare, e ſenz'eſſere troppo in aria, e che deve battere leggermente ſul mezzo del punto della diviſione, al quale ſi vuole che corriſponda. Ordinariamente *ſi cala un quadrante* col mezzo delle viti del piede, e perchè queſto moto non lo faccia dondolare, ſi fa portar ciaſcheduna delle quattro viti ſu di un guſcio, la di cui ſuperficie inferiore ha delle aſprezze che ſi attaccano ſullo ſelciato. Qualche volta anche ſerve di livello a bolla d'aria per *calare i quadranti*, come quelli che ha fatto il celebre Bird in Inghilterra per molto tempo, nelli quali il canocchiale gira intorno al centro, reſtando ſempre il filo verticale ſul primo punto della diviſione, ma il calor del ſole facendo variare il livello, può cagionare degli errori. (*D. L.*)

CALCOLARE, è l'applicare le regole o dell' Aritmetica, o dell' Algebra, o le une e le altre alla determinazione di qualche quantità. *Ved.* CALCOLO.

CALCOLO ASTRONOMICO; unione di regole e di metodi, con li quali ſi calcolano i moti degli aſtri, e ſpecialmente l'eccliſſi, con le frazioni ſeſſageſimali, li logaritmi, le regole della trigonometria, ec. Siccome niente abbiamo detto ſu queſto alla parola ARITMETICA, è bene dare qui una idea dei primi elementi del *calcolo aſtronomico*.

Gli aſtronomi diviſero il cielo in 12 ſegni, ogni ſegno in 30 gradi, il grado in 60 minuti, il minuto in 60 ſecondi. Queſto è quanto ſi chiama *frazioni ſeſſageſimali*; l'addizione ſi fa come quella delli numeri ordinarj, oſſervando di ritenere 60 ſecondi per formare un minuto; 60 minuti per formare un grado; 30 gradi per formare un ſegno, e rigettare 12, quando la ſomma va al di là. Eſempio per addizionare le due ſeguenti quantità:

4ˢ	15°	58′	45″
8	14	30	16
1ˢ	00°	29′	01″

Si oſſervano nelli ſecondi che 6 decine devono formare il minuto: ſi oſſerva per li minuti che di 8 decine, non ſe ne devono ponere che 2 ſotto li minuti e ritenere le 6 altre che formano un grado: riguardo li gradi, quando ſe ne trovano 30, ſe ne compone un ſegno intero, come ſe ſi aveſſero 24 ore ſi componerebbe un giorno: finalmente di 13 ſegni che vi dovrebbero eſſere nella ſomma, ſe ne tolgono 12: in fatto il circolo intiero eſſendo paſſato, ſi trova

nello ſteſſo punto, come ſe non foſſe ſtato; è dunque inutile farne conto. Un aſtro che avrebbe ſcorſo 13 ſegni, e quello che non ne avrebbe ſcorſo che uno, ſe foſſero partiti dallo ſteſſo punto, ſi troverebbero tutti eguali, ſenza differenza alcuna nella loro ſituazione.

La ſottrazione delle frazioni ſeſſageſimali ſuppone la regola ſteſſa; biſogna prendere ad impreſtito un minuto per formare 60 ſecondi, od un grado per formare 60 minuti, un ſegno per formare 30 gradi, ed un circolo intiero per formare dodici ſegni, ſe la quantità che ſi vuol ſottrarre è la più grande. Eſempio:

da	4ˢ	6°	25′	30″
biſogna togliere	5	8	35	40
reſta	10ˢ	27°	49′	50″

Egli è chiaro che ſe di 4 ſegni ſe ne tolgano 5 ne reſtano undici, perchè un aſtro che aveſſe 4 ſegni di longitudine e ſi faceſſe retrocedere di 5 ſegni, ſi troverebbe avere ripaſſato il punto equinoziale di un ſegno tutto intiero, e per conſeguenza avrebbe 11 ſegni di longitudine.

E' rare che occorra di fare moltiplicazioni o diviſioni con frazioni ſeſſageſimali; ma nel caſo in cui ſi aveſſe a fare una regola del tre, ſi potrebbero ridurre in minuti, o in ſecondi i tre primi termini della propoſizione, ed agire come per i numeri ordinarj.

Si trova in tutti i libri antichi di Aſtronomia, come nell' *Effemeridi* di Argoli ec. una tavola intitolata *Tabula ſexagenaria*, che ſerve a tal ſorta di parti proporzionali; ella contiene 60 numeri dall'alto al baſſo dall'uno ſino al 60; ciaſcheduna delle colonne ſeguenti ha in principio la ſerie delli numeri naturali, o delli numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6, ovvero 2, 4, 6, ec. quando ne ha più di 60, ſi pone un minute e ciò che avanza in ſecondi: così nella colonna di 10 e in faccia di 15, cioè nella 15 linea orizzontale di queſta colonna, ſi trova 2′ 30″; cioè il quarto termine di una proporzione che comincierebbe da 60 minuti, e della quale i termini ſeguenti ſarebbero 10 e 15. Queſta tavola ſeſſageſimale può egualmente ſervire alla diviſione delle frazioni ſeſſageſimali; ſi preferiſce ora l'uſo dei logaritmi logiſtici; ma ſi ſono pubblicate in Inghilterra nel 1780, delle tavole ſeſſageſimali del Taylor, che ſono utiliſſime per quelli che hanno da fare molti calcoli. Vi è anche una tavola ſeicentenaria pubblicata in Londra nel 1779 dal Bernulli per li caſi, nei quali il primo termine della proporzione è 10′ 0″; queſte tavole danno le decine di ſecondo.

Si propoſe più volte di ſoſtituire le decimali al metodo attuale del *calcolo aſtronomico*. Mercatore pubblicò nel 1676 delle *Iſtituzioni aſtronomiche*, nelle quali le *Tavole Rodolfine* erano ridotte a queſto principio, ed il circolo era diviſo in decimali: ma il cangiamento conſiderabile che queſto metodo averebbe portato in tutti li metodi ed in tutte le tavole conoſciute, ha impedito che gli aſtronomi adottaſſero tal metodo.

Il *calcolo aſtronomico* è fondato anche ſulli *logaritmi*, e la trigonometria ſerica; ma queſte differenti parti ſaranno ſpiegate nei loro differenti luoghi. (*D. L.*)

Calcolo (*Mat. pure*), computo di molte ſomme aggiunte, ſottratte, moltiplicate o diviſe. *Ved.* Aritmetica.

L'arte di calcolare è propriamente l'arte di trovar l'eſpreſſione di un unico rapporto, che riſulta dalla combinazione di molti rapporti. Le differenti ſpecie di combinazioni danno le differenti regole del *calcolo*. Ciò è più diffuſamente ſpiegato nell'articolo Aritmetica.

Si troveranno le differenti ſpecie di *calcolo* agli articoli Algebra, Differenziale, Eſponenziale, Integrale, Addizione, ec.

Molti popoli dell'America, dell'Africa, e dell'Aſia calcolano con delle corde, alle quali vi fanno varj nodi.

Il *calcolo* per mezzo de' dadi ſi fa facilmente, col rappreſentare le unità con dei dadi, le decine con altri dadi, li centinaj con altri. Per eſempio, ſe ſi voglia eſprimere 325 con dei dadi, ſi pongono 3 dadi per ſegnare li centinaj, 2 per le decine, 5 per le unità. *Ved.* Decina, ec.

La parola *calcolo* deriva dal latino *calculus*, che ſignifica *pietra*, perchè gli antichi ſi ſervivano di ſaſſolini per fare i loro computi, ſia di ſomme moltiplicate o diviſe nelli conti, ſia in Aſtronomia, che in Geometria. Da ciò ne deriva che abbiamo dato il nome di *calcolo* alle ſcienze delli numeri, all'Aritmetica ed all'Algebra. I Romani ſe ne ſervivano anche per dare li voti nelle aſſemblee e nelli giudizj; eſſi ſegnavano anche li giorni felici con pietre bianche, *dies albo notanda lapillo*, dice Orazio, e li giorni infelici con pietre nere. Aveano eſſi preſo il primo di queſti coſtumi dalli Greci che chiamavano tai ſpecie di dadi naturali ψῆφοι; da prima queſt'erano conchiglie di mare, gli furono poi ſoſtituiti dei pezzi di rame della ſteſſa figura, chiamati *ſpondyli*. Due coſe diſtinguevano i *calcoli*, la forma ed il colore. Quelli che ſegnavano condanna, erano neri e traforati nel mezzo, gli altri erano intieri e bianchi. L'Abbate di Canaye, (Mem. dell'Accad. di Belle Lettere, *Tom. I*, e *VII.*) dice che ſi potrebbe riguardare la cautela di traforare li pezzi neri come una prova che li Areopagiti, che ſe ne ſervivano, giudicavano di notte; mentre altrimenti perchè traforare li *calcoli* neri, ſe ſi aveſſo potuto vedere gli uni e gli altri, e ſcuoprire col ſoccorſo della luce la differenza del loro colore? Al contrario giudicando nelle tenebre è chiaro che aveaſi biſogno di una differenza

renza, oltre quella del colore, relativa al tatto, per distinguere li *calcoli* di condanna da quelli che segnavano l'assoluzione. Si contavano questi *calcoli* ed il numero degli uni e degli altri decideva in danno od in favore del reo.

Si servivano anche dei *calcoli* o *bollettini* per estrarre a sorte gli atleti nelli giuochi pubblici ed accoppiarli. Ecco come si praticava nelli giuochi olimpici, come riferisce Luciano nel suo dialogo intitolato: *Ermotimo* o *delle Sette*. „ Si pone, dic'egli, davanti ai giudici un'urna „ d'argento consacrata agli Dei in onore de' „ quali si celebravano li giuochi. Si mettono in „ quest'urna delle pallottole della grossezza di „ una fava, il numero delle quali corrisponde „ a quello delli combattenti. Se questo numero „ è pari, si scrive su due di queste pallottole la „ lettera *A*, su due altre la lettera *B*, su due „ altre la lettera *T*, e così del resto. Se il numero è dispari, è necessario che una delle „ lettere adoperate non si trovi scritta che su „ di una sola pallottola. Di poi gli atleti si avvicinano l'uno dopo l'altro, ed invocando „ Giove, ciascheduno pone le mani nell'urna e „ ne estrae una pallottola. Ma uno delli mastigofori, o porta-verghe gli ritiene la mano, „ gli impedisce di guardare la lettera segnata su „ questa pallottola, fino che tutti gli altri abbiano estratta la loro. Allora uno delli giudici, „ facendo il giro, esamina le pallottole di ciascheduno, ed accoppia quelli che hanno le „ lettere simili, quello ch'estratto aveva la lettera unica, era posto in riserva per battersi „ contro il vincitore „. (*O*)

CALENDARIO (*Astron.*), è una distribuzione del tempo disposto per gli usi della vita; ovvero una tavola od un almanacco che contiene l'ordine delli giorni, delle settimane, delli mesi, delle feste, ec che accadono nel corso dell'anno. *Ved.* Tempo, Anno, e Mese.

Si chiamò *calendario*, dalla parola *calendæ*, che si scriveva anticamente in grossi caratteri nel principio di ogni mese. *Ved.* Calende.

La prima cosa da osservare nel *calendario* si è l'ordine degli anni: noi parlato abbiamo della durata, e della forma degli anni presso tutti li popoli del mondo alla *parola* Anno; ma qui dobbiamo sviluppare il *calendario* dei Romani, e quello del quale si serve attualmente tutta l'Europa, ch'è il *calendario* Gregoriano.

Il *calendario* dei Romani, come fu stabilito da Cesare, contiene li 12 mesi, comn quello di Numa, gli uni di 30 giorni gli altri di 31; ma in vece di contare, come noi, il primo del mese, li 2, li 3, ec. il primo giorno si chiamava giorno delle *calende*, il seguente nra il quarto od il sesto prima delle none; si vedrà sufficientemente nella seguente Tavola che contiene un calendario romano raccolto da vari monumenti, e che il Sig. Felice ha dato nell'Enciclopedia d'Yverdon nel 1771, ed inserito nelli supplementi dell'Enciclopedia di Parigi in foglio. Pare che sia tratto dalle antichità romane dell'Rosin, e del Demster per la parte delle Feste romane, con molte aggiunte, e l'Abbate Brotier vi fece molte correzioni. Io non so dove sia stata presa la parte astronomica, ella è differente in altri *calendarj*, ve n'è uno del Gemino, due che portano il nome di Tolomeo, uno del P. Petavio nel suo *uranologium*, questo è il più completo, perchè cita Ovidio, Plinio, Columella.

In questo *calendario* di Giulio Cesare, si vede lo stesso ordine e la stessa serie di mesi come in quello di Numa; Gennaro, Marzo, Maggio, Quintile o Luglio, Sestile od Agosto, Ottobre, e Dicembre hanno ciascheduno 31 giorni; e li quattro mesi, Aprile, Giugno, Settembre, e Novembre soltanto 30; Febbrajo, negli anni comuni, non ha che 28 giorni, e 29 negli anni intercalari o bisestili. La serie delle otto lettere *nundinali*, è posta senza interruzione dal primo fino all'ultimo giorno dell'anno, perchè abbia sempre in ogni anno una lettera che segna li giorni delle assemblee, chiamate *nundinæ* per li Romani, e che ritornano tutti li nove giorni: li cittadini dalla campagna venivano alla città in quei giorni, per apprendere quanto spettava alla disciplina, alla religione ed al governo. Per questo se il giorno nundinale del primo anno era sotto la lettera *A*, ch'è al 1, ai 9, ai 17, o 25 di Gennaro ec. la lettera del giorno *nundinale* dell'anno seguente era *D*, ch'è ai 4, ai 10, ai 20 del mese stesso ec. Perchè la lettera *A* trovandosi anche al 27 di Dicembre, se da questo giorno si contano otto lettere, oltre le quattro *B*, *C*, *D*, *E*, che restano dopo *A* nel mese di Dicembre, bisognerà prenderne quattro altre al principio di Gennaro dell'anno seguente, cioè *A*, *B*, *C*, *D*, affinchè la lettera *D*, che si trova la prima nel mese di Gennaro, sia la nona, dopo l'ultima *A* del mese di Dicembre precedente, e ch'ella sia per consegnenza la lettera nundinale, o che segni li giorni di questn assemblee, alle quali si può anche dare il nome di *fiere* o *mercati pubblici*. Così, con lo stesso calcolo, la lettera nundinale del terzo anno farà *G*, quella del quarto *B*, e così dell'altre, almeno se non accade cangiamento per l'intercalazione.

Per intendere le lettere segnate nella seconda colonna per la qualità di ciascheduno giorno convien sapere che non si poteva questionare e giudicare che in certi giorni. Si chiamavano *fasti* li giorni nei quali si poteva fare giustizia, *quibus fas esset jure agere*; e *nefasti* quelli nei quali non era concesso, *quibus nefas esset*, come lo rileviamo da questi due versi di Ovidio:

Ille nefastus erit per quem tria verba silentur;
Fastus erit per quem jure licebit agi:

cioè, quel giorno è nefasto, nel quale il pretore non pronuncia le tre solenni parole; ossia

la formula legale *do*, *dico*, *addico*, come ſi direbbe preſſo noi ch'è feſta di palazzo; vi erano anche certi giorni che ſi chiamavano *comiziali*, ſegnati con un *C*, nelli quali il popolo ſi radunava nel campo di Marte per eleggere li magiſtrati, o per trattare degli affari della repubblica: queſte aſſemblee del popolo erano chiamate *comitia*, comizj. Il ſacerdote o ſacrificatore, ch' era chiamato *Rex*, ſi trovava qualche volta in queſti comizj: finalmente vi era un giorno dell'anno in cui aveaſi coſtume di mondare il tempio di Veſta, e traſportar fuori le immondizie: il che facevaſi con tanta ceremonia, che non era conceſſo in quel tempo di trattar cauſe.

Baſtano queſte oſſervazioni per intendere le lettere della ſeconda colonna: 1°. la lettera *N* ſignifica *nefaſtus dies*, oſſia *giorno nefaſto*, queſto ſignifica che non ſi può render giuſtizia in quel giorno. 2°. *F*, oſſia *faſtus*, vuol dire che ſi può render giuſtizia. 3°. *F P*, oſſia *faſtus prima parte dici*, che ſi può renderla nella prima parte del giorno. 4°. *N P*, oſſia *nefaſtus prima parte dici*, che non ſi può renderla nella prima parte del giorno. 5°. *E N*, o *endotercifus* o *intercifus*, cioè interrotto, che ſi può in certe ore, ed in altre no. 6°. *C*, o *comitialis*, vuol dire che ſi tengono in quel giorno le aſſemblee chiamate *comizj*. 7°. Quando vi ſono le lettere *Q*, *rex*, *C*, *F* o *quando rex comitiavit*, *fas*, che ſi può quando il ſacrificatore, chiamato il *re*, ha aſſiſtito alli comizj. 8°. finalmente, queſte lettere *Q*, *ST*, *D*, *F*, ſignifica *quando ſtercus delatum*, *fas* che ſi può toſto che le immondizie ſono ſtate traſportate fuori del tempio della Dea Veſta.

GEN-

Numeri Nundinali.	Lettere	Qualità dei Giorni.	Numero d'Oro.	Giorni attuali.	GENNARO, Sotto la protezione di Giunone.		
1	A	F	I.	1	*Kalendis*	Januar.	Sagrifizj a Giano, a Giunone, a Giove, e ad Esculapio.
	B	F		2	IV.	Nonas.	Giorno funesto, *Dies ater*.
	C	C	IX.	3	III.	Nonas.	Tramontare dello Scorpione.
	D	C		4	Pridie	Nonas.	
	E	F	XVIII.	5	*Nonis*	Januar.	Levar della Lira. Tramontare alla sera dell' Aquila.
	F	F	VI.	6	VIII.	Idus.	
	G	C		7	VII.	Idus.	
	H	C	XIV.	8	VI.	Idus.	Sagrifizj a Giano.
2	A		III.	9	V.	Idus.	Le Agonali.
	B	EN		10	IV.	Idus.	Metà dell' Inverno.
	C	NP	XI.	11	III.	Idus.	Le Carmentali.
	D	C		12	Pridie	Idus.	Le Compitali.
	E	NP	XIX.	13	*Idibus*	Januar.	Li Trombettieri fanno la pubblicazione per la Città in abito di femmina.
	F	EN	VIII.	14	XIX.	Kal. Febr.	Giorno vizioso per decreto del Senato.
	G			15	XVIII.	Kal. Febr.	A Carmenta, Porrima, e Postverta.
	H	C	XVI.	16	XVII.	Kal. Febr.	Alla Concordia. Principio del tramontare al mattino del Lione.
	A	C	V.	17	XVI.	Kal. Febr.	Il Sole in Aquario.
	B	C		18	XV.	Kal. Febr.	
	C	C	XIII.	19	XIV.	Kal. Febr.	
	D	C	II.	20	XIII.	Kal. Febr.	
	E	C		21	XII.	Kal. Febr.	
	F	C	X.	22	XI.	Kal. Febr.	
	G	C		23	X.	Kal. Febr.	Tramontare della Lira.
	H	C	XVIII.	24	IX.	Kal. Febr.	Le Feste Sementive, o delle Semine.
	A	C	VII.	25	VIII.	Kal. Febr.	
	B	C		26	VII.	Kal. Febr.	
	C	C	XV.	27	VI.	Kal. Febr.	A Castore, e Polluce.
	D	G	IV.	28	V.	Kal. Febr.	
	E	F		29	IV.	Kal. Febr.	Le Equirie nel campo di Marte.
	F	F	XII.	30	III.	Kal. Febr.	Il tramontare della Lira. Le Pacali, ossia dedicazione dell' Altare della Pace.
3	G	F	I.	31	Pridie	Kal. Febr.	Agli Dei Penati.

FEB-

Lettere Nundinali.	Qualità dei Giorni.	Numero d'Oro.	Giorni del Mese.	FEBBRAJO, Sotto la protezione di Nettuno.		
H	N	IX.	1	*Kalendis*	Febr.	A Giunone Sospita, a Giove, ad Ercole, a Diana. Le Lucaire.
A	N	XVIII.	2	IV.	Nonas.	
B	N		3	III.	Nonas.	Tramontare della Lira, e della metà del Lione.
C	N	VI.	4	Pridie	Nonas.	Tramontare del Delfino.
D			5	*Nonis*	Febr.	Levar dell'Aquario.
E	N	XIV.	6	VIII.	Idus.	
F	N	III.	7	VII.	Idus.	
G	N		8	VI.	Idus.	
H	N	XI.	9	V.	Idus.	Principio di Primavera.
A	N		10	IV.	Idus.	
B	N	XIX.	11	III.	Idus.	Giuochi Geniali. Levar dell' Arturo.
C	N	VIII.	12	Pridie	Idus.	
D	NP		13	*Idibus*	Febr.	A Fauno, ed a Giove. Diffatta, e morte dei Fabj.
E	C	XVI.	14	XVI.	Kal. Mart.	Levar del Corvo, della Coppa, e del Serpente.
F	NP	V.	15	XV.	Kal. Mart.	Le Lupercali.
G	END		16	XIV.	Kal. Mart.	Il Sole nel Segno delli Pesci.
H	NP	XIII.	17	XIII.	Kal. Mart.	Le Quirinali.
A	C	II.	18	XII.	Kal. Mart.	Le Fornacali. Le Ferali agli Dei Marini.
B	C		19	XI.	Kal. Mart.	
C	C	X.	20	X.	Kal. Mart.	
D	F		21	IX.	Kal. Mart.	Alla Dea Muta, o Larunda. Le Ferali.
E	C	XVIII.	22	VIII.	Kal. Mart.	Le Caristie.
F	NP	VII.	23	VII.	Kal. Mart.	Le Terminali.
G	N		24	VI.	Kal. Mart.	Il Regifugio. *Luogo del Bisestile.*
H	C	XV.	25	V.	Kal. Mart.	Levar alla fera dell' Arturo.
A	EN	IV.	26	IV.	Kal. Mart.	
B	NP		27	III.	Kal. Mart.	Le Equirie al campo di Marte.
C	C	XII.	28	Pridie	Kal. Mart.	Li Tarquinj vinti.

MAR-

Lettere Nundinali.	Qualità dei Giorni.	Numero d'Oro.	Giorni del Mese.	MARZO, Sotto la protezione di Minerva.		
D	NP	I.	1	*Kalendis*	Mart.	Le Matronali. A Marte. Feste degli Ancili.
E	F		2	VI.	Nonas.	A Giunone Lucina.
F	C	IX.	3	V.	Nonas.	Tramontare del secondo dei Pesci.
G	C		4	IV.	Nonas.	
H	C	XVII.	5	III.	Nonas.	Tramontar dell' Arturo. Levar del Vindemiatore. Levare del Granchio.
A	NP	VI.	6	Pridie	Nonas.	Le Vestali. In questo giorno Augusto fu creato Pontefice.
B	F		7	*Nonis*	Mart.	A Giove Veggente al bosco dell' asilo. Levar del Pegaso.
C	F	XIV.	8	VIII.	Idus.	Levar della Corona.
D	C	III.	9	VII.	Idus.	Levar d' Orione. Levar del Pesce Settentrionale.
E	C		10	VI.	Idus.	
F	C	IX.	11	V.	Idus.	
G	C		12	IV.	Idus.	
H	EN	XIX.	13	III.	Idus.	Apertura del mare.
A	NP	VIII.	14	Pridie	Idus.	L' Equirie seconde sul Tevere.
B	NP		15	*Idibus*	Mart.	Ad Anna Perenna. Il Parricidio. Tramontar dello Scorpione.
C	F	XVI.	16	XVII.	Kal. April.	
D	NP	V.	17	XVI.	Kal. April.	Li Liberali, o li Baccanali. Gli Agoni. Tramontar del Milvio.
E	C		18	XV.	Kal. April.	Il Sole al segno dell' Ariete.
F	N	XIII.	19	XIV.	Kal. April.	Le Quinquatre di Minerva per cinque giorni.
G	C	II.	20	XIII.	Kal. April.	
H	C		21	XII.	Kal. April.	Primo giorno del Secolo. Tramontar al mattino del Cavallo.
A	N	X.	22	XI.	Kal. April.	
B	NP		23	X.	Kal. April.	Il Tubilustro.
C	Q. Rex C.F.	XVIII.	24	IX.	Kal. April.	
D	C	VII.	25	VIII.	Kal. April.	Le Iliarie alla madre degli Dei. Equinozio di Primavera.
E	C		26	VII.	Kal. April.	
F	NP	XV.	27	VI.	Kal. April.	In queste giorno Cesare si rese padrone di Alessandria.
G	C	IV.	28	V.	Kal. April.	Le Megalesi.
H	C		29	IV.	Kal. April.	
A	C	XII.	30	III.	Kal. April.	A Giano, alla Concordia, alla Salute, ed alla Pace.
B	C	I.	31	Pridie	Kal. April.	Alla Luna, od a Diana sull' Aventino.

APRILE,

Sotto la protezione di Venere.

Lettere Numerali.	Qualità dei Giorni.	Numero d'Ore.	Giorni del Mes.			
C	N	IX.	1	*Kalendis*	Aprilis.	A Venere con dei fiori, e del mirto. Alla Fortuna virile.
D	C		2	IV.	Nonas.	Tramontar delle Plejadi.
E	C	XVIII.	3	III.	Nonas.	
F	C	VI.	4	Pridie	Nonas.	Giuochi Megalesi alla Madre degli Dei per otto giorni.
G			5	*Nonis*	Aprilis.	Alla Fortuna pubblica citeriore.
H	N P	XIV.	6	VIII.	Idus.	Giuochi per la vittoria riportata da Cesare su Juba in Africa.
A	N	III.	7	VII.	Idus.	Nascita di Apollo, e di Diana.
B	N		8	VI.	Idus.	Tramontare della Libra; tramontare d'Orione.
C	N	XI.	9	V.	Idus.	
D	N		10	IV.	Idus.	Le Cereali. Li Giuochi Circensi.
E	N	XIX.	11	III.	Idus.	Alla Fortuna Primigenia.
F	N	VIII.	12	Pridie	Idus.	La Madre degli Dei tradotta a Roma. Li Giuochi in onore di Cerere per otto giorni.
G	N P		13	*Idibus*	April.	A Giove Vincitore, ed alla Libertà.
H	N	XVI.	14	XVIII.	Kal. Mail.	
A	N P	V.	15	XVII.	Kal. Mail.	Le Fordicidie, o Fordicali.
B	N		16	XVI.	Kal. Maii.	Augusto salutato Imperatore. Tramontare dell'Jadi.
C	N	XIII.	17	XV.	Kal. Maii.	
D	N	II.	18	XIV.	Kal. Maii.	L'Equirie nel Circo massimo. Incendio delle Volpi.
E	N		19	XIII.	Kal. Maii.	Le Cereali. Il Sole al segno del Toro.
F	N	X.	20	XII.	Kal. Mail.	
G	N P		21	XI.	Kal. Maii.	Le Palilie, o Parilie. Fondazione di Roma.
H	N	XVIII.	22	X.	Kal. Maii.	Le seconde Agónie, o Agonali.
A	N P	VII.	23	IX.	Kal. Mail.	Le prime Vinalie a Giove, e a Venere.
B	C		24	VIII.	Kal. Maii.	
C	N P	XV.	25	VII.	Kal. Maii.	Le Robigali. Tramontar dell' Arlete. Metà di Primavera.
D	F	IV.	26	VI.	Kal. Maii.	Levar del Cane. Levar dei Capretti.
E	C		27	V.	Kal. Maii.	Le Ferie latine al monte Sacro.
F	N P	XII.	28	IV.	Kal. Maii.	Le Florali per sei giorni. Levare al mattino della Capra.
G	C	I.	29	III.	Kal. Mail.	Tramontare alla sera del Cane.
H	C		30	Pridie	Kal. Maii.	A Vesta Palatina. Le prime Larentali.

MAG-

Numerali.	Lettere	Qualità dei Giorni.	Numero d'oro.	Giorni antichi.			MAGGIO, *Sotto la protezione di Apolline.*
A		N	IX.	1	*Kalendis*	Maii.	Alla Dea Buona. Ai Lari Preſtiti, o Protettori. Giuochi Florali per tre giorni.
B		F		2	VI.	Nonas.	Le Compitali.
C		C		3	V.	Nonas.	Levar del Centauro, e delle Jadi.
D		C	XVII.	4	IV.	Nonas.	
E		C	VI.	5	III.	Nonas.	Levar della Lira.
F		C		6	Pridie	Nonas.	Tramontar della metà dello Scorpione.
G		N	XIV.	7	*Nonis*	Maii.	Levar al mattino delle Virgilie, o Plejadi.
H		F	III.	8	VIII.	Idus.	Levar della Capretta.
A		N		9	VII.	Idus.	Le Lemurie di notte per tre giorni. Le Luminarie.
B		C	XI.	10	VI.	Idus.	
C		N		11	V.	Idus.	Tramontare d'Orione. Giorno infauſto per maritarſi.
D		NP	XIX.	12	IV.	Idus.	A Marte Vendicatore nel Circo.
E		N	VIII.	13	III.	Idus.	Le Lemurie. Levar delle Plejadi. Principio della State.
F		C		14	Pridie	Idus.	A Mercurio. Levar del Toro.
G		NP	XVI.	15	*Idibus*	Maii.	A Giove. Feſte delli Mercanti. Naſcita di Mercurio. Levar della Lira.
H		F	V.	16	XVII.	Kal. Jun.	
A		C		17	XVI.	Kal. Jun.	
B		C	XIII.	18	XV.	Kal. Jun.	
C		C	II.	19	XIV.	Kal. Jun.	Il Sole in Gemini.
D		C		20	XIII.	Kal. Jun.	
E		NP	X.	21	XII.	Kal. Jun.	Le Agonali, o Agónie di Giano.
F		N		22	XI.	Kal. Jun.	
G		NP	XVIII.	23	X.	Kal. Jun.	A Giove Vegg. Levar del Cane. Le Ferie di Vulcano. Li Tubiluſtri.
H		Q.Rex.C.F.	VII.	24	IX.	Kal. Jun.	
A		G		25	VIII.	Kal. Jun.	Alla Fortuna. Levar dell'Aquila.
B		C	XV.	26	VII.	Kal. Jun.	Il ſecondo Regifugio. Tramontar dell'Arturo.
C		C	IV.	27	VI.	Kal. Jun.	Levar dell'Jadi.
D		C		28	V.	Kal. Jun.	
E		C	XII.	29	IV.	Kal. Jun.	
F		C	I.	30	III.	Kal. Jun.	
G		C	IX.	31	Pridie	Kal. Jun.	

Lettere Nundinali.	Qualità dei Giorni.	Numero d'Oro.	Giorni del Mese.			GIUGNO. Sotto la protezione di Mercurio.
H	N	XVII.	1	*Kalendis*	Jun.	A Giunone. Alla Moneta. Alla Tempesta. Alla Fabaria. Levar dell' Aquila.
A	F	VI.	2	IV.	Nonas.	A Marte. Alla Dea Carna. Levar dell' Jadi.
B	C		3	III.	Nonas.	A Bellona.
C	C	XIV.	4	Pridie	Nonas.	Ad Ercole al Circo.
D	N	III.	5	*Nonis*	Jun.	Alla Fede. A Giove Sponsore, o al Dio Fidio, Santo, Semipadre.
E	N		6	VIII.	Idus.	A Vesta.
F	N	XI.	7	VII.	Idus.	Li giorni Pescatorj al campo di Marte. Levar dell' Arturo.
G	N		8	VI.	Idus.	All' Intelletto al Campidoglio.
H	N P	XIX.	9	V.	Idus.	Le Vestali. Altare di Giove Pistore. Incoronaz. degli asini.
A	N	VIII.	10	IV.	Idus.	Le Matralie della Fortuna forte. Levar alla fera del Delfino.
B	N		11	III.	Idus.	Alla Concordia. Alla Madre Matula.
C	N	XVI.	12	Pridie	Idus.	A Giove Invito. Il piccioloQuinquatro. Principio del caldo.
D	N	V.	13	*Idibus*	Jun.	
E	N		14	XVIII.	Kal. Jul.	
F	Q.ST.D.F.	XIII.	15	XVII.	Kal. Jul.	Trasporto del Tempio di Vesta. Levar dell' Jadi.
G	C	II.	16	XVI.	Kal. Jul.	Levar di Orione.
H	C		17	XV.	Kal. Jul.	Levar del Delfino intiero.
A	C	X.	18	XIV.	Kal. Jul.	
B	C		19	XIII.	Kal. Jul.	A Minerva sul monte Aventino. Il Sole nel Cancro.
C	C	XVIII.	20	XII.	Kal. Jul.	A Summano. Levar del Serpente.
D	C	VII.	21	XI.	Kal. Jul.	
E	C		22	X.	Kal. Jul.	
F	C	XV.	23	IX.	Kal. Jul.	
G	C	IV.	24	VIII.	Kal. Jul.	Alla Fortuna forte. Solstiz. d'est.
H	C		25	VII.	Kal. Jul.	
A	C	XII.	26	VI.	Kal. Jul.	Levar della cintura di Orione.
B	C	I.	27	V.	Kal. Jul.	A Giove Statore, ed al Lare.
C	C		28	IV.	Kal. Jul.	
D	F	IX.	29	III.	Kal. Jul.	A Quirino sul monte Quirinale.
E	C		30	Pridie	Kal. Jul.	Ad Ercole, ed alle Muse. Li Poplifugj.

QUIN-

QUINTILE, o LUGLIO,

Sotto la protezione di Giove.

Numerali.	Lettere.	Qualità dei Giorni.	Numero d'Oro.	Giorni del Mese.			
F		N	XVII.	1	*Kalendis*	Jul.	Paſſaggio da una all'altra Caſa.
G		N	VI.	2	VI.	Nonas.	
H		N		3	V.	Nonas.	
A		N P	XIV.	4	IV.	Nonas.	Tramontar al mattino della Corona. Levar dell' Jadi.
B		N	III.	5	III.	Nonas.	Il Poplifugio.
C		N		6	Pridie	Nonas.	Giuochi Apollinari per otto giorni. Alla Fortuna femminina.
D		N	XI.	7	*Nonis*	Jul.	Le None Caprotine. La feſta delle Serve. Sparimento di Romolo.
E		N		8	VIII.	Idus.	La Vitulazione. Tramontare della metà del Capricorno.
F		E N	XIX.	9	VII.	Idus.	Levar alla ſera di Cefeo.
G		C	VIII.	10	VI.	Idus.	Li venti Etesj cominciano a ſpirare.
H		C		11	V.	Idus.	
A		N P	XVI.	12	IV.	Idus.	Naſcita di Giulio Ceſare.
B		C	V.	13	III.	Idus.	
C		C		14	Pridie	Idus.	Alla Fortuna femminina. Li Mercati, o il Mercuriali per ſei giorni.
D		N P	XIII.	15	*Idibus*	Jul.	A Caſtore, e Polluce.
E		F	II.	16	XVII.	Kal. Aug.	Levar dell' Anti-cane.
F		C		17	XVI.	Kal. Aug.	Giorno funeſto per la battaglia di Allia.
G		C	X.	18	XV.	Kal. Aug.	Le Lucarie. Giuochi per quattro giorni.
H		N P		19	XIV.	Kal. Aug.	Giuochi per la vittoria di Ceſare. Il Sole in Llone.
A		C	XVIII.	20	XIII.	Kal. Aug.	Le Lucarie.
B			VII.	21	XII.	Kal. Aug.	
C		C		22	XI.	Kal. Aug.	Giuochi di Nettuno.
D			XV.	23	X.	Kal. Aug.	
E		N	IV.	24	IX.	Kal. Aug.	Le Furinali. Giuochi Circenſi per ſei giorni. Tramontar dell' Aquario.
F		N P		25	VIII.	Kal. Aug.	Levar della Canicola.
G		C	XII.	26	VII.	Kal. Aug.	Levar dell'Aquila.
H		C	I.	27	VI.	Kal. Aug.	
A		C		28	V.	Kal. Aug.	
B		C	IX.	29	IV.	Kal. Aug.	Tramontar dell' Aquila.
C		C		30	III.	Kal. Aug.	
D		C	XVII.	31	Pridie	Kal. Aug.	

SESTI-

Lettere Nundinali.	Qualità dei Giorni.	Numero d'Oro.	Giorni del Mese.	SESTILE, od AGOSTO, Sotto la protezione di Cerere.		
E	N	VI.	1	*Kalendis*	Aug.	A Marte. Alla Speranza.
F	C	XIV.	2	IV.	Nonas.	Ferie. Perchè Cesare soggiogò la Spagna.
G	C	III.	3	III.	Nonas.	
H	C		4	Pridie	Nonas.	Levar della metà del Leone.
A	F	XI.	5	*Nonis*	Aug.	Alla Salute sul monte Quirinale.
B	F		6	VIII.	Idus.	Alla Speranza. Tramontar dalla metà di Arturo.
C	C	XIX.	7	VII.	Idus.	Tram. della metà dell'Aquario.
D	C	VIII.	8	VI.	Idus.	Al Sole tutelare sul monte Quirinale.
E	N P		9	V.	Idus.	
F	C	XVI.	10	IV.	Idus.	Ad Opi, ed a Cerere.
G	C	V.	11	III.	Idus.	Ad Ercole nel Circo Flaminio. Tramontar della Lira. Principio d'Autunno.
H	C		12	Pridie	Idus.	Le Lignapesie.
A	N P	XIII.	13	*Idibus*	Aug.	A Diana nel bosco Aricio. A Vertunno. Feste degli Schiavi, e Serve.
B	F	II.	14	XIX.	Kal. Sept.	Tramont. al mattino del Delfino.
C	C		15	XVIII.	Kal. Sept.	
D	C	X.	16	XVII.	Kal. Sept.	
E	N P		17	XVI.	Kal. Sept.	Le Portunnali. A Giano.
F	C	XVIII.	18	XV.	Kal. Sept.	Le Consuali. Rapimento delle Sabine.
G	F P	VII.	19	XIV.	Kal. Sept.	Le Vinali ultime. Morte di Augusto.
H	C		20	XIII.	Kal. Sept.	Tramontar della Lira. Il Sole in Vergine.
A	N P	XV.	21	XII.	Kal. Sept.	Le Vinali Eustiche. Li grandi Misteri. Le Consuali.
B	E N	IV.	22	XI.	Kal. Sept.	Levar al mattino del Vindemmiatore.
C	N P		23	X.	Kal. Sept.	Le Vulcanali al Circo Flaminio.
D	C	XII.	24	IX.	Kal. Sept.	Le Ferie della Luna.
E	N P	I.	25	VIII.	Kal. Sept.	Le Opiconsive al Capitolio.
F	C		26	VII.	Kal. Sept.	
G	N P	IX.	27	VI.	Kal. Sept.	Le Volturnali.
H	N P		28	V.	Kal. Sept.	Alla Vittoria nella Curia. Tramontar della Freccia. Fine delli (venti Etesj.
A	F	XVII.	29	IV.	Kal. Sept.	
B	F	VI.	30	III.	Kal. Sept.	Si mostrano gli ornamenti della Dea Cerere.
C	C		31	Pridie	Kal. Sept.	Levar alla sera di Andromeda.

SET-

SETTEMBRE,
Sotto la protezione di Vulcano.

Lettere Nundinali.	Qualità dei Giorni.	Numero d'oro.	Giorni del Mese.			
D	N	XIV.	1	*Kalendis*	Septemb.	A Giove Maimatte. Feste a Nettuno.
E	N	III.	2	IV.	Nonas.	Alla Vittoria d'Augusto. Ferie.
F	NP		3	III.	Nonas.	Le Dionisiache, ossia le Vindemmie.
G	C	XI.	4	Pridie	Nonas.	Giuochi Romani per otto giorni.
H	F		5	*Nonis*	Sept.	
A	F	XIX.	6	VIII.	Idus.	All' Erebo d' un montone, e d'una pecora nera.
B	C	VIII.	7	VII.	Idus.	
C	C		8	VI.	Idus.	
D	C	XVI.	9	V.	Idus.	Levar della Capra alla fera.
E	C	V.	10	IV.	Idus.	Levar della testa di Medusa.
F	C		11	III.	Idus.	Levar della metà della Vergine.
G	N	XIII.	12	Pridie	Idus.	Levar della metà di Arturo.
H	NP	II.	13	*Idibus*	Sept.	A Giove. Dedicazione del Campidoglio. Il Chiodo fitto dal Pretore. Partenza delle Rondini.
A	F		14	XVIII.	Kal. Oct.	Prova de' Cavalli.
B		X.	15	XVII.	Kal. Oct.	Li grandi Giuochi Circensi per voto, duranti cinque giorni.
C	C		16	XVI.	Kal. Oct.	
D	C	XVIII.	17	XV.	Kal. Oct.	
E	C	VII.	18	XIV.	Kal. Oct.	Levar al mattino della Spica della Vergine.
F	C		19	XIII.	Kal. Oct.	Il Sole in Libra.
G	C	XV.	20	XII.	Kal. Oct.	Il Mercato per quattro giorni. Nascita di Romolo.
H	C	IV.	21	XI.	Kal. Oct.	
A	C		22	X.	Kal. Oct.	Tramontar di Argo, e dei Pesci.
B	NP	XII.	23	IX.	Kal. Oct.	Giuochi Circensi. Nascita di Augusto. Levar al mattino del Centauro.
C	C	I.	24	VIII.	Kal. Oct.	Equinozio di Autunno.
D	C		25	VII.	Kal. Oct.	A Venere, a Saturno, e Mania.
E	C	IX.	26	VI.	Kal. Oct.	
F	C		27	V.	Kal. Oct.	A Venere madre. Alla Fortuna del ritorno.
G	C	XVII.	28	IV.	Kal. Oct.	Fine del levar della Vergine.
H	F	VI.	29	III.	Kal. Oct.	
A	C	XIV.	30	Pridie	Kal. Oct.	Festino a Minerva. Le Meditrinali.

OTTO-

Lettere Numerali.	Qualità dei Giorni.	Numero d'Oro.	Giorni d'Ott.	OTTOBRE, Sotto la protezione di Marte,		
B	N	III.	1	*Kalendis*	Octob.	
C	F		2	VI.	Nonas.	
D	C	XI.	3	V.	Nonas.	
E	C		4	IV.	Nonas.	Tramontar al mattino di Boote.
F	C	XIX.	5	III.	Nonas.	Si mostrano gli ornamenti di Cerere.
G	C	VIII.	6	Pridie	Nonas.	Alli Dei Mani.
H	F		7	*Nonis*	Octob.	
A	F	XVI.	8	VIII.	Idus.	Levar della stella brillante della Corona.
B	C	V.	9	VII.	Idus.	
C	C		10	VI.	Idus.	Le Ramali.
D		XIII.	11	V.	Idus.	Le Meditrinali. Principio d'Inverno.
E	NP	II.	12	IV.	Idus.	Le Augustali.
F	NP		13	III.	Idus.	Le Fontinali. A Giove Liberatore. Giuochi per tre giorni.
G	EN	X.	14	Pridie	Idus.	
H	NP		15	*Idibus*	Octob.	Li Mercanti a Mercurio.
A	F	XVIII.	16	XVII.	Kal. Nov.	Giuochi Popolari. Tramontar di Arturo.
B	C	VII.	17	XVI.	Kal. Nov.	
C	C		18	XV.	Kal. Nov.	A Giove Liberatore. Giuochi.
D	NP	XV.	19	XIV.	Kal. Nov.	L' Armilustro.
E	C	IV.	20	XIII.	Kal. Nov.	Il Sole in Scorpione.
F	C		21	XII.	Kal. Nov.	Giuochi per quattro giorni.
G	C	XII.	22	XI.	Kal. Nov.	
H	C	I.	23	X.	Kal. Nov.	Al Padre Liberatore. Tramontar del Toro.
A	C		24	IX.	Kal. Nov.	
B	C	IX.	25	VIII.	Kal. Nov.	
C	C		26	VII.	Kal. Nov.	
D	C	XVII.	27	VI.	Kal. Nov.	Giuochi alla Vittoria.
E	C	VI.	28	V.	Kal. Nov.	Li piccoli Misteri. Tramontar delle Virgilie.
F	C		29	IV.	Kal. Nov.	
G	C	XIV.	30	III.	Kal. Nov.	Le Ferie di Vertunno. Giuochi per voto.
H	C	III.	31	Pridie	Kal. Nov.	Tramontar di Arturo.

NO-

Digitized by Google

Lettere Nundinali.	Qualità dei Giorni.	Numero d'Ore.	Giorni del Mese.			NOVEMBRE, *Sotto la protezione di Diana.*
A	N		1	*Kalendis*	Novemb.	Banchetto di Giove Giuochi Circenſi. Tramontare della teſta del Toro.
B	F	XI.	2	IV.	Nonas.	Tramontare alla ſera dell'Arturo.
C	F		3	III.	Nonas.	Levar al mattino della Fidicula (la Lira).
D		XIX.	4	Pridie	Nonas.	
E	F	VIII.	5	*Nonis*	Novemb.	Li Nettunali. Giuochi per otto giorni.
F	F		6	VIII.	Idus.	
G	C	XVI.	7	VII.	Idus.	Oſtenſione degli ornamenti.
H	C	V.	8	VI.	Idus.	Levar del chiarore dello Scorpione.
A	C		9	V.	Idus.	
B	C	XIII.	10	IV.	Idus.	
C	C	II.	11	III.	Idus.	Clauſura del mare. Tramontare delle Virgilie.
D	C		12	Pridie	Idus.	
E	N P	X.	13	*Idibus*	Nov.	Banchetto comandato. Li Lettiſterni.
F	F		14	XVIII.	Kal. Dec.	Prova de' Cavalli.
G	C	XVIII.	15	XVII.	Kal. Dec.	Giuochi popolari nel Circo per tre giorni.
H	C	VII.	16	XVI.	Kal. Dec.	Fine delle ſemine del formento.
A	C		17	XV.	Kal. Dec.	
B	C	XV.	18	XIV.	Kal. Dec.	Il Mercato per tre giorni. Il Sole in Sagittario.
C	C	IV.	19	XIII.	Kal. Dec.	Cena delli Pontefici in onore di Cibele.
D	C		20	XII.	Kal. Dec.	Tramontar delle corna del Toro.
E	C	XII.	21	XI.	Kal. Dec.	Le Liberali. Tramontar al mattino della Lepre.
F		I.	22	X.	Kal. Dec.	A Plutone, ed a Proſerpina.
G	C		23	IX.	Kal. Dec.	
H	C	IX.	24	VIII.	Kal. Dec.	Bruma, o le Brumali per tre giorni.
A	C		25	VII.	Kal. Dec.	Tramontar della Canicola(Sirio).
B	C	XVII.	26	VI.	Kal. Dec.	
C	C	VI.	27	V.	Kal. Dec.	Sagrifizj Mortuarj alli. Galli diſotterrati, ed alli Greci, *in foro Boario*.
D	C		28	IV.	Kal. Dec.	
E	C	XIV.	29	III.	Kal. Dec.	
F	F	III.	30	Pridie	Kal. Dec.	

Lettera Numinali.	Qualità dei Giorni.	Numero d'oro.	Giorni dell'Anno.			DICEMBRE, Sotto la protezione di Vesta.
G	N	XL.	1	*Kalendis*	Decemb.	Alla Fortuna femminina.
H			2	IV.	Nonas.	
A		XIX.	3	III.	Nonas.	
B		VIII.	4	Pridie	Nonas.	A Minerva, e a Nettuno.
C	F		5	*Nonis*	Decemb.	Le Faunali.
D	C	XVI.	6	VIII.	Idus.	Tramontare della metà del Sagittario.
E	C	V.	7	VII.	Idus.	Levar al mattino dell' Aquila.
F	C		8	VI.	Idus.	
G	C	XIII.	9	V.	Idus.	A Giunone Jugale.
H	C	II.	10	IV.	Idus.	
A	N P		11	III.	Idus.	Le Agonali. Li quattordici giorni Alcionj.
B	E N	X.	12	Pridie	Idus.	
C	N P		13	*Idibus*	Decemb.	L' Equirie, o corsa de' Cavalli.
D	F	XVIII.	14	XIX.	Kal. Jan.	Le Brumali. Le Ambrosiane.
E	N P	VII.	15	XVIII.	Kal. Jan.	Le Consuali. Levar al mattino del Cancro intiero.
F	C		16	XVII.	Kal. Jan.	
G			17	XVI.	Kal. Jan.	Li Saturnali per cinque giorni.
H	C	XV.	18	XV.	Kal. Jan.	Levar del Cigno. Il Sole nel Capricorno.
A	N P	IV.	19	XIV.	Kal. Jan.	Le Opalie.
B	C		20	XIII.	Kal. Jan.	Le Sigillari per due giorni.
C	N P	XII.	21	XII.	Kal. Jan.	Le Angeronali. Le Divali. Ad Ercole, ed a Venere con vino meliato.
D	C	I.	22	XI.	Kal. Jan.	Le Compitali. Le Ferie dedicate ai Lari. Giuochi.
E	N P	IX.	23	X.	Kal. Jan.	Le Ferie di Giove. Le Larentinali, o Laurentinali. Tramontar della Capra.
F	C		24	IX.	Kal. Jan.	Le Giuvenali. Giuochi.
G	C	XVII.	25	VIII.	Kal. Jan.	Il fine delle Brumali. Solstizio d' Inverno.
H	C	VI.	26	VII.	Kal. Jan.	
A	C		27	VI.	Kal. Jan.	A Febo per tre giorni. Levar al mattino del Delfino.
B	C	XIV.	28	V.	Kal. Jan.	
C	F	III.	29	IV.	Kal. Jan.	Tramontar alla sera dell'Aquila.
D	F		30	III.	Kal. Jan.	Tramontar alla sera della Canicola.
E	F	XI.	31	Pridie	Kal. Jan.	

La

La terza colonna è per li diecinove caratteri delli numeri del ciclo lunare, oſſia *numero d'oro*, per ſegnare le nuove lune in tutto l'anno, ſecondo l'ordine col quale eſſe accadevano al tempo di Giulio Ceſare: almeno molti dotti hanno credoto che ſi contaſſero così al tempo di Ceſare, e ſi aveſſe preſo per il primo anno del ciclo lunare l'anno 45 prima di G. C. oſſia l'anno della riforma giuliana; egli è vero che la nuova luna in quell'anno fu nel primo Gennaro: ma Scaligero, e Petavio penſano che queſti nomeri ſieno ſtati poſti nel *calendario* giuliano dopo il Concilio Niceno.

Comunque ſia la coſa, queſta colonna è tratta da Gauricio; ed il P. Petavio *lib. VI, c.° 14* ne diede una particolarizzata ſpiegazione. Nel primo anno del ciclo di 19 anni, la nuova luna accadeva il 2 Gennaro e li 31, il 1 Marzo e li 31, li 29 Aprile, ec. in modo che ſi trova il numero I in faccia a tutti queſti giorni. Il numero II ſi trova in faccia di tutti li giorni dell'anno, che accadeva la nuova luna nel ſecondo anno di ogni ciclo di 19 anni, come alli 20 di Geonaro, o 18 Febbrajo, ec. che erano giorni di nuova luna, l'anno 44 prima di G. C. o 43, ſecondo la maniera di contare degli aſtronomi. Queſto baſterebbe per trovare le nuove lune di un qualunque anno nella ſtoria romana; perchè tutti li 19 anni eſſe ritornavano al primo Geonaro. *Ved.* CICLO LUNARE.

La quarta colonna ſegna la ſerie delli giorni dei meſi, ſecondo l'uſo noſtro; ſi ſono poſti per moſtrare il rapporto che vi è tra la maniera di nominare, e di contare li giorni delli Romani e la noſtra, e far vedere quali ſono, conforme alla maniera noſtra di contare, li giorni, alli quali le feſte romane poſſono corriſpondere.

La quinta colonna contiene la diviſione delli meſi in calende, none ed idi, ch'erano in uſo preſſo li Romani. Ella non è in parti eguali, come le calende delli Greci, ma in porzioni molto differenti, delle quali ſi poſſono vedere le ragioni nel P. Petavio, *Doctr. temp. lib. II cap. 14*. Le varietà ſono rinchiuſe in queſti verſi latini:

Sex Majus nonas, October, Julius, & Mars;
Quattuor at reliqui. Dabit idus quilibet octo.

cioè, che li meſi di Marzo, Maggio, Luglio, Ottobre hanno ſei giorni di none, e che tutti gli altri non ne hanno che quattro; ma che vi ſono in ciaſcheduno otto giorni degl' idi; il che deveſi intendere così, che il primo giorno di ogni meſe ſi chiama ſempre *calendæ* o *kalendæ*, le calende: che nelli quattro meſi Marzo, Maggio, Luglio, ed Ottobre il giorno ſettimo del meſe ſi chiama *nonæ*, le none, ed il decimoterzo *idus*, gl'idi. Gli altri giorni ſi contano a rovescio del meſe ſeguente, come li 28, 29, ec. prima le calende del meſe ſeguente. Li giorni che ſono dalle calende alle none, prendono il nome di none del meſe corrente: gli altri giorni che ſono tra le none e gl'idi, prendono così il nome degl'idi dello ſteſſo meſe. Ma tutti gli altri giorni dagli idi fino al fine, prendono il nome dalle calende del meſe ſeguente. Del reſto ſi vede che le tavole dei faſti, ſulle quali i Romani pongono i loro meſi ed i loro giorni dell'anno, preſero poi il nome di *calendario*, perchè queſto nome di *calende* era ſcritto in groſſi caratteri al principio di ogni meſe. Finalmente l'ultima colonna comprende le coſe che appartengono ſpecialmente alla Religione delli Romani, come ſono le feſte, li ſagrifizi, i giuochi, le ceremonie, li giorni feſtici od infauſti; come pure il cominciar delli ſegni, li quattro punti cardinali dell'anno, che ſono le quattro ſtagioni, il levare e tramontar delle ſtelle. *Ved.* LEVARE ELIACO, ec. Queſt'era di un grand'uſo preſſo gli antichi, che per lungo tempo ſi ſono ſerviti per ſegnare la differenza delle ſtagioni, in vece del *calendario*, almeno fino che fu ridotto in una forma più regolare con la correzione di Giulio Ceſare. Noi vediamo nella maggior parte dei libri degli antichi che ſi governavano affatto coll'oſſervazione del levare e tramontare delle ſtelle, nella navigazione, nell'agricoltura, nella medicina e nella maggior parte degli affari pubblici, e particolari, perchè le apparizioni delle ſtelle erano più facili a ben diſtinguerſi che i limiti delle ſtagioni, e l'ineguaglianza delli giorni.

Io averei accreſciuto queſta parte del *calendario*, ma gli autori antichi ſi accordano sì poco tra loro, che lo averei creduto no lavoro di poco vantaggio.

CALENDARIO GREGORIANO, è quello che ſe ne ſerviamo dall'anno 1582, e fu in Roma regolato ſotto il Papa Gregorio XIII. Era molto tempo che ſi veriava ſu queſto diſegno di riformarlo, come ſi può vedere nella ſtoria eccleſiaſtica del P. Aleſſandro. Pietro d'Ailly, cancelliere dell'univerſità di Parigi, nel 1414, il Cardinale di Cuſa, Regiomontano, ſotto il regno di Siſto IV. ſi occuparono in queſto; l'opera finalmente fu terminata ſotto Gregorio XIII.

Il punto fiſſo, che ſi preſe nella riforma del *calendario*, fu la regola che ſi attribuiſce alli Padri del Concilio Niceno tenuto nel 325. Secondo queſta regola, l'equinozio dev'eſſere li 21 di Marzo, e la feſta di Paſqua la Domenica dopo il dì XIV della luna del primo meſe, cioè della luna, il cui 14 giorno arriva od il giorno ſteſſo, od il giorno dopo l'equinozio.

Si credeva, al tempo del Concilio Niceno, che l'anno foſſe ad un dì preſſo di 365 giorni 5 ore, 55 minuti, ſecondo il parere di Tolomeo. Si ſupponeva dunque che l'equinozio, che cadeva allora li 21 di Marzo, cader doveſſe ſempre così, o che ſi avrebbe poi potuto rime-

diarvi. Ma ſiccome vi ſono ſei minuti di meno nella vera durata dell'anno ſolare, l'equinozio accadeva ogni anno ſei minuti prima che non ſi credeva, ed al tempo di Gregorio XIII, nel 1527, ſi trovò accadere li 11 di Marzo; e perciò averebbe biſognato ommettere tre giorni dell'anno tutti li 400 anni, perchè li 21 di Marzo foſſero ſempre nel vero equinozio.

Li 24 Febbrajo 1582 ſi pubblicò il breve, col quale Gregorio XIII ordinò l'oſſervazione delli tre articoli che devono adempiere per ſempre l'intenzione attribuita al Concilio Niceno: eccoli in riſtretto.

1°. Si è detto che dopo li 4 Ottobre 1582, ſi leveranno 10 giorni del meſe, in modo che il giorno che ſeguirà la feſta di S. Franceſco, che ſi coſtuma di celebrare li 4 Ottobre, ſi chiamerà non li 5, ma li 15 di Ottobre, e la lettera dominicale G ſi cangierà in C.

2°. Perchè per l'avvenire l'equinozio della primavera non poſſa allontanarſi dalli 21 di Marzo, gli anni biſeſtili che accadevano di quattro in quattro anni, non averanno luogo negli anni ſecolari 1700, 1800, 1900, ma ſoltanto l'anno 2000, e così di ſeguito in perpetuo; in modo che tre anni ſecolari ſieno ſempre comuni, ed il quarto biſeſtile.

Il terzo articolo della riforma ha per oggetto le nuove lune, e nè parleremo qui appreſſo.

Ecco la Tavola degli anni ſecolari biſeſtili o comuni, nella quale ſi vede che li numeri ſecolari 16, 20, 24 ec. diviſibili per 4 ſenza avanzo, ſono li ſoli ch'eſprimono gli anni biſeſtili, come nel corſo di un ſecolo li numeri diviſibili per 4 eſprimono pure gli anni biſeſtili.

1600 biſeſtile.	2000 b.	2400 b.
1700 comune.	2100 c.	2500 c.
1800 comune.	2200 c.	2600 c.
1900 comune.	2300 c.	2700 c.

Continuando così, ſi vedrà che l'anno 5200 dev'eſſere biſeſtile, perchè 52 è diviſibile per 4; ma per maggior eſattezza biſognerebbe fare queſto anno di 365 giorni ſoltanto, in modo che dal 4200 fino al 5600 non vi foſſe biſeſtile; perchè l'anno realmente eſſendo di 365 giorni 5 ore 48 minuti primi 48 minuti ſecondi, li 11' 12" che vi ſono di meno, fanno un giorno in 128 anni, o 28 giorni in 3600 anni; così biſognerebbe levare 28 biſeſtili ſecolari ſu 36 ſecoli, nel mentre che la regola precedente non ne leva che 27.

Vi ſarebbe un'altra correzione da farſi nella forma degli anni civili ſe ſi poteſſero cangiare anche gli uſi delle nazioni per il comodo delli calcoli, ſarebbe queſta la diſtribuzione delli meſi.

Carouge conſiderando la durata del tempo impiegata dal ſole a ſcorrere per ogni ſegno, oſſerva che ſe ſi aveſſe poſto il principiar dell'anno al ſolſtizio dell'inverno, facendo li primi tre meſi e li tre ultimi di 30 giorni, il ſole entrerebbe in ogni ſegno quaſi ſempre il primo del meſe, ed ogni ſtagione occuperebbe precisamente tre meſi; e perchè il meſe di Gennaro corriſponde al ſegno, in cui il ſole ſta il minor tempo, ſarebbe per ciò quello da farſi di 29 giorni negli anni comuni. (*Giornale dei dotti*, Agoſto 1776, Gennaro 1779.)

Tutti gli Stati Cattolici adottarono il *calendario* di Gregorio XIII, e li dieci giorni che ſi levarono dall'anno 1582, furono cagione di una differenza che ſuſſiſtette per lungo tempo in Europa nella maniera di contare li giorni; ogni volta, per eſempio, che ſi contava in Inghilterra il giorno 2 di Gennaro, ſi contavano li 12 in Francia, cioè 10 giorni di più; quelli che temevano l'equivoco, facevano la data in queſta maniera, $\frac{2}{12}$ Gennaro, cioè li 2 vecchio ſtile, oſſia ſtile giuliano, e li 22 nuovo ſtile, oſſia ſtile gregoriano. Allora quando nel 1700 ſi levò un'anno biſeſtile, ſecondo il *calendario* gregoriano, la differenza era di 11 giorni; perchè nel *calendario* giuliano ſi aveva fatto l'anno 1700 più lungo di un giorno; il che faceva contare poi un giorno di meno.

Queſta differenza di vecchio e di nuovo ſtile ſuſſiſtette lungo tempo nelli paeſi proteſtanti e nelli paeſi cattolici. Li proteſtanti di Allemagna nel 1700 hanno ricevuto il nuovo *calendario*. Si vede nelle *Tranſazioni Filoſofiche*, n°. 203 ec. quanto ſi penſò in Inghilterra ſulla riforma; ma finalmente è ſtata adottata, ed il nuovo ſtile cominciò in Inghilterra nel meſe di Settembre 1752. Allora ſi levarono 11 giorni, e ſi trovò l'accordo col *calendario* gregoriano: l'uniformità ora ſi è eſteſa in tutti gli Stati dell'Europa; la Ruſſia è il ſolo paeſe in cui ſi contano ancora 11 giorni di meno che negli altri paeſi.

La riforma del *calendario* aveva ancora un altro oggetto nelle viſte della Chieſa, cioè di rimettere le nuove lune, e ſpecialmente il giorno decimo quarto della luna paſquale, nello ſtato ſteſſo in cui erano nel 325, al tempo del Concilio Niceno, e dal quale ſi erano allontanate per più di quattro giorni. Dioniſio il Picciolo aſſicura, che, ſecondo l'intenzione del Concilio, ſi dovea celebrare la Paſqua la prima domenica *dopo* li 14 della luna, ſe li 14 cadono li 21 di Marzo o dopo li 21; così la feſta di Paſqua non doveva mai accadere più preſto delli 22 di Marzo; mentre la regola dice che ſa-

rà la prima domenica dopo li quattordici. Così ella non doveva mai cadere più tardi delli 25 Aprile: perchè se il plenilunio cade alli 20 Marzo, non è più il plenilunio pasquale; si atten derà quello che segue li 21 Marzo o quello delli 18 di Aprile; e se li 18 Aprile non cadono in domenica, non sarà che nella domenica seguente 25 Aprile, che caderà il giorno di Pasqua.

Il P. Alessandro fa vedere come la Chiesa si prese cura, dopo il Concilio Niceno, per impedire che non iscorresse qualche errore nella celebrazione della Pasqua: in questo si versò per molti secoli; ed uno delli primi che si occuparono, fu S. Ippolito vescovo e martire, che viveva l'anno 228. Finalmente Gregorio XIII radunò in Roma delli dotti di diversi paesi nell' an. 1576. Un medico di Calabria, chiamato Luigi Lilio, gli presentò allora un progetto di *calendario*, intitolato: *Compendium novæ rationis restituendi calendarii*, che il Papa indirizzò nel 1577 a tutti li Principi Cristiani ed a tutte le celebri università per farlo esaminare, e che fu adottato in un breve di riforma. L'epatta, nel suo principio, si dovette aggiungere all'anno lunare per formar l'anno solare. La serie delle epatte è la serie delle differenze che si trovano tra queste due sorte di anni. Vi sono delle epatte astronomiche destinate a trovar esattamente le sizigie astronomiche medie in ore, minuti, e secondi. *Ved.* EPATTA. Ma quelle del *calendario* sono destinate soltanto a trovar, secondo la intenzione della Chiesa, e la regola stabilita nel 1582, i giorni delle nuove lune ecclesiastiche: dissi secondo l'intenzione, e la regola della Chiesa, perchè le nuove lune ecclesiastiche non sono affatto d'accordo con le nuove lune medie dell'Astronomia.

L'epatta che ogni anno si segna nel *calendario*, è il numero ch' indica l'età della luna nel principiar di quest'anno, conforme al *calendario* ecclesiastico: ne siegue da ciò che se la nuova luna accade il 1 Gennaro, l'epatta è zero per quest'anno; ma l'anno seguente ella sarà di 11, perchè l'anno lunare non è che di 354 giorni, e l'anno solare di 365 giorni, od undici di più: questo fa che la nuova luna essendo comparsa li 20 Dicembre, la luna averà 11 giorni il 1 Gennaro dell'anno seguente. Così l'anno dopo l'epatta è di 22; il terzo anno sarà di 33: se se ne tolgano 30 per formare un mese completo, ella si riduce di poi a 3. Con questo mezzo l'epatte degli anni seguono l'ordine naturale dei multipli di undici, levando sempre 30; cioè 11, 22, 3, 14, 25, 6, 17, 28, 9, 20, 1, 12, 23, 4, 15, 26, 7, 18, 29. Tale è l'ordine naturale e primitivo dell'epatte, allorchè si suppongono li mesi lunari di 29, e di 30 giorni, gli anni civili di 365 giorni, con un bisestile tutti li quattro anni.

Quest'ordine primitivo e regolare è quello che si suppone all'epoca del Concilio Niceno; ma allontanandosi, si osservano due difetti in questa regola, ossia due interruzioni, che si chiamano *equazione lunare* ed *equazione solare*: la prima accade perchè il ciclo lunare di 19 anni è difettoso d'incirca un ora e mezzo, le 235 lunazioni non facendo interamente 19 anni; in modo che al fine di 312 anni, le nuove lune arrivano un giorno prima, e siamo costretti di prendere l'epatta più grande di una unità. La seconda equazione ha luogo per cagione del togliere tre bisestili dallo spazio di 400 anni, che fa che la nuova luna arrivi più tardi, e fa diminuire l'epatta. Da questa varia ineguaglianza ne risulta, che ogni secolo esige un nuovo ordine di epatta; vi sono 30 serie differenti che formano quella che chiamasi la *tavola estesa delle epatte*, e si troverà qui appresso.

Queste trenta serie tengono luogo di 30 *calendarj* che avrebbe bisognato avere; elle compongono un totale così perfetto, come le regole della Chiesa e della civile società possono esigere.

Queste 30 linee sono disegnate con 30 lettere dell'alfabeto che discendono in un ordine retrogrado, ma nelle quali soltanto si evitò di far uso di certe lettere che possono cagionare confusione nelli caratteri. In capo della tavola, si trovano li 19 numeri del ciclo lunare, cominciando dal 3, che, al tempo del Concilio Niceno, si poneva in faccia al primo di Gennaro. La prima linea orizzontale della tavola, segnata *P*, altro non è che la serie delli numeri sopra indicati, cominciando da 0, o *, senz'altra interruzione che quella di un giorno di più, quando il numero d'oro diviene 1, mentre allora l'ultima lunazione non è che di 29 giorni in vece di 30; lo che fa che avanzino le nuove lune di un giorno. Quest'ultima lunazione è una delle sette intercalari che vi sono in 19 anni; ma ella è eccettuata dalla regola. *Ved.* CICLO LUNARE. La seconda linea segnata N ha un'unità di meno, e così le altre.

La prima linea della tavola delle epatte, segnata P, fu attribuita nella riforma del *calendario* al VI secolo: si supposè che li numeri d'oro indicassero esattamente per quel secolo le nuove lune. Egli si prese per epoca del *calendario* l'anno 550, tempo posteriore a quello del Concilio, perchè si ha voluto che le nuove lune del *calendario* fossero in ritardo sulle nuove lune astronomiche medie, temendosi che la festa di Pasqua non fosse celebrata prima delli XIV della luna pasquale, contro l'intenzione della Chiesa. Ora le nuove lune medie arrivano qualche volta un poco prima della vera nuova luna, sulla quale i Giudei si regolavano. La Chiesa dunque ha voluto avere nel suo *calendario* delle nuove lune medie, che non possono mai avanzare le vere, ma che sempre le seguono.

Si è dunque preso per radice l'anno 550, sotto il regno dell'imperatore Giustiniano; allora li numeri d'oro indicavano le nuove lune circa 16 ore più tardi che al tempo del Concilio Niceno,

ceno, come si rileva dalle tavole astronomiche, e più non vi era pericolo che potessero essere indicate prima delle vere nuove lune. Si attribuisce all' anno 500, ed al sesto secolo intiero la prima linea della tavola generale delle epatte, ch'è segnata P nella tavola estesa che qui noi spieghiamo: ma siccome al fine di 300 anni, cioè l'anno 800, vi è un equazione lunare, e la luna anticipa di un giorno nel *calendario*, le nuove lune accadendo un giorno prima, il numero precedente indica le nuove lune; bisogna prendere l'ultima linea *a*, le di cui epatte sono più grandi di un giorno. Dopo un altro intervallo di 300 anni, cioè l'anno 1100, vi è ancora un'equazione lunare; la luna anticipa di un giorno: bisogna dunque, per il decimo secolo, rimontare di una linea, e si averà la linea *b* che comincia per II, XIII, ec.; così nel 1400, si averà la linea *c*, che comincia per l'epatta III.

Nel 1582, si levarono 10 giorni all'anno: le nuove lune arrivarono dunque 10 giorni più tardi; così, bisogna discendere dieci linee nella tavola generale, e venire a *D* per 1583: io dico che questo si chiama *discendere*, perchè dalla linea *c* alla linea *a* si discende da prima di due linee; e si diminuisce ancora l'epatta dell'unità; si trovano li numeri della prima linea *b* ch'è giudicata discendere ancora di più; perchè la tavola generale dell'epatte è come un circolo nel quale si ricomincia con lo stesso ordine e senza interruzione, allora quando si scorre tutto intiero.

Nel 1600 non vi fu nè un' equazione lunare, nè un' equazione solare, perchè la prima era stata impiegata nel 1400, e la seconda non doveva accadere che nel 1700, 1800, e 1900; così si conservò la linea *D*, che comincia dal XXIII.

Nel 1700 vi è un'equazione solare, perchè si è ommesso un bisestile, e l'anno è stato più corto di un giorno: le nuove lune hanno dovuto accadere per tal ragione un giorno più tardi, e per indicarle un giorno più tardi bisogna fare l' epatta più picciola di un unità: così, nel 1700 bisognò discendere di una linea nella tavola e prendere il seguito dell'epatte che corrispondono alla lettera *C*, e che comincia da XXII. Questo deve accadere ogni volta che si ommette un giorno o si passa un bisestile: il che noi chiamiamo equazione solare. Si doveva avere un equazione lunare nel 1700; ma fu rimessa al 1800.

Sebbene l'equazione lunare sia stata impiegata per l'anno 1400, la luna anticipa di un giorno sul ciclo lunare, non in 300 anni, ma solo in $312\frac{1}{2}$ anni. Questi $12\frac{1}{2}$ anni erano stati ommessi quattro volte dopo l'anno 300: cioè nel 800, 1100, 1400, 1700: così vi furono 50 anni nei quali si aveva anticipato l'equazione lunare. Allora partendo dall'anno 550, dovea si impiegare nel 850, 1150, 1450, 1750 l'equazione lunare; così aggiungendo ancora a 1750 li 50 anni dei quali si rimaneva in dietro, si trova che nel 1800 bisognerà impiegare l'equazione lunare: si ritardano così tutti li 25 secoli. Quest'equazione farebbe un aumento nell'epatta di 1800: ma in quest'anno vi sarà un giorno intercalare ommesso, come nel 1700, e per conseguenza si dovrebbe anche togliere uno dall'ordine dell'epatte e discendere di una linea nella tavola generale. Questi due effetti si distruggeranno; le nuove lune pè monteranno, nè discenderanno; ma resteranno nelli giorni stessi; la stessa linea *C* nella tavola generale servirà per tutto il secolo 19 che comincia nel 1800, come ha servito nel secolo precedente.

Nel 1900 si ommetterà ancora un giorno intercalare; le nuove lune discenderanno di un giorno; bisognerà discendere alla linea *B* della tavola generale. L'anno 2000 non cangerà linea, perchè non ha quest'anno nè intercalare ommesso, nè equazione lunare. Nel 2100 si ommette un'intercalare, e s'impiega l'equazione lunare, perchè vi sono 300 anni scorsi dopo 1800, in cui si fece l'ultima equazione: così il 22 secolo, che comincia nel 2100, conserverà la stessa lettera *B* del secolo precedente, come offervai all'anno 1800.

Nel 2100, si ommetterà un intercalare, e non vi sarà equazione lunare: così si discenderà alla linea *A* della tavola generale; e per la stessa ragione, nel 2300, si discenderà alla linea *u*.

Nel 2400, si averà avuto 300 anni dopo l'ultima equazione lunare di 2100: vi sarà dunque un' equazione lunare: ma non vi sarà equazione solare: così, le nuove lune ascenderanno di un giorno e si ritornerà alla linea *A*.

2500, equaz. sol. si discenderà alla lin. *u*.
2600, equaz. sol. si discenderà alla lin. *t*.
2700, equaz. sol. e lun. si conserverà la lin. *t*.
2800, nessuna equaz. si conserverà la lin. *t*.

Così, nelli principj di Lilio, è facile continuare all'infinito la tavola dell'*equazione dell' epatte*, se si riguarda all'intercalare che si deve levare tre volte in 400 anni, ed all'equazione lunare che deve arrivare tutti li 300 anni, prima sette volte di seguito, e dopo questo al fine di 400 anni solamente, a cagione di 12 anni e mezzo che si lasciarono tutti li 300 anni, e che si trovano avere prodotto 100 anni al termine di otto volte 300 anni, o di 2400 anni; bisogna allora rimandare l'equazione lunare all'anno secolare che seguirà, come abbiamo indicato, allorchè arrivati a 1700 anni abbiamo rigettato l'equazione lunare al 1800. Accaderà dunque sempre che l'equazione lunare sarà differita al termine di 2400 anni, contan-

tando dal 1800, cioè negli anni 4300, 6800, 9300, 11800, e così di seguito, andando sempre per 2500; allora in vece di essere impiegata al fine di 300 anni, non lo sarà che al fine di 400 anni per questa volta; con tal mezzo la luna non riscende nel *calendario* che di 8 giorni in 2500 anni, in vece ch'ella rimonterebbe di 8 giorni in 2400 anni. Si sono segnati questi anni di ritardo con un doppio carattere ☾☾ nella tavola dell' equazione dell' epatte che si troverà più avanti, e dove si vede qual linea devesi prendere per ogni secolo nella tavola estesa delle epatte.

TAVOLA ESTESA DELL' EPATTE.

Che contiene le trenta serie d'Epatte che possono accadere in differenti secoli, secondo il Calendario Gregoriano. *Articolo* 1575, pag. 303.

Osservazioni. Li Numeri d'Oro sono nella prima linea della Tavola, in capo di ogni colonna. La 9ª linea è segnata C, *ed è quella che ha luogo dal* 1700 *fino al* 1900, *e che ricomincia tutti li* 19 *anni. Per esempio, l'Epatta è XXII nel* 1769, 1788, 1807, *ec.*

	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
P	*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	P
N	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	N
M	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	M
H	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	H
G	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	G
F	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	F
E	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	E
D	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	D
C	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	C
B	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	B
A	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	A
u	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	u
t	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	t
s	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	s
r	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	25	r
q	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	q
p	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	p
n	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	n
m	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	m
l	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	l
k	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	k
i	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	i
h	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	h
g	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	g
f	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	f
e	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	e
d	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	d
c	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	c
b	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	b
a	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	a

TAVOLA ESTESA DELL' EPATTE.

Che contiene le trenta ſerie d'Epatte che poſſono accadere in differenti ſecoli, ſecondo il Calendario Gregoriano. *Articolo* 1575, pag. 303.

Oſſervazioni. Li Numeri d'Oro ſono nella prima linea della Tavola, in capo di ogni colonna. La 9ª linea è ſegnata C, *ed è quella che ha luogo dal* 1700 *fino al* 1900, *e che ricomincia tutti li* 19 *anni. Per eſempio, l'Epatta è XXII nel* 1769, 1788, 1807, *ec.*

	13	14	15	16	17	18	19	1	2
P	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VIII	XIX
N	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	25	VII	XVIII
M	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	VI	XVII
H	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	V	XVI
G	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	IV	XV
F	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	III	XIV
E	XIV	25	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	II	XIII
D	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	I	XII
C	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	*	XI
B	XI	XXII	III	XIV	25	VI	XVII	XXIX	X
A	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVIII	IX
u	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVII	VIII
t	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	XXVI	VII
s	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXV	VI
r	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIV	V
q	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXIII	IV
p	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXII	III
n	III	XIV	25	VI	XVII	XXVIII	IX	XXI	II
m	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XX	I
l	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XIX	*
k	*	XI	XXII	III	XIV	25	VI	XVIII	XXIX
i	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVII	XXVIII
h	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XVI	XXVII
g	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XV	XXVI
f	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIV	XXV
e	25	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XIII	XXIV
d	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XII	XXIII
c	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	XI	XXII
b	XXII	III	XIV	25	VI	XVII	XXVIII	X	XXI
a	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	IX	XX

TAVOLA DELL' EQUAZIONE DELL'EPATTE.

Anni.	Linee dell' Epatte.	Anni.	Linee dell' Epatte.	Anni.	Linee dell' Epatte.
1582	D	☼ 2500	u	☼ 3500	p
Biſeſt. 1600	D	☼ 2600	t	Biſeſt. ☾ ☼ 3600	q
☼ 1700	C	☾ ☼ 2700	t	☼ 3700	p
☾ ☾ ☼ 1800	C	Biſeſt. 2800	t	☼ 3800	n
☼ 1900	B	☼ 2900	ſ	☾ ☼ 3900	n
Biſeſt. 2000	B	☾ ☼ 3000	ſ	Biſeſt. 4000	n
☾ ☼ 2100	B	☼ 3100	r	☼ 4100	m
☼ 2200	A	Biſeſt. 3200	r	☼ 4200	l
☼ 2300	u	☾ ☼ 3300	r	☾ ☾ ☼ 4300	l
Biſeſt. ☾ 2400	A	☼ 3400	q	Biſeſt. 4400	l

Vi ſarebbe un cangiamento da farſi dopo l'anno 2400 nelle regole precedenti ed un altro a capo di 481, 436 anni, ma ſi ſono laſciate; già ſe ne può vedere la deſcrizione in Clavio.

Seguendo queſte regole, ſi troverà il ritorno delle ſteſſe lettere e nell'ordine ſteſſo al fine di 300000 anni; queſto è il gran ciclo del calendario, ma ſiccome le date non comportano una sì gran preciſione, noi non ſi fermeremo in queſta particolarità.

Quando ſi ha trovato con la tavola eſteſa delle epatte, qual è quella delle 30 linee della quale ſe ne deve far uſo nel ſecolo in cui ſi ſi trova; il numero d'oro ch'è in principio di ogni colonna inſegna qual'è l'epatta dell'anno; così nel 1782 il numero d'oro eſſendo 16, ſi trova al di ſotto del 16, nella nona linea ſegnata *C*, che l'epatta è XV; nel 1786 ella ſarà * che vuol dire 30, o zero.

Conoſcendo l'epatta dell'anno, ſi poſſono trovar tutte le nuove lune e li giorni della ſettimana nel *calendario perpetuo* dell'epatte, oſſia *calendario* di Gregorio XIII, che ſi troverà qui appreſſo, ove ſono ſegnate l'epatte *, xxix, xxxiij, ec. e le lettere *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, cominciando dal primo giorno di Gennaro; in queſto *calendario* tutti li giorni, ai quali corriſponde l'epatta dell'anno, ſono quelli delle nuove lune in quell'anno; ma vi ſono tre oſſervazioni da farſi ſu tre articoli particolari di queſto *calendario* perpetuo.

In luogo del numero 30, ſi pone una ſtella * che tien luogo di 30 e di zero; in fatto negli anni ne' quali vi è una nuova luna, il primo Dicembre e li 31, l'epatta che ſegna l'età della luna quando l'anno finiſce, dovrebbe eſſere 30, perchè la luna ha 30 giorni quando l'anno finiſce, ma ella dovrebbe eſſere zero ſe ſi conſidera la nuova luna del 31 Dicembre; così, ſi pone un ſegno ambiguo che tien le veci dell'una e dell'altra, e ſi applica egualmente a quelle due circoſtanze.

Nel *calendario perpetuo* ſi ſono praticate ſei interruzioni, ove ſi ſono poſte inſieme l'Epatte XXIV e XXV; ſenza di queſto le 12 ſerie dell'epatte che ciaſcheduna è di 30, formerebbero 360 giorni, in vece di 354, ch'eſſe devono formare per accordarſi con l'anno lunare che ha 11 giorni di meno dell'anno ſolare. Queſta ſoppreſſione di 6 giorni è ſtata compartita ſulla ſeconda trentina, ſulla 4, 6, 8, 10, e 12; e li giorni ne' quali ella cade, ſono li 5 Febbraro, li 5 Aprile, li 3 Giugno, il 1 Agoſto, li 29 Settembre, e li 27 Novembre. Queſti ſei giorni, che per la diſpoſizione precedente, dovrebbero avere XXV di epatta, hanno in una volta XXV e XXIV. Così ſi guadagna un numero ogni volta, e ſi trova che alla fine di Dicembre ſi ha guadagnato 6 giorni, che aggiunti alli 5 giorni, i quali ſono di meno nelli 360 giorni di epatta, che nell'anno, fanno 11 giorni: queſto dav'eſſere, perchè l'anno lunare non ha che 354 giorni.

CALENDARIO PERPETUO DELL'EPATTE,

SECONDO GREGORIO XIII.

Che serve a trovare tutte le nuove Lune, li Giorni della settimana e le Feste mobili in qualunque anno.

GENNARO.			FEBBRARO.		MARZO.		APRILE.		MAGGIO.		GIUGNO.	
G. del M.	Epatte.	Let. dom.										
1	*	A	XXIX	D	*	D	XXIX	G	XXVIII	B	XXVII	E
2	XXIX	B	XXVIII	E	XXIX	E	XXVIII	A	XXVII	C	25.XXVI	F
3	XXVIII	C	XXVII	F	XXVIII	F	XXVII	B	XXVI	D	XXV.XXIV	G
4	XXVII	D	25.XXVI	G	XXVII	G	25.XXVI	C	25.XXV	E	XXIII	A
5	XXVI	E	XXV.XXIV	A	XXVI	A	XXV.XXIV	D	XXIV	F	XXII	B
6	25.XXV	F	XXIII	B	25.XXV	B	XXIII	E	XXIII	G	XXI	C
7	XXIV	G	XXII	C	XXIV	C	XXII	F	XXII	A	XX	D
8	XXIII	A	XXI	D	XXIII	D	XXI	G	XXI	B	XIX	E
9	XXII	B	XX	E	XXII	E	XX	A	XX	C	XVIII	F
10	XXI	C	XIX	F	XXI	F	XIX	B	XIX	D	XVII	G
11	XX	D	XVIII	G	XX	G	XVIII	C	XVIII	E	XVI	A
12	XIX	E	XVII	A	XIX	A	XVII	D	XVII	F	XV	B
13	XVIII	F	XVI	B	XVIII	B	XVI	E	XVI	G	XIV	C
14	XVII	G	XV	C	XVII	C	XV	F	XV	A	XIII	D
15	XVI	A	XIV	D	XVI	D	XIV	G	XIV	B	XII	E
16	XV	B	XIII	E	XV	E	XIII	A	XIII	C	XI	F
17	XIV	C	XII	F	XIV	F	XII	B	XII	D	X	G
18	XIII	D	XI	G	XIII	G	XI	C	XI	E	IX	A
19	XII	E	X	A	XII	A	X	D	X	F	VIII	B
20	XI	F	IX	B	XI	B	IX	E	IX	G	VII	C
21	X	G	VIII	C	X	C	VIII	F	VIII	A	VI	D
22	IX	A	VII	D	IX	D	VII	G	VII	B	V	E
23	VIII	B	VI	E	VIII	E	VI	A	VI	C	IV	F
24	VII	C	V	F	VII	F	V	B	V	D	III	G
25	VI	D	IV	G	VI	G	IV	C	IV	E	II	A
26	V	E	III	A	V	A	III	D	III	F	I	B
27	IV	F	II	B	IV	B	II	E	II	G	*	C
28	III	G	I	C	III	C	I	F	I	A	XXIX	D
29	II	A			II	D	*	G	*	B	XXVIII	E
30	I	B			I	E	XXIX	A	XXIX	C	XXVII	F
31	*	C			*	F			XXVIII	D		

CALENDARIO PERPETUO DELL'EPATTE,

SECONDO GREGORIO XIII.

Che serve a trouare tutte le nuoue Lune, li Giorni della settimana e le Feste mobili in qualunque anno.

LUGLIO.			AGOSTO.		SETTEMB.		OTTOB.		NOVEMBRE.		DICEMB.	
G. del M.	Epatte.	Let. dom.										
1	XXVI	G	XXV.XXIV	C	XXIII	F	XXII	A	XXI	D	XX	F
2	23.XXV	A	XXIII	D	XXII	G	XXI	B	XX	E	XIX	G
3	XXIV	B	XXII	E	XXI	A	XX	C	XIX	F	XVIII	A
4	XXIII	C	XXI	F	XX	B	XIX	D	XVIII	G	XVII	B
5	XXII	D	XX	G	XIX	C	XVIII	E	XVII	A	XVI	C
6	XXI	E	XIX	A	XVIII	D	XVII	F	XVI	B	XV	D
7	XX	F	XVIII	B	XVII	E	XVI	G	XV	C	XIV	E
8	XIX	G	XVII	C	XVI	F	XV	A	XIV	D	XIII	F
9	XVIII	A	XVI	D	XV	G	XIV	B	XIII	E	XII	G
10	XVII	B	XV	E	XIV	A	XIII	C	XII	F	XI	A
11	XVI	C	XIV	F	XIII	B	XII	D	XI	G	X	B
12	XV	D	XIII	G	XII	C	XI	E	X	A	IX	C
13	XIV	E	XII	A	XI	D	X	F	IX	B	VIII	D
14	XIII	F	XI	B	X	E	IX	G	VIII	C	VII	E
15	XII	G	X	C	IX	F	VIII	A	VII	D	VI	F
16	XI	A	IX	D	VIII	G	VII	B	VI	E	V	G
17	X	B	VIII	E	VII	A	VI	C	V	F	IV	A
18	IX	C	VII	F	VI	B	V	D	IV	G	III	B
19	VIII	D	VI	G	V	C	IV	E	III	A	II	C
20	VII	E	V	A	IV	D	III	F	II	B	I	D
21	VI	F	IV	B	III	E	II	G	I	C	*	E
22	V	G	III	C	II	F	I	A	*	D	XXIX	F
23	IV	A	II	D	I	G	*	B	XXIX	E	XXVIII	G
24	III	B	I	E	*	A	XXIX	C	XXVIII	F	XXVII	A
25	II	C	*	F	XXIX	B	XXVIII	D	XXVII	G	XXVI	B
26	I	D	XXIX	G	XXVIII	C	XXVII	E	25.XXVI	A	25.XXV	C
27	*	E	XXVIII	A	XXVII	D	XXVI	F	XXV.XXIV	B	XXIV	D
28	XXIX	F	XXVII	B	25.XXVI	E	25.XXV	G	XXIII	C	XX III	E
29	XXVIII	G	XXVI	C	XXV.XXIV	F	XXIV	A	XXII	D	XXII	F
30	XXVII	A	25.XXV	D	XXIII	G	XXIII	B	XXI	E	XXI	G
31	26.XXVI	B	XXIV	E			XXII	C			19.XX	A

Le

Le 12 lunazioni di ciaſchedun anno ſono alternativamente di 30 e di 29 giorni; ſicchè ſi pongono alternativamente 30 epatte, e 29, da prima le 30 nel meſe di Gennaro, poi 29 ſoltanto, unendone due nello ſteſſo giorno, poi 30 e così di ſeguito. L'epatta XXIV in Febbraro e tutte quelle che la ſeguono, ſi trova riſalita un poſto al di ſopra del ſuo luogo naturale verſo il principiar del meſe, a cagione delle due epatte XXV, e XXIV che ſono unite li 5 Febbraro: così in lunazioni che cominciano dalle 30 epatte che precedono le due epatte unite li 5 di Febbrajo, cioè dall'epatte XXV, XXVI, XXVII, XXVIII, XXIX, *, I, II, ec. ſino all'epatta XXIV ioclusivamente, contengono ſoltanto 29 giorni; convien dire lo ſteſſo delle lunazioni che corriſpondono alle 30 epatte ſimili, che precedono nei cinque altri luoghi del *calendario* la riunione di XXIV, e XXV.

Nelli meſi che hanno due epatte nello ſteſſo giorno XXV, e XXIV, ſi potrebbe temere che non vi ſoſſero due nuove lune indicate nello ſteſſo giorno nello ſpazio di 19 anni; cioè l'una quando l'epatta dell'anno foſſe XXV, e l'altra quando ella foſſe XXIV; ora non ſi poſſono avere due nuove lune in 19 anni che cadono nello ſteſſo giorno del meſe, poichè non ritornano che dopo li 19 anni ſcorſi. Per ſchivare queſto inconveniente nella diſpoſizione dell'epatte della tavola eſteſa, ſi è poſto 25 in cifra araba in vece di XXV in tutte le ſerie di epatte, od in tutte le linee ove li due numeri 24, e 25 ſi trovano inſieme e poſſono ritornare nello ſpazio di 19 anni, queſto numero 25 è poſto nel *calendario* a lato del XXVI, perchè in queſte ſteſſe linee di epatte li numeri 25, e XXVI non poſſono trovarſi inſieme nello ſpazio di 19 anni.

Nelli meſi che hanno 25, e XXVI di epatta allo ſteſſo luogo od allo ſteſſo giorno, non può accadere più che la nuova luna ſia indicata due volte nello ſteſſo giorno in 19 anni, perchè 25 non ſi trova più nelle otto ſerie di epatte che contengono venticinque o ventiſei, non ſi è poſto in queſta che il numero romano XXV, che nel *calendario*, è vicino al XXIV; ma XXV, e XXIV non ſono inſieme in queſte otto ſerie; così ſi ebbe ſempre cura di fare in modo che le due figure che ſono inſieme nel Calendario in uno ſteſſo giorno, non ſoſſero nello ſteſſo ſito di epatte; egli è ben vero che gli ſteſſi numeri vi ſono, ma l'uno è in cifre romane, l'altro in cifre arabe, e queſta differenza di forma le diſtingue molto; qualche volta ſi pone il 25 in roſſo, come nelli Breviarj o nelli libri ſtampati in due colori.

Ogni volta che nelli cicli di 19 anni, l'epatta di XXV concorre con un numero d'oro più grande di undici, cioè con li numeri d'oro, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, vi è ſempre in queſto ſteſſo ciclo un'epatta XXIV, ma ſe per ſorte ſi prende l'epatta 25 ch'è di un carattere o colore differente, che nelli ſei luoghi del *calendario* è poſta a lato dell'epatta XXVI, non potrà mai avere due nuove lune nello ſteſſo giorno, perchè queſta epatta 25 ſegnata di uo carattere e di un altro colore, corriſponde per tutto ad un giorno differente di quello dell'epatta XXIV.

Ma allora quando in un ciclo di 19 anni, l'epatta XXV s'incontra in un numero d'oro più picciolo del 12, o con li numeri d'oro 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, non può accadere che nello ſteſſo ciclo l'epatta XXIV ſi trovi adoperata con l'epatta XXV: per allora ſi prende l'epatta XXV, che in ſei luoghi è ſegnata nello ſteſſo giorno che l'epatta XXIV, e poichè l'epatta XXIV non avera luogo in quel ciclo, non ſi riſchia di trovare nello ſteſſo ciclo due nuove lune nello ſteſſo giorno.

Così, quantunque l'epatta 25 ch'è differente di carattere, o di colore, ſi trova nelli ſei giorni dell'anno a lato dell'epatta XXVI, pure non ſi temerà di trovare due nuove lune nello ſteſſo giorno nelli 19 anni, perchè quando l'epatta XXV ſi trova con un numero d'oro più grande di 11 (e queſti ſono li ſoli caſi, ne' quali ſi ſerve del carattere 25), l'epatta XXVI non ha mai luogo nello ſteſſo ciclo per indicare le nuove lune.

In fatto, nella tavola eſteſa dell'epatte, ſi vede alle 8 linee ſegnate N, E, B, r, n, k, e, b, che ciaſcheduna corriſponde ad un ciclo lunare intiero di 19 anni; l'epatta 25 diſtinta dalle cifre arabe ſotto li 8 numeri d'oro, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, l'epatta XXIV ſotto le undici altre, e non mai l'epatta XXVI; ma nelle 22 altre linee orizzontali della tavola, ove l'epatta XXV trovaſi ſotto li 11 piccioli numeri d'oro da 1 ſino a 12, ſi trova qualche volta l'epatta XXVI, ma non ſi trova XXIV. Se dunque ſi prende ora l'epatta XXV ch'è nel *calendario* a lato del XXIV, ed ora l'epatta 25 ch'è di un altro carattere, o di un'altro colore, e poſta nel *calendario* a lato del XXVI, avendo riguardo alli numeri d'oro piccioli, o grandi con li quali ella concorre, non accaderà mai, che nello ſteſſo ciclo di 19 anni vi ſieno due nuove lune, nel medeſimo giorno del meſe, ſebbene nelli ſei ſiti ſopra marcati, vi è nello ſteſſo giorno XXV con XXIV, e XXVI con l'epatta 25 di un carattere differente.

Così l'epatta XXIV non può aver luogo quando l'epatta * XXV concorre con uno delli undici primi numeri d'oro, ma ſoltanto quando ella concorre con un numero d'oro più grande di 11, e l'epatta XXVI non ha mai luogo allor quando l'epatta 25 di carattere differente concorre con un numero d'oro più grande di 11.

Queſt'epatta 25 rialzata di un giorno, fa che la 2.ª luna dell'anno ha 29 giorni, e non 30, e corriſponde meglio al medio moto della luna dell'epatta 25, ch'è un poco in ritardo.

Si

Si sono scelte l'epatte XXV e XXIV per unirle insieme, sebbene si averebbe potuto scegliere due altre epatte qualunque fossero; ma fu ad un di presso verso questi stessi giorni che si adoperò l'equazione della luna nell'antico *calendario* delli numeri d'oro del Concilio Niceno, e si procurò di approssimarsi più ch'è stato possibile nella disposizione del nuovo *calendario*.

Questi numeri XXV, e XXIV che si pongono insieme, sono stati scelti anche allora con questo disegno, per fare in modo che quasi tutte le lunazioni pasquali fossero di 29 giorni, come voleano li Padri del Concilio Niceno, e che cominciassero sempre tra li 8 Marzo e li 5 Aprile. Non vi sono nel nuovo *calendario* che due eccezioni alla prima regola, cioè quando si ha per epatta 25, o XXIV, e che 25 concorre con un numero d'oro più grande di 11, il che di rado accade. Non vi sono che queste due lune pasquali che sieno di 30 giorni. Allora quando li Padri del Concilio Niceno assegnarono uno spazio di 29 giorni per le nuove lune pasquali, dalli 8 Marzo fino alli 5 di Aprile, era facile di unire 19 numeri d'oro, in modo che tutti daffero delle lunazioni di 29 giorni; ma siccome vi sono 30 epatte, non si potrebbe ordinarle tutte in 29 giorni, almeno quando non le ne ponessero due alla volta in uno stesso giorno, come accadde li 5 Aprile. Il che fa che la lunazione dell'epatta XXIV ha 30 giorni, e per conseguenza così quella dell'epatta 25, posta sopra di XXIV. (*Clavius pagina* 103.)

L'equazione della luna si pone alli 5 di Aprile per una ragione simile di avvicinarsi all'uso antico della Chiesa; ma sarebbe cosa troppo lunga l'entrar qui in queste particolarità.

Il terzo artifizio adoperato nella disposizione dell'epatte del *calendario perpetuo*, consiste ad aver posto nel fine di Dicembre a lato dell'epatta XX, un'epatta straordinaria 19, ch'è pur differente o di carattere o di colore. Questo serve unicamente per marcare la nuova luna l'ultimo di Dicembre, allora quando l'epatta XIX concorre con li numeri d'oro 19, il che più non accaderà fin dopo l'anno 8200 ed allora quando di 30 cicli della tavola estesa, quello che ha la lettera *D* sarà in uso, come lo è stato dopo la correzione gregoriana fino all'anno 1700 esclusivamente, soltanto in questa linea *D* l'epatta XIX si trova sotto il numero d'oro 19; l'epatta 19 posta alli 31 di Dicembre, deve allora indicare una nuova luna, come è accaduto nel 1595, 1614, 1633, 1652, 1671, 1690; in fatto da che il numero d'oro è 19, si deve aggiungere 12 all'epatta dell'anno per formare quella dell'anno seguente, nel mentre che non si aggiungerebbero che 11 negli altri casi. Così all'epatta XIX allora quando ella ha luogo col numero d'oro 19, bisogna aggiungere 12 e si ha 1 di epatta per l'anno seguente, ma l'uso dell'epatta 1 non si trova nel *calendario* che alli 30 di Gennaro; dunque se l'epatta 19 non fosse posta nel *calendario* li 31 di Dicembre per indicare una nuova luna, la lunazione di Dicembre non contenendo allora che 29 giorni, non vi sarebbe lunazione indicata nel *calendario* dalli 2 Dicembre fino li 29. Gennaro, perchè nel mese di Dicembre non vi è altra epatta XIX che quella del 2 Dicembre, e nel mese di Gennaro non vi è altra epatta 1 prima del 30. Pare vi è nel caso presente una luna di 29 giorni che comincia li 2 Dicembre; il calcolo prova anche che vi è in fatto una nuova luna media in quel giorno, quando il numero d'oro 19 concorre con l'epatta XIX. (*Clavius pag.* 104.)

Ma l'eccezione di cui si tratta, ossia l'addizione dell'epatta 19, straordinariamente cumulata con l'epatta XX li 31 Dicembre, non fa nel *calendario* alcuna confusione, perchè ella è a lato dell'epatta XX che mai non ha luogo nel ciclo, in cui l'epatta XIX concorre col numero d'oro 19. In fatto, si può vedere nella tavola estesa dell'epatte, che la linea *D*, che ha luogo nel caso preveduto non rinchiude l'epatta XX. Questo numero non si trova nelle 19 epatte di questo ciclo; egli non può dunque avere un doppio uso, nè due nuove lune indicate nello stesso giorno nello spazio di 19 anni, sebbene vi sono due epatte nello stesso giorno, cioè 19, e XX.

L'epatte non possono indicare che le nuove lune medie, cioè le nuove lune che avrebbero luogo, se la luna ed il sole avessero sempre un moto uniforme, e se la loro longitudine media fosse sempre uguale alla vera loro longitudine. Sarebbe questo bastante per l'uso del *calendario* civile; perchè si potrebbe assicurarsi di non aversi ad ingannare di più di un giorno restringendosi alli moti medj: ma noi dobbiamo osservare ancora, che non solo le nuove lune disegnate nel *calendario* per l'epatte non sono le nuove lune astronomiche vere che si osservano e si trovano nell'effemeridi, ma non sono neppure esattamente d'accordo con le nuove lune medie. Vi sono spesso delle differenze che divengono sensibili; per esempio, nel 1700 la piena luna media arrivò il sabbato, 3 Aprile, verso le ore 11 della sera a Roma; Pasqua doveasi dunque celebrare il giorno dopo, secondo la regola; ma nel *calendario* la piena luna era indicata per li 4 Aprile, la festa si trovava mandata alli 11 dello stesso mese. (*Vedi la Storia dell' Accad.* 1701.). Dopo la correzione gregoriana si ha voluto rimettere le nuove lune nelli luoghi stessi, ne' quali erano al tempo del Concilio Niceno, col mezzo del ciclo di 19 anni. Ma siccome in 615 anni il ciclo riconduce la nuova luna due giorni più presto, vi erano allora quattro giorni di differenza tra le nuove lune astronomiche e quelle del ciclo. Nell'esecuzione non si ha tenuto conto che di tre giorni in vece di 4; da questo ne deriva che la piena luna astronomica media accade spesso un giorno avanti della piena luna Pasquale, e che il *calendario*

non

non ha, appunto per questo riguardo, la esattezza che aveasi intenzione di dargli. Da ciò avviene ancora la contraddizione apparente che si trova qualche volta tra li calcoli rigorosi dell'Astronomia, e li calcoli del computo ecclesiastico.

Così nell'esecuzione del disegno della riforma, non si è seguito esattamente l'intenzione della bolla di Gregorio XIII; avrebbesi dovuto avere un'equazione lunare nel 1700. Dopo il 1700 l'epatta corrispondendo al numero d'oro 1, avrebbe dovuto essere 1, in vece che non se le attribuisce che 0, ovvero *, in modo che non si accrebbero che di 3 giorni le epatte lunari, dal Concilio fino al presente, in vece di quattro giorni. Questo errore di un giorno ha fatto cadere la festa di Pasqua nel 1704 li 23 di Marzo, nel mentre che ella avrebbe dovuto essere li 22 Aprile, perchè la piena luna in quell'anno doveva essere segnata li 20 Marzo è non lo fu che li 21: ora li 20 Marzo non appartiene al mese Pasquale, ma bensì li 21. (*Ist. Accad.* 1701.) (*Jo. Bernulli opera, Losanna*, 1743, *tom. IV.*) La ragione di questo difetto è, che l'oggetto delli riformatori fu di restare piuttosto al disotto che al disopra delle vere nuove lune, per impedire che le epatte non indicassero la nuova luna più presto che realmente non arriva; e la festa di Pasqua non fosse celebrata li dì XIV della luna, od anche più presto, cioè nel tempo stesso che li giudei o gli eretici Quartodecimani. (*Fleury, Hist. eccles. ann.* 196.) Per tal effetto non si ebbe più riguardo alla piena luna di quello sia alla luna nuova; non si temè che accadesse che la festa di Pasqua fosse celebrata più tardi delli XXI della luna: ma bensì si teneva la celebrazione, la quale avrebbe potuto cadere li XIV della luna, quando si trova di domenica, perchè questo è il giorno che hanno scelto i giudei per immolare l'agnello pasquale.

Questa osservazione era stata fatta da Clavio, che osserva essere stato questo l'uso antico della Chiesa, *pag.* 55, e 352. Questo averebbe dovuto prevenire il rimprovero astronomico fatto dal Cassini al *calendario* gregoriano, se ciò non fosse perchè Cassini non trovò una tal ragione sufficiente per aver fatto ponere tra il *calendario* e l'Astronomia una tal differenza. Ella nuoce all'esattezza del *calendario*, relativamente all'uso che se ne può fare per trovar le vere nuove lune.

Per trovare l'epatta e le feste mobili in qualunque anno, si comincierà dal cercare il numero d'oro. Questo numero, preso dalla sommità della tavola estesa dell'epatte, segnerà la colonna nella quale deve trovarsi l'epatta.

Per sapere in qual linea della tavola, ed in faccia a qual lettera bisogna cercar l'epatta, si prenderà nella tavola dell'*equazione dell'epatte*, la lettera che conviene al secolo in cui si si trova, e converrà prendere in questa linea l'epatta corrispondente al numero d'oro.

Per avere una regola particolare per questo secolo ed il seguente, in cui si adopera la lettera C, si parte dall'epatta XVIII, che ha luogo l'ultimo anno di ogni ciclo lunare, si aggiunge 11 per ogni anno ed uno di più, perchè il primo anno del ciclo l'epatta accresce di 11, e si leva 30 quante volte si può. Così si moltiplicherà per 11 il numero d'oro dell'anno corrente; si aggiungerà 19; si dividerà questa somma per 30, e si avrà per il resto l'epatta dell'anno. Si può così moltiplicar per 11 il numero d'oro diminuito di una unità, e dividere il prodotto per 30: il resto della divisione è la ricercata epatta.

Così per avere l'epatta del 1762, si multiplica il numero d'oro 15 per 11; si ha 165; si aggiunge 19, il che fa 184; si divide questa somma per 30; il quoziente è 6, ed il resto 4 forma l'epatta ricercata: si può anche trovarla in altro modo; si moltiplica per 11 il numero 62 dell'anno; si aggiunge 9 al prodotto, (quest'è l'epatta del 2700); e di più, altrettante unità che il numero d'oro 1 è ripetuto dopo il 1700; il che è accaduto nel 1710, 1729, e 1748, perchè in questi anni l'aumento è più grande di una unità: la somma 694 essendo divisa per 30, il quoziente è 23, ed il resto 4 è l'epatta del 1762: questa regola non serve che per il XVIII secolo.

L'epatta dell'anno indica tutti li giorni del plenilunio nel *calendario* perpetuo: così per avere la nuova luna pasquale, che non può accadere se non dopo li 7 di Marzo, convieue vedere a qual giorno corrisponde l'epatta dell'anno, contando dalli 8 di Marzo inclusivamente; e questo sarà quello della nuova luna Pasquale; il quarto decimo giorno, contando dalla nuova luna inclusivamente, sarà il giorno della piena luna pasquale, e la prima domenica dopo questa luna piena esclusivamente, cioè il primo giorno in cui si troverà la lettera dominicale dell'anno, sarà il giorno di Pasqua.

I limiti pasquali, sono li 22 di Marzo, li 25 di Aprile; così nel 1598, 1693, e 1761, la festa di Pasqua è accaduta li 22 di Marzo; ella si troverà ancora nel 1818, 2285, 2437, 2505, ec. Al contrario questa festa non è accaduta che alli 25 di Aprile, nel 1546, nel 1666, e nel 1734, e questo accaderà ancora nel 1886, 1943, 2038, 2190, ec.

La settuagesima è sempre nove settimane prima di Pasqua, ossia 64 giorni, compreso quello di Pasqua; il mercoledì delle ceneri 47 giorni prima di quello di Pasqua, contando l'uno e l'altro.

Si trova la festa dell'Ascensione, contando 40 giorni dopo Pasqua; la Pentecoste contandone 50; La Trinità 57 giorni e la festa del Corpo del Signore 61 giorni dopo Pasqua; questa accade sempre nello stesso giorno del mese in cui cade il sabbato santo.

Il *calendario riformato* ossia *corretto*, è quello col

lo col quale senza imbarazzarsi con tutto l'apparato di numeri, di epatte, di lettere dominicali, si determina la piena luna di Pasqua e le feste mobili, che dipendono da calcoli astronomici, conforme le tavole del sole e della luna, chiamate *tavole Rodolfine o tavole di Keplero*.

Questo *calendario* fu introdotto negli Stati protestanti dell' Allemagna nel 1700; si levarono tutto in un tratto undici giorni nel mese di Febbraro, in modo che nel 1700, Febbraro non ebbe che dieci otto giorni; con un tal mezzo, lo stile corretto si uniforma al *calendario* gregoriano. Li protestanti di Allemagna hanno così ricevuto, al meno per un qualche tempo, la forma dell'anno gregoriano, fino che la quantità reale dell'anno tropico essendo determinata con l'osservazione, in ona maniera ancora più esatta, li cattolici romani possano convenir con loro in una forma di anno comoda ed esatta.

Calendario *perpetuo*. Chiamasi così una serie di *calendarj* relativi alli differenti giorni, ne' quali la festa di Pasqua può cadere, e siccome questa festa non cade mai più tardi delli 25 di Aprile, nè prima delli 22 di Marzo, il *calendario perpetuo* è composto di altrettanti *calendarj* particolari, quanti vi sono giorni dalli 22 Marzo ioclusivamente, fino li 25 Aprile pure inclusivamente; che fa 35 *calendarj*.

Si trova un *calendario perpetuo* molto utile ed assai ben ordinato, nell'opera eccellente *dell' arte di verificare le date*, delli Benedettini della congregazione di S. Marco Don Clemente, e Don Durand.

La seconda edizione del 1770, è stata data da Don Clemente, e la terza nel 1783; in questa egli trovò il mezzo di ridurre li 35 *calendarj* a sette.

Calendario od *almanacco*, è una tavola di 12 mesi o delli 365 giorni dell'anno. Segna li giorni della settimana, le feste mobili o fisse, i nomi delli Santi, de' quali la Chiesa fa l'offizio ogni giorno; vi è uoa tavola nel martirologio romano ed una nel libro da noi citato.

Si pone il levare ed il tramontar del sole e della lona, e le fasi della luna, l'entrar del sole nelli segni del zodiaco, degli equinozj, dei solstizj, e l'eccliffi.

Qualche volta vi si aggiungono le longitudini, latitudini, e declinazioni del sole, della luna, e degli altri pianeti, il cominciar, e finire delli crepuscoli, li fenomeni notabili che accadono nel cielo, come le congiunzioni, oppolizioni, eccliffi delle stelle o delli satelliti. *Ved.* Effemeridi, Cognizione del Tempi.

Calendario *rustico*, è il nome che si dà ad un *calendario* proprio per le genti di campagna, dal quale esti apprendono i tempi di seminare, piantare, potar le viti, ec. Tali *calendarj* ordinariamente sono ripieni di molte regole false, e di predizioni a caso sulle pioggie, e le stagioni fondate sulle pretese influenze, e sogli aspetti della luna e delli pianeti. Ma le genti istrutte distinguono le regole che sono fondate sull' esperienze esatte e replicate, da quelle che non sono fondate che sulli pregiudizj, e sulla ignoranza. (*D. L.*)

Si fa uso anche della parola *calendario* per disegnare il catalogo, ossia li fasti che anticamente si custodivano in ogni Chiesa, ed in cui vi erano li Santi generalmente onorati, ossia in particolare, con li vescovi della stessa Chiesa, li martiri, ec.

Non bisogna confondere li *calendarj* con li martirologi; mentre ogni Chiesa aveva il suo *calendario* particolare, nel mentre che li martirologi appartengono generalmente a tutte le chiese; essi contengono li martiri e li confessori di tutte le Chiese. Di tutti li differenti *calendarj* si è formato un solo martirologio, in modo che li martirologj sono posteriori alli *calendarj*.

Esistono ancora alcuni di questi *calendarj*: fra questi se ne trova specialmente uno molto antico, che appartiene alla Chiesa di Roma, e fu fatto verso la metà del IV secolo: essi contengono sì le feste de' gentili, come quelle delli cristiani: questi ultimi erano allora in pochissimo numero. Il Padre Mabillon pubblicò il *calendario* della Chiesa di Cartagine fatto verso l'anno 483. Il *calendario* della Chiesa di Etiopia, e quello di Copti, pubblicati da Ludolfo, pare che sieno stati fatti dopo l'anno 760. Il *calendario* delli Sirj, impresso da Genebrard, è molto imperfetto; quello delli Moscoviti fatto stampare dal Padre Papebrecchio conviene in gran parte con quello delli Preti, pubblicato da Genebrard. Il *calendario* pubblicato da Don Dachery, sotto il titolo di *anno solare*, non differisce niente dal *calendario* della Chiesa d'Arras. Il *calendario* che Beckio pubblicò in Ausburgo nel 1687, è, secondo ogni apparenza, quello dell' antica Chiesa di Ausburgo, o piuttosto di Strasburgo, scritto sul finire del X secolo. Il *calendario mosarabico*, di cui ne fanno oso le cinque Chiese di Toledo; il *calendario ambrosiano* di Milano, e quelli dell' Inghilterra, prima della riforma, non contengono cosa che non si trovi in quelli delle altre Chiese occidentali, cioè, li Santi che si onorano in tutte queste Chiese in generale, e li Santi particolari delle Chiese che fanno uso di questi *calendarj*. (*Chambers*).

CALENDE, presso li Romani era il nome del primo giorno del mese.

CALIPPICO; nome di un periodo di 76 anni, proprio per correggere l'errore del ciclo lunare.

CALISTO (*Astr.*). *Ved.* Orsa.

CAMALEONTE (*Astron.*), una delle dodici costellazioni meridionali, segnata nell' antiche carte del Bayer; ella è sul coluro degli equinozj ed al di dentro del circolo polare antartico; non è composta che di nove stelle nel Bayer: ma ve n'è un maggior numero nel catalogo

talogo del della Caille; quella segnata da lui con α, ch' egli diligentemeote osservò, aveva oel principio del 1750, 126° 8' 38" di ascensione retta, e 76. 7' 12" di declinazione Australe. (*D. L.*).

CAMELOPARDO, (*Astron.*) *Ved.* GIRAFFA.

CAMERA *oscura*, o *camera chiusa*, *in termini d'Ottica*, è una *camera* chiusa diligentemente da tutte le parti, e nella quale i raggi degli oggetti esterni essendo ricevuti a traverso un vetro convesso, questi oggetti sono rappresentati distintamente, e con i loro colori naturali, sopra una superficie bianca posta al di dentro della *camera*, al foco del vetro. Oltre queste esperienze che possoоo farsi in una *camera* in tal modo chiusa, si fanoo delle *camere oscure*, o macchine portatili, nelle quali ricevesi l' immagine degli oggetti esterni col mezzo di un vetro.

La prima invenzione della *camera oscura* si attribuisce a Giambattista Porta.

La *camera oscura* serve a molti usi differenti. Ella porge dei gran lumi sulla natura della visione; somministra uno spettacolo assai dilettevole, in quanto che presenta delle immagini perfettamente simili agli oggetti, e ne imita tutti i colori, ed anche i movimenti, ciò che non può far alcun' altra sorte di rappresentazione. Mediante questo istrumento, sopra tutto s'è costruito conformemente all' ultima delle tre maniere di costruirlo, di cui parleraffi più abbasso, qualunque che non sappia il disegno, potrà nonostante disegnar gli oggetti con l' ultima esattezza; e quegli che sa disegnare od anche dipingere, potrà ancora coo questo stesso mezzo perfezionarsi nella sua arte.

La teoria della *camera oscura* è contenuta nelle proposizioni seguenti tratte dall' Ottica di Wolfio.

Se un oggetto *AB*, (*Tav. d' Ottica Fig.* 16.) manda dei raggi attraverso la picciola apertura *C*, sopra una muraglia bianca opposta a questo oggetto, e che il luogo in cui vanno a ferire i raggi, dietro l'apertura *C*, sia oscuro, l' immagine dell' oggetto dipingeraffi in *a b* sulla muraglia dall' alto al basso.

Imperciocchè l' apertura *C* essendo molto picciola, i raggi che vengono dal punto *B*, caderaono sopra *b*; quelli che veogono dai punti *A*, e *D*, caderaono sopra *a*, e *d*; e ciò perchè, siccome li raggi che partono da differenti punti dell' oggetto, non sono confusi allorchè la muraglia li riflette, essi porteranno con loro li tratti dell' oggetto che rappresenteranno sulla muraglia. Ma siccome li raggi *AC*, e *BC* tagliansi l' un l' altro all' apertura, ed i raggi che partono dai punti del basso vaooo a ferire nell' alto, sarà di mestieri che l' oggetto sia rappresentato in una figura rovescia.

Perciò, siccome gli angoli in *D* ed in *d* sono retti, e gli angoli in *C* sono eguali; *B* e *b*, *A* ed *a* saranno parimenti eguali; io conseguenza se la muraglia, sulla quale l' oggetto è rappresentato, è parallela all' oggetto, *a b* : *AB* : : *dC* : *CD*, cioè l' altezza dell' immagine sarà all' altezza dell' oggetto, come la distanza dell' immagine dell' apertura è alla distanza dell' oggetto da questa stessa apertura. E' chiaro per questa dimostrazione che può farsi una *camera oscura*, contentandosi di fare in *C* un picciolissimo foro, senza applicarvi vetro. Ma l' immagine sarà molto più distinta, se pongasi un vetro convesso in *C*; imperciocchè qualora non v' è in *C* che un semplice foro, li punti *A*, *B*, *D*, ec. dell' oggetto non possono rappresentarsi in *a*, *b*, *d*, che per semplici raggi *Ab*, *Dd*, *Bd*; invece che se poogasi un vetro in *C*, tutti i raggi che, per esempio, veogono dal puoto *A* e che cadono su questo vetro, sono rimoiti al foco, di modo che il punto *a* è assai più vivo e più distinto; e la riunione sarà altrettanto più esatta e più perfetta al foco, quanto il vetro sarà porzione d' una sfera più grande; perciò, quanto meoo il vetro sarà convesso, tanto più distinta sarà l' immagine. E' vero ancora che altrettanto più lontano sarà il foco, quanto meno convesso sarà il vetro, ciò che fa un inconveniente. Ed è per questo che convien prendere il vetro d' una media convessità.

Costruzione d' una camera oscura, nella quale gli oggetti del di fuori siano rappresentati distintamente, e con i loro colori naturali, o dall' alto al basso, o nella loro vera situazione. 1°. Turate tutte le fissure di una *camera* le di cui finestre danno delle vedute sopra un certo numero di varj oggetti, e lasciate solo una picciola apertura ad una delle finestre. 2°. Adattate a questa apertura un vetro lenticolare, piano, convesso, o coovesso da due bande, che formi una porzione della superficie d' ona grandissima sfera. 3°. Ponete a qualche distanza, che sarà determinata dalla stessa esperienza, una carta bianca od alcune bianche tele, quando pure non sia bianca la muraglia stessa; col qual mezzo voi vedrete gli oggetti dipioti sulla muraglia dall'alto al basso. 4°. Se li volete veder rappresentati nella loro situazione naturale, non avete da far altro che collocare un vetro lenticolare tra il ceotro ed il foco del primo, o ricever le immagini degli oggetti sopra uno specchio piano inclinato all' orizzonte sotto un aogolo di 45 gradi, o rinchiudere due vetri lenticolari invece di uno in un tubo di canocchiale. Se l' apertura è piccolissima, gli oggetti potranno dipingersi, aoche senza che vi sia bisogno di vetro lenticolare.

Perchè le immagini degli oggetti sieno ben visibili e beo distinte, bisogna che il sole illumini gli oggetti: se li vedrà molto meglio ancora, se si abbia cura di stare prima per un quarto d' ora all' oscuro. Conviene ancora usar molta diligenza che non entri luce per alcuna fissura, e che la muraglia non sia illuminata troppo.

Costruzione di una camera oscura portatile. 1°. Abbiate una cassetta o scatola di legno secco, (*Tav. d'Ottica, Fig.* 17), della figura di un parallelepipedo, largo circa dieci pollici, e lungo due piedi o più, a proporzione del diametro che vorrete dare al vetro lenticolare. 2°. Nel piano *CAO* accomodate un tubo da canocchiale *EF*, con due vetri lenticolari; oppure ponete l'immagine ad una picciola distanza del tubo con tre vetri lenticolari convessi dai due lati, de' quali li due di fuori o d'avanti avranno di diametro $\frac{60}{100}$ di piede, e quello del di dentro $\frac{40}{100}$. Dentro della scatola, ad una distanza ragionevole del tubo, ponete una carta oliata *GH* in una situazione perpendicolare, di modo che possano vedersi a traverso le immagini che vengono a dipingervisi. Finalmente in *I* fate un foro tondo per dove una persona possa guardar comodamente.

Allora se il tubo è girato verso l'oggetto, essendo li vetri fermati ad una convenevole distanza, che sarà determinata dall'esperienza, l'oggetto sarà dipinto sulla carta *GH* nella sua naturale situazione.

Puossi fare ancora una *camera oscura portatile* in questo modo. 1°. In mezzo di una cassetta o scatola della stessa forma, (*Tav. d'Ottica, Fig.* 18,) ponete una piccola torricella tonda o quadrata *HI*, aperta dalla parte dell'oggetto *AB*. 2°. Dietro l'apertura ponete un picciolo specchio *ab* I ad una inclinazione di 45 gradi, per riflettere i raggi *Aa* e *Bb*, sopra il vetro convesso dei due lati *G*, tinchiolo nel tubo *GL*. 3°. Alla distanza del suo foco ponete una tavola coperta d'una carta bianca *EF*, per ricever l'immagine *ab*: fate finalmente in *NM* un'apertura bislunga per guardare nella scatola. (*O*).

CAMMA, nome che gli astronomi arabi danno al sole

CAMMINO. *Ved.* VIA LATTEA.

CAMPO *d'un canocchiale*, è l'estensione degli oggetti che si possono veder in una volta; il *campo* è determinato dalla larghezza dell'oculare o del diaframma, che ponesi nel foco dell'obbiettivo; imperciocchè la lunghezza del foco è al diametro di questo anello come il raggio è al seno dell'angolo che misura il *campo* del canocchiale; se lo determina coll'osservazione contando il numero dei minuti e dei secondi che impiega un astro a traversarlo. (*D. L.*)

Vedesi dunque che il *campo d'un canocchiale* è lo spazio che abbraccia questo canocchiale, cioè ciò che vedesi rimirando nel canocchiale. Egli è una perfezione in un canocchiale l'abbracciar molto *campo;* ma questa perfezione nuoce spesso ad un altra, ch'è la nettezza degli oggetti: imperciocchè li raggi che cadono sulle estremità del vetro obbiettivo, e da' quali dipende il *campo del canocchiale*, son rotti più inegualmente degli altri, ciò che produce dei colori e della confusione. Rimediasi a questo inconveniente con un diaframma collocato dentro del canocchiale, che intercettando questi raggi, diminuisce il *campo;* ma rende la vista più distinta. (*O*).

CANALE (*Idrod.*), è una lunga corrente d'acqua fiancheggiata il più delle volte dalle due bande di terre tagliate a scarpa, e qualche volta rivestite di muro. Il *canale* serve a far entrar un bastimento di mare o di fiume nel bacino di una chiusa. (*K*).

CANCRO o CAMMARO, *granchio;* quarto segno del zodiaco: è anche il nome di una costellazione.

Il *cancro* è stato chiamato *Cammarus*, che in greco significa granchio; *astacus* dalla voce greca ἀστακὸς (*cancer marinus*). Sembra che questo nome gli sia stato dato perchè il sole giunto alla sua più grande declinazione, sembrava ritornare sopra i suoi passi quand'era in questo segno. Secondo i Poeti, il granchio fu posto in Cielo da Giove, per aver ritardata con una puntura la fuga di una ninfa, da lui amata, figlia di Garamanto. Ampelio dice che questo granchio fu posto in cielo da Giunone, dopo che fu stato schiacciato da Ercole volendo a lui opporsi nel combattimento contro l'Idra di Lerno. Si sa, che Giunone sempre nemica d'Ercole, perseguitava da per tutto quest'Eroe, e suscitava degli ostacoli a tutte le sue intraprese.

Il Sig. Dupuis spiegò ingegnosamente questa favola, facendo vedere che il levare eliaco delle prime stelle dell'Idra era accompagnato da quello del *cancro*, prima che la coda dell'Idra avesse finito di sparire, o prima che fosse consumato il secondo travaglio di Ercole. Ma il travaglio di Ercole, che corrisponde alla costellazione del *cancro*, è il suo viaggio in Esperia per rubare dei pomi d'oro o delle pecore dal vello d'oro; egli apparisce al tramontar della costellazione d'Ercole.

Li due asini che sono due stelle della costellazione del *cancro*, marcati γ e δ nei nostri cataloghi, rappresentano, secondo i poeti, coloro che, nella guerra di Giove contro i Giganti contribuirono alla sua vittoria, o per le loro grida, o perchè servirono di cavalcatura a Vulcano, ed ai Satiri che venivano in soccorso di Giove. Tra queste due stelle se ne vedono alcune altre unite, chiamate la *stalla*, *præsepe*, a causa dei due asini, che ne son vicinissimi: e questa è ciò che chiamiamo la *nuvolosa del cancro;* ma non è questa una vera nuvolosa nel senso che le si dà oggidì.

Le stelle di questa costellazione sono al numero di 83 nel catalogo Brittanico; ma son poco rimarcabili: la più bella marcata β, non è che della terza o quarta grandezza.

Rappresentasi il *cancro* per due figure poste l'una

una presso l'altra, ed assai simili a quelle delle quali si fa uso per esprimere sessanta nove in Aritmetica 69.

Tropico del cancro, è uno dei piccioli cerchi della sfera, parallelo all'Equatore, e che passa per il principio del segno del *cancro*. Questo tropico è nell'emisfero settentrionale, ed è lontano dall'Equatore di 23° 28': è quello che sembra descrivere il sole il giorno del solstizio di estate.

CANGIAMENTO D'ORDINE, io *Aritmetica ed in Algebra*, è lo stesso che *permutazione*. *Ved.* PERMUTAZIONE.

Richiedesi, per esempio, qual *cangiamento d'ordine* possano avere sei persone sedute ad una tavola; troverassi 720. *Ved.* ALTERNAZIONE e COMBINAZIONE. (O).

CANGIANTI (*Astron.*). Disegnansi sotto questo nome certe stelle che son soggette a delle diminuzioni ed aumenti alternativi di luce. Vi sono molte stelle nelle quali sospettansi simili variazioni, ma non ve ne sono che due nelle quali siano state esaminate ed osservate con molta cura, per poterle predire: l'una è la *cangiante* della balena; l'altra è la *cangiante* del cigno.

La *cangiante* della balena chiamata o da Bayer, fu osservata li 13 Agosto 1596 da Davidde Fabricio. Boulliaud in un trattato stampato a Parigi nel 1667, dice che questa stella ritorna alla sua più grande chiarezza dopo 333 giorni; ma Cassini ne conta 334. *Elem. d'Astron. pag.* 68. Essa comparisce della seconda grandezza più bella di α e β della balena per lo spazio di 15 giorni, e diminuisce in seguito fino a sparire qualche volta totalmente. Evelio riporta ch'ella stette quattro anni interi senza comparire; cioè, dal mese di Ottobre 1672, fino al Dicembre 1676. Non impiega ella sempre un tempo eguale, dal principio della sua apparizione fino alla sua sparizione; ma ora aumenta più presto che non diminuisce ed ora accrescesi più lentamente. Cassini la trovò nel suo più gran chiarore al principio di Agosto 1703, e compariva allora di terza grandezza, come Fabricio l'avea giudicata il 1 Agosto 1596. Ell'avea avuto, in questo spazio di 39080 giorni, 117 rivoluzioni, ciò che da il periodo medio delle sue variazioni di 334 giorni; ma in queste determinazioni possono esservi due o tre giorni d'incertezza. *Ved.* Cassini *Elem. d'Astron.*, *pag.* 68. Maraldi *Mem. dell'Accad.* 1719. *Transazion. Filosof.* n°. 134 e 346. Herschel la trovò nel suo più grande chiarore li 10 o 15 Novembre 1779; ell'era invisibile li 7 Febbraro 1780. *Transaz. Filosof.* 1780. Osservaronsi nel cigno tre stelle *cangianti*: la più rimarcabile delle tre è quella ch'è chiamata χ da Bayer, e di cui osservansi ancora le fasi. Kirch fu il primo che rimarcò nel 1686 queste variazioni di luce; li 11 Luglio ei non avea potuto ravvisar questa stella, ma li 19 Ottobre essa gli apparve di quinta grandezza. Nel mese di Febbraro 1687, ell'era sparita ancora, e non si vedeva neppure col il canocchiale. In seguito Maraldi e Cassini avendo più volte osservato le sue variazioni, trovarono il periodo di 405 giorni. *Mem. Accad.* 1719. Il Sig. le Gentil trovò, per via di nuove osservazioni, 405 giorni e $\frac{3}{10}$. Ecco i tempi del suo più grande splendore com'egli li ha annunziati. Li 24 Maggio 1784, 4 Luglio 1785, 13 Agosto 1786, 22 Settembre 1787, 1 Novembre 1788, 10 Decembre 1789; 30 Gennaro 1791, 10 Marzo 1792, 19 Aprile 1793, ec. La tavola del Sig. le Gentil continua fino alla fine del secolo. *Mem. Acc.* 1759, *pag.* 247. Devesi osservare che questi ritorni sono soggetti ancora a delle fisiche ineguaglianze; imperciocchè questa stella fu quasi invisibile nel corso degli anni 1699, 1700, 1701, nel tempo ancora in cui, per le osservazioni degli anni precedenti e seguenti, ella dovea essere nella sua più grande luce. Cassini *pag.* 72.

Dobbiamo dire ancora due parole delle due altre *cangianti* del cigno: l'una è situata presso la stella γ, ch'è nel petto; ella fu scoperta da Keplero nel 1600; non si trova nel catalogo di Ticone, quantunque egli abbia marcato molte stelle che sono vicine a questa *cangiante*, e che sembrano anche più picciole: Bayer e Janson l'hanno riguardata come nuova. Per 19 anni ch'ella fu osservata da Keplero, comparì sempre della medesima grandezza, non essendo del tutto così grande come γ al petto del cigno, ma più grande di quella ch'è nel becco? Compariva essa ancora, per testimonianza di Liceto, nel 1621; ma in seguito sparì. Cassini l'osservò di nuovo nel 1655; essa crebbe per cinque anni fino ad eguagliar le stelle di terza grandezza: nel 1677, 1682 e 1715, non era ancora che come una stella di sesta grandezza. Cassini, *Elem. d'Astron. pag.* 69. Maraldi, *Mem. Accad.* 1719. Trovansi diverse osservazioni di Evelio sopra le *cangianti* della balena, e del cigno nelle *Transaz. Filosof.* n°. 134.

La terza stella *cangiante* del cigno non comparisce più attualmente; fu scoperta li 20 Giugno 1670, dal P. Anselmo, Certusino, vicino alla testa del cigno, dalla parte della freccia; era allora di terza grandezza; ma, li 10 Agosto, non era più che di quinta grandezza, e si perdè tosto intieramente: la sua longitudine era a 1° 55' dell'acquario, aveva 47° 28' di latitudine boreale; passava per il meridiano 27' avanti la lucente dell'aquila; la sua ascensione retta era di 293° 33', e la sua declinazione 26° 33'. Il P. Anselmo la rivide li 17 Marzo 1671, e la giudicò di quarta grandezza. Cassini vi rimarcò quell'anno molte variazioni. Ella fu due volte nel suo più grande chiarore; da principio li 4 Aprile, in seguito al principio di Maggio; ciò che non habbi veduto succedere ad alcun'al-

tra ſtella. Per il confronto delle oſſervazioni di queſti due anni, ſembrava da principio ch'ella impiegaſſe circa 10 meſi a ritornare alla ſteſſa faſe; di modo che avrebbeſi dovuto vederla al meſe di Febbraro 1672; ma però non ſi può ſcorgerla a rapporto di Evelio, che li 29 Marzo: non era ancora che di ſeſta grandezza, e non è più ricomparſa dopo il 1672. Caſſini, *Elem. d'Aſtron. pag.* 71. *Ved. la mia Aſtronomia lib.* III. *pag.* 317, dove ſonovi ancora molti eſempj di variazioni oſſervate o ſoſpettate in differenti ſtelle, e dove rapporto l'ipoteſi di Maupertuis tutta cauſa di queſte variazioni. Avrebbonſi trovato probabilmente molte ſtelle *cangianti*, ſe ſi aveſſe oſſervato frequentemente e con diligenza le più picciole ſtelle.

Queſt'anno medeſimo 1783, ſcopritonſi le diminuzioni della luce della ſtella Algol nella teſta di Meduſa, β di Perſeo; è ella ordinariamente di ſeconda grandezza e diventa di quarta tutte le 69 ore, e ciò dura per alcune ore. Montanari avea rimarcato queſte variazioni nell'ultimo ſecolo, Maraldi le avea parimenti oſſervate a Parigi, come ſi vede nell'Iſtoria dell'Accademia anno 1695; ei non potè per verità oſſervare variazione alcuna nel 1692 e 1693, ma nel 1694 la ſtella crebbe e diminuì, apparve di ſeconda e quarta grandezza. Forſe negli anni precedenti Maraldi non avea fatto l'oſſervazioni nei giorni e nelle ore nelle quali ella dovea avere il ſuo minimo grado di luce. Secondo una lettera del Sig. Herſchel, il periodo della luce della ſtella Algol era di 25 giorni 20 ore 47 minuti: la prima volta ch'ei la vide nel ſuo più piccioló lume, era li 3 Maggio 1783 a ore otto 57 minuti, fino a 10 ore 10 minuti, a Windſor; il ſuo lume non ſorpaſſava che aſſai poco quello del ρ di Perſeo che non è che a due gradi, e ch'è marcato di quarta grandezza. Li 20 Maggio dalle 14 ore 17 minuti, fino alle ore 14 e 30, ella gli parve ancora della grandezza di ρ di Perſeo, nondimeno ella mi ſembrò un poco più groſſa nei giorni ne' quali io oſſervai il ſuo minimo chiarore. La durata di queſto periodo è di due giorni 20 ore, minuti. 48 $\frac{3}{4}$. Queſte variazioni di luce ſon ſtate rimarcate ſopra tutto da M. Goodricke Gentiluomo d'Yorck, al fine dell'anno 1782. Si ſpiegano o per grandi parti oſcure, come ſi Riccioli, o per una figura pianiſſima, come fa Maupertuis, o per l'interpoſizione d'un pianeta de' maggiori: queſto è il ſentimento del Sig. Goodricke. Parleremo di diverſi altri cangiamenti alla parola Stella. (*D. L.*).

CANI (*Aſtron.*); tre coſtellazioni celeſti, due antiche al mezzodì, una nuova dalla parte del nord.

Il gran *Cane* chiamaſi *Canis major*, *magnus*, *alter*, *dexter*, *ſequens*, *auſtralior*, *aſſifer*. Orazio lo chiama *Sidus fervidum*, *invidum Agricolis*; Omero *Aſtro d'Autunno*; Gli Egiziani *Iſis*, ſtella d'Iſide, *Sotis* o *Seth*, *Anubis*; altri finalmente lo chiamano *Sirius*, la canicola, *Mæra*; gli Arabi *Scera*, *Alcabor*, *Elchabar* o *Kabir*, cioè, il grande; nelle tavole alfonſine, *Aliemini*. Queſta coſtellazione contiene 31 ſtelle nel catalogo Britannico, e ſopra tutto una ſtella di prima grandezza, la più bella di tutte le ſtelle, chiamata *Sirius* o *Syris*, dal nome di Oſiride, divinità egiziana, o a motivo del Nilo che ſi chiamava ancora *Siris* (*Plin. lib.* V. *cap.* 9.), e che ſembrava aver una corriſpondenza rimarcabile con il levar di queſta ſtella. Altri finalmente traggono il ſuo nome dalla voce greca σειριᾶν, brillare, perchè in effetto ell'è la ſtella più brillante del cielo. I Greci pretendevano che il *cane* foſſe ſtato così nominato, a motivo del *cane* di cui l'Aurora fece preſente a Cefalo, come del più pronto di tutti i *cani*; Cefalo volſe farne la prova ſopra una volpe, che dicevaſi ſuperar tutti gli animali nel corſo: eſſi corſero tutti e due per sì lungo tempo (ed anche ſenza ſtancarſi), che Giove volle ricompenſar queſto *cane*, collocandolo tra gli aſtri. Chiamavaſi egli *Lælaps*, e diede ancora il ſuo nome alla coſtellazione.

Il nome e la forma del *cane*, che daſſi a queſta coſtellazione, ſembra venir piuttoſto da Anubi, divinità Egiziana, che rappreſentavaſi con una teſta di *cane*; *ſemideoſque Canes* dice Lucano (*lib.* VIII. *v.* 832); e Virgilio (*Æn.* VIII., 698) *latrator Anubis*, perchè era il guardiano di Oſiride e d'Iſide, e perchè avea ſcoperto le membra di Oſiride, ſtracciato da ſuo fratello Tifone, o perchè era gran cacciatore; è più verisimile che foſſe perchè avvertiva gli Egiziani della ſtagione dell'inondazione, come un cane fedele avverte il ſuo padrone dell'arrivo dei ladri. Secondo Plotarco, queſto *cane* ſignifica l'orizzonte. Gli Egiziani conſideravano Anubi come un fedel guardiano poſto alle porte del giorno e della notte, cioè ai limiti dell'Emiſfero illuminato ch'eſſi chiamavano Iſide, e di quello oſcuro chiamato *Nephte*. Sembra che gli Egiziani abbiano fatto di queſta ſtella il loro Mercurio Anubi; ei era onorato in Etiopia come capo delle ſtelle; *Aſtron. IV.* 392. Noi parleremo alla voce Canicola, del levare eliaco di Sirio che fu sì celebre nell'antichità; egli ſuccedeva in eſtate, come ſi vede in Virgilio Georg. IV, 425:

Jam rapidus torrens ſitientes Sirius Indos
Ardebat Cælo, & medium Sol igneus orbem
Hauſerat: arebant herbæ.

Ed in Manilio V, 203:

Latratque Canicula flammans,
Et rabit igne ſuo, geminatque incendia Solis.

Convien

Convien rimarcare che Sirio è chiamato *Canis dexter*, *auſtralior*; iovece di che il picciolo *cane*, di cui siamo per parlare, chiamasi *canis ſiniſter ſeptemtrionalis*, perchè gli Orieotali, oelle loro adorazioni, volkavano la faccia a levante; e in questa posizione, avevano il mezzodì alla dritta ed il nord alla ſioiſtra: ora Procione è più ſettentrionale di Sirio.

Si ha molto disputato sul significato d'un passo di Virgilio, in cui s'è parlato del *cane* all'occasione dell'entrata del sole nel segno del toro, o del priocipio dell'anno che, in Esiodo, era marcato al levar delle Plejadi:

Candidus auratis aperit cum cornibus annum
Taurus, & adverſo cedens Canis occidit aſtro,
Georg. I, 217.

Forse *cedens* deve rapportarsi a *taurus*, e non a *canis*; è il toro, che tramontando, cede il luogo all'astro del *cane* ch'è dirimpetto, perchè il toro in effetto tramootava avanti del *cane*, e questi due animali rimiransi in cielo. Può dirsi ancora essere il *cane* che cede al Sole, astro nemico, perchè il sole lo asforbe ne'suoi raggi; imperciocchè è questo il tempo del tramontare eliaco di Sirio.

Il Sig. Abb. de Lilla, nelle sue Georgiche, traduce così, secondo l'ioterpretazione di Macrobio, com'ei dice:

Et quand l'aſtre du jour
Ouvrant dans le taureau ſa brillante carriere,
Engloutit Sirius dans les flots de lumiere.

Ma ei accorda che questo verso è il più inintelligibile di tutte le Georgiche. Al tempo di Servio, circa l'anno 340, v'erano alcuni esemplari, ne'quali leggevasi *adverſo*; non era dunque questa la lettura ordinaria: anche Einsio legge *averſo*, ed il P. de la Rue adotta questa lezione, applicando questo termine al naviglio, costellazione che segue il *cane*, ma che presenta la poppa, *averſam partem*, la sua parte posteriore, in luogo della prua. Ma niente in Virgilio annunzia qui il vascello.

Il P. Lacerda spiega *adverſo* per la fastidiosa influenza del gran *cane*; in effetto, secondo Varrone, ai sei delle calende di Maggio, *occidit canis Sirius per ſe vehemens*, celebravansi le feste chiamate *robigalia*. Il Sig. Costard cita un Poeta Inglese di cui adotta la traduzione, e dice che il toro spavcotato fugge un astro contrario: ma ei noo dice, come intenda questo termine di contrario: in quanto a me, preferisco le due spiegazioni che diedi di sopra.

Trovasi nei monumenti un animale mostruoso a tre teste, di cane, di leone, e di lupo; sembra che fosse questo per indicare le costellazioni che, all'equinozio, occupavaoo l'oriente, l'occidente e il meridiano, o la strada del sole nei segni superiori. *Ved.* la spiegazione del Sig. Dupuis nella mia *Aſtron. t. IV, p.* 494, e 553.

Vedesi aocora un *cane* coperto di serpenti, per fare allusione alla costellazioooe dell'Idra, la di cui testa sembra minacciar quella del *cane* *Ib. pag.* 494.

Il picciolo cane contiene 14 stelle, una delle quali di prima grandezza. Egli è chiamato Procione o *Antecanis*, *Canis minor*, *Catellus*, *Canis primus*, *Antecurſor*, *Præcedens*, *Septentrionalis*, *Siniſter*, *Canis Orionis*, *Canis Icarius*, *ſive Erigonius*, *Mæra*, *Fovea*, *Morus*; in arabo *Algomeyſa*.

Questa costellazione fu chiamata il picciol *cane*, secondo i poeti, a causa del *cane* di Oriooe o di quello di Icaro, chiamato *Mæra*, che precipitossi in un pozzo dopo aver veduto perire il suo padrooe Icaro, ed Erigone, figlia d'Icaro, ch'erasi appiccata per disperazione: egli è chiamato *cane d'Icaro* in questi versi, ne'quali Ovidio annunzia ch'ei leva li 25 Aprile, tempo io cui principiavasi la mietitura delle biade, ed i calori cominciavano a farsi sentire; ma questo passo è soggetto ancora a delle difficoltà.

Eſt canis, Icarium dicunt, quo ſidere moto
Tota ſitit tellus, prætiditurque ſeges.
Fast. IV, in fine.

Altri pretendono che sia questi il *cane* ch'Elena amava teneramente allorchè fu rubata da Paride; lo perdè oell'Euripo, e concepì un dolore sì grande, che pregò Giove a riceverlo in cielo.

Il nome che gli danno Bayer e Schillero di *Fovea*, che significa una fossa io cui deponevasi la biada per conservarla, potè venir da questo, che quest'astro indicava l'abbondaoza e la messe: ma è più verisimile che l'idea di fossa venga dalla parola greca σιρὸς, che significa qualche volta magazzino da biada, che si ha confuso con quello di Sirio. Quest'ultimo oome è appropriato al gran *cane*; ma spesso il grande ed il picciolo portarono lo stesso nome, tra gli altri quello di *Mæra*.

La parola Araba *Algomeyſa* significa sicomoro o fico selvaggio, perchè apparentemente gli Arabi dipiogevano qui quest'albero in vece di un *cane*, ed a questo corrisponde il latino *Morus*. Il Sig. Dupuis osserva ch'altre volte vi si dipingeva una scimia.

Cani *da caccia* (*Aſtron.*), li levrieri, *canes venatici*, o *Aſterio* e *Chara*; costellazione boreale introdotta da Evelio nel suo *Firmamentum Sobieſcianum* (che comparì nel 1690) per ragunare le stelle informi che trovansi tra la grand'orsa ed il bifolco; spiega ei medesimo nel suo Prodromo, *pag.* 124, la ragione di questa denominazione. Essendo stato rappresentato il bifolco qualche volta come oo cacciatore che insegue l'orsa alla caccia, e che alza le braccia come se eccitasse i suoi *cani* con la voce e con la mano,

mano, sembrò naturale di porre i *cani* al suo fianco. Il nome di *Asterio*, molto conosciuto dai poeti, conveniva specialmente ad una figura che contiene molte picciole stelle; l'altra è stata chiamata *Chara*, come la cagna favorita del cacciatore. Tra le stelle che contiene questa costellazione, ve ne sono due sotto la coda della grand'orsa, ch'erano conosciute dagli antichi. Evelio ne osservò e ne determinò 21 ch'erano nuove per gli Astronomi. Flamsteed, nel suo gran *Catalogo Britannico*, ne ha poste 24; la principale è di seconda o terza grandezza; questa è quella che Halley chiamava *Cuore di Carlo II*, in onor del Re, fondatore dell'osservatorio Reale d'Inghilterra, e della Società Reale di Londra; ne parleremo fra poco. (*D. L.*)

CANICOLA (*Astron.*); è il nome della bella stella del gran *cane*, che chiamasi anche semplicemente la stella del *cane*; li Greci la chiamavano *σείριος*, *Sirius*. *Ved.* SIRIO.

Plinio e Galeno danno ancora alla *canicola* il nome di *procione*, benchè in effetto *procione* sia il nome di un'altra stella nel picciol cane. *Ved.* PROCIONE.

Alcuni antichi autori ci dicono, dietro Ippocrate e Plinio, *lib. II*, *c.* 40, che il giorno, in cui levasi la *canicola*, il mare bolle, il vino guastasi, i cani s'arrabbiano, aumentasi ed irritasi la bile, e gli animali tutti cadono in un grande languore; che le malattie ch'ella causa per ordinario sono le febbri ardenti e continue, le dissenterie, e le freneſie. Sentesi pur troppo che son questi gli effetti del calore, che attribuivansi all'astro ch'annunziava i calori.

Attualmente li 20 Agosto succede il levare eliaco di Sirio; e pure allora quelli che chiamansi giorni *canicolari*, son vicini a finire.

I Romani erano persuasi talmente della malignità della *canicola*, che per allontanarne le influenze, le sacrificavano ogn'anno un *cane rosso*; il cane avea avuto la preferenza nella scelta delle vittime, a motivo della conformità dei nomi. Non è questa la sola occasione in cui questa conformità abbia dato origine a dei rami di superstizione: la *canicola* passava o per la cagna di Erigone, o per il cane che diede Giove a Minosse, che Minosse diede a Procri, e Procri a Cefalo.

CANICOLARI: *giorni canicolari*, marcano propriamente un certo numero di giorni che precedono, e che seguono quello in cui la canicola levatasi altre volte la mattina con il sole, cioè li giorni del più gran caldo. Gli Egiziani, e gli Etiopj cominciavano il loro anno ai giorni *canicolari*. Nei nostri almanacchi di provincia, si contano ordinariamente dai 22 Luglio fino ai 23 Agosto: è questo il tempo che impiega il sole a percorrere il segno del Leone.

Ma sonovi alcuni che contano i giorni *canicolari* fino alla fine di Agosto. *Varenno pag.* 275, *ediz.* 1712.

CANNELLO (*Idraul.*) Dassi ordinariamente questo nome a dei tronconi di cilindro o di coni, di rame, di latta, di ferro, di piombo, che adattansi ad un serbatojo, o al pedale d'un tubo da condotto, per procurar lo scolamento d'un fluido, o per formare un getto d'acqua. La quantità d'acqua che dà un *cannello*, è proporzionata al prodotto della sua superficie, per la radice quadrata dell'altezza dell'acqua al di sopra di questo *cannello*. Si può prendere per questa altezza, la distanza del centro di gravità dalla superficie del *cannello* al piano orizzontale, che rade la superficie del fluido nel serbatojo, perchè ordinariamente il diametro del *cannello* è piccolissimo in confronto dell'altezza proposta; altrimenti converrebbe determinar la quantità d'acqua scolata, col metodo che si spiegherà alla voce SCOLO.

Ved. alla parola GETTO D'ACQUA la miglior forma di tali *cannelli* per produrre il più alto zampillo.

CANOCCHIALE, o CANNOCCHIALE, (*Diottr.*) istrumento composto d'uno o più vetri, e che ha la proprietà di far vedere distintamente quello che non scorgerebbesi che debolmente o affatto niente colla semplice vista.

Vi sono molte specie di *canocchiali*; li più semplici sono i *canocchiali* da porre sul naso, che chiamansi anche *occhiali*, e che sono composti d'un sol vetro per ciaschedun occhio. Questi *canocchiali* furono inventati circa il fine del secolo XIII; fu attribuita l'invenzione anche a Ruggero Bacone, morto nel 1292: ma il Sig. le Prince prova che si conoscevano nel 1286. (*Giornale dei Dotti*, 1782, *pag.* 181, *in* 4.°) Puossi vedere anche il *trattato d'Ottica* del Sig. Smit, e l'*Istoria delle Matematiche* del Sig. di Montucla, *tom. I*, *pag.* 424.

Vi sono dei *canocchiali* da porre sul naso, che chiamansi *conserve*, ma veramente non meritano questo nome se non quando sono formati di vetri assolutamente piani, la proprietà de' quali si limitasse a indebolire un poco il lume senza cangiar niente per altro alla disposizione de' raggi. In questo caso, potrebbero essi servire ad uno che non fosse nè *miope*, nè *presbite*, ma che avesse il difetto soltanto d'essere offeso da un lume troppo vivo. Perciò i *canocchiali* che chiamansi *conserve*, non meritano questo nome, perchè sono quasi sempre formati di vetri convessi, che servono a rimediare ad un difetto reale della vista; difetto che consiste nel non veder distintamente gli oggetti troppo vicini e troppo piccioli; questo difetto aumenta a misura che avanzasi in età.

I *canocchiali* di approssimazione chiamansi qualche volta in latino *telescopia*; ma in francese riservasi il nome di telescopj agli istrumenti formati di specchj. *Ved.* TELESCOPIO.

L'invenzione dei *canocchiali* d'approssimazione, divenuta sì utile all'astronomia, fu fatta circa il 1609; per azzardo in Olanda; ma Molineux nella sua Diottrica, osserva che Ruggero Baco-

Bacone ne avea dato qualche idea; e Keplero, in una diſſertazione ſtampata nel 1611, rimarcava che Giambattiſta Porta, Napoletano, ne avea parlato prima del fine del ſecolo XVI, in un modo aſſai poſitivo.

Galileo, nel *nuntius ſidereus*, pubblicato nel meſe di Marzo 1610, racconta che circa dieci meſi prima, s'era ſparſa una voce che un certo Olandeſe avea fatto un *canocchiale*, col mezzo del quale gli oggetti lontani ſembravano viciniſſimi. Ei ne cercò la ragione, e meditando ſui modi di fare un ſimile iſtrumento, col mezzo delle leggi della refrazione, ne conſeguì toſto l'intento. Ei miſe alle due eſtremità di un tubo di piombo, due vetri, uno piano da una parte, ed uno ſferico dall'altra, ma l'uno de' quali avea un lato convello, e l'altro uno concavo; allora ei vide gli oggetti tre volte più vicini che colla ſemplice viſta. Galileo continuò a perfezionare queſta invenzione, e le ſcopette più curioſe nel cielo nè furono il riſultato.

I *canocchiali* de' quali ſi ſervono oggidì gli aſtronomi, ſono formati di due vetri conveſſi, l'uno de' quali voltato dalla parte dell'oggetto chiamaſi l'*obbiettivo*, e l'altro verſo il quale ſi pone l'occhio, *oculare*. Ecco in breve il modo con cui produceſi l'effetto dei *canocchiali*; ſe lo troverà più a lungo nei libri d'Ottica di già citati; non ripotterò qui che i principj più ſemplici per porre ſul ſentiero il lettore che non vorrà ricorrere ad altri libri.

Li raggi *SA*, *SA*, (*Fig.* 287 *d'Aſtronomia*) che vengono da un punto luminoſo, per eſempio d'una ſtella, ſon tra loro paralleli, a motivo della diſtanza grande: eſſi riuniſconſi in un ſuoco *F* e vi formano l'immagine del punto luminoſo. Egli è in queſto punto dove pongonſi dei fili; queſti raggi, dopo di eſſerſi riuniti nel punto *F*, s'allontanano, e vanno a cadere ſull'oculare *GG*, dal quale ſortono paralleli per entrar nell'occhio poſto in *O*. Un occhio ben coſtituito, cioè, che non è nè miope, nè presbite, vede diſtintamente un oggetto, qualora i raggi che vanno dall'oggetto all'occhio vi arrivano parallelamente tra loro, e vede l'oggetto ſull'aſſe ottico *CF*, o ſopra la linea che paſſa per l'oggetto, per il centro dell'obbiettivo, e per il punto *F* del ſuoco, in cui tutti i raggi erano raccolti prima di giungere all'oculare.

Se ſi conſiderino due punti luminoſi, per eſempio, le due eſtremità *S* ed *L* d'un oggetto, (*Fig.* 288) ſi averanno due aſſi, *SAF* e *LAG*; il punto *S* manda un'infinità di raggi paralleli tra di loro, che vanno tutti a rionirſi in un punto *F*, per giungere in ſeguito all'occhio paralleli tra loro; quindi l'occhio ravviſa diſtintamente l'immagine di queſto oggetto al punto *F*; ſimilmente il punto *L* manda una infinità di raggi che coprendo la ſuperficie dell'obbiettivo, vanno in ſeguito a riunirſi al ſuoco *G*, ſopra l'aſſe *LAG*, e ſan vedere diſtintamente il punto *L*; l'angolo che queſti raggi *SAF* ed *LAG* fanno tra loro dopo di aver traverſato l'oculare, qualora arrivano all'occhio, è più grande di quello dei raggi diretti; e. dimoſtraſi nei libri d'Ottica, che la grandezza apparente di un oggetto è moltiplicata altrettante volte quante il ſuoco dell'obbiettivo contiene quello dell'oculare; però un *canocchiale* di 18 piedi di ſuoco, con un oculare di 2 pollici di ſuoco, accreſce un oggetto 108 volte, perchè due pollici ſon contenuti 108 volte in 18 piedi; con un ſimile *canocchiale* ſi vedono gli oggetti come ſi vedrebbero ſe foſſero 108 volte più vicini a noi che non lo ſono realmente.

La grandezza dell'immagine *GF*, corriſponde ad un angolo *GAF*, eguale all'angolo *SAL*, chè miſura il diametro dell'oggetto; quindi, perchè un oggetto ch'ha 32' di diametro poſſa vederſi in un *canocchiale*, conviene che l'apertura dell'oculare ſia grande abbaſtanza perchè il ſemidiametro *BF*. di queſta apertura ſottenda un angolo di 16' dal centro *A* dell'obbiettivo; ell'è queſta apertura dell'oculare, o pluttoſto quella del diaframma, o del cerchio di cartone che poneſi al ſuoco *F* d'un *canocchiale*, che decide ſola del *campo* del *canocchiale*, cioè della grandezza dell'oggetto che vi ſi può ſcorgere.

Il diametro, ch'è l'apertura dell'obbiettivo, decide ſolo della quantità del lume; ella è come il quadrato del diametro; ma come le ſuperficie degli obbiettivi non poſſono travagliarſi che in bacini circolari, e che le ſuperficie ſferiche non riuniſcono tutti i raggi realmente in un punto ſteſſo, non ſi può dare all'obbiettivo che un'apertura che ſia picciola in paragone della lunghezza del ſuoco. I *canocchiali* ordinarj di 18 piedi, de' quali ſervonſi gli aſtronomi frequentemente, non poſſono comportare un'apertura di più di due pollici e mezzo; ma, da alcuni anni, impiegano eſſi quaſi tutti dei *canocchiali* acromatici, cioè, l'obbiettivo de' quali ſia compoſto di due ſorta di vetro, per correggere la differente refrangibilità dei raggi, e l'aberrazione della figura ſferica. *Ved.* Acromatico.

Canocchiale meridiano, o iſtrumento dei paſſaggi. *Ved.* Passaggi.

Canocchiale paralattico, o macchina paralattica. *Ved.* Paralattico.

Canocchiale doppio, *iconantiditico*, o *diplantidiano*, in cui vedonſi due immagini dello ſteſſo oggetto, l'una dritta l'altra roveſcia. Il Sig. Jeaurat, dell'Accademia delle Scienze, rimarcava nel 1778, che ſe in un *canocchiale* meridiano in cui oſſervaſi il paſſaggio di un aſtro, ſi vedeſſero due immagini dello ſteſſo aſtro, l'una dritta, l'altra roveſcia l'una avanzando verſo la dritta, e l'altra verſo la ſiniſtra, il momento del concorſo delle due immagini ſarebbe più facile a coglierſi, e ſi avrebbe con più d'eſattezza il paſſaggio pel meridiano, e ſi ſarebbe diſpenſato d'illuminare i fili, perchè il concorſo delle due

imma-

immagini farebbe vedere il passaggio nell'asse del *canocchiale*. Ei propose la sua idea al Sig. Navarre ottico che alloggiava nell'Osservatorio, e questi ne costrusse uno, di cui avvi una notizia nel *Giornale di Fisica*, Dicembre 1778, pag. 485. Da principio se lo chiamò *iconantiditico*, dietro le parole greche che significano immagini opposte doppie, in seguito *diplantidiano*, che esprime egualmente immagini doppie opposte e simili.

Per costruire questo *canocchiale*, bisogna avere un obbiettivo che abbia un foro nel mezzo, in questo foro vi s'inserisce un tubo che porta due altri obbiettivi; hanno anche due *canocchiali* l'uno nell'altro, e lo stesso oculare serve a tutti e due; il *canocchiale* esterno non ha che un obbiettivo, perciò ei rovescia gli oggetti, il *canocchiale* interno ne ha due posti in modo che l'oggetto sia raddrizzato, perciò lo stesso oculare fa veder due immagini in senso opposto.

Ma siccome l'obbiettivo esterno è in forma di zona o di anello, così ei forma un *canocchiale* difettosissimo, perchè il gran diametro che convien dargli, produce una grande aberrazione dei raggi colorati. Il *canocchiale* interno avendo due obbiettivi lontani l'uno dall'altro, è molto men buono dei *canocchiali* terrestri, ch' hanno un obbiettivo con tre oculari per raddrizzare gli oggetti; per altro questi due obbiettivi essendo necessariamente assai convessi, sono soggetti ad una grande aberrazione di sfericità.

Converrebbe che, in questo istrumento, si potesse tendere eguale l'ingrossamento per li due *canocchiali*, che le immagini avessero la stessa chiarezza, e che l'aberrazione fosse la stessa. Il Sig. Ab. Bolcovich cercò coll'analisi di adempiere queste condizioni, ma ei trovò che facendo li tre obbiettivi acromatici, si avrebbe un effetto assai minor di quello d'un *canocchiale* acromatico ordinario che fosse metà più corto.

Trovansi dei calcoli per questa sorte di *canocchiale* del Sig. Jeaurat, nelle *Memorie dell'Accademia per il* 1779, nelle *Transazioni Filosofiche*, ed in seguito nella *Cognizione de' tempi* del 1786; e il Sig. Kratzenstoin ne dà la costruzione nelle *Memorie di Pietroburgo* per il 1779.

CANOCCHIALE DA PROVA, (*Astron.*) è un *canocchiale* ben centrato, che porta due quadrati all'estremità del suo tubo, e che serve a verificare diversi istrumenti; questo *canocchiale da prova* (*Tav. d'Astron. Fig.* 236) può chiamarsi anche *canocchiale centrato*, *canocchiale contrappuntato*; li tasselli quadrati *C e D* devono esser esattamente eguali e rettangoli con le loro faccie opposte parallele e ben drizzate; l'obbiettivo deve esser centrato sì bene, che la linea *A B* passando per l'incrocicchiamento dei fili, corrisponda al punto medesimo, allorchè ponesi il *canocchiale* sopra ciascuna delle sue faccie a suo piacere: coloro che fanno gl'istrumenti d'astronomia, han bisogno di questo *canocchiale* da prova, per rendere il *canocchiale* d'un quarto di cerchio parallelo al piano, *Ved.* PARALLELISMO. (*D. L.*).

CANONE in *Geometria*, e in *Algebra*, significa una regola generale per la soluzione di molte questioni d'un medesimo genere; questa voce oggidì è poco usitata. Servesi più communemente dei termini *metodo*, e *formula*. *Ved.* METODO, e FORMULA.

CANONE NATURALE DEI TRIANGOLI; ell'è una tavola che contiene tutto insieme i seni, le tangenti, e le secanti degli angoli; questa tavola si chiama così perchè serve principalmente alla risoluzion de' triangoli. *Ved.* TRIANGOLO.

CANONE ARTIFIZIALE DEI TRIANGOLI; ell'è una tavola in cui trovansi i logaritmi dei seni, e delle tangenti, ec. *Ved.* SENO, TANGENTE, LOGARITMO.

CANOPO (*Astron.*), stella di prima grandezza, situata nell'emistero australe, all'estremità più australe della costellazione chiamata *argo*, od il naviglio. Essa si chiama ancora *Canobus*, κάνωβος, *Ptolomæon*, *Suel* (Bayer); ma Plinio dice *Canopus*. Questo nome è quello del pilota di Menelao, Re di Troja. Secondo il Sig. Costard, viene dal termine χωὺ, che in lingua Copta significa oro, e il Copto deriva dal Greco.

Dopo *Sirius*, è questa la più bella stella del cielo: se la vede dall'isola di Rodi rader l'orizzonte; annunziava agli Egiziani l'entrata del sole nell'Aquario; da ciò viene quel che chiamavasi *Regnum Canopicum*. *Ved. la mia Astron. T. IV., p.* 443. (*D. L.*)

CAPACE (*Geom.*): dicesi che un segmento di cerchio è *capace* d'un angolo, qualora questo segmento è tale che vi si possa iscrivere quest'angolo; di modo che i due lati dell'angolo si terminino alle estremità del segmento, e che la sommità dell'angolo sia sopra la circonferenza del segmento. Si sa che tutti gli angoli inscritti in un segmento medesimo sono eguali; perciò il segmento *E F D* (*Tav. Geom. Fig.* 21) è *capace* dell'angolo *E F D*, o del suo eguale *E H D*. Vi sono molti metodi per descrivere un segmento *capace* d'un angolo dato: eccone uno semplicissimo. Fate un triangolo isoscele, il di cui angolo alla sommità *E F D*, sia eguale all'angolo dato; oppure, ch'è lo stesso, fate gli angoli *F E D*, *F D E* eguali ognuno alla metà di 180 gradi meno la metà dell'angolo dato; e per i punti *F*, *D* descrivete l'arco di cerchio *E F D*. *Ved.* CERCHIO. (*O*).

CAPO DELL'EPICICLO, o *Apogeo dell'epiciclo*, è la parte più lontana della terra.

CAPPA (*Mecc.*), nome che si dà in generale a dei bucchi fatti nel legno, nel ferro, o in qualunque altra materia, e destinati a ricever le estremità dell'asse d'una carrucola, d'una bilancia, o d'un tornello, ec.

Applicasi questo nome particolarmente a delle bande di ferro ricurvate in semicerchio, tra le quali sono sospese, e girano delle carrucole su un

d'un perno, od una cavicchia che le traverſa, e loro ſerve di aſſe, e va a metterſi ed a girare nei due praticati fori, l'uno all'una delle ale della *cappa*, e l'altro all'altra ala. Tutto queſto ammaſſo della *cappa*, e della carrucola è ſoſpeſo per un uncino, ſia ad una ſpranga di ferro, ſia ad ogn'altro ſolido appoggio. Vedonſi di queſte carrucole incaſtrate nelle *cappe* al di ſopra dei pozzi. *Ved.* CARRUCOLA.

CAPPELLETTO (*Idrod.*). Macchina idraulica, compoſta d'una ſerie di vaſi, o di cucchiaj con animella attaccati ad una corda, o catena ſenza fine, che diſcendono alternativamente nell'acqua di un pozzo, e che riempionſi o cariçanſi prima d'entrare in un tubo, dal quale ſortono per l'altro capo, e ſi vuotano in un bacino, o foſſa qualunque deſtinata a ricever l'acqua.

Siccome fa di meſtieri che li cucchiaj con animella o vaſi entrino eſattamente nel tubo aſcendente, v'è qualche volta uno ſtrofinamento conſiderabiliſſimo in queſta macchina.

La catena ſenza fine deve eſſer allontanata nel ſuo cammino e per entrar verticalmente nel tubo montante, e perchè i vaſi o cucchiaj con animella vuotino l'acqua nel ſerbatojo dello ſcarico; perciò, convien ch'eſſa giri e ſi arrampichi ſopra due ruote dentate poſte alle ſue eſtremità. Di più, il ſuo moto deve eſſere un poco pronto, per non dare il tempo all'acqua di diſcendere di nuovo per il tubo aſcendente. *Ved.* una più eſteſa deſcrizione e l'uſo di queſta macchina nell'*Architettura Idraulica* di Belidoro, e nella Fiſica di Deſaguliers.

CAPPELLO, (*Mecc.*) Chiamaſi così, in certe fabbriche di legname, un compoſto di tre pezzi di legno; due de' quali poſti verticalmente e combaciati con un terzo ſopra le ſue eſtremità, tengono queſto terzo orizzontale.

Nell'*Idraulica pratica* il *cappello* è un pezzo di legno attaccato con le cavicchie di ferro ſopra le corone di una fila di pali, ſia in uno ſteccato, ſia in un argine.

CAPRA (*Mecc.*), macchina compoſta di tre lunghi pezzi di legno *RA*, *RB*, *RC*, (*Tav. Mecc. Fig.* 57) li quali ſi uniſcono a ginocchietto alla ſommità *B*, e ſi allontanano al baſſo. Al punto *B* è attaccata una carrucola, ſulla quale paſſa una corda, che da una parte ſoſtiene il peſo *M*, dall'altra va ad inviluppar-ſi in un torno o cilindro *T*, gli uomini applicati alle eſtremità delle leve *TH*, *TL*, fan girare il cilindro, ed obbligano il peſo *M* a montare.

CAPRA (*Aſtron.*), *capella*; ſtella brillante e di prima grandezza nella coſtellazione del cocchiere, che chiamaſi anche *capra*, *hircus*, *cabrilla*, *amalthea*, *olenia*, a motivo di Oleno città della Beozia, in cui dicevaſi che queſta *capra* era ſtata nutrita; in arabo, *albaiot*, o *albatod*; ell'è ſituata verſo la ſpalla ſiniſtra o la ſpalla precedente del cocchiere; è la terza di queſta coſtellazione nei cataloghi di Tolomeo, e di Ticone, e la 14 nel catalogo Britannico. La ſua longitudine, nel 1750, era di 78° 21' 52"; e la ſua latitudine di 22° 52' 43". *Ved.* COCCHIERE. Queſta ſtella è la più bella di quelle che non tramontano a Parigi. I poeti dicono che ſia queſta la *capra amaltea* che allattò Giove nella ſua infanzia. *Orazio* ne parla dicendo; *infana ſidera capræ*: Ovidio parimenti dice, *Metam. III*, 549, *Olenia ſidus pluviale capellæ*.

CAPRA, è anche qualche volta il nome della coſtellazione del capricorno. (*D. L.*)

CAPRETTI (*Aſtron.*). La coſtellazione del cocchiere rinchiude li *capretti*, che ſono ſul braccio ſiniſtro del cocchiere. Eglino ſon compoſti di tre ſtelle ι, ζ, ed η, che formano un triangolo iſoſcele, il cui angolo ſuperiore è molto acuto. Queſto triangolo ſituato a tre gradi al mezzodì della capra ſerve a diſtinguere queſta ſtella dalle altre della prima grandezza.

I poeti dicono che queſti *capretti* erano ſtati nudriti dello ſteſſo latte di cui fu alimentato Giove. Altre volte il levar de' *capretti* era ſuſſeguito da uragani; il che fece dire:

Quantus ab occaſu veniens pluvialibus hædis
Verberat imber humum.
Virg. IX. 668.
Non ulli tutum eſt hædis ſurgentibus æquor.

Si vedrà la maniera di riconoſcerli all'articolo COSTELLAZIONE. (*D. L.*)

CAPRICORNO (*Aſtron.*), *caper*; decimo ſegno del zodiaco, che ſi chiama anche il *becco*, la *capra amaltea*, il *ſegno dell'inverno*, la *porta del ſole*; imperciocchè ſi riguardavano li due tropici come le due porte del cielo. Per l'una il ſole aſcendeva nelle regioni ſuperiori; per l'altra diſcendeva nuovamente alla regione più baſſa del cielo. Alcuni poeti dicono che queſta coſtellazione rappreſenta la capra amaltea, il di cui latte ſervì alle ninfe che preſero cura di Giove ſul monte Ida, e che Giove per riconoſcenza collocò in ſeguito tra gli aſtri: ma è queſta una confuſione; la capra amaltea è quella ch'è ſul braccio del cocchiere. *Ved.* CAPRA. Altri ſpiegano la forma bizzarra del *capricorno*, ch'è metà becco e metà peſce, in forma di Egipano, col mezzo di un altra favola. Eſſendo già Dei a tavola in un luogo dell'Egitto, Tifone, il più terribile dei Giganti, comparve all'improvviſo, e cagionò loro una paura sì grande che tutti cercarono la lor ſicurezza nella fuga, e ſi cangiarono in differenti forme. Pane, il dio dei cacciatori, dei paſtori, e di tutta la natura, s'immerſe nel Nilo fino alla metà del corpo, preſe la forma di peſce nella parte inferiore del corpo, e quella di capra nella parte ſuperiore; e Giove, volendo conſervar la memoria di queſto avvenimento, collocò in cielo queſto moſtruoſo animale. Ma dall'altra parte queſte origini hanno tanti aſſurdi, che appena ſono da riferirſi. Il Sig. Dupuis fa veder che queſto ſegno indica-

va l'elevazione del sole dopo la stagione delle pioggie; si crede che in origine il *capricorno* sia stato collocato nel solstizio di estate: vi si riuniva altre volte un *capricorno* ed un pesce, perchè l'inondazione del Nilo cominciava sotto questo segno, e gl' Indiani lo chiamano ancora *pesce*. *Astron. t. IV, p. 363.*

Sonovi 51 stelle del *capricorno* nel catalogo Britannico; ma ve ne son molte più in quelli di Mayer e de la Caille. (*D. L.*)

CARA (*Astron.*). *Ved.* CANI DA CACCIA.

CARATTERE, segno di cui si fa uso nelle Matematiche per abbreviare il discorso, e per semplificare i calcoli.

I *caratteri numerali* sono quelli che impiegansi per esprimere i numeri; queste son *lettere* o *figure*; che chiamansi altrimenti *cifre*. Le specie di *caratteri* che sono in uso oggidì principalmente, sono il comune ed il Romano: si può aggiungervi il Greco, ed un altro chiamato *carattere francese*, come pure le lettere degli altri alfabeti, i quali si adoprarono per esprimere i numeri.

Il carattere comune è quello che chiamasi d' ordinario *carattere arabo*, perchè supponesi che sia stato inventato dagli astronomi arabi, quantunque gli arabi stessi lo chiamino *carattere indiano*, quasi che essi pure l' abbiano tolto ad imprestito dai popoli dell' India.

Sonovi dieci *caratteri arabi*; cioè, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, l' ultimo de' quali chiamasi in latino *cifra*. In Francia, si dà in generale il nome di *cifra* ad ogni carattere che serve ad esprimere i numeri.

Si usa il *carattere arabo* in tutta quasi l' Europa, e in tutte quasi le circostanze, nelle quali ci può aver luogo, in fatto di commercio, di misura, di calcoli astronomici, ec.

Il *carattere romano* è composto di lettere majuscole dell'alfabeto romano, dal quale probabilmente ebbe il nome; o forse perchè ne facevano uso gli antichi Romani sulle loro monete, e nelle iscrizioni dei loro monumenti pubblici, eretti in onore delle loro divinità e de' loro uomini illustri, come pure sui loro sepolcri, ec.

Le lettere numerali che compongono il *carattere romano*, sono sette; cioè, *I*, *V*, *X*, *L*, *C*, *D*, *M*.

Il *carattere I* significa uno; *V*, cinque; *X*, dieci; *L*, cinquanta; *C*, cento; *D*, cinquecento; ed *M*, mille.

L' *I*, ripetuto due volte, fa due, *II*; tre volte, tre, *III*; quattro si esprime così, *IV*, poichè *I* messo avanti di *V*, o *X*, leva un' unità dal numero espresso da ciascheduna delle lettere.

Per esprimere sei, aggiungesi *I* al *V*, *VI*; per sette, se ne aggiungono *II*, *VII*; e per otto, tre, *VIII*: esprimesi nove, ponendo *I* avanti *X*, *IX*, conforme alla precedente osservazione.

Vale la stessa osservazione rapporto al *X* avanti *L*, o *C*; questo *X* indica allora che convien lovare dieci unità dal numero seguente; perciò, *XL* significa *quaranta*, e *XC*, *nonanta*; un *L* seguito da un *X*, significa sessanta *LX*, ec. Alcuna volta si disegnò quattrocento per *CD*, ma ciò è raro.

Oltre la lettera *D*, ch' esprime cinquecento, puossi esprimere ancora questo numero con un *I* avanti un *C* rovesciato in tal modo *IↃ*; parimenti invece di *M*, che significa *mille*, si usa qualche volta *I* tra due *C*, l' un dritto e l' altro rovescio in questa maniera *CIↃ*; secondo questa convenzione, puossi esprimere *seicento* per *IↃC*, e *settecento* per *IↃCC*, ec.

L'aggiunta di *C* avanti, e *G* dopo, aumenta *CIↃ* in ragion decupla; perciò, *CCIↃↃ*, significa 1000, *CCCIↃↃↃ*, 10000, ec.

Questa è la comune maniera di segnare i numeri, anticamente usata dai Romani, ch' esprimevano anche ogni numero di mille con una linea tirata sopra un numero qualunque minor di mille. Per esempio, $\overline{V}$ significa 5000; $\overline{LX}$, 60000; similmente $\overline{M}$ è 1000000; $\overline{MM}$, 2000000, ec.

Oltre ciò, 1.° certe libertà o variazioni son state ammesse, almeno in alcuni scrittori moderni; per esempio, *IIX* significa 8; *IICIX*, 89: 2.° certi *caratteri* son stati in uso, che sembrano aver rapporto alle lettere; per esempio *M*, per il quale esprimesi *mille*, 1000, è stato formato di *CXↃ o CIↃ*, di cui la metà, cioè *IↃ*, era presa per 500; parimenti, per avere forse maggior comodità per i scrivere, *IↃ* sembra esser stato cangiato in *D*. Del resto ignoriamo come facessero i Romani i loro calcoli col mezzo di questi numeri. Avevano essi senza dubbio un' aritmetica come noi, e non sarebbe forse impossibile di ritrovarla; ma sarebbe questa una ricerca di mera curiosità. Il *carattere arabo*, che prevalse da per tutto, ce n' esenta.

Cifre greche. Li Greci aveano tre modi di esprimere i numeri. 1.° Il più semplice era per ogni lettera in particolare, secondo il suo posto nell' alfabeto, affine di esprimere un numero da α 1 fin ad ω 24; in tal modo son distinti i libri dell' Iliade di Omero. 2.° Eravi un' altro modo che facevasi per una divisione dell' alfabeto in otto unità: α 1, β 2, ec. 8 decine ι 10, κ 20, ec. 8 centinai ρ 100, σ 200, ec. *N. B.* esprimevan essi mille coo un punto od un accento sotto una lettera: per esempio α 1000, β 2000, ec. 3.° Li Greci avevano un terzo modo che facevasi per sei lettere capitali, in questa maniera, Ι (ἰκατὸν per μία) I, Π (πέντε) 5, Δ (δέκα) 10 H (ἑκατὸν) 100, X (χίλιοι) 1000, M (μύριοι) 10000; e quando la lettera Π ne conteneva alcune, eccettuato Ι, ciò mostrava che la lettera contenuta era il quintuplo del suo proprio valore, come

|Δ| 50, |H| 500, |X| 5000, |M| 50000.

Cifre ebraiche, L'alfabeto ebreo era diviſo in nove unità, א 1, ב 2, ec; in nove decine י 10, כ 20, ec; in nove centinai, ק 100, ר 200, ec; ך 500, ם 600, ן 700, ף 800, ץ 900. Li mille ſi eſprimono qualche volta per le unità che pongonſi avanti li cento, אלר, 2534, e parimeoti avanti le decine אע, 1070. Ma in generale, eſprimevaſi *mille* colla eſpreſſione אלת, e 2000 per אלפים; אלפים, precedato da altre lettere numerali, ſerviva a determinare il nomero di mille: per eſempio, נאלפים, 3000, ec.

Il *carattere franceſe*, così chiamato a motivo che i Franceſi l'hanno inventato, e ne fao principalmente uſo, è chiamato più ordinariamente *cifra di conto o di finanza*.

Ei non è propriamente che una cifra romana in lettere non majuſcole; perciò, invece di eſprimere 56 per *LVI*, in cifra romana, eſprimeſi in *caratteri* più piccioli, col *lvj*, e così delle altre, ec.

Se ne fa uſo principalmente nelle camere di conti, nei conti che rendono li teſorieri, li ricevitori, ec., ed altre perſone impiegate nell' amminiſtrazione delle rendite.

In *Algebra*, le prime lettere dell' alfabeto *a*, *b*, *c*, *d*, ec. ſono i ſegni od i *caratteri* ch' eſprimono le quantità *date*; e le ultime lettere *z*, *y*, *x*, ec. ſono i *caratteri* delle quantità *cercate*. *Ved.* Quantita'. *Ved.* anche l'articolo Aritmetica Univerſale, in cui abbiamo ſpiegato perchè l'algebra ſervaſi di lettere per diſegnare le quaotità, ſia cognite, ſia incognite.

Oſſervate che le quantità eguali marcanſi collo ſteſſo *carattere*. Le lettere *m*, *n*, *r*, *s*, *t*, ec. ſono i *caratteri* degli eſponenti indeterminati dei rapporti, e delle potenze; perciò, x^m, y^n, z^r, ec. diſegnano le potenze indetermioate di differenti ſpezie; *mx*, *ny*, *rz* i differenti multipli o ſotto-multipli delle quantità *x*, *y*, *z*, ſecondo che *m*, *n*, *r*, rappreſentaoo numeri iotieri o rotti.

$+$ è il ſegno di ciò che eſiſte realmente, e chiamaſi ſegno *affermativo* o *poſitivo*; egli fa comprendere che le quantità che ne ſoo precedute, hanno no eſiſtenza reale e poſitiva. *Ved.* Positivo.

E' queſto anche il ſegno dell'addizione; e leggendo, pronunciaſi, *più*; così, $9 + 3$, pronunciaſi nove *più* tre, cioè 9 aggiunto a 3; o la ſomma di 9 e 3; ciò che fa 12. *Ved.* Addizione.

Quando il ſegno $-$ precede una quantità ſemplice, eſprime una negazione, oppure una eſiſtenza negativa; egli dà a vedere, per così dire, che la quantità che n'è preceduta, è minore del niente. Imperciocchè puoſſi dire, per eſempio, di on uomo ch'abbia 20000 lire di debiti; e che non ha altro di più; che la ſua fortuna, è al diſotto di niente del valore di 20000 lire, poichè ſe gli ſi daſſero 20000 lire, ei ſarebbe obbligato a pagare i ſuoi debiti; e non gli reſterebbe niente; ciò che puoſſi eſprimere così, *la fortuna di queſt uomo è* — 20000 *lire*. Per altro daremo più a luogo e più eſattamente l'idea delle quantità negative all'articolo Negativo.

Se mettaſi queſto ſegno tra delle quantità, egli è il ſegno della ſottrazione; e leggendolo, ſi pronuncia *meno*; così $14 - 2$ leggeſi 14 *meno* 2, o diminuito di 2, cioè il reſtante di 14, dopo di averne ſottratto il 2; ciò che fa 12. *Ved.* Sottrazione.

$=$ è il ſegno d'eguaglianza; così $9 + 3 = 14 - 2$, ſignifica che 9 *più* 3 ſon'eguali a 14 *meno* 2.

Harriot è il primo ch'abbia introdotto queſto *carattere*. In ſuo luogo, Carteſio ſerveſi di *x*. Prima di Harriot, non eravi alcun ſegno d'eguaglianza. Wolfio ed alcuni altri autori ſervonſi dello ſteſſo *carattere* $\equiv$ per eſprimere l' identità dei rapporti, o per ſegnare i termini che ſono in proporzione geometrica, ciò che iodicano diverſameote molti autori.

Il ſegno $\times$ è la marca della moltiplicazione; egli moſtra che le quantità che ſono d'ambi i lati di queſto ſegno, devono eſſer moltiplicate le une per le altre: così 4×6 leggeſi 4 moltiplicato per 6, oppure il prodotto di 4 e 6 $= 24$, od il rettangolo di 4 e di 6. Ma però, in Algebra, ommetteſi ſpeſſiſſimo queſto ſegno, e vi ſi mettono ſemplicemeote le due quantità aſſieme: perciò, *b d* eſprime il prodotto di due numeri marcati da *b* e *d*, li quali eſſendo poſti valere 2 e 4, il loro prodotto è 8 ſignificato da *b d*.

Wolfio ed altri autori prendono per ſegno di moltiplica un punto ($\cdot$) poſto tra due moltiplicatori; perciò $6 . 2$ ſignifica il prodotto di 6 e 2, cioè 12. *Ved.* Moltiplicazione.

Quando uno dei fattori o ambedue ſono compoſti di molti termini, ſi diſtinguono per una linea che tiraſi ſopra; così il prodotto di $a + b - c$ per d ſcriveſi $d \times \overline{a + b - c}$.

Guido Grandi, e dopo lui Leibnizio, Wolfio ed altri, per iſchivare l'imbarazzo delle linee, invece di queſto mezzo, diſtinguono li moltiplicatori compoſti riſtringendoli in una parenteſi nel ſeguente modo $(a + b - c)\,d$.

Il ſegno $\div$ eſprimeva altre volte la diviſione; però $a \div b$ diſegnava che la quantità *a* è diviſa per la quantità *b*. Ma oggidì, in Algebra, eſprimeſi il quoziente ſotto la forma di una frazione; perciò, $\frac{a}{b}$ ſignifica il quoziente di *a* diviſo per *b*.

Wolfio ed altri prendono per indicare la divisione, il segno (:); così 8 : 4 significa il quoziente di 8 diviso per 4 = 2.

Se il divisore od il dividendo, oppure ambedue sono composti di molte lettere: per esempio, $a+b$ diviso per c, invece di scrivere il quoziente sotto la forma d'una frazione in questo modo $\frac{a+b}{c}$, Wolfio rinchiude in una parentesi le quantità composte come $(a+b):c$. *Ved.* Divisione.

$>$ è il segno di maggiorità o dell'eccesso d'una quantità sopra un'altra; alcuni servonsi del *carattere* $\sqsupset$ o di questo $\vdash$.

$<$ è il segno di minorità. Harriot introdusse il primo questi due *caratteri*, de' quali tutti gli autori moderni ne fecero uso dopo.

Altri autori impiegavano altri segni: servonsi alcuni di questo $\dashv$; ma oggidì non se ne fa più uso.

∞ è il segno di somiglianza, raccomandato nelle *Miscellanea Berolinensia*, e di cui Leibniaio, Wolfio ed altri fecero uso, quantunque in generale gli autori di raro se ne servano. *Ved.* Somiglianza.

Altri autori impiegano questo stesso *carattere*, per marcare la differenza tra due quantità, qualora ignorasi qual sia la più grande. *Ved.* Differenza.

Il segno $\surd$ è il *carattere* di radicalità; fa osservare la radice della quantità che n'è preceduta, è estratta o deve estrarsi: così, $\surd 25$ o $\sqrt{25}$ significa la *radice quadrata* di 25, cioè, 5; e $\sqrt[3]{25}$ indica la *radice cubica* di 25. *Ved.* Radice, Radicale.

Questo *carattere* contiene qualche volta molte quantità; ciò che distinguesi tirando una linea sopra: così, $\surd \overline{b+d}$ significa la *radice quadrata* della somma delle quantità b e d.

Wolfio, in luogo di questo segno, rinchiude in una parentesi le quantità composte, e caratterizza il tutto coll'esponente della radice: così, per disegnare la radice quadrata di $a+b-c$, scrive $(a+b-c)^{\frac{1}{2}}$. *Ved.* Esponente.

Il segno : : è il *carattere* della proporzione aritmetica; così, 7 . 3 : : 13 . 9, fa vedere che 7 sorpassa 3 tanto, quanto 13 sorpassa 9; cioè esser l'eccesso del primo sul secondo, cioè 4, eguale all'eccesso del terzo termine sopra il quarto. *Ved.* Proporzione.

Il segno $\div$: è il carattere della proporzione geometrica; così, 8 . 4 :: 30 . 15, od 8 : 4 :: 30 : 15, mostra che il rapporto di 30 a 15 è lo stesso che quello di 8 a 4, o che i quattro termini sono in proporzione geometrica, cioè che 8 è a 4, come 30 a 15. *Ved.* Proporzione.

In luogo di questo *carattere*, Wolfio servesi del segno di eguaglianza $=$ ch'ei preferisce al primo, come più scientifico e più espressivo. Altri disegnano così la proporzion geometrica, $a \mid b \mid\mid c \mid d$. Tutto ciò è indifferente.

Il segno $\div$ è il *carattere* della proporzion geometrica continua; ei mostra che il rapporto è sempre lo stesso senza interruzione: così, $\div$ 2 . 4 . 8 . 16 . 32. sono nella stessa proporzion continua; perchè 2 è a 4, come 4 ad 8, come 8 a 16, ec. *Ved.* Proporzione, e Progressione.

In Geometria, $\mid\mid$ è il *carattere* del parallelismo, che mostra che due linee o due piani devono essere ad egual distanza l'uno dall'altro. *Ved.* Parallelo.

Δ è il *carattere* d'un triangolo. *Ved.* Triangolo.

$\square$ è il segno di un quadrato; $\overline{=}$ marca l'ugnaglianza dei lati d'una figura.

$\llcorner\!\lrcorner$ significa un rettangolo; $\angle$ è il segno d'un angolo.

$\overline{\circ}$ caratterizza un circolo: $\llcorner$ marca un *angolo retto*.

υ esprime l'*eguaglianza degli angoli*; $\perp$ è il segno d'una perpendicolare.

$^\circ$ esprime un grado; però, 75° significa *settanta cinque gradi*.

$'$ è il segno di un *minuto primo*, così, 50′ dinota *cinquanta minuti*. $''$, $'''$, $''''$, ec. sono i *caratteri* dei *secondi*, *terzi*, *quarti*, ec. di gradi; perciò, 5″, 6‴, 18⁗, 20⁗, significano 5 *secondi*, 6 *terzi*, 18 *quarti*, 20 *quinti*. Li quarti e li quinti s'esprimono anche per IV, e per V.

Per altro, molti dei *caratteri* di Geometria, de' quali abbiamo parlato, son poco usitati oggidì.

Nei calcoli *differenziale* ed *integrale*, la lettera d, posta avanti d'una quantità variabile x, vuol dire la differenza di questa quantità. Così, dx, significa la differenza di x, o la *differenziale* di x: questa è la notazione ordinaria. Gl'Inglesi disegnano lo stesso per la lettera x sovrapostovi un punto, in questo modo $\dot{x}$; e chiamano *flussione* quel che l'altre nazioni chiamano *differenza* dietro Leibnizio.

Il segno $\int$, posto avanti d'una differenziale, significa l'*integrale* di questa differenziale. Così, $\int dx$ vuol dir l'integrale di dx. Gl'Inglesi disegnano lo stesso per *Fl.* $\dot{x}$, che vuol dire *la fluente della flussione* $\dot{x}$. *Ved.* Differenziale, Integrale, Flussione, Fluente.

CARATTERISTICA. *Caratteriſtica* d'un logaritmo è il ſuo eſponente, vale a dire il numero intiero ch'egli comprende; così in queſto logaritmo 1, 000000, 1 n'è l'eſponente; medeſimamente 2 è l'eſponente in queſt'altro 2, 4523, ec.

In generale ſi chiama in Matematica *caratteriſtica*, o carattere ciò che ſegna qualche coſa. *Ved.* CARATTERE. Così *d* è la *caratteriſtica* delle quantità differenziali, ſecondo Leibnizio, e ſecondo Newton la *caratteriſtica* delle fluſſioni è un punto. *Ved.* FLUSSIONE, e DIFFERENZIALE.

Nella Geometria ſublime ſi chiama *triangolo caratteriſtico* d'una curva un triangolo rettilineo rettangolo, di cui l'ipotenuſa fa una parte della curva, che non differiſce ſenſibilmente da una linea retta, perchè queſta porzione di curva è ſuppoſta infinitamente picciola. Queſto triangolo è ſtato chiamato *caratteriſtico*, perchè ſerve ordinariamente a diſtinguere tra loro le linee curve. *Ved.* CURVA.

Supponiamo per eſempio la ſemiordinata *p m* (*Tav. d'Analiſi Fig.* 18) infinitamente proſſima ad un'altra ſemiordinata *P M*: allora *P p* ſarà la differenza dell'aſciſſa; ed abbaſſando una perpendicolare *M R* = *P p*, *R m* ſarà la differenza della ſemiordinata. Tirando dunque una tangente *TM*, in tal caſo l'arco infinitesimo *M m* non differiſce punto da una linea retta; per conſeguenza *M m R* è un triangolo rettilineo rettangolo, e coſtituiſce il triangolo *caratteriſtico* di queſta curva, chiamato anche *triangolo differenziale*. Diſfatti l'equazione differenziale che v'è tra li piccioli di lui lati, è l'equazione che caratterizza la data curva. *Ved.* TRIANGOLO DIFFERENZIALE.

CARDINALI (*ſegni*), (*Aſtron.*). Punti *cardinali* dell'orizzonte, ſono l'oriente, l'occidente, il ſettentrione, ed il mezzodì; quelli del zodiaco ſono li primi gradi dei ſegni, dove il ſole ſi ſuppone entrare al principio di ciaſcuna ſtagione; cioè l'*ariete*, il *cancro*, la *libra*, ed il *capricorno*.

CARICA d'acqua diceſi l'altezza verticale dell'acqua ſopra l'orificio, donde ſgorga.

CARNABONS, nome che alle volte ſi dà alla coſtellazione del ſerpentario.

CARRO (*Aſtron.*). Il *carro* è una coſtellazione che chiamaſi anche *grand'Orſa*; ella ha in effetto qualche ſomiglianza con un carro. *Ved.* GRAND'ORSA.

CARRUCOLA (*Mecc.*), è una delle cinque principali macchine, di cui ſi tratta nella Statica. Ella conſiſte in una picciola ruota, ch'è ſcavata nella ſua circonferenza, e che s'aggira attorno d'un chiodo, od aſſe collocato al ſuo centro. Se ne fa uſo per innalzare dei peſi col mezzo d'una corda, che ſi fa ſcorrere per la ſcanalatura della ſua circonferenza. *Ved.* POTENZA, MACCHINA, LEVA, FORZE MOTRICI. In latino ſi chiama queſto iſtrumento *trochlea*.

L'aſſe ſu cui s'aggira la *carrucola*, ſi chiama *chiozzo*; ed il pezzo fermo di legno, o di ferro, nel quale ſta incaſſato l'aſſe, ſi chiama *cappa*.

Teoria della carrucola. Se una potenza *P* (*Tav. Mecc. Fig.* 208.) ſoſtiene un peſo *Q* col mezzo d'una *carrucola* ſemplice *A B*, di maniera che la direzione del peſo, e quella della potenza ſieno tangenti della di lei circonferenza, il peſo è eguale alla potenza. Dunque quando le direzioni della potenza, e del peſo ſono tangenti della detta circonferenza, la *carrucola* non giova, nè nuoce alla potenza, facendo ſoltanto cangiarle la direzione.

Per conſeguenza l'uſo della *carrucola* è principalmente di cangiare una direzione verticale in una orizzontale, od una direzione che deve eſſere dal baſſo all'alto, in una dall'alto al baſſo, e reciprocamente.

Queſto è il ſuo ſolo avvantaggio; perchè ſe una potenza ha più forza in una direzione che in un altra, ella può agire per mezzo della *carrucola* nella direzione più favorevole.

Per eſempio un cavallo non può tirare verticalmente, e tira con molta forza orizzontalmente: cangiando la direzione in orizzontale ſi può far innalzare un peſo ad un cavallo per mezzo d'una *carrucola*.

Parimenti ſe ne fa uſo con avvantaggio per innalzare differenti peſi, per eſempio delle ſecchie d'acqua; perchè quantunque la forza che a' impiega per elevare li peſi ſia loro uguale; nondimeno s'applica ella in una maniera molto vantaggioſa perchè il peſo del corpo della perſona che agiſce, facilita, e favoriſca il moto delle braccia.

Lorchè due potenze *P*, e *Q* agiſcono in direzioni parallele, vale a dire quando la corda abbraccia la metà della circonferenza della *carrucola*, il punto d'appoggio *C* è caricato d'una forza eguale alla ſomma delle due potenze. Non è poi lo ſteſſo quando le potenze *P*, e *Q* non ſono parallele, eſſendo allora la carica ſul punto d'appoggio *C* minore della ſomma delle dette potenze. Ma queſte due potenze per eſſere in equilibrio devono eſſer uguali.

Il Sig. Varignon ha dimoſtrate le proprietà della *carrucola* nella ſeguente maniera. Suppone che le direzioni della potenza, e del peſo ſieno prolungate finchè s'incontrino; per li principj della compoſizione delle forze, riduce egli queſte due in una ſola. Ora perchè vi ſia equilibrio, è d'uopo che queſt'ultima ſia ſoſtenuta dal punto d'appoggio *C*, vale a dire che la di lei direzione paſſi per *C*. Quindi è facile il conchiudere che le potenze *P*, e *Q* devono eſſere eguali per far equilibrio, e che la carica del punto d'appoggio *C*, che non è altro che il riſultato delle due potenze *P*, e *Q*, non è mai maggiore della loro ſomma. Se le potenze *P*, e *Q* ſono parallele, allora il Sig. Varignon conſidera il punto del concorſo infinitamente lontano, il che

non

non fa altro che semplificare la dimostrazione. *Ved.* Appoggio, Leva, ec.

Si può riguardare la *carrucola* come un'unione di moltissime leve ferme intorno al medesimo punto *C*, le di cui braccia siano eguali. Quest'eguaglianza di braccia appunto fa che la potenza non sia differente dal peso. Egli è inutile l'avvertire che noi facciamo astrazione dal peso delle corde, e dallo strofinamento, poichè si concepisce facilmente che a cagione di questo peso, e strofinamento sono necessarie più di 100 libbre per sollevare un peso pure di 100 l.

La *carrucola* è principalmente utile quando è riunita a molte altre. Questa riunione forma ciò che Vitruvio e molti altri dopo lui, chiamano *polyspaston*, o *taglia*. L'avvantaggio di questa machina è di occupare poco luogo, di potersi muovere facilmente, e di elevare gran pesi con mediocre forza.

L'effetto di queste *carrucole* unite insieme è fondato sulli seguenti teoremi: 1°. Se una potenza *E* (*Fig.* 50.) sostiene un peso attaccato al centro d'una *carrucola AB*, ella sarà la metà di questo peso; si suppone che la corda sia attaccata in *D*, o sostenuta in qualsivoglia maniera. 2°. Se una potenza applicata in *B* (*Fig.* 209.) sostenta un peso *F* per mezzo di più *carrucole*, di modo che tutte le corde *AB*, *HI*, *GF*, *EL*, *CD* siano parallele l'una all'altra, la potenza sta al peso, come l'unità al numero delle corde *HI*, *GF*, *EL*, *CD*, tese dal peso *F*, vale a dire come l'unità al numero delle *carrucole* prese insieme.

Dunque dato il numero delle *carrucole*, e la potenza, è facile di trovare il peso, che questa potenza può sostenere; ovvero dato il numero delle *carrucole*, ed il peso, si sa trovare la potenza; o finalmente data la potenza, e peso, si trova il numero delle *carrucole*. *Ved.* Taglia.

Se una potenza sa muovere un peso col mezzo di diverse *carrucole*, lo spazio ch'ella descrive sarà allo spazio che descrive il peso nello stesso tempo, come peso a potenza. Dunque quanto più picciola è la forza che solleva, tanto più lentamente s'alza il peso, di modo che il risparmio della forza è compensato dalla lunghezza del tempo. (*O*).

CARTA. Nelle figure di Geometria ella è solita di ritirarsi dopo l'impressione, ed inegualmente. Evelio se ne lagnò all'occasione delle sue figure della luna. Per rimediare a ciò nelle carte geografiche, Guglielmo de l'Isle primo geografo del Re ebbe l'attenzione d'alterare sulli suoi rami le dimensioni delle carte, e di cangiar li suoi cerchi in ovali per la quantità, di cui la carta suole accorciarsi in lunghezza più che in larghezza.

Diminuzione della carta grande imperiale di Francia dopo l'impressione, misurata su più di cinquanta fogli dal Sig. Mechain.

La tavola di rame sulla lunghezza della carta è alla lunghezza della carta impressa, come 59 a 58, o 101723 a 100000.

La tavola di rame sulla larghezza è alla larghezza della carta impressa, come 83 a 82, o come 101215 a 100000. Da ciò deriva che la diminuzione della carta in lunghezza è alla diminuzione in larghezza, come 199 a 200. Si deve aver riguardo a questa dilatazione nelli fusi de' globi. (*D. L.*).

Carta (*Astron. geograf.*), è una figura piana che rappresenta la figura della terra, od una delle sue parti, secondo le leggi della prospettiva.

Una carta è dunque una projezione della superficie del globo, o d'una delle sue parti, la quale rappresenta le figure, e dimensioni, od almeno le situazioni delle città, fiumi, montagne, ec. *Ved.* Projezione.

Carte universali sono quelle che rappresentano tutta la superficie della terra, od i suoi emisferi. E queste prendono il nome di *mappamondo*. *Ved.* Mappamondo.

Carte particolari sono quelle che rappresentano qualche paese particolare, o qualche porzione di paese.

Queste due specie di *carte* sono nominate spesso *carte geografiche*, o *carte terrestri* per distinguerle dalle idrografiche, o marine che rappresentano il mare, le isole, e le coste.

Le condizioni richieste per una buona carta sono 1°. che tutti i luoghi siano marcati nella loro giusta situazione, avuto sempre riguardo alli principali cerchi della terra, come l'equatore, li paralleli, li meridiani ec. 2°. che l'estensioni de' diversi paesi abbiano fra loro le proporzioni sulla carta, ch'hanno sulla superficie terrestre: 3°. che li differenti luoghi siano rispettivamente sulla carta alle medesime distanze gli uni dagli altri, e nella medesima situazione, ch'hanno sulla terra.

Per li principj della costruzione delle *carte*, e le leggi della projezione *Ved.* Prospettiva, e Projezione *della sfera*. Ecco l'applicazione di questi principj alla costruzione delle *carte*.

Costruzione d'una carta posto che l'occhio sia collocato nell'asse. Supponiamo per esempio che convenga rappresentare l'emisfero boreale tale quale deve apparire all'occhio situato in un punto dell'asse, come nel polo australe, prendendosi il piano dell'equatore per quello, dove dee farsi la rappresentazione: noi c'immaginaremo perciò delle linee tirate da ciascun punto dell'emisfero boreale all'occhio, e che taglino il piano in altrettanti punti. Tutti questi punti uniti insieme formeranno per la loro unione la carta ricercata.

Qui l'equatore sarà il limite della projezione. Il polo della terra verrà rappresentato dal centro; li meridiani della terra saranno figurati dalle linee rette, che vanno dal centro all'equatore, o dal polo della *carta* a tutti li punti

dell'equatore; i paralleli di latitudine formeranno piccioli cerchi, li di cui centri saranno il centro medesimo dell'equatore, o della projezione.

La miglior maniera di concepire la projezione d'un cerchio su d'un piano è l'immaginarsi un cono, la di cui sommità posta nel sito ove noi supponiamo l'occhio, sia raggiante, la cui base sia il cerchio che bisogna rappresentare, e li di cui lati sieno li raggi slanciati dal punto luminoso: altro non sarà allora la rappresentazione del cerchio che la sezione di questo cono per il piano su cui dee farsi. Egli è chiaro che secondo le differenti posizinni del cono, la rappresentazione sarà una figura diversa.

Ecco pertanto l'applicazione di questa teoria alla pratica. Prendete per polo il mezzo *P* (*Tav. di Geograf. Fig.* 2.) del foglio, di cui si vuol formare la *carta*: da questo punto come da centro descrivete, per rappresentare l'equatore, un cerchio della grandezza che volete dare alla vostra *carta*. Queste due cose possono farsi a piacere; da ciò dipende la determinazione di tutti gli altri punti, o cerchi. Dividete il vostro equatore in 360 parti, e tirate delle linee rette dal centro a ciascun principio di grado. Queste linee saranno li meridiani della vostra *carta*, e prendete per primo meridiano quella che passerà per il principio del primo grado, o per zero. *Ved.* Meridiano.

Costruzione delli paralleli sulla carta. Segnate colle lettere *AB*, *BC*, *CD*, *DA* li quattro quarti dell'equatore compreso il primo dal zero fino al 90, il secondo dal 90 fino al 180, il terzo da 180 fino 270, ed il quarto da 270 fino a 360; e da tutti li gradi di ciascuno di questi quarti di cerchio *BC*, come pure dalli punti che segnano 23° 30' fino a 66° 30' tirate delle rette occulte fino al punto *D*, le quali segnino quello, ove queste linee tagliano il semidiametro *APC*: finalmente dal punto *P* come centro descrivete differenti archi che passino per differenti punti di *PC*; questi archi saranno li paralleli di latitudine: il parallelo 23° 30' sarà il tropico del cancro, e quello di 66° 30 sarà il cerchio polare artico. *Ved.* Parallelo, o Tropico.

Li meridiani, e li paralleli essendosi così descritti, si scrivano li differenti luoghi col mezzo d'una tavola di longitudine, e latitudine computando la longitudine del luogo sull'equatore, col cominciare dal primo meridiano, e continuando verso il meridiano del luogo; e per la longitudine del luogo si prenda la latitudine medesimamente sul parallelo. Egli è evidente che il punto d'intersezione di questo meridiano, e del parallelo rappresenterà il luogo sulla *carta*; nella stessa guisa si possono rappresentare tutti gli altri luoghi.

Quanto alla metà dell'ecclittica che passa per questo emisfero, questo gran cerchio deesi rappresentare per un arco di cerchio; di maniera che non si tratti più che di trovare sulla carta tre punti di questo arco. Il primo punto, vale a dire quello ove l'ecclittica taglia l'equatore, è lo stesso che quello ove il primo meridiano taglia l'equatore, ed egli perciò distinguesi col segno dell'*ariete*. L'ultimo punto di quest'arco, o l'altra intersezione dell'equatore, e dell'ecclittica, vale a dire al fin della vergine, sarà nel loro punto opposto dell'equatore a 180°. Il mezzo di questo arco è il punto, ove il meridiano a 90° taglia il tropico del *cancro*. Così noi abbiamo tre punti di quest'arco, li quali danno l'arco intiero. *Ved.* Cerchio, e Corda.

Le *carte* di questa prima projezione hanno la prima delle qualità ricercate di sopra; ma elleno mancano della seconda, e terza; perchè li gradi eguali delli meridiani sono rappresentati su queste *carte* per delle porzioni ineguali della linea retta.

Si può con questo metodo rappresentare in una *carta* presso che tutta la terra collocando l'occhio, per esempio, nel polo antartico, e prendendo per piano di projezione quello di qualche cerchio vicino, per esempio, quello del cerchio antartico. Bisogna inoltre alla prima projezione non solo continuare li meridiani, ma ancora tirare li paralleli dal lato dell'equatore, e finire l'ecclittica; ma queste carte sarebbero troppo imbarazzanti, e troppo deformi per poterne fare uso.

Si si contenta d'ordinario di segnare li due emisferi separatamente, il che rende la carta molto più netta, e comoda. Se si vuole avere per mezzo di questa *carta* la distanza di due luoghi *A*, *B* (*Geog. Fig.* 3 n°. 2.) situati sullo stesso meridiano *PB*, si descrivano gli archi del cerchio *AE*, *BD*; e si vedrà quanto la parte *ED* contiene di divisioni, o di gradi, e così il numero de' gradi sarà noto da *E* fino *D*. Ora siccome un grado terrestre contiene 25 leghe, basta prendere 25 volte questo numero di gradi per avere la distanza da *A* in *B*.

Il Sig. de Maupertuis dimostrò nel suo discorso sulla *parallassi della luna*, che li loxodromici in questa projezione divengono delle spirali logaritmiche. *Ved* Loxodromico, e Spirale Logaritmica. Supponiamo dunque che *AG* (*Geog. Fig.* 3. n°. 4) sia una porzione della spirale logaritmica, o projezione della loxodromica, e che si voglia saperc la distanza *AG* delli due luoghi collocati sullo stesso rombo; egli è certo che *AG* sarà ad *AB* in ragione costante, vale a dire nel rapporto del seno totale al coseno dell'angolo del rombo, o dell'angolo della loxodromica col meridiano. Dunque conoscendosi *AB* per il metodo precedente, e sapendosi di più, come si suppone, l'angolo del rombo, si conoscerà *AG*, vale a dire si conoscerà quante leghe sono lontani l'uno dall'altro li due luoghi, dei quali *A*, e *G* sono la projezione.

Questa projezione è più facile di tutte; ma per uso si preferisce quella, ove l'occhio è collo-

locato nell'equatore. In fatti in quest' ultima maniera si sono fatte tutte le *carte*. Del resto siccome la situazione dell'ecclittica per rapporto a ciascun luogo della terra cangia continuamente, questo cerchio non dee aver luogo propriamente parlando sulla superficie della terra: ma se ne fa uso per rappresentare conformemente alla sua situazione qualche punto essenziale, per esempio, quello ove il principio dell' *ariete*, e della *libra* sia nell'intersezione del primo meridiano, e dell'equatore.

Costruzione delle carte supponendosi l'occhio collocato nel piano dell'equatore. Questo metodo di projezione benchè più difficile, è per altro più giusto, più naturale, e più comodo che il primo. Per concepirlo supporremo che la superficie della terra sia tagliata in due emisferi per la circonferenza intiera del primo meridiano; proponiamoci di rappresentare ciascun de' due emisferi in una *carta* particolare, l'occhio sarà collocato in un punto dell'equatore, lontano 90 gradi dal primo meridiano, e prenderemo per piano trasparente, ove dee farsi la rappresentazione, quello del primo meridiano. In questa projezione l'equatore diviene una linea retta, egualmente che il meridiano lontano 90 gradi dal primo, ma gli altri meridiani, o paralleli all' equatore divengono archi del cerchio come l' ecclitica. *Ved.* PROJEZIONE STEREOGRAFICA DELLA SFERA.

Ecco il metodo per costruirla. Dal punto *E* come centro (*Fig.* 3.) descrivete un cerchio di qualunque si sia grandezza, che volete dare alla carta; questo rappresenterà il primo meridiano, ch'è lo stesso che quello di 180 gradi: perchè tirando il diametro *B D*, taglierà egli il meridiano in due semicerchj, di cui il primo *B A D* converrà col zero, e l'altro *B C D* avrà 180 gradi. Questo diametro *B D* rappresenterà il meridiano di 90 gradi; percio il punto *B* sarà il polo artico, ed il punto *D* il polo antartico. Il diametro *A C* normale a *B D* sarà l'equatore. Dividere le quattro parti di cerchio *A B*, *B C*, *C D*, *D A* ciascuna in 90 gradi, ed in questo modo troverete gli archi de' meridiani, e de' paralleli. Basta, per il metodo qui dato, e dimostrato all' articolo PROJEZIONE STEREOGRAFICA DELLA SFERA, dividere l'equatore nelli suoi gradi cioè in 180, perchè quello della carta non rappresenta che la metà dell'equatore. Per queste differenti divisioni, e per li due poli descrivete degli archi di cerchio *B* 10 *D*, *B* 20 *D*: e questi archi rappresenteranno li meridiani.

Per descrivere li paralleli, basta dividere nella stessa maniera il meridiano *B D* in 180 gradi, e per ciascuna di queste tre divisioni, e per le divisioni corrispondenti de' quarti di cerchio *A B*, *B C* descrivere gli archi del cerchio; s' avranno in tal guisa li paralleli di tutti li gradi con li tropici, li polari, e li meridiani.

L' ecclittica puossi disegnare in due maniere, perchè la sua situazione sulla terra può essere tale che le sue intersezioni coll' equatore corrispondano perpendicolarmente al punto *T*: in questo caso la projezione di questo semicerchio dal primo grado del cancro fino al primo del capricorno sarà una linea retta che si determinerà, contando un arco di 23° 30' da *A* verso *B*, e tirando per l'estremità *F* di questo arco un diametro. Questo diametro rappresenterà l'ecclittica secondo la situazione, di cui parliamo, e si potrà, come sopra, dividerla in gradi, e marcarne li numeri, li segni, ec. Ma se l'ecclittica è collocata in maniera che la sua intersezione all'equatore corrisponda al punto *A*, la sua projezione sarà in tal caso un arco di cerchio che passa per li punti d'intersezione *A* e *G* dell'ecclittica, e dell'equatore presi sulla retta che marca la projezione dell'equatore, e per quello che segna l'intersezione del tropico del cancro, e del meridiano di 90 gradi, presi sulla retta, che serve di projezione a questo meridiano. Questi punti bastano per descrivere quest' arco di cerchio.

Non manca altro per rendere la *carta* perfetta, che prendere nelle tavole le longitudini, e latitudini de' differenti luoghi, e collocare questi luoghi nello stesso ordine sulla *carta*; il che si farà secondo il dimostrato nella costruzione delle *carte* della prima specie. Si potrà in questa projezione rappresentare su d'una sola *carta* presso che tutto il globo terrestreo; bisognerà quindi prendere per piano di projezione, invece del piano del primo meridiano, il piano di qualche altro picciolo cerchio parallelo a questo primo meridiano, e molto vicino all'occhio. Imperciocchè con tal mezzo si potranno descrivere tutti li meridiani, e li paralleli all'equatore intiero, senza sortire dai limiti delle *carte*. Ma siccome ciò rende confusa la *carta* ed imbarazzante, così si fa questo di raro; e sembra più a proposito di rappresentare li due emisferi in intiere sue due *carte* differenti.

Uno de' vantaggi di questa projezione si è ch' ella rappresenta d'una maniera un po' più vera della precedente, le longitudini e le latitudini de' luoghi, le distanze loro dall'equatore, e dal primo meridiano. Gli inconvenienti poi son questi: 1° ch' ella rende li gradi dell'equatore ineguali, questi gradi divenendo tanto più grandi quanto eglino sono più d'appresso a *D A B*, od al suo opposto *B C D*: il che fa apparire degli spazj ineguali sulla terra come eguali sulla *carta*, e reciprocamente: diserro che non si può scansare che col mezzo d'altri diserti forse più grandi: 2.° che le distanze de' luoghi, e le loro promiscue situazioni non si possono molto bene determinare in sì fatte *carte* di projezione.

Costruzione delle carte sul piano dell'orizzonte di cui un luogo dato qualunque a piacere deve essere il centro, od il mezzo. Supponiamo per esempio che si voglia descrivere la *carta*, il di cui centro sia la città di Parigi; noi supporremo la sua latitudine di 48° 50' 30"; l'occhio

sarà

sarà collocato nel nadir; la *carta* trasparente farà il piano dell'orizzonte, o qualche altro piano a lui parallelo; supposto che si voglia rappresentare nella *carta* più d'un emisfero, prendasi il punto *E* (*Fig.* 4) per Parigi, e da questo punto come centro descrivasi il cerchio *ABCD* per rappresentare l'orizzonte, che dividasi in quattro quarti, e ciascuno in 90 gradi. Il diametro *BD* sia il meridiano, *E* il nord, e *D* il sud; la linea indi tirata dall'est dell'equinozio all'ovest dell'equinozio segnerà la prima verticale; *A* il punto dell'est; *C* quello dell'ovest, vale a dire due punti del primo verticale lontani dall'una parte, e dall'altra 90 gradi dal zenit. Tutti li verticali sono rappresentati dalle rette condotte dal centro *E* alli differenti gradi dell'orizzonte. Dividete *BD* in 180 gradi colli metodi precedenti ed il punto di *EB*, che rappresenta 48° 50' 10" contando da *B*, esibisce la projezione del polo boreale, che noi marchiamo colla lettera *P*. Il punto di *BD* che rappresenta 48° 50' 10" dell'arco *DC* andando da *C* verso *D* sarà l'intersezione dell'equatore col meridiano di Parigi, che si segnerà colla lettera *Q*. Da questo punto *Q* andando verso *P*, scriverete li numeri 1, 2, 3, ec. come pure andando da *Q* verso *D*; ed andando da *B* verso *P* bisognerà marcare li gradi di tal sorta 42, 47, 46, ec. Prendete in seguito li punti corrispondenti delli gradi eguali, e dalla loro distanza eguale presa per diametro, descrivete de' cerchi che rappresenteranno li paralleli, o li gradi di latitudine con l'equatore, li tropici, ed il cerchio polare. Per li meridiani descrivete per li punti *A*, *P*, *C* un cerchio che rappresenterà il meridiano di 90 gradi di Parigi, ed il di cui centro sarà il punto *M*, e *PN* il diametro; ed avendosi divisa *KL* in gradi colli metodi precedenti, descrivete per li punti *P*, *N*, e per li punti di divisione della linea *KL* de' cerchi, le di cui porzioni rinchiuse nel cerchio *BADC* rappresenteranno li meridiani.

Le carte retilinee sono quelle, ove li meridiani, e li paralleli sono sempre disegnati da linee rette; il ch'è realmente impossibile per le leggi della prospettiva, perchè non si può assegnare una posizione per l'occhio, e per il piano di projezione, di modo che li cerchi di longitudine, e latitudine divengano sempre linee rette. Nel primo metodo da noi dato li meridiani sono delle rette, ma li paralleli sono dei cerchi. Nella gran parte d'altre qualità di projezioni li meridiani, e li paralleli sono delle curve. V'è una specie di projezione, ove li meridiani sono linee rette, e li paralleli iperbole: ciò accade quando l'occhio si supporrà collocato nel centro della terra, e quando la projezione sia fatta sia d'un parallelo al meridiano; ma questa projezione è piuttosto di pura curiosità che di uso.

Costruzione delle carte particolari. Le carte particolari di grandi estensioni di paesi, come le *carte* d'Europa, si formano nella stessa maniera che le *carte* generali, osservando solamente che va bene di fare una scelta de' differenti metodi per differenti pratiche; per esempio l'Africa, e l'America per dove passa l'equatore, non si disegnano convenientemente col primo metodo, ma col secondo; l'Europa, o l'Asia si disegnano meglio col terzo, e li paesi vicini al polo, che si chiamano zone fredde, col primo.

Così per cominciare, tirate sulla vostra tavola dove è la *carta*, una linea retta, che prenderete per meridiano del luogo, su cui s'immagina collocato l'occhio, e dividetela, come sopra, in gradi, li quali saranno gradi di latitudine; prendete in seguito nelle tavole di latitudine li due paralleli che terminino alle due estremità. Basta marcar nel meridiano questi gradi di latitudine, e tirare per questi stessi gradi delle perpendicolari che serviranno alla carta di limite nord, e sud. Ciò fatto bisogna tirare delle parallele pelli differenti gradi delli meridiani, e collocare i luoghi finchè la *carta* sia completa.

Delle carte particolari di minor estensione. Li geografi seguono un altro metodo nella costruzione delle carte che devono rappresentare una picciola porzione della terra. Primieramente si tira una linea retta al basso del piano, che possa rappresentare la longitudine, e che serve di limite alla parte meridionale del paese da descriversi. Si prendono su questa linea tante parti eguali, quanti gradi di longitudine comprende il paese; al mezzo di questa linea si eleva una perpendicolare, nella quale si prendono tante parti quanti gradi di latitudine ha il detto paese. Si determina qual grandezza devano avere queste parti per la proporzione d'un grado del gran cerchio alli gradi delli paralleli spettanti al paese, di cui si forma la *carta*. Per l'estremità di questa perpendicolare si conduce un'altra retta perpendicolare o parallela a questa da basso, sulla quale li gradi di longitudine si devono rappresentare come nella linea posta al basso, vale a dire presso che eguali gli uni agli altri, purchè le latitudini delle due estremità non siano molto differenti l'una dall'altra, imperciocchè se la parallela più bassa sia situata ad una distanza considerabile dal cerchio equinoziale, o che la latitudine del limite boreale sia molto più grande che quella dell'australe, le parti, o gradi della linea superiore non saranno più eguali alle parti, o gradi della inferiore; ma saranno minori secondo la proporzione che passa tra i gradi della parte settentrionale, ed i gradi della parte meridionale. Dopo d'aversi così determinate, sia sulla linea superiore, sia sull'inferiore, le parti da prendersi per i gradi di longitudine, si tireranno per li punti di divisione delle parallele, delle rette, che rappresenteranno li meridiani; e per li differenti gradi della perpendicolare innalzata alla metà della prima linea traversale si tireranno delle linee parallele a questa prima linea traversale, le quali rappresenteranno li paralleli di latitudine. Finalmente si col-

collocheranno i luoghi, secondo il metodo già insegnato, alli punti nelli quali li meridiani, o cerchi di longitudine concorrono con li paralleli, o cerchi di latitudine.

Per le *carte* di provincia, o di paese di poca estensione, come di ville, di terre, ec. si fa uso di un altro metodo più sicuro ed esatto che li precedenti. Gli angoli di posizione, o quelli sotto li quali devono cadere i luoghi, sono determinati con degl' istrumenti propri a tal effetto, e riportati in seguito sulla *carta*. Questo metodo costituisce un' arte a parte, che chiamasi *Agrimensura*. *Ved.* Levaar i Piani.

Le *Figure* 10, e 11 delle *Tavole di Geografia* rappresentano delle *carte* particolari di qualche porzione della terra; la *Fig.* 10 è la rappresentazione d' una porzione assai considerabile, ove li meridiani, come si vede, sono linee convergenti. La *Fig.* 11, è la rappresentazione d' una porzione poco estesa, ove li meridiani, e li paralleli sono linee rette sensibilmente parallele; *L*, *K*, *I*, sono tre luoghi posti sulla *carta*. Se si conoscono i luoghi *K*, *I*, e le loro distanze dal luogo *L*, si conoscerà sicuramente la posizione del luogo *L*; perchè basta descrivere dalli centri *K*, *I*, colle distanze *LK*, *LI*, che si suppongono date, due archi di cerchio, che si taglieranno al punto ricercato *L*.

L' uso delle *carte* si deduce facilmente dalla loro costruzione. Li gradi delli meridiani, e de' paralleli segnano le longitudini, e latitudini de' luoghi; e la scala delle leghe che vi si aggiunge, indica la distanza degli uni dagli altri. La situazione dei luoghi, gli uni rapporto gli altri, come per rapporto alli punti cardinali, apparisce dalla sola ispezione della *carta*; poichè la parte superiore è sempre girata verso il nord, l'inferiore verso il sud, la dritta verso l'est, e la sinistra all'ovest, purchè la bussola, che si pone d' ordinario sulla *carta*, non indichi il contrario.

Carta *marina*, è la projezione, o disegno di qualche parte del mare su d' un piano per uso de' nocchieri. *Ved.* Projezione.

Il P. Fournier attribuisce l'invenzione delle *carte marine* ad Enrico figlio di Giovanni Re di Portogallo. Differiscono esse di molto dalle *carte geografiche terrestri*, che niente servono per la navigazione. Tutte le *carte marine* non sono della stessa specie; perchè ve ne sono alcune dette *carte piane*, altre *ridotte*, altre *carte del Mercatore*, ed altre *carte del globo*, ec.

Le carte piane sono quelle, ove li meridiani, e li paralleli sono rappresentati da linee rette parallele tra loro.

Tolomeo le rigetta nella sua Geografia, a cagione degli errori, alle quali son elleno soggette, quantunque possano essere utili ne' viaggi brevi. Li difetti loro sono 1°. che siccome tutti li meridiani s' incontrano ne' poli, egli è assurdo di rappresentarli, soprattutto nelle grandi *carte* per linee rette parallele: 2°. che le *carte piane* rappresentano li gradi di diversi paralleli eguali a quelli dell' equatore, e per conseguenza le distanze de' luoghi dall' est all' ovest più grandi del dovere; 3°. che in una *carta piana* il vascello mostra far vela in un gran cerchio del globo, qualunque vento egli guardi; il ch' è falsissimo.

Non ostante questi difetti delle *carte piane*, elleno sono pure molto esatte, quando rappresentano una picciola porzione di mare, o della terra, e possono essere in tal caso d' un uso molto semplice, e comodo.

Costruzione d'una carta piana. 1°. Tirate una linea retta, come *AB* (*Tav. di Navig. Fig.* 9.), e dividetela in altrettante parti eguali, quanti gradi di latitudine ha la porzione di mare da disegnarsi; 2°. aggiungetene un' altra *BC* ad angoli retti, e dividetela in tante parti eguali tra loro, ed alla prima, quanti sono i gradi di longitudine nella porzione di mare da descriversi; 3°. compite il parallelogrammo *ABCD*, e dividete la sua area in piccioli quadrati: le rette parallele ad *AB*, *CD*, saranno li meridiani; e le parallele ad *AB*, *BC*, saranno li cerchi paralleli; 4°. collocate, col mezzo di una tavola delle longitudini, e latitudini, le coste, le baje, li banchi di tabbia, gli scogli nella maniera prescritta sopra per le *carte* particolari.

Quindi ne viene 1°. che la latitudine, e longitudine del luogo, ove si trova il vascello essendo date, si potrà facilmente rappresentare il suo luogo nella *carta*; 2°. ch' essendo dati nella *carta* i luoghi *F*, e *G*, donde il vascello parte, e dove giunge, la linea *FG*, tirata dall' uno all' altro fa col meridiano *AB*, un angolo *AFG*, eguale all' inclinazione del rombo; e poichè le porzioni *F* 1, 12, 2 *G*, tra le parallele equidistanti sono eguali, e l'inclinazione della retta *FG*, con tutti li meridiani, o tutte le linee rette parallele ad *AB*, è la stessa; la retta *FG* rappresenta dunque il rombo. Si può provare nella stessa guisa che questa *carta* rappresenta veramente le miglia di longitudine.

S' intende quindi che si può servirsi utilmente di *carte piane* per dirigere un vascello in un viaggio, che non sia molto lungo, od anche in un viaggio assai lungo, avuta prima la cura che non iscappi un sensibile errore rapporto le distanze dei luoghi *F*, e *G*; il quale errore si può correggere nel seguente modo.

Costruzione d'una scala per correggere gli errori delle distanze nelle carte piane. 1°. Trasportate cinque gradi della *carta* sulla retta *AB* (*Fig.* 10), e divideteli in 300 parti eguali, o miglia geografiche; 2°. descrivete sulla stessa retta un picciolo cerchio *ACB*, che bisogna dividere in 90 parti eguali: se si vuole indi sapere quante miglia fanno questi cinque gradi nel parallelo di cinquanta, si prenda col compasso l' intervallo *AC* eguale a cinquanta, e si trasporti sul diametro *AB*, su cui si segnerà il numero delle miglia che si vuol sapere.

Da

Da ciò ne segue che se un vascello fa vela su d'un rombo o vento all'est, o all'ovest fuori dell'equatore, le miglia corrispondenti alli gradi di longitudine si trovano come nell'articolo precedente; s'egli fa vela su d'un rombo laterale, allora si può supporre sempre il corso dall'est, all'ovest in un parallelo medio tra il parallelo del luogo, donde parte il vascello, e quello, ove esso arriva.

Egli è vero che questa riduzione per una parallela media aritmetica non è esatta; per altro se ne fa uso spesso in pratica per esser egli un metodo comodo per uso della maggior parte de' marinari. Difatti egli non produce errore sensibile, se tutto il corso è diviso in parti, di cui ciascuna non passi un grado; il che fa che non è conveniente il prendere per diametro del semicerchio *ACB*, più d'un grado, e dividerlo in più miglia geografiche. *Per l'applicazione di queste carte piane alla navigazione*, *Ved.* Navigazione.

Carta ridotta, o *carta di riduzione*: è quella nella quale li meridiani sono rappresentati da rette convergenti ai poli, e li paralleli da linee rette parallele le une alle altre, ma ineguali. Pare dunque per la loro costruzione che elle debbano correggere gli errori delle *carte piane*.

Ma poichè le parallele dovrebbero tagliare li meridiani ad angoli retti, fa d'uopo che queste *carte* siano a tal riguardo difettose, rappresentando elleno li paralleli come inclinati alli meridiani; ciò appunto fece immaginare un'altra specie di *carte ridotte* nelle quali li meridiani sono paralleli, ma ineguali i gradi; e queste si chiamano *carte del Mercatore*.

Carta del Mercatore. Questa ha li meridiani, e parallell rappresentati per linee rette, ma li gradi delli meridiani sono ineguali crescendo sempre a misura che s'avvicinano al polo nella stessa ragione che quelli de' paralleli decrescono sul globo; col qual mezzo conservano essi tra loro la medesima proporzione che sul globo.

Questa *carta* trae il suo nome dall'autore, che l'ha proposta il primo, e che ne ha fatta il primo la *carta* di tal costruzione, cioè da *Mercatore*: ma egli non è il primo che ne abbia avuta l'idea (perchè Tolomeo l'avea pensata quindeci secoli innanzi), nè a lui è dovuta la perfezione, essendo stato il primo M. Wright che l'ha esposta, e che n'avea insegnata una maniera facile per costruirla, estendendo la linea meridiana per l'addizione continuata delle secanti.

Costruzione della carta del Mercatore. 1°. Tirate una retta, e dividetela in parti eguali, che rappresentino i gradi di longitudine, sia nell'equatore, sia ne' paralleli, che devono limitare la *carta*: elevate dalli differenti punti di divisione delle perpendicolari che rappresentino differenti meridiani, di modo che le rette passano tagliarle tutte sotto l'angolo stesso, e per conseguenza rappresentare li rombi. Il resto poi si faccia come nella *carta piana* con questo di più, che, perchè li gradi dei meridiani siano nella proporzione conveniente con quelli de' paralleli, bisogna accrescere li primi, perchè gli ultimi restino li medesimi a cagione del parallelismo delli meridiani. *Ved.* Gradi.

Descrivete dunque nell'equatore *CD*, e nell'intervallo d'un grado (*Tav. di Navig. Fig.* 11.) il quarto di cerchio *DLE*, ed innalzate in *D* la perpendicolare *DG*; fate l'arco *DL* eguale alla latitudine, e per il punto *L* tirate *CG*; questa retta *CG* sarà il grado del meridiano proprio ad essere trasferito sul meridiano della *carta*, il resto si faccia come nelle *carte piane*. Se per supposto si domandi in pratica di costruire una *carta piana del Mercatore* dal quarantesimo fino al cinquantesimo grado di latitudine boreale, e dal sedicesimo fino al diciottesimo grado di longitudine, tirisi da principio una retta che rappresenti il quarto parallelo dell'equatore, e si divida in dodici parti eguali per li dodici gradi di longitudine che deve contenere la *carta*; si prenda in seguito una linea di parti eguali, sulla scala, della quale ciascuna di queste parti siano eguali a ciascun grado di longitudine; ed a ciascuna delle sue estremità s'innalzino le perpendicolari per rappresentare due meridiani paralleli, che bisogna dividere col mezzo dell'addizione continua delle secanti, le quali mostrano crescere nella stessa proporzione che li gradi di longitudine decrescono. *Ved.* Secante.

Parimenti per la distanza di 40 gradi di latitudine al 41 grado, prendete $131\frac{1}{2}$ parti eguali della scala, che fanno la secante di 40° 30'; per la distanza di 41° a 42° prendete $133\frac{1}{2}$ parti eguali della scala che fanno la secante di 41° 30'; e così di seguito fino all'ultimo grado della vostra *carta*, che conterrà 154 di queste parti eguali, le quali fanno la secante di 49° 30', e devono dare per conseguenza la distanza di 49 gradi di latitudine a 50. Con questo metodo li gradi di latitudine si trovano evidentemente accresciuti nella proporzione, secondo la quale li gradi di longitudine decrescono sul globo.

Essendo il meridiano diviso, bisogna aggiungervi la bussola, od il compasso di mare: scegliendosi così qualunque luogo conveniente nel mezzo, si tira per questo luogo una parallela al meridiano diviso, la quale sarà il rombo del nord; e con questo mezzo si avranno altri 31 punti del compasso; finalmente si rapporteranno le città, li porti, le coste, l'isole, ec. col mezzo d'una tavola della latitudine, e della longitudine, e la *carta* sarà compita.

Nella *carta del Mercatore*, la scala cangia a proporzione delle latitudini. Se per conseguenza un vascello fa vela tra il quarantesimo, e cinquantesimo grado di latitudine, li gradi dei meridiani tra questi due paralleli dovranno servire

di ſcala per miſurare il cammino del vaſcello; d'onde ne ſeguita che, perchè li gradi di longitudine ſiano eguali in lunghezza ſulla *carta*, devono eſſi nondimeno contenere un numero ineguale di miglia, o di leghe, ed eſſi decreſceranno quanto più s' approſſimano al polo, eſſendo in ragione inverſa d' una quantità che creſce continuatamente.

Queſta *carta* è molto buona benchè falſa in apparenza. Si trova per eſperienza ch' ella è molto eſatta; e ch'è nello ſteſſo tempo molto opportuna per farne uſo. In effetto ha ella tutte le qualità che ſi ricercano per uſo della navigazione. La maggior parte de' marinari, dice Chambers, non oſtante queſto, ſono tanto lontani dal ſervirſene che amano meglio d' avere in pronto la *carta piana*, ch'è, come ſi vide, del tutto falſa.

Per uſo della *carta piana del Mercatore* nella navigazione. *Ved.* NAVIGAZIONE.

Carta del globo. Queſt' è un diſegno, che porta tal nome, perchè ha della conformità coilo ſteſſo globo, ed è ſtato propoſto ultimamente dalli Sigg. Senex, Wilſon, ed Harris: li meridiani ſono inclinati, li paralleli ad eguali diſtanze gli uni dagli altri, e curvi; e li rombi reali ſono a ſpira come ſulla ſuperficie del globo. Queſta projezione è ancora poco conoſciuta; non poſſiamo perciò diſcorrerne che poco, finchè la ſua coſtruzione, ed uſi non ſiano totalmente pubblicati.

Carte compoſte per li rombi, o direzioni dei venti, e per le diſtanze. Queſte ſon quelle, nelle quali non vi ſono nè meridiani, nè paralleli; ma che non moſtrano la ſituazione dei luoghi che per rombi e per la ſcala delle miglia.

Se ne fa uſo ſpecialmente in Francia, e ſopratutto nel mediterraneo. Si tracciano già ſenza arte; e perciò ſarebbe inutile il volere dar conto eſatto della loro coſtruzione. Il loro uſo però è per corti viaggi. (O).

Le *carte geografiche* più diſtinte ſono quelle di Guglielmo de l'Iſle primo geografo del Re di Francia morto il 1726, del Sig. d'Anville, del Sig. Buache, di Roberto de Vaugondy, del Sig. Bellin; quelle dell' Homann di Norimberga; le *carte incíſe* nella calcografia di Roma; le *carte marine* di Olanda, quelle del Sig. Bonne, ec.

CARTA *idrografica*. L'invenzione delle *carte idrografiche* s' attribuiſce al principe Don Enrico di Portogallo. Era molto tempo che ſi conoſcevano le *carte geografiche*; ma le *carte* coſtruite ſecondo il medeſimo principio ſarebbero ſtate inutili per la navigazione. Il detto Principe, e li ſuoi matematici preferirono per le ragioni, ch' eſporremo toſto, di ſviluppare la ſuperficie del globo terreſtre riducendo li meridiani in linee rette parallele tra loro. Per avere un' idea chiara di queſto ſviluppo biſogna immaginarſi che li paralleli del globo terreſtre ſiano nello ſteſſo tempo fleſſibili, ed eſtenſibili, li meridiani poi fleſſibili ſolamente; e che ſpogliandoſi in ſeguito il globo della ſua ſuperficie ſi eſtendano o riducano li meridiani in linee rette, e parallele. Così appunto ſi avrà la ſuperficie terreſtre ſvolta in un rettangolo, la di cui lunghezza ſarà la circonferenza dell'equatore, e la larghezza quella della metà del meridiano. Queſte ſono le prime *carte* che impiegarono i marinari, e che denominarono *piatte*, o *piane*, eſſendo elleno in qualche modo formate dalla ſuperficie d' un globo appianato.

Il motivo che ci coſtringe a diſegnare li meridiani con linee rette, e parallele ſi è affinchè la traccia del vaſcello, ch' avrà ſeguita una certa direzione di vento, ſi poſſa ſegnare ſulla *carta* con una linea retta; perchè ſe foſſero ſtati inclinati gli uni agli altri, o foſſero linee curve, come nelle *carte* ordinarie di Geografia, queſta traccia avrebbe dovuto eſſer pure una curva; il che non avrebbe ſoddisfatto al navigatore.

Ma vi ſono in tal ſorta di *carte* due inconvenienti: l'uno conſiſte in ciò che la proporzione de' gradi de' paralleli, e di quelli de' meridiani non ſi conſerva coſtante. Sono eſſi rappreſentati come eguali, benchè in realtà ſiano ineguali e ſempre più, quanto più ſi ſi avvicina al polo.

Queſto è appunto il difetto che Tolomeo rinfaccia nella ſua Geografia alle *carte* di Marino da Tiro, eſſendo quelle tali quali le abbiamo or ora deſcritte. Da queſto difetto naſce l'errore ſul computo del cammino, che ſembra più grande che non lo è realmente in tutti li rombi obliqui, ed in quelli da eſt, ed oveſt. Per verità li navigatori hanno de' metodi per prevenire queſto errore; ma le riduzioni da eſſi praticate, ſe non portano gran divario in latitudine, ſono o poco eſatte, o molto difficili.

Il ſecondo, e più eſſenziale difetto delle *carte piane* è, che la direzione de' venti ch' eſſe indicano tirando una linea da un luogo all' altro, non è vera, eccetto quando i luoghi ſono ſotto lo ſteſſo meridiano, o lo ſteſſo parallelo. E' da maravigliarſi che queſto errore ſia ſfuggito a gran parte degli autori della navigazione; poichè volendo eſſi inſegnare l'area del vento che ſi cerca per paſſare da un luogo all' altro, inſegnano ſolo di tirare una retta per li due ſiti, e di eſaminare a qual rombo della roſa de' venti queſta linea è parallela, o qual angolo eſſa formi colli meridiani. Egli è però facile di convincerſi che queſt' angolo non è quello del vero rombo. Baſta perciò fare attenzione che il rapporto de' gradi del meridiano, e delli paralleli non eſſendo coſtante, li due lati del triangolo, che determinano l'angolo del rombo, non ſono nel vero loro rapporto; come pure l'angolo che ſi trova con tal mezzo, non può eſſere vero. Ciò puoſſi ancora dimoſtrare con queſto ſempliciſſimo eſempio. Supponiamo due luoghi, l'uno ſotto l'equatore, ed il primo meri-

ridiano, l'altro alla latitudine di 89 gradi, ed alla longitudine di 90. Egli è chiaro che il vero rombo per andare da uno all'altro luogo differisce poco dal meridiano; per altro se si cerca questo rombo secondo il metodo precedente, si troverà un angolo quasi semiretto. L'angolo dunque indicato dalle *carte piane* è falso. Fortunatamente li navigatori non cercano giammai di fare lunghi viaggi sulla stessa direzione d'un solo vento. Li diversi ostacoli che incontrano nel mare, come le coste, li siti pericolosi per li banchi, o scogli, li obbligano di dividere la loro strada in molte picciole porzioni. Egli è per questa cagione che il secondo errore non fu preso di vista; perchè egli è altrettanto minore, quanto è meno considerabile la distanza; e perchè è loro famigliare d'attribuire alle correnti, alli fiumi, ec. la maggior parte di quegli errori che commettono nel computo del viaggio, quantunque dipendano solo dalla teoria.

Si osservò alla metà del XVI secolo il primo degli accennati difetti, e se ne provava la necessità di evitarlo cercando qualunque altra maniera di rappresentare la superficie del globo terrestre. Mercatore, famoso geografo dei Paesi Bassi, ne diede il primo l'idea, rimarcando che bisogna estendere li gradi delli meridiani tanto più quanto più s'allontanano dall'equatore; ma egli andò al di là, e sembra che non abbia conosciuta la legge di tal incremento. Eduardo Wrigth la spiegò il primo, e mostrò che supponendo il meridiano diviso in picciole parti, per esempio di dieci in dieci minuti, conviene che queste picciole parti fossero sempre maggiori lungo l'equatore nel medesimo rapporto che le secanti della loro latitudine. Ciò merita d'essere spiegato: ecco il raziocinio, per cui si viene a conoscere questo rapporto.

Poichè il grado dei paralleli che decresce realmente, è sempre rappresentato dalla stessa linea, se si vuole conservare il rapporto del grado del meridiano con quello del parallelo adjacente, bisogna aumentare quello del meridiano nella stessa ragione che l'altro decresce. Ma si sa che il grado del parallelo decresce come il coseno di latitudine, vale a dire che il grado d'un parallelo qualunque sta a quello del meridiano, o dell'equatore, come il coseno di latitudine al seno totale. Dall'altra parte il coseno dell'arco è al seno totale, come questo alla secante; bisognerà dunque che ciascuna picciola parte del meridiano compresa fra due paralleli molto vicini sia alla parte simile, o corrispondente dell'equatore, come la secante della latitudine al seno totale; per esempio, il grado compreso tra li paralleli che passano per 30, e 31 di latitudine sia al grado dell'equatore come la somma delle secanti delle picciole parti nelle quali si sarà diviso questo grado, ad altrettante volte il raggio. Se dunque si aggiungano continuamente le secanti di minuto in minuto, per esempio fino ad un certo parallelo, questa somma di secanti rappresenterà la distanza di questo parallelo dall'equatore nelle *carte ridotte* senza errore sensibile. Wrigth pubblicò questa invenzione nel 1599 in un suo libro stampato a Londra. In questa opera Wrigth calcola l'accrescimento delle parti del meridiano per l'addizione continuata delle secanti di dieci in dieci minuti. Questo già basta nella pratica della navigazione; ma li geometri che non si contentano delle approssimazioni, quando possono arrivare all'esattezza rigorosa, hanno poi ricercato il rapporto preciso di tal accrescimento. Per ciò eglino supposero, secondo il raziocinio di Wrigth, che il meridiano sia diviso in parti infinitesime; ed hanno dimostrato che questa somma di secanti infinite di numero, comprese tra l'equatore, ed un parallelo qualunque, segue il rapporto del logaritmo della tangente del semicomplemento della latitudine di questo parallelo. Diretti su questo principio hanno formate le tavole più esatte dell'incremento delle parti del meridiano, onde siano norma alli costruttori delle *carte idrografiche*. Si trovano queste *carte* in diversi trattati moderni della navigazione come quelli di Bouguer, e di Robertson, ec.

Questa sorte di carte soddisfa appieno tutte le viste de' navigatori. Per verità le parti della terra sono rappresentate sempre crescendo dalla parte dei poli e d'una maniera affatto informe; ma ciò poco importa per dare un mezzo facile e sicuro per guidare li naviganti. Ora quest'è il vantaggio delle *carte*, di cui parliamo. Le direzioni del vento sono rappresentate come nelle prime da linee rette, e queste linee indicano col mezzo dell'angolo che formano col meridiano, il vero angolo del rombo. Si ha per fine su queste linee la vera distanza de' luoghi, o la lunghezza del cammino percorso, purchè per misurarli si faccia uso dell'arco del meridiano compreso tra li medesimi paralleli, come la scala, il che dà una soluzione nello stesso tempo facile, ed esatta di tutti li problemi della navigazione. Si nominano tali *carte*, *carte ridotte*, o *per latitudine crescente*. Elleno furono introdotte per la prima volta presso li navigatori verso l'anno 1630, ed usate secondo il P. Fournier dalli piloti di Dieppe. Quantunque elleno senza contraddizione siano le migliori, noi diremo piuttosto che sono le sole buone per lunghe navigazioni; e sarebbe da desiderarsi che fossero le sole, che si vedessero tra le mani de' navigatori. (+)

Carta *itineraria*. (*Geogr.*) L'estensione delle conquiste de' Romani, e la distanza dall'Italia di quei paesi ne' quali inviavano le armate, le cui marcie doveano essere di già regolate, fecero sentire la necessità d'avere delle *carte itinerarie*, sulle quali le stazioni delle truppe, e la distanza da una stazione all'altra potessero essere segnate distintamente. Noi rileviamo da più passi di Plinio; che su le *carte itinerarie* d'Agrippa si segnavano le distanze con molta precisione,

cisione, onde rendere sensibile la differenza di qualche miglio, che si trovava tra la misura del paese dato dalli Geografi Greci, e quella segnata nelle stesse carte. Sotto gli Imperatori si distribuivano tali *carte* alli generali che si mandavano in qualche spedizione, alli magistrati incaricati di regolare la marcia delle truppe, ed a quelli ch' aveano l' ispezione sulle vetture pubbliche.

Le copie di queste carte distribuite ai generali, ed ai magistrati, non contenevano che paesi particolari; per l' uso che si faceva di queste copie dovendosi rinnovare continuamente, è manifesto che si doveano conservare li prototipi, od origioali. Il Sig. Freret crede che la geografia dell' anonimo di Ravenna scritta dopo la distruzione dell' impero d' Occidente sia stata manifestamente composta so d' una simile *carta itineraria*, dalla quale l' autore avea copiate le strade, omettendo però le distanze. Da ciò si dee conchiudere, secondo il Sig. Freret, che si è conservata qualche copia di queste *carte itinerarie* nelle biblioteche, anche dopo la distruzione dell' impero d' Occidente: per altro non si fa alcuna menzione delle *carte itinerarie* presso gli scrittori del medio Evo. (+).

CARTE *celesti* (*Astron.*) Sono quelle nelle quali si rappresentano le costellazioni, e le stelle che le compongono. La più bell' opera che si abbia in questo genere, è l' *Atlante celeste* inciso in Londra l' anno 1729 in 28 fogli dopo il gran *catalogo Britannico* di Flamsteed. Queste sono quelle figure, che d' ordinario gli Astronomi seguono, eccetto che per le costellazioni australi del sig. Ab. de la Caille; esseno costano a Londra due ghinee. Se ne trova una riduzione in 4°. a Parigi presso Fortin, ch' è sufficiente per l' uso; e il Sig. Bode ne ha data una a Berlino, ch' è fatta con molta cura, nel 1782.

S' è supplito anche a questa grand' opera coi planisferi pubblicati a Parigi nel 1764 dal Sig. Roberto di Vaugondy, con quelli del P. Crisologo de Gy, Cappuccino, o delli due planisferi impressi a Londra da Senex. Ciascuno è in due fogli. Si trovano in essi tutte le costellazioni, e tutte le stelle del *Catalogo Britannico* collocate in uno secondo le longitudini, e latitudini, nell' altro poi secondo le ascensioni rette, e declinazioni. Li planisferi di Senex costano tre scellini, vale a dire tre lire e mezzo per foglio a Londra; basta avere o li due fogli disegnati sull' equatore, o li due fogli disegnati sull' ecclittica. Quello del Sig. de Vaugondy ha il vantaggio di contenere le costellazioni nuove del polo australe; ma è inciso al contrario degli altri, e rappresenta la convessità del globo celeste in luogo della sua concavità. Quello del P. Crisologo contiene pure una parte delle nuove costellazioni.

L' opere poi più antiche, di cui si può farsi con vantaggio per conoscere le costellazioni, sono 1°. L' *Uranometria* di Bayer, di cui abbiamo due edizioni; la prima comparve nel 1603 in Ausburgo in 15 fogli; 2°. le *carte* del P. Pardies Gesuita in sei fogli pubblicate l' anno 1673; 3°. le quattro *carte* del cielo di Augustino Royer impresse nel 1679; 4°. quelle di Evelio comparse in un' opera assai rara, che comparve a Danzica nel 1690, intitolata *Firmamentum Sobiescianum* in 54 fogli.

Di tutte le *carte celesti*, quella di cui gli astronomi ne fanno maggior uso, è la carta che rappresenta il zodiaco, e nella quale si vede tutta la zona celeste ch' è intorno all' ecclittica, con 8 gradi a ciascun lato dell' ecclittica. Noi abbiamo due buonissimi zodiaci, quello che fu disegnato, ed inciso da Giovanni Senex della Società Reale di Londra, sul fine del passato Secolo in due gran fogli sotto gli occhi di Halley; e quello ch' è stato inciso in Francia da d' Heulland, e pubblicato verso l' anno 1755; egli era stato intrapreso qualche anno avanti il 1741 dal Sig. le Mounier, ed eseguito dall' incisore d' Heulland; è accompagnato da un catalogo inciso in 30 pagine di tutte le stelle zodiacali, di cui Flamsteed avea date le longitudini per 1690: queste longitudini poi sono state ridotte al 1755. Tal *zodiaco* si trova presso Dezauche geografo della marina, strada delle Noci.

Questo *zodiaco* Francese non è che un foglio, essendo stato inciso con una picciola scala sopra una tavola più grande di quella di Senex; ciò non impedisce che non sia egualmente comodo che il *zodiaco inglese*. Egli ha istessamente il vantaggio di rappresentare le stelle che sono fino alli 10 gradi di latitudine al nord, ed al sud dell' ecclittica, mentre che quello di Senex non abbraccia che 8 gradi di latitudine.

In mancanza delle *carte celesti* si può servirsi dei globi onde conoscere le costellazioni.

Si trova una differenza osservabile tra le *carte* di diversi autori. Evelio rimprovera Bayer d' aver rappresentato sulle sue carte il cielo tale, quale lo vediamo, essendo posti, come noi lo siamo, al di dentro della sfera in vece che gli antichi lo rappresentano come si vede al di fuori sulli globi celesti, o come se si fosse al di fuori della sfera stellata. Evelio si lamenta che per questo cangiamento di disposizione, Bayer abbia fatto che le stelle che sono alla nostra dritta quando si guarda il globo siano alla nostra sinistra riguardandole nelle *carte celesti* di Bayer. *Hevelii firmamentum Sobiescianum*. Ma gli Astronomi non hanno adottato per questo riguardo il sentimento di Evelio; amano essi meglio, per quel che mi pare, le *carte celesti* sulle quali si vede la concavità del cielo, che questi globi, ove non si vede che la convessità, e per li quali bisogna figurarsi un' idea diversa che quando si guarda in cielo; ciò mi sembra più comodo per lo spettatore. Nonostante vi sono alcuni che vogliono ancora rappresentare le costellazioni al rovescio, e mettere l' occidente

alla

alla dritta; tra [illegible]ri il Sig. Roberto de Vaugondy nel *Planisfero* da esso pubblicato l'anno 1764.

Si trova ancora una differenza tra le *carte celesti* di diversi autori. Schikardo (*in Astroscopio pag.* 39,) rinfaccia il primo a Bayer che gran parte delle di lui figure erano piegate da dritta a sinistra per rapporto gli antichi catalogi, il che produsse una diversità nelle denominazioni antiche delle parti destre, o sinistre, e quelle del Bayer. Flamsteed ha avuta ragione, a mio credere, di correggere Bayer in ciò, come ha fatto, almeno per certe costellazioni; perchè egli ha lasciato Orione tale quale l'avea posto Bayer.

Anche Evelio volle attenersi agli antichi. La costellazione di orione, che nelle *carte* di Bayer, e di Flamsteed, è verso il cielo, o verso l'alto della sfera, riguarda al contrario il centro del globo in quelle di Evelio; la spalla orientale « è in Bayer, ed in Flamsteed la spalla sinistra; in Evelio, come negli antichi, è la spalla destra; la stella *g*, o *rigel*, ch'è sul piede destro in Bayer, è sul sinistro in Evelio; in uno questo gigante sembra inginocchiato col piede sinistro, ed alzato col dritto; nell'altro sembra alzarsi sul piede sinistro; in Bayer tiene la sua mazza elevata all'oriente colla mano sinistra; in Evelio la tiene colla dritta; tutte queste differenze fanno vedere la necessità delle lettere, per le quali si è convenuto di segnare le stelle; e l'inconveniente che si avrebbe servendosi ne' catalogi delle parole *destra*, e *sinistra*; parve meglio servirsi delle parole *orientale*, ed *occidentale*. In effetto quantunque Flamsteed abbia seguito in generale le carte di Bayer, egli ha per altro delle differenze; per esempio, orione nelle *carte* di Bayer ha la testa volta a sinistra, in quelle di Flamsteed la ha alla parte dritta, di modo che le stelle *a*, e *c*, che sono alla tempia sinistra in Bayer, lo sono alla tempia destra in Flamsteed. *Ved.* la spiegazione del mio globo celeste, Parigi presso Lattrè. (*D. L.*)

Carta militare (*Geogr.*) è la *carta* particolare d'un paese, o d'una porzione di paese, o d'una frontiera, o dei contorni d'una piazza, d'un posto, sul quale si sono espressi tutti gli oggetti, che si devono conoscere per formare, ed eseguire il progetto d'una campagna. Ivi si vedono le marcie, che può fare un'armata, i luoghi, ove ella può accampare, li diversi posti ch'ella dee occupare; le file, e loro lunghezza; li fiumi, li ruscelli, e loro larghezza, e profondità, li guazzi, la natura dei fondi, l'altezza delle sponde, li ponti, li passi, li molini, li canali, gli stagni, li villaggi, le case, e castella, poderi, ed altri luoghi che sono opportuni da occuparsi; le montagne, le alture, li declivj, e loro pendenze; li valloni, li burroni, e cammini segreti, la loro lunghezza, e profondità; le fosse, li campi serrati, li boschi, le paludi, la natura dei piani, li cantoni dei foraggi, la distanza d'un luogo dall'altro, il numero delle case, e stalle di ciascun luogo, li differenti cammini, loro qualità ec. Se la *carta* rappresenta qualche parte del mare, ivi si distingue la natura delle coste, li ricolmi dell'alte e basse maree, dell'acqua morta come dell'acqua viva, li scandagli dei seni, delle baje, delle rade, li pericoli d'ogni specie, le differenti batterie stabilite per la difesa delle piaggie, dei passi; le trincee, le fascinate o muraglie praticate nelle parti ove il nemico può tentare una difesa; li campi, li posti, che devono coprire li principali stabilimenti, e l'interiore del paese, ec. Tutti questi detagli possono essere compresi in una *carta militare*, e col mezzo di una leggenda, od una memoria facilmente farsi sentire; ma si trovano pochi capaci di un tal lavoro; nè v'è cosa più importante di questa per regolare, e condurre le operazioni d'una campagna. Si ricercano dunque molti punti per una parte sì essenziale. In vista di ciò non ha tralasciato il nostro ministero anche dopo la pace d'impiegare degli ufficiali dello stato maggiore dell'armata con degli ingegnosi geografi sulle frontiere, e sulle coste del regno.

L'uso delle *carte militari* era conosciuto dagli antichi. Vegezio non ci lascia alcun dubbio a questo riguardo. „ Un generale, dice questo autore, deve avere delle tavole disegnate con „ esattezza, le quali rappresentino non solo le „ distanze dei luoghi con il numero dei passi, „ ma ancora la qualità dei cammini, le strade „ più brevi, gli alloggi che vi si trovano, le „ montagne, e li fiumi. È certo che li più bravi „ generali non contenti di queste semplici me„ morie, hanno fatto levare il piano del teatro „ della guerra per determinate più sicuramente „ le loro marcie sul quadro stesso delli luoghi „. Non si sa se questi piani siano stati perfetti come le nostre *carte* topografiche, ma almeno devono essi aver data molta facilità alli generali per le loro operazioni.

Noi abbiamo al giorno d'oggi gran numero di *carte*, le quali benchè non contengano tutti li detagli necessarj, o ad un dipresso, non pertanto cessano d'essere utili ad un officiale che sia incaricato di riconoscere un paese, o che ciò imprenda per propria istruzione: tali sono quelle della Francia dirette dalli Signori dell'Accademia Reale delle Scienze; quelle dei Paesi Bassi, di Fric; quelle del teatro dell'ultima guerra in Assia, e paesi circonvicini di M. de la Rosiere, copiate a Parigi dalli geografi Beaurain, e Julien; quelle delle campagne del Principe Ferdinando di Brunswick nella Westfalia, del colonnello Bawr, maresciallo generale degli alloggi dell'armata Annoverese; quelle della Baviera di Finck; quelle della Boemia del maggior Muller, e molte altre *carte* particolari di differenti paesi dell'Allemagna, pubblicate a Norimberga, in Ausburg, a Berlino; quelle del teatro della guerra in Italia pegli ingegneri del

Prin-

Principe Eugenio; quelle della Savoja, e del Piemonte pubblicate da Jaillot, ec.

La gran parte delle *carte* indicate, essendo state levate geometricamente, possono servire a costruire delle *carte militari*, col fare inoltre degli estratti delle campagne fatte ne' paesi che esse rappresentano, col disegnare su d'una scala più grande le parti dei paesi che si devono riconoscere, e col cercare i luoghi elevati per meglio scoprire il terreno, coll'interrogarne le genti di campagna, col percorrerli in tutti i sensi, e coll'osservare da se stesso tutti gli oggetti, che meritano attenzione.

Quando non si hanno *carte* particolari, e non si ha tempo di levare i luoghi per qualche impedimento od altra circostanza, bisogna allora ricorrere alle carte generali. Si prendono le posizioni che sembrano meglio determinate; le si tracciano in grande su de' fogli separati, e si fa una *carta* a *vista* che accompagni una Memoria. Non v'è alcun officiale dello stato maggiore che non debba sapere questo metodo, il quale non si può spiegare quanto sia necessario, soprattutto in campagna. (*M. D. L. R.*)

Carta militare, *ricognizione militare*. La cognizione generale d'un paese basta per calcolare gli avvantaggi delle principali posizioni che si offrono ad un'armata, e per determinare inoltre quelle, che corrispondono meglio alli proggetti che si possono formare; ma quando si ricercano l'operazioni successive delle truppe, l'apertura delle marcie, lo stabilimento de' campi, la sicurezza delle comunicazioni, e tutti gli oggetti qualunque subordinati alla natura del terreno, ciò si ha nelle *carte militari*, le quali insegnano a dirigere li movimenti. Queste *carte* sono levate in più, o men grande dettaglio secondo che lo permette il tempo, e le circostanze. Quando, essendovi pace, si leva un piano d'una frontiera, o d'una parte di costa coll'oggetto di ricercare quali mezzi di difesa la natura particolare del locale può presentare per poterne fare l'applicazione opportunamente; egli è evidente che questo lavoro può, e deve essere eseguito nel più gran dettaglio, e coll'esattezza la più scrupolosa; ma quando nel tumulto della guerra sotto gli occhi stessi del nemico, si tratta di rendere conto d'un paese, ove bisogna tosto far muovere, marciare, e regolare una numerosa armata, e stabilirla in un campo, od in quartieri; ciò si ottiene per mezzo d'una *carta* figurata a vista colla più grande celerità, e serve per una Memoria che insegna delle cose, che il solo disegno non può rendere intelligibili, onde adempiere un oggetto sì importante. Questa specie di operazione porta il titolo particolare di *ricognizione militare*. Dalla maniera con cui si eseguisce, si riconosce l'intelligenza, e la sagacità dell'officiale che n'è incaricato; deve essere egli dotato di talento da ben discernere quali rischiaramenti particolari richieda il bisogno del momento; si guardi di fermarsi su dettagli, la cognizione de' quali è inutile per riguardo allo scopo proposto, e d'impiegare un tempo tanto più prezioso, quanto egli è limitato. Un'esperienza più o meno chiara l'istruisce a penetrare nelle viste d'un generale, ed il suo travaglio non resta che su d'oggetti che assolutamente bisogna sapere.

Risulta da ciò che si danno due specie di *carte militari*, cioè quelle che si levano geometricamente coll'ajuto degli istrumenti opportuni a tal'uopo, e quelle che sono semplicemente fatte a vista, alle quali appartiene propriamente il titolo di *ricognizioni*. Fra queste due specie se ne può considerare una terza, la quale s'approssima più o meno all'una, o all'altra; tale sarebbe una *carta*, li di cui principali punti fossero calcolati, o estesi colla tavoletta su d'una base esattamente misurata, e di cui tutti li dettagli siano stati adempiti a vista. Queste diverse sorta di piani topografici sono quelli che comunemente esigono per parte delle persone occupate una gran facilità di figurare il terreno, il che non si acquista che col lungo uso ed esperienza.

L'articolo Levar *de' piani topografici*, nel quale viene considerata l'arte di rilevare li piani d'una maniera generale, ed applicabile a tutte le sorta d'oggetti, indica le procedure più semplici, e più espedite per dirigere le *carte* di tutte le specie, di cui s'è fatta menzione. A questo si rivolga il lettore. Ma siccome l'uso più replicato che si fa oggidì di questo articolo, è senza contraddizione per servizio delle armate, specialmente dopo che la difesa delle frontiere è meno appoggiata sulla moltiplicità delle piazze forti, che sulli vantaggi d'una fatica abile, e profonda; così bisogna ricercare in questo articolo quali sono le cognizioni che un ufficiale deve unire all'arte di figurare li terreni, e di esaminare di qual natura devano essere li conti dettagliati per una *carta*, od una *ricognizione*.

Vi sono ancora delli rischiaramenti accessorj, li quali non hanno un immediato rapporto con la guerra, e che si possono raccogliere in una Memoria particolare, quando è un'officiale incaricato in tempo di pace di stendere una *carta militare*. Si terminerà frattanto questo articolo col farne una sposizione succinta.

Ogni officiale destinato a questo genere di lavori, deve riunire alli suoi studj particolari, che si ricercano, una teoria assai estesa sulla guerra, per dare alli suoi talenti una giusta applicazione, ed elevarli ad un vero punto d'utilità. Quanto più sarà egli penetrato dalli disegni d'un generale, più le sue operazioni diverranno essenziali all'intrapreso che quegli si è proposto. Aggiunga alle sue figure più, o meno rapidamente eseguite delle osservazioni luminose che svolgano tutto ciò che egli non ha potuto esprimere, e li suoi giudicj a viva voce compiscano l'istruzione che si deve attendere da lui.

Quel-

Quello che non sa che rappresentare un terreno, è un operajo meccanico, cui non si può interrogare che dei piani; quello il quale non ha che l'arte di comporre una Memoria, non offre che de' dettagli isolati, che danno difficilmente un'idea chiara della raccolta; bisogna necessariamente la riunione d'uno, e dell'altro mezzo per adempiere con successo l'oggetto d'una *ricognizione militare*.

L'abitudine di giudicare li terreni militarmente è il frutto delle riflessioni più composte che si pensa; si ricerca la geometria per valutare l'estensioni, la tattica per applicare li movimenti d'una armata, rapporto le forme che si presentano, la meccanica per la possibilità di creare, od annientare gli ostacoli.

La teoria delle fortificazioni, la scienza dell'artiglieria, l'esame delli diversi ordini sulli quali si formano le armate, l'analisi de' loro rapporti coll'attacco, e la difesa, la combinazione delle armi, delle manovre, e delle circostanze; ecco le forgenti, cui si dee ricorrere per apprendere a valutare d'una maniera pronta, e sicura tutte le parti che si possono stabilire su d'un terreno.

Li scritti del Xenofonti, dei Polibj, dei Cesari, dei Vegezj, dei Saxi, dei Puisegur, dei Folard, dei Feuquieres, e di altri moderni, che marciano sulle loro traccie, esibiscono abbondanti lumi a quelli che vogliono acquistare le cognizioni militari. L'industria dell'uomo messo in azione per li suoi interessi più grandi fa vedere l'origine, e gli effetti di queste ingegnose risorse, ch'egli sa aggiungere alla natura per moltiplicare le forze. La ragione poi ha trovata per guida l'esperienza di tutti li tempi, ed ella si appropria senza fatica delle verità che la pratica non discuopre se non per via d'errori innumerabili.

Da ciò poi non seguita che l'arte di rendere conto d'un paese richieda che si si fermi minutamente sui dettagli di tutte le parti della guerra; non si dee approfondarsi che d'una maniera relativa al bisogno che si può avere; in generale, ed in astratto si ha per così dire lo spirito essenziale all'intrapresa.

Ciò non è punto d'un semplice esercizio d'armi, o di abilità di distribuire de' piccioli corpi di truppe in tutti li sensi possibili, che principalmente possono occupare; ciò spetta alla gran tattica di fare l'evoluzione d'una maniera la più propizia all'effetto che si desidera. Si scanferà con cura di adottare esclusivamente quei sistemi, che implicano tutti li terreni ai loro metodi, ed alle loro particolari organizzazioni: Si apprezzerà ciascun ordine a norma degli avvantaggi, ed inconvenienti assoluti, o relativi che desso può portare; e così si giungerà a convincersi che il grado di superiorità dipende dal momento, dal locale, e da un'infinità d'altri dati, che l'abitudine di giudicare sa sola eseguire con aggiustatezza. Egli è necessario di ben conoscere le diverse maniere di formare, e sciorre le colonne, così pure la composizione attuale dei reggimenti, battaglioni, squadroni, ec., e l'estensione di questi corpi in battaglia. Ciò si ottiene coll'esercitarsi nel rappresentare sulla *carta* li movimenti combinati di queste differenti masse, onde accostumarsi a delineare delle tavole esatte, ed intelligibili delle operazioni militari.

Se si operi in guerra, od in pace per fare le ricognizioni militari, si abbiano sempre le medesime viste che devono dirigere nelle Memorie istruttive che giovano; si supponga in tempo di pace ciò che esiste quando le armate sono raccolte; e si ragioni in conseguenza di queste supposizioni per ben far conoscere tutte le risorse, di cui ciascun luogo è suscettibile. Li dettagli ne' quali siamo entrati, appartengono dunque a tutti li momenti, e si troverà ciò che ciascuna circostanza particolare può esigere.

Le acque, e le montagne sono oggetti sempre sussistenti che la natura oppone agli attacchi per favorir la difesa; l'arte che agisce più, o meno su questi due ostacoli, dispone assolutamente di tutti gli altri.

Li mezzi che presentano le Alpi, e li Pirenei per mantenersi, sono totalmente differenti da quelli, che ci sommiuistrano le vaste pianure della Fiandra. Là le catene intiere di monti molto scoscesi formano de' muri impenetrabili, di cui li punti accessibili sono sempre contrastati col mezzo di poca truppa; qui li fiumi, e li canali sono le principali barriere che un'armata può opporre all'inimico. Basta per impedire il passaggio che si calcoli la di lui posizione, e movimenti sull'estensione delle frontiere da difendersi, sulla profondità dei letti, la larghezza, e discesa delle sponde, sulla frequenza delle siepi, e boschi adjacenti, e finalmente sugli stratagemmi che si possono usare per farli cambiare.

Queste due maniere di far la guerra sono del tutto diverse, ma però si fondano sugli stessi principj, e si unisce all'una e all'altra più, o meno l'arte delle fortificazioni per la difesa di tutti li paesi.

Dalla cognizione più esatta dunque dei luoghi, dove si ha da operare, dipende l'esecuzione d'un sistema qualunque di evoluzioni. Bisogna che quello il quale è incaricato di riconoscere, unisca alla sua *carta* una Memoria locale, che faccia menzione di tutto ciò che può appartenere alle montagne, alle pianure, alli fiumi, ai ruscelli, alle strade, alle città, castella, e molini, ec., e che indichi li differenti mezzi, di cui si può servirsi per aumentare il proprio avvantaggio, o per diminuire gli inconvenienti.

Si divide una Memoria in tanti capi quante sono le specie di oggetti da esaminare; si espone in seguito quali sono li campi che possono occupare le armate, facendo vedere con esattezza i loro prodotti in ogni genere, e si termina collo stato delle sussistenze, e di altri soc-

corsi che può dare il paese, di cui si fa la descrizione.

Siccome li terreni che hannosi da riconoscere in tempo di pace sono sempre sulle coste, o sulle frontiere in prima, ed in seconda linea, si può, mediante la Memoria locale, supporre dalla parte dell'inimico delle intraprese sulli punti che sono li più esposti all'attacco. Si fanno valere allora tutti gli ostacoli che il paese può presentare, e si seguita l'inimico dal canto suo nelli suoi progressi, opponendogli a ciascun passo delle nuove difficolta. Questo metodo di porre in movimento tutte le parti del suo piano fa sentire il valore delle particolarità, e recapitola d'una maniera la più istruttiva ciò che si dee fare trattandosi di tutti gli oggetti in particolare.

Delle Montagne.

Quando si parlerà della natura dell'alte montagne si distingueranno le catene principali che servono di recinto, o circondario del paese, li differenti rami che lo difendono, e favoriscono le uscite; si faranno conoscere le altezze relative di tutte le loro parti, le roccie, i boschi, le valli che s'incontrano; e siccome all'ingresso delli valloni si trovano que' colli delle montagne, che ne facilitano il modo di sormontarle, bisognerà esprimere perfettamente le particolarità, e mettere sotto gli occhi tutto ciò che può concorrere a difenderli.

Se la serie delle montagne, che si descrive, è assai estesa, purchè si tratti d'un piano di difesa, si dirà come un armata potrà stabilirvisi; quali sono le sue comunicazioni; ove ella deve fare delle demolizioni; su quali punti collocherà ella li ridotti; quali strade dovrà ella distruggere; ed esporransi generalmente tutti i mezzi, di cui ella dee servirsi onde stabilirsi con sicurezza.

La scelta delle posizioni nelle montagne ricerca un colpo d'occhio il più militare; il minimo difetto può divenire irreparabile quando si ha da fare con un inimico avveduto; bisogna levargli ogni possibilità di prendervi la volta, di circondarvi, e di serrarvi; gli ostacoli sono ben marcati; si devono soltanto perfettamente conoscerli, ed aggiungere l'arte alla natura per fortificarli particolarmente, e per unirli in linea totalmente a propria difesa.

Sarà molto essenziale ancora, supponendo che un dato paese sia in potere dell'inimico, il far conoscere come si possa attraversarlo. Nel seno delle montagne più erte, e scoscese, si scoprono sempre alcune strade praticabili, le quali con finti attacchi su d'altri punti possono servire di passaggio alle truppe. Le guide non suppliscono giammai in questo riguardo alle carte, ed alle Memorie; la loro ignoranza, impostura, e maniera di vedere del tutto opposta alle mire militari, espongono ad un' infinità d'abbagli, il minor de' quali è sempre quello di vedere arenati li propri progetti.

Le montagne che non sono che piani elevati esigono dei computi molto esatti, e delle osservazioni forse più giudiziose. Nelle prime tutto è caratterizzato, la natura bene spiegata indica da per se stessa li mezzi di difesa; in queste qui li tratti molto meno intesi lasciano molto più ad arbitrare, e la maniera d'approfittare varia secondo l'esperienza. L'essenziale si è d'esporre con chiarezza tutto ciò ch'è contenuto nelle differenti masse che sono cinte da fiumi, da ruscelli, od altri ostacoli; di descrivere li valloni che desse formano, le pianure che rinchindono; e di far ben conoscere li rapporti che le legano l'une alle altre, e tutte le file, che lor servono d'uscita. Gli avvantaggi di ciascuna porzione di terreno, oltre la sua forza assoluta, dipendono molto da tutto ciò ch'è vicino. Nel sistema supposto dei movimenti dell'inimico, si fanno meglio sentire tutte queste relazioni.

Delle Acque.

La lunghezza dei fiumi, e ruscelli, la loro rapidità, profondità, il loro letto fangoso, o ghiajoso, le differenti altezze delle loro sponde, li tempi delle loro escrescenze, e li cangiamenti di tutti quei dati nell'estensione della loro correntia: ecco li primi oggetti dell'articolo delle acque. Si descriveranno in particolare con cura tutti li siti, ove esse si possano passare a guazzo, le quantità de' battelli, che vi si possono trovare, la solidità de' ponti che le attraversano, le parti ove se ne possono gettare di nuovi, ed il genere di lavori che si possono fare per conservare le comunicazioni. Le città, villaggi, castella, molini; chiuse, boschi, siepi, ec. che appartengono ad un fiume o alli suoi contorni, devono essere descritti colla massima esattezza, o recapitolati citando gli articoli, ne' quali se ne fa menzione. La natura dei laghi, e dei terreni paludosi, li mezzi di disseccarli, se siano suscettibili, la maniera d'arrestare l'inondazioni, o di occasionarle, l'ordine dei scoli di cui si fa uso per navigare sui canali, tutte queste particolarità meritano, secondo molti autori, la massima attenzione, e ciò appartiene a quello che vuole riunire tutti gli indizj utili che risguardano il propio lavoro.

Una carta ben rilevata, ed una Memoria che calcola con precisione il forte, ed il debole di tutto ciò che concerne un fiume, mettono a portata di giudicare di ciò che bisogna fare per impedire il passaggio. Si può pertanto supporre dell'intrapreso sulli punti più importanti, ed esercitarsi col rendere vani tutti gli sforzi, e tutte le astuzie che l'inimico può tentare contro un corpo di truppe destinate a difendersi. Questo metodo di analizzare tutti gli ostacoli, minacciandoli tutti egualmente e mettendo in opera tutti li mezzi capaci di fortificarli, obbliga

bliga di equilibrarli insieme, ed accostuma a vedere gli oggetti nella maniera più militare.

Delle Città.

Le città sono cinte di mura onde essere al coperto dagli improvvisi tentativi; ivi sono elevati de' rampari per formare degli asili contro l'intrapreso sostenute del nemico; l'esperienza ha disposto i loro contorni in parti salienti e rientranti, per promiscua loro difesa, ed il bisogno d'opporsi a novelli armati ha sviluppate le risorse d'un'arte che non ha altro confine che quello del genio. Il merito d'un semplice contorno, quando la città è ben situata, è di servire di posto, e di ritardare per qualche tempo gli sforzi degli assedianti, onde intanto aver l'agio di preparare nuovi ostacoli. Il destino d'una piazza di guerra è sempre la resistenza d'un piccolo numero d'uomini contro gli attacchi d'un maggior numero di truppe, e di coprire per la sua situazione una determinata estensione di paese. Tocca a quello che fa una Memoria locale e militare, l'esaminare ciò che si deve aspettarsi da ciascuna città in particolare, e se ella corrisponde alle viste, che hanno diretto il suo stabilimento, e costruzioni d'operazioni che la difendono. Una giusta valutazione della bontà primitiva delle sue parti, come pure l'esposizione particolarizzata del suo attuale stato, lo mette al fatto di giudicare del suo grado di forza reale, e dei suoi cangiamenti, o ripari che fossero fatti per maggior difesa. Si rifletterà in questo esame che il vero fine delle fortificazioni si è di compensare ciò che manca alla quantità delle braccia, e non presenterà niente di questi progetti, che suppongono delle armate intiere per difendere una città da guerra. Egli è inutile il racchiudersi, se si è in istato di trattenere la campagna; e l'arte delle saggie evoluzioni, della scelta delle posizioni supera molto l'arte di drizzare li terreni de' bastioni, e di legare le armate onde farle passive.

Dei Villaggi.

Dopo d'aver trattato delle città, e d'aver data la loro descrizione, senza esporre quelle particolarità che sono note necessariamente, lor che ci appartengono, si farà vedere tutto ciò, che li villaggi, le siepi che li coprono, le muraglie che attorniano i loro giardini, ed i grandi poderi, che ivi si riscontrano, possono presentare d'interessante. Sovente un solo cimiterio diviene per la posizione, per il suo contorno, e per il soccorso dell'arte un'opera di fortificazione, ove si può difendersi con molto avvantaggio. Ciascun luogo particolare ha dei mezzi di difesa, che gli appartengono, e fa avere l'arte di mettersi in guardia, e d'indicarne le cautele. Carri collocati a proposito, demolizioni de' boschi ben disposte servono qualche volta a contrastare lungamente di un terreno, ch'è stato tutto in un colpo occupato.

A questo articolo s'aggiungerà un dettaglio completo delle castella, o case isolate attorniate da fosse, e da mura, le quali sono sparse per le campagne, e si si metterà a portata di giudicare del valore di tutti li posti di questo genere che può offrire un paese.

Delle Strade.

Non basta di presentare le difficoltà d'ogni specie di cui ciascun luogo può essere suscettibile; la cognizione esatta delle comunicazioni, e del tempo che s'impiega a percotrerlo, è indispensabile ad un generale per combinare li movimenti delle sue truppe. Si darà dunque uno stato circostanziato di tutti gli argini, o ripossi, ch'avrà riconosciuti, delle strade traversali che possono essere interessanti per li punti essenziali, ove esse si conducono, e li cammini tortuosi, ed erti che si trovano nelle montagne. Le serie dell'alture, che limitano una strada, hanno delle relazioni con quella ch'è necessaria d'esporre; bisogna sapere se ella è fatta per la campagna, o se lo è per se; in fine la di lei larghezza, l'incasso, li passi pericolosi, le riparazioni da farsi ai ponti per li trasporti dell'artiglieria, sono altrettanti dettagli da non ommettersi.

Per far marciare un'armata da un luogo all'altro si ha spesso una sola strada, ed allora si è obbligato di riconoscere, e di aprire de' passaggi a differenti colonne. Questo inconveniente deve esser preveduto; e secondo le supposizioni della marcia che saranno mostrate dal locale medesimo, s'indicherà la traccia delle colonne, sulle quali l'armata possi avanzare.

Quando si ricercherà sulle frontiere, o sulle coste di fare qualche nuova strada, si esaminerà quale debba essere la di lei direzione, onde corrisponda alle viste del commercio senza presentare delle sortite troppo favorevoli all'inimico, o li mezzi d'intercettare le nostre comunicazioni; si cercherà di rendetla possibilmente più militare collocandola da quella parte dove sarà di ajuto per ottenere la disposizione, e dove si potrà appostarsi col massimo vantaggio.

Delli Boschi, e Siepi.

Le foreste, li boschi, e le siepi che coprono la campagna, sono d'ostacolo troppo conseguente perchè si abbia a sorpassarne il dettaglio della loro natura. Vi sono delle siepi tali, come quelle della Bretagna, e Normandia, che sono altrettanti parapetti d'un eccellente profilo, che può servire a contrastare del terreno a passo a passo, ed a rallentare singolatmente, od anche rendere impossibile la marcia dell'inimico: esse offrono in molti siti una serie di posti che si

poſſono difendere con poca gente, perchè quello che vorrà ſforzarli non potendo eſſere in iſtato di giudicare della quantità d'uomini poſti alla difeſa, gli riuſcirà incerta e la marcia e l'attacco, eſſendo ſoggetto ad ogni iſtante a delle ſorpreſe; ed il timore d'eſſere tagliato fuori l'obbligherà a ritirarſi. Perciò ſi dà tempo alle truppe di ſopraggiungerlo e di aſſalirlo con vantaggio. Ciò ſoprattutto ſuccede alle coſte, dove ſi poſſono impiegare con ſucceſſo ſimili trincieramenti. Semplici paeſani condotti con intelligenza poſſono arreſtare per lungo tempo lo ſforzo d'un nemico per rendere inutile il ſuo attacco, per far vana la ſua intrapreſa, od almeno per avere l'agio di radunarſi contro li di lui più poſſenti ſforzi.

Biſogna ſapere ſe li boſchi ſono folti, o rari, quale ne ſia la ſpecie dei loro alberi, od in qual ſenſo ſi poſſano attraverſarli. La loro poſizione, la loro eſtenſione, e differente ſpeſſezza decidono inſieme del modo di farne uſo. Qui eſſi offrono una barriera impenetrabile coprendo dei ruſcelli, e dei valloni; là eſſi ſervono d'appoggio alle ale d'un campo, e d'eſtenſione alla vanguardia; altrove la loro proſſimità mette alla portata d'impiegare degli alberi per fare delle palizzate, per accreſcere le forze d'un trincieramento; da per tutto eſſi ſomminiſtrano alle picciole truppe li mezzi d'appoſtarſi vantaggioſamente per attaccare all'improvviſo, o per difenderſi con vantaggio contro forze ſuperiori.

Delle Coſte.

La deſcrizione delle coſte rinchiude un'infinità d'oggetti uno più eſſenziale dell'altro: ora eſſe ſono ingombrate di rupi piane che rendono più, o meno pericoloſo l'acceſſo: ora ſono circoſcritte da ſpiaggie che impediſcono l'accoſtarviſi: alcune delle loro parti eſſendo bene inteſe, e ſcoperte preſentano la maſſima facilità per la diſeſa; alcune per la forma rientrante offre dei ſeni, e dei porti per porvi li vaſcelli a ricovero dai venti. L'arte ha profittato dei capi, e punte per iſtabilire dei forti, o delle ſemplici batterie, che fiancheggiano li ſiti acceſſibili. Le iſole adjaceoti ſono divenute le opere avanzate, che ſervono di barriera alli tentativi del nemico: tutto preſenta in una eſtenſione poco conſiderabile di coſte una varietà d'accidenti, che richiede l'ordine più regolato, e le nozioni più eſatte oltre le proprie oſſervazioni, e li rapporti delli marinari più avveduti. La natura delli venti che ſono neceſſarj per l'entrata, e ſortita dai porti, come anche tutti li vantaggi, ed inconvenienti di ciaſcuno d'eſſi devono eſſere ſpecificati. Si eſponga tutto ciò che caratterizza li ſiti acceſſibili, e li tempi delle maree che ſono più o meno favorevoli all'approdarvi. Si renda conto dello ſtato attuale di tutti li forti che diſendono la coſta, delle batterie, delli corpi di guardia, e di tutti li pezzi d'artiglieria che vi ſi poſſono trovare; ſi indichi quali ſiano i luoghi ove ſi poſſano fare nuove coſtruzioni d'una poſizione più reſiſtente alle parti da diſenderſi; ſi raccolgan con cura li diverſi progetti, che ſono ſtati fatti per migliorare tal o tal altro porto relativamente alla guerra, ed al commercio, e per meterlo al coperto di tutti gli inſulti, ſia dalla parte del mare, ſia dalla parte della terra. Se ne dia l'analiſi, e la concluſione che ſi crede la più propria a ſoddisfare a queſte differenti viſte; ſi calcolino le forze che poſſono ſomminiſtrare in un momento di ſorpreſa li cannonieri guarda-coſte, e ſi attenda aſpettando che le truppe regolate ſi ſiano portate ſe n'è biſogno, ſulli punti d'attacco. Gli effetti che producono le maree ſulli fiumi che sboccano nel mare, e l'ordine, ed il tempo delli differenti cangiamenti che ſan loro provare, e l'influenza che eſſe hanno ſulli paſſi; tutto queſto eſige che ſe ne renda conto eſatto. Finalmente mille altri dettagli, che una rada, un canale, una ſpiaggia, ec. poſſono preſentare alla viſta eſercitata, e che un'iſtruzione così generale come la noſtra non ci permette di ſcorrere, ſervono a compiere queſto articolo, e a fondare d'una maniera ſicura il vero ſiſtema di diſeſa, che appartiene ad una parte delle coſte.

Dei Campi.

In una Memoria relativa ad una *carta militare*, biſogna anche trattare dei campi, e far menzione di tutte le collocazioni che può occupare un'armata. Si avrà per oggetto di riunire tutti li lumi poſſibili ſu queſte eſſenziali poſizioni cha ſi poſſono prendere in un paeſe, quando ſi è propoſta qualche intrapreſa, o ſu quelle che ſervono a diſendere l'entrata, coprendo tutto ad un tratto tutti li ſiti per dove ſi tenterebbe di penetrare. Ciò dunque fa che ſi abbia a trattare di due ſpecie di campi. Nelli primi tutto deve eſſere relativo alli punti d'attaccarſi. Si ſi ſtabiliſca per oſſervare li movimenti del nemico, ſe gli dia geloſia, o ſoſpetto ſu tutte le parti circoſtanti, e ſi profitti delli ſuoi minimi falli per portarſi avanti, ed eſeguire li ſuoi progetti. Nelli ſecondi tutto ſi rapporta alli punti che biſogna diſendere; ſi cerca per diſenderne il tutto di non avere che delle corde da percorrere, mentre che l'inimico è obbligato a deſcrivere degli archi; ſe gli aumentino gli oſtacoli di fronte, ed ai fianchi con degli argini, e trincieramenti, e ſi ſtabiliſca una ritirata ſicura al di dietro nel caſo che poſſa eſſere tolto in mezzo. Egli è neceſſario negli uni, e negli altri di bene ſviluppare li mezzi di ſtabilire le ſuſſiſtenze, ed impedire che queſte non venghino intercettate. S'impiega per quanto è poſſibile, ogni ruſcello per coprire la fronte dei campi, e li ſtagni, o boſchi impraticabili per oppoggiare le ale. La deſcrizione più

esatta deve per conseguenza spiegare tutto ciò che concerne queste differenti barriere, affine di mettere un'armata al coperto da ogni sorpresa. Essa sia fondata in sicure istruzioni riguardo al campo; faccia saper quale sia il campo di battaglia, se le acque, di cui si può disporre, siano di buona qualità, e se si possano disseccare. Non deve esservi alcuna incertezza sulle nozioni che si danno, perchè dalle buone posizioni, e dall'arte di trar partito dipende il successo delle campagne: qualunque errore a questo riguardo è capace di cagionare li più grandi disordini. Non è mai troppa l'esattezza nelle ricognizioni che si fanno, e nelli conti che si rendono.

Delle produzioni del Paese.

Tutti li vantaggi che può offrire un paese in grani, vini, bestiami, legnami, foraggi, ec. devono essere esposti in uno stato chiaro, e preciso sicchè si possano consultare con confidenza; s'aggiunga il numero degli abitanti, le di cui braccia possano applicarsi alle fatiche di forza, come pure la quantità di vetture, e di bestie da carico di cui si potrà disporre; e questo articolo terminerà la parte locale della Memoria.

Oltre l'intelligenza di creare il resto dell'opera si devono trarre a profitto tutte le cognizioni che possono dar risorsa alla marcia; non mai si oppone un nemico debole ed ignorante ad un generale esperto, che profitta ad ogni momento delle sue viste. Le descrizioni hanno molta analogia cogli esercizj d'un campo di evoluzione. Non mai si presenta un'idea vera della guerra, che quando le forze opposte combinano tutti i loro movimenti dopo d'avere stabilite, e conosciute le situazioni del terreno. Il nemico non avrà successo che in ragione della sua superiorità, e li suoi vantaggi serviranno a sviluppare l'arte, che una resistenza aperta sa impiegare per cangiare ciascun oggetto in ostacolo.

Delli Quartieri d'inverno.

Le differenti Memorie che accompagnano una serie di porzioni di *carte*, sono gli studj d'una tavola, o quadro generale, che si possa indi delineare onde formarn un sistema completo di difesa su tutta l'estensione d'una costa, o d'una frontiera. Ciò che in questo quadro entrerà naturalmente, se vi si si occupa, è l'esame di tutto ciò, che può risguardare lo stabilimento delli *quartieri d'inverno*. Si si risovvenga esponendo li suoi mezzi, che vi devono essere delle comunicazioni assicurate tra tutti li quartieri d'una armata; che eglino non devono coprire una grande estensione di paese, perchè le truppe siano a portata di soccorrersi reciprocamente, e di riunirsi, s'egli è possibile, in campo di battaglia, pria che il nemico possa tentare di separarli. Bisogna determinare le città, ove si possano stabilire li magazzini, e le fortificazioni che si ricercano, onde evitare le sorprese, e tenersi con sicurezza ad un certo numero di giorni contro gli attacchi più forti. Finalmente si darà uno stato circostanziato de' lavori da farsi in ciascun quartiere, e de' forti, ed altre opere necessarie da costruirsi sulli fiumi, sulle paludi, ed altri ostacoli, che intercettino la di lui comunicazione.

L'utilità che risulta dalli lavori fatti in tempo di pace, è certamente reale sulli rapporti delle nozioni in ogni genere che possono raccogliere li generali; ma il loro vero punto di vista deve essere di formare de' soggetti, che conoscano da per se stessi tutti li dettagli d'un paese, e che acquistino l'abito di vedere tutti li terreni d'una maniera militare, e colla massima possibile rapidità.

La lentezza nella guerra è incompatibile con ciò che si esige da un officiale incaricato di riconoscere. Non si tratta di piacere con eleganti disegni, e con Memorie bene scritte; si cerca solo una schiarazioae in un rapido abbozzo, ed in note semplici, e giudiziose. Egli è dunque essenziale l'esercizio continuato in questo genere di lavori, onde contrarre un'abitudine, senza però negligere la perfezione del disegno, ch'è la base delli buoni abbozzi, come quella dell'operazioni compiute.

Delle Lingue.

Le lingue straniere, e soprattutto l'Allemana, dovrebbero far parte delle cognizioni, che sono opportune per chi entra in questa carriera. Gli occhi non afferrano; per così dire, che la superficie, e che un solo istante degli oggetti, li quali possono cangiare da un momento all'altro. Si possono ricavare dalle genti del paese queste successioni, o cangiamenti. Ma come consultar, e trarre con maestria ciò ch'è di proprio interesso mancando il linguaggio, ed avendo bisogno d'interprete?

In questo cerchio descritto dalla teoria, e dalla pratica versar deve ciascun allievo. L'estensione del raggio dipende dalla sua applicazione, e dalla sua attitudine. Noi non abbiamo considerati li suoi talenti che relativamente alle funzioni militari, che appartengono al di lui stato; ma egli non va punto al di là delli confini fissati all'avanzamento di cui è suscettibile in ogni altro senso. Noi ci permettiamo, avanti di terminare questo articolo, di gettare un colpo d'occhio sulle ricerche sì aggradevoli, che utili, nelle quali potrebbe dedicarsi approfittando dei momenti che sono in di lui libertà.

Delli Lavori accessorj.

Niente impedisce in tempo di pace di aggiungere all'ordinarie operazioni, delle Memorie particolari, su tutto ciò che il commercio, la politica,

tica, le arti, la natura, e li monumenti antichi poſſono offrirgli d'intereſſante nelli paeſi dove ſarebbe impiegato. La neceſſità di percorrere ſucceſſivamente tutti li punti d'una ſuperficie gli fa ſcorgere uo' infinità d'oggetti, che devono ſcappare alle rapide ricerche d'un viaggiatore, e agli occhi di raro riſchiarati degli abitanti.

Il commercio mette in viſta il progetto d'un canale di navigazione, la ſcelta della ſua collocazione, la direzione d'una diga, lo ſtabilimento d'una manifattura, lo ſcavamento d'una mioiera, il miglioramento della coltura, il diſſeccamento delle paludi, il lavoro delle incolte pianure, e tutti li mezzi in qualunque genere che poſſono cooeorrere ad accreſcimento della di lui energia.

La politica offrirebbe alli ſuoi giudizj differenti oggetti di permure che le potenze vicine potrebbero proporre ſulle frontiere. Egli determioerebbe il loro aſſoluto valore, e le relazioni ancora più conſeguenti, che le uniſcono alla guerra, ed al commercio; e le ſue operazioni compenſerebbero vantaggioſamente per via d'acceſſorj eſſenziali le perdite apparenti, che ſembrarebbero appartenere ad una negligenza di verificazione.

Le arti fanno apprendere tutto quello, che può l'induſtria applicata alli biſogni dell'uomo, ed accoſtumano ad analizzare l'organizzazione d'una macchina utile, ed a calcolare ſe li ſuoi effetti corriſpondano al buon impiego delle forze, e del tempo.

Quale varietà d'aſpetti preſenta all'ingegnere la natura e per ricrearlo, e per iſtruirlo! Egli ſcorre a vicenda le differenti ſpecie di metalli, di foſſili, di pietre, le proprietà particolari dell'acque, le produzioni rare in ogni genere, le iſcrizioni riſpettate dal tempo; raſſegnando tutte le ſue ſcoperte in uoa ſua opera, forma ooa collezione di materiali preziosi, ove il naturaliſta, e lo ſtorico poſſono attingere a gara delle cognizioni. Chi meglio di lui riſcontrerà queſti primi impronti della natura, ch'ella ſi compiace naſcoodere in mezzo alle rupi, e all'alte montagne, che la mano dell'uomo non ha potuto ritrovare? Il ſuo occhio eſercitato li cerca, e li appreode e ſi dà premura di arricchire la ſomma dei monumenti, che gli oſſervatori haono già raccolti.

Non ſolo tutti li ſuoi paſſi ſono utili, ma ancora il ſuo giudizio ſi perfeziona, e l'abitudine di vedere gli oggetti ſotto turti i loro rapporti poſſibili dà ancora più d'energia alle ſue diſpoſizioni militari. La guerra ch'è un meſtiere per aleuni, ed un arte per gli altri, divieoe la più vaſta ſcienza, quando il genio preſiede alle ſue operazioni. Tutti li talenti, tutte le cogoizioni umane ſono gl'iſtrumenti ch'ella impiega per preparare, e per aſſicurare li ſuoi ſucceſſi. (*Il Sig. Joly, Ingegnere Geografo Militare*).

CARTE. *Problema ſulle carte* (*Aritmetica*). Pietro tiene otto carte nelle ſue mani, che ſono un aſſo, un due, un tre, un quattro, un cinque, ua ſei, uo ſette, ed un otto, e le meſcola inſieme. Paolo ſcommette che cavandole l'una dopo l'altra le indovinerà a miſura ch'egli le caverà. Si domanda quanto Pietro deve ſcommettere contro uno che Paolo non riuſcirà nella ſua intrapreſa?

Per l'enunciazione della queſtione ſi ſuppone che Paolo ſcommetta di cavare tutte le carte l'una dopo l'altra ſenza rimetterle oel giuoco dopo d'averle cavate, e ſenza mancare una ſol volta d'indovinare giuſtameote la carta, che ritrae.

In queſto caſo, ſecondo le regole ordinarie della probabilità, la ſperanza di Paolo al primo co'po è $\frac{1}{8}$, al ſecondo $\frac{1}{7}$; d'onde ne ſiegue che la ſua ſperanza per li due primi colpi ſia $\frac{1}{8} \times \frac{1}{7}$; e diffatti è facile di vedere che il primo colpo avendo otto caſi poſſibili, ed il ſecondo ſette, la combinazione di due avrà 8×7 colpi, di cui non ve n'è che un ſolo che faccia guadagnare Pietro, quello cioè dove indovioerà giuſtamente due volte di ſeguito. Per la ſteſſa ragione la ſperanza di Paolo per tre colpi ſarà $\frac{1}{8} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{6}$; per quattro $\frac{1}{8} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{5}$; e per ſette, non potendoſi avere l'ottavo (perchè dopo ſette colpi non reſtano più carte da cavarſi, e perciò non v'è più giuoco) ella ſarà $\frac{1}{8} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$; dunque la poſta di Pietro ſarà a quella di Paolo come $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 - 1$ è ad 1; vale a dire come $56 \times + 720 - 1$ è ad 1, o come 40319 è ad 1.

Se Paolo ſcommettre ſoltaoto d'iodovinare giuſtamente ad uno de' ſette colpi, la ſua ſperanza ſarà $\frac{1}{8} + \frac{1}{7} + \frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$, e per conſeguenza la poſta di Pietro a quella di Paolo ſarà come $\frac{1}{8} + \frac{1}{7} + \frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ ad $1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{7} - \frac{1}{6} - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$.

Se Paolo ſcommette d'indovinare giuſtamente nelli due primi colpi ſoltaoto, la ſua ſperanza ſarà $\frac{1}{8} + \frac{1}{7}$, ed il rapporto delle due poſte quello di $\frac{1}{8} + \frac{1}{7}$ a $1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{7}$.

S'egli

S' egli ſcommette d' indovinare giuſtamente in due colpi qualunque, la ſua ſperanza ſarà

$$\frac{1}{8}\times\frac{1}{7}+\frac{1}{8}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{8}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{8}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{8}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{7}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{7}\times\frac{1}{5}\ldots\ldots+\frac{1}{7}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{5}\ldots\ldots+\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}\text{ ec.}$$

Altro Problema. Si domanda quanto ſi debba ſcommettere contro uno che cavando cinque carte nel giuoco di picchetto compoſto di trenta due, non ne caverà una quinta maggiore iodeterminata ſenza nominare in qual colore, ſia nel cuore, ſia nel quadrello, ſia nel picchetto, o nel fiore.

Per riſolvere la propoſta queſtione, biſogna da principio cercare quante combinazioni diano trenta due carte preſe a cinque a cioque, e ſi troverà, per la regola cognita delle combioazioni, che queſto numero di volte è il prodotto dei cinque numeri 28, 29, 30, 31, 32, e queſto diviſo per il prodotto degli altri cinque numeri 1, 2, 3, 4, 5, o per 120; vale a dire che il numero delle volte ricercato è il prodotto delli numeri 28, 29, 31, 8 oſſia 201376. Ora ſiccome vi ſono quattro quinti maggiori, così biſogna levare queſto numero 4 da 201376, il che dà 201372, e ſi avrà a ſcommettere 4 contro 201372, o ſia 1 contro 50343 che non trarrà una qointa maggiore a piacere.

Se ſi tratti d' una quinta qualunque, come che in tutto vi ſono ſei quinti, cioè quattro di ciaſcun colore, così la ſcommeſſa ſarà di 16 contro 201376 meno 16, o di 16 contro 201360, o di 1 contro 12585. (O).

CASCATE. Metodo delle *caſcate* (*Algebra*), è il nome che il Sig. Rolle geometra dell' Accademia delle Scienze ha dato altre volte ad un metodo che avea immaginato per la ſoluzione dell' equazioni. Lo pubblicò nel 1699 nel ſuo trattato d' Algebra. Per queſto metodo ſi approſſima ſempre al valore dell'incognita con delle equazioni ſucceſſive, che ſi vanno ſempre abbaſſando, e calando d' un grado; e da ciò vieoe il nome di *caſcata*, o *caſcate*. *Ved.* EQUAZIONE.

Si trova nell' *Analiſi dimoſtrata* del P. Reynaud *lib. VI* uo metodo, per cui ſi ha l'approſſimazione delle radici d' un equaziooe riſolvendo dell' equazioni, che ſi vanno ſempre abbaſſando d'un grado: e queſto metodo ſembra avet molta relazione con quello del Sig. Rolle. Eccone un idea. Sia per eſempio un equazione del terzo grado $x^3-px^2+qx+r=0$, di cui le tre radici ſiano reali e poſitive a, b, c, eſſendo a la più picciola, e c la più grande; ſia moltiplicata queſta equazione per li termini d' uoa progreſſione aritmetica 3, 2, 1, 0; ella diverrà l'equazione del ſecoodo grado $3x^2-2px+q=0$, di cui le due radici ſono reali, e ſono tali che la più picciola è tra a e b, e la più grande tra b e c; così cercando le due radici di queſta equazione del ſecondo grado ſi avranno i limiti tra li quali ſi rinchiude b; e ſi potrà trovare in ſeguito queſta radice b per approſſimazione: eſſendo trovata la radice b, ſi conoſceranno anche le altre a, e c.

Per dimoſtrare queſto metodo, ſia $x^3-px^2+qx+r=y$ l'equazione d'una curva di genere *parabolico*.) *Ved.* PARABOLICO). L'equazione $3x^2-2px+q=0$ ſarà l'equazione dei punti li quali daranno la maſſima y. *Ved.* MASSIMO. E queſti punti, come è facile da vederſi, ſaranno ſituati in modo ch' eſſi ſaranno l' uno da un lato, l'altro dall' altro lato del punto che darà la radice media dell' equazioone $x^3-px^2+qx+r=0$, vale a dire del ſecondo punto, ove la curva taglierà il ſuo aſſe. *Ved.* RADICE; *Ved.* anche nelle *Mem. dell' Accad.* 1741 due Mem. del Sig. Ab de Gua ſul numero delle radici, dove fa egli uſo delle curve di genere parabolico.

Ciò baſti per far intendere come ſi può arrivare, almeno per approſſimazione, alla ſcoperta delle radici d'una equazione cangiando queſta equazione in un altra di grado ioferiore. Si trova nel *lib. VI* del P. Reynaud tutto il detraglio di queſto metodo, ch' è eſtremamente peno o, poco comodo, ed imperfettiſſimo nella pratica, ſpecialmeote quando s' incontrano delle radici immaginarie. *Ved* LIMITI. (O).

CASO IRREDUCIBILE *del terzo grado*, o ſemplicemente CASO IRREDUCIBILE, *in Analiſi*, è quello in coi un' equazione del terzo grado ha le ſue tre radici reali ineguali, ed incommenſurabili. In queſto caſo ſe ſi riſolve l'equazione col metodo ordinario, la radice benché reale, ſi preſeota ſotto una forma che comprende delle quantità immagiaarie; e non ſi è potuto fino al preſente ridurre queſta eſpreſſione ad una forma reale faceodo ſvanire l'immaginarie io eſſa compreſe. *Ved.* REALE, IMMAGINARIO ec. Entriamo in qualche particolarità ſu queſto punto.

Sia $x^3+qx+r=0$ un' equazione del terzo grado, oella qnale ſi fece ſvaoire il ſecondo termine. *Ved.* EQUAZIONE, TRASFORMAZIONE, ec. Per riſolverla faccio $x=y+z$ ed ho $x^3=y^3+3yyz+3zyy+z^3=y^3+3yzx+z^3$; dunque $x^3-3yzx-y^3-z^3=0$. Queſta equazione eſſendo confrontata termine per termine con $x^3+qx+r=0$, ſi avrà prima $-3yz=q$, ovvero $z=-\frac{q}{3y}$; ed in ſecondo luogo $y^3+z^3=-r$, oſſia $y^3+r=\frac{q^3}{27y^3}$, oſſia $y^6+ry^3=\frac{q^3}{27}$.

Queſta

Questa equazione, la quale si riduce al secondo grado essendo risolta nel modo ordinario (*Ved.* Equazioni,) dà $y^3 = -\frac{r}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}$. Dunque a cagione di $z^3 = -r - y^3$, si avrà $z^3 = -\frac{r}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}$; e perciò x ovvero $y+z = \sqrt[3]{-\frac{r}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}} + \sqrt[3]{-\frac{r}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}}$. Tale è la forma del valore di x. Ciò posto

1°. Egli è evidente che se q è positivo, r essendo positivo, o negativo, questa forma è reale, poichè non contiene altro che quantità reali. Ora in questo caso, come si vedrà all'*articolo* Equazione, due delle radici sono immaginarie. Così la sola radice reale si trova espressa con una formola che non contiene [che quantità reali. Questo *caso* dunque non cade nel *caso irreducibile*, e non ha difficoltà alcuna.

2°. Se q è negativo, ed $\frac{r^2}{4} = \frac{q^3}{27}$, allora l'equazione ha due radici eguali, e non v'ha parimenti veruna difficoltà.

3°. Se q è negativo, e $\frac{r^2}{4} > \frac{q^3}{27}$, si hanno due radici immaginarie, e la radice reale si trova rappresentata sotto una formula del tutto reale; il che pure è scevro di difficoltà.

4°. Ma se q è negativo, e sia $\frac{r^2}{4} < \frac{q^3}{27}$, allora $-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}$ è una quantità negativa, e perciò $\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}$ è immaginaria. Così l'espressione di x contiene allora delle immaginarie.

Per altro si dimostra in Algebra che in questo *caso* le tre radici sono reali, ed ineguali. Si può vederne la prova al fine di questo articolo. Come dunque si può fare che la radice x si presenti sotto una forma che non contenga immaginarie?

Il Sig. Nicole il primo sciolse questa difficoltà. (*Mem. dell' Accad.* 1738). Fa egli vedere che l'espressione di x quantunque contenga delle immaginarie, è in sostanza reale. Per provarlo, sia $\sqrt{\left(\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)} = b\sqrt{-1}$, e $-\frac{r}{2} = a$, si avrà $x = \sqrt[3]{a+b\sqrt{-1}} + \sqrt[3]{a-b\sqrt{-1}}$.

Si tratta di mostrare che questa espressione, benchè comprenda dell'immaginarie, rappresenti una quantità reale. Per questo si formi, secondo le regole del binomio Newtoniano (*Ved.* Binomio) una serie ch'esprima il valore di $\sqrt[3]{a+b\sqrt{-1}}$, o di $\sqrt[3]{a-b\sqrt{-1}}$, ossia quello di $(a+b\sqrt{-1})^{\frac{1}{3}}$, o di $(a-b\sqrt{-1})^{\frac{1}{3}}$; si troverà, dopo d'avere unite assieme queste due serie, che tutti i termini immaginarj si distruggeranno, e che non resterà che una serie infinita di termini composti di quantità tutte reali. Perciò il valore di x è in effetto reale. La difficoltà si è di sommare questa serie, ciò che non si è potuto ottenere fino al presente. Per altro il Sig. Nicole l'ha sommata in alcuni casi particolari che ha in conseguenza sottratto, per così dire, al *caso irreducibile*. *Ved. Mem. dell' Accad.* 1738, *e seg.*

Lorchè una delle tre radici reali, ed ineguali è commensurabile, l'equazione non appartiene più al *caso irreducibile*, perchè l'uno dei divisori dell'ultimo termine dà la radice commensurabile. *Ved.* Divisore, e Radice.

Ma quando la radice è incommensurabile, bisogna, per trovare l'espressione reale della radice, o sommare la serie suddetta, o liberare in qualche altra maniera l'espressione trovata dalla formola immaginaria, che, per così dire, la sfigura. Ciò è appunto quello in cui inutilmente si studia da due secoli.

Questa radice del *caso irreducibile* sì difficile da trovarsi coll'Algebra, si trova facilmente colla Geometria. *Ved.* Costruzione. Ma quantunque si abbia il valore lineare, non per questo si è potuto avanzare di più per mezzo della sua espressione algebraica. *Ved.* Incommensurabile.

Questo inconveniente del *caso irreducibile* nasce dal metodo impiegato fin qui per risolvere l'equazioni del terzo grado; metodo imperfetto, ma il solo che si abbia potuto trovare fino al presente. Ecco in che consista l'imperfezione di questo metodo. Si suppone $x = y + z$, y e z essendo due quantità indeterminate; in seguito si fa tutto in una volta $x^3 - 3yz$ $x - y^3 - z^3 = 0$, e $x^3 + qx + r = 0$. Si paragonano queste equazioni termine per termine, e questo confronto termine per termine rinchiude una tacita supposizione, che indica una forma irreducibile sotto cui viene espressa x; in rigore si ha $qx + r = -3yz$ $x - y^3 - z^3$; ecco

ecco la sola conseguenza rigorosa, che si potrebbe ricavare dalla comparazione delle due equazioni; ma oltre di questo, si vuole ancora supporre che la prima parte di $qx + r$, cioè qx sia eguale a $-3yzx$ prima parte del secondo membro. Questa supposizione non è assoluta, nè rigorosamente necessaria; ella non per altro si fa che per trovare più facilmente il valore di y, e di z, che senza ciò non si potrebbe ottenere; quindi siccome y, e z sono l'uno, e l'altro indeterminati, così si può supporre $-3yzx = qx$, e $-y^3 - z^3 = r$. Ma questa medesima supposizione fa che le due quantità y, e z, in luogo di essere reali, come lo dovriano, sieno ambedue immaginarie. Egli è vero che se si unissano assieme, la loro somma è reale; ma l'immaginaria che sempre vi si trova, e che non può essere cassata, rende inutile l'espressione di x che se ne ritrae:

In una parola l'equazione $x = y + z$ non dà a rigore che questa equazione $qx + r = -3zx y - y^3 - z^3$, ovvero $qy + qz + r = -3y^2 z - 3yz^2 - y^3 - z^3$, e tutte le volte che si vorrà di questa equazione farne due altre particolari, si farà una tacita supposizione che potrà portare degli inconvenienti impossibili da evitarsi, come succede qui dove y e z si trovano immaginarie.

Bisognerà vedere se, in qualche maniera, non si possa dividere l'equazione suddetta in due altre, le quali dassero ad y, e a z una forma reale, e facile a trovarsi; ma questa operazione sembra dover essere molto difficile per non dire impossibile.

Ho fatto vedere nelle *Memorie dell' Accademia delle Scienze di Prussia del* 1746 che si può sempre trovare colla trisezione d'un arco circolare una quantità $c + e\sqrt{-1}$ eguale alla radice cubica di $a - b\sqrt{-1}$; e che se $c + e\sqrt{-1} = \sqrt[3]{a + b\sqrt{-1}}$, ovvero a $\sqrt[3]{a - b\sqrt{-1}} = c - e\sqrt{-1}$. *Ved.* Immaginario. Donde ne seguita che nelli *casi*, in cui un arco circolare può essere diviso geometricamente, vale a dire per mezzo della regola, e del compasso, in tre parti uguali, si può assegnare il valore algebraico di c, e di e; la qual cosa potrà dare delle viste per risolvere in qualche occasione dell'equazioni del terzo grado, che caderebbero nel *caso irreducibile*. Vèd. *le Mem. citat.*

Comunque ciò sia, la radice, essendo incommensurabile nel *caso irreducibile*, l'espressione reale di questa radice quando essa si troverà, non impedirà di ricorrere all'approssimazione. All'articolo Approssimazione si dà il metodo generale di trovare la radice d'un'equazione per approssimazione, e ne abbiamo indicati gli autori ch'hanno dati li metodi particolari d'approssimazione per il *caso irreducibile*. Ved. *anche* Cascata.

Poichè noi versiamo su questa materia dell'equazioni del terzo grado, crediamo di far cosa grata aggiungendo qui qualche nuova osservazione che ne abbia rapporto, e da cui i lettori ne possano trar vantaggio.

Si sa che ogni equazione del terzo grado ha tre radici. Bisogna dunque, per risolvere in una maniera completa un'equazione del terzo grado, trovare un metodo, che faccia ritrovare in una volta le tre radici come si trovano in una volta le due radici dell'equazione del secondo grado. Finchè non si abbia trovato questo metodo, v'è tutta l'appareoza che la teoria dell'equazioni del terzo grado resterà imperfetta. Ma si troverà questo metodo? Ciò è quello che non osiamo nè di negare, nè di predire.

Esaminiamo presentemente più d'appresso il metodo, che si usa per trovare le radici d'un'equazione del terzo grado. Si ha da principio un'equazione del sesto grado y^6 ec., come si è veduto qui sopra, che ha per conseguenza sei radici, le quali si può facilmente provare essere tutte inuguali: si ha poi un'equazione del terzo grado $z^3 = -y^3 - r$; e siccome y^3 ha due valori diversi a cagion dell'equazione $y^6 + ry^3 = \frac{q^3}{27}$, e z è elevato al terzo grado, così per conseguenza questa equazione deve avere sei valori differenti di z, tre per ciascuno valore di y^3. Ora ciascuno dei sei valori di z essendo combinato con ciascuno delli sei valori di y, si avranno trentasei differenti valori per $z + y$; dunque x sembra avere trentasei differenti valori. Pertanto essendo l'equazione del terzo grado, x non deve avere che tre valori; come dunque accordar tutto questo?

Rispondo prima di tutto che li trentasei valori preteśi di $y + z$ si riducono a diciotto. In sostanza, non si ha da combinare indifferentemente ciascun valore di z con tutti li valori di y, ma solamente con tutti li valori di y, che corrispondono al valore che si affigge a y^3. Per esempio si ha $y^3 = -\frac{r}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}$, donde si trae $z^3 = -\frac{r}{2} \mp \sqrt{\left(-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}$; il segno + che precede il segno radicale nel valore di y^3, risponde al segno − che precede il segno radicale nel valore di z^3, ed il segno − al segno +; ciò è evidente, poichè $z^3 = -r - y^3$; dunque per ciascuno delli tre valori di y che corrispondono al segno + collocato avanti il segno radicale, si hanno tre valori di z, che corrispondono al segno − pre-

nello al segno radicale. Ciò fa nove valori di $y+z$; ed aggiungendo gli altri nove valori per il caso del segno — collocato avanti il segno radicale nell'espressione di y^3 si ha 18 in luogo di 36, che si avrebbe combinando indifferentemente li segni. Ma questo non è il tutto.

Quantunque ciascun delli valori di y, e di z impiegati, e combinati, come s'è prescritto, sembrino dare un valore di $y+z$, nondimeno bisogna rigettare quelli, nelli quali il prodotto zy non è punto eguale $a-\frac{q}{3}$; perchè $-3zy=q$ è una delle condizioni della soluzione, come s'è veduto sopra. Egli è vero che li diciotto valori di y, e di z soddisfano alla condizione $-27y^3z^3=q^3$: ma questa condizione $-27y^3z^3=q^3$ è molto più estesa che la condizione $-3zy=q$, quantunque sul principio sembri la stessa. Per esempio $u=b$ non dà che un valore di u: ma $u^3=b^3$ dà tre valori di u. Per provarlo sia $u^3-b^3=0$, e dividendo per $u-b$, si avrà $uu+bu+bb=0$, il che dà $u=-\frac{b}{2}\pm\sqrt{\left(-\frac{3bb}{4}\right)}$; così anche $u^3=b^3$ dà $u=b$, $u=b\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{-3}}{2}\right)$, ed $u=b\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{-3}}{2}\right)$. Dunque sebbene nelli diciotto valori di $y+z$, vi sia $27y^3z^3=-q^3$, non pertanto si ha solo da prendere $3yz=-q$. Ciò posto si hanno le quattro seguenti equazioni.

I. $y^3=-\frac{r}{2}+\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}$.

II. $z^3=-\frac{r}{2}-\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}$.

III. $y^3=-\frac{r}{2}-\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}$.

IV. $z^3=-\frac{r}{2}+\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}$.

E sia $a+b\sqrt{-1}=$ alla radice cubica di $-\frac{r}{2}+\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}$, si avrà $a-b\sqrt{-1}=$ alla radice cubica di $-\frac{r}{2}-\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}$; il che darà per radici della prima equazione. 1°. $y=a+b\sqrt{-1}$,

2°. $y=(a+b\sqrt{-1})\cdot\left(-\frac{1+\sqrt{-3}}{2}\right)$,

3°. $y=(a+b\sqrt{-1})\cdot\left(-\frac{1-\sqrt{-3}}{2}\right)$:

per radici della seconda. 4°. $z=a-b\sqrt{-1}$,

5°. $z=(a-b\sqrt{-1})\cdot\left(-\frac{1+\sqrt{-3}}{2}\right)$,

6°. $z=(a-b\sqrt{-1})\cdot\left(-\frac{1-\sqrt{-3}}{2}\right)$.

Le radici poi della terza equazione sono le stesse che quelle della seconda, e quelle della quarta sono le medesime che quelle della prima.

Dunque 1°. la combinazione delle radici della terza equazione con quelle della quarta darà lo stesso risultato che la combinazione delle radici delle due prime equazioni.

2°. Non si avrà da combinare assieme che li valori di y, e z; il cui prodotto sarà $=-\frac{q}{3}$ vale a dire $aa+bb$; perchè essendo $a+b\sqrt{-1}=\sqrt[3]{-\frac{r}{2}+\sqrt{\left(\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}}$, ed $a-b\sqrt{-1}=\sqrt[3]{-\frac{r}{2}-\sqrt{\left(\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}}$, si ha $aa+bb=\sqrt[3]{-\frac{q^3}{27}}=-\frac{q}{3}$. Quindi

3°. Sommando la radice segnata (1) con quella segnata (4) si avrà $x=2a$.

4°. Sommando la radice (2) colla (6) risulta $x=-a+b\sqrt{3}$.

5°. Unendo la radice (3) colla (5) si ottiene $x=-a-b\sqrt{3}$.

Ecco le tre radici dell'equazione, ed è chiaro per le regole già stabilite, che tutti gli altri valori di $y+z$ daranno dell'espressioni false della radice x, e che tutte le tre radici sono qui reali.

Si possono trovare facilmente collo stesso metodo li tre valori di x in ogni altro caso fuorchè nel *caso irreducibile*. Per esempio se q è positivo, o se q negativo è $<$, o $=\frac{r^2}{4}$, allo-

ra

ra converrà ſupporre $\sqrt[3]{-\frac{r}{2}+\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}}$

$=a+b$, $\sqrt[3]{-\frac{r}{2}-\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}}=$

$a-b$, e ſi troverà in queſto *caſo* una radice reale, e due immaginarie, od una reale, e l'altre due pure reali, ma eguali tra loro. E' inutile lo ſpiegare ciò più particolarmente: baſta per convincerſene di fare un calcolo ſimile a quello che noi abbiamo fatto per trovare le tre radici nel *caſo irreducibile*. (O).

CASSA. (*Meccan.*) Si chiama caſſa della bilancia la parte perpendicolare della ſpranga, od aſta per la quale ella viene ſoſtenuta quando ſe ne fa uſo. *Ved.* BILANCIA.

I fabbricatori di occhiali chiamano *caſſe* quelle parti d'un occhiale, o canocchiale, nelle quali ſono inchiuſi i vetri; queſte *caſſe* ſono di corno, d'acciajo ben elaſtico, ec.

Queſto ſteſſo nome in meccanica ſi adopera per ſignificare lo ſpazio libero che ſi dà ad una macchina intiera, o ad alcuna delle ſue parti per accreſcere, od almeno facilitarne l'azione. Una *caſſa* troppo grande, o troppo piccola nuoce all'azione: vi vuole l'eſperienza per determinarne la giuſta quantità. Ecco un eſempio ſemplice di ciò, che s'intende per *caſſa*. La *caſſa* nella ſega per dividere il marmo, è la quantità preciſa di lunghezza che deve avere queſta ſega più che il marmo da dividerſi; perchè tutta l'azione del ſegatore deve eſſere impiegata ſenza dargli un peſo di ſega ſuperfluo, il quale non ſarebbe tutto adoperato ſe la *caſſa* foſſe troppo lunga. Egli è evidente che in queſto caſo la lunghezza delle braccia del lavoratore potrà avere una *caſſa* più lunga. La *caſſa* ordinaria è tra un piede, e diciotto pollici.

CASSINOIDE (*Aſtron.*), nome che ſi dà qualche volta ad una curva propoſta da Caſſini per rappreſentare il moto del ſole. Queſta curva è tale che il prodotto delle due linee tirate dalli due fochi alla circonferenza è coſtante, in vece che nell'elliſſi quello eh'è coſtante, è la ſomma. (*Ved. Elementi di Aſtronomia*, del Sig. Caſſini il figlio, *pag.* 149.)

L'analogia tra queſte due curve fa che ſi chiami qualche volta la *caſſinoide Elliſſi Caſſiniana*, benchè ella non ſia di queſto genere.

CASSIOPEA. (*Aſtron.*) Coſtellazione boreale compoſta di 54 ſtelle principali nel catalogo di Flamſteed.

Secondo li Greci una Regina dell'Etiopia moglie di Ceſeo diede il ſuo nome a queſta coſtellazione; ella è rappreſentata come in un trono tenendo una palma in mano. Si chiama alle volte queſta coſtellazione *cathedra mollis*, *filiquaſtrum*, *ſolium*, *mulier ſedis*, *mulier habens palmam delibutam*; ella è anche nominata *cerva*, *canis*, perchè gli Arabi dipingono un cane, od una cerva invece d'una regina, ed i Sirj un cignale.

Il Sig. Dupuis penſa che per queſta ragione la terza intrapreſa d'Ercole, o l'ingreſſo del ſole nella libra è caratterizzato dalla ſconfitta del cinghiale d'Erimanto: queſt'era l'emblema del tramontare di Caſſiopea al levar del Sole.

Apparve nel 1572 una nuova ſtella in queſta coſtellazione, che ſorpaſſava da principio Giove in ſplendore, ed in grandezza; ma ſi diminuì a poco a poco, e diſparve intieramente a capo di diciotto meſi. Queſto fenomeno ſtraordinario miſe in eſerciaio tutti gli aſtronomi di quel tempo, e diede materia per molte opere; pretendevano gli uni che foſſe una cometa; gli altri aggiungevano di più ch'era la ſteſſa cometa ch'era apparſa alla naſcita di G. C.; e che annunziò la ſua ſeconda venuta: Ticone li confutò, e compoſe ſu queſta famoſa ſtella una grand'opera: *De nova ſtella anni* 1572. *Ved.* STELLE NUOVE (*D. L.*)

CASTORE, *in Aſtronomia*, è il nome d'una delle due belle ſtelle della coſtellazione dei gemelli. *Ved.* GEMELLI.

CATABIBAZON, *in Aſtronomia*, è il nodo diſcendente della luna, quello che ancora chiamaſi *anabibazon*, o *coda del dragone*. *Ved.* LUNA. (O).

CATACAUSTICA (*Ottica*), è la cauſtica formata dalli raggi rifleſſi, eſſa ſi chiama con queſto nome per diſtinguerla dalla *diacauſtica*. *Ved.* CAUSTICA, DIACAUSTICA, RIFLESSIONE, CATOTTRICA, ec. (O).

CATACUSTICA, che chiamaſi pure *catafonica* è la ſcienza ch'ha per oggetto li ſuoni rifleſſi, o quella parte di *acuſtica* che conſidera le proprietà dell'eco, o in generale li ſuoni, che non vengono direttamente dalli corpi ſonori all'orecchio, ma quelli che non colpiſcono ſe non dopo d'eſſere ſtati rinnovati da qualche altro corpo. Queſta parola *catacuſtica* è analoga alla parola *catottrica* che ſignifica *la ſcienza ch'ha per oggetto li raggi della luce rifleſſa, e le loro proprietà*; parimenti la *catacuſtica* è all'*acuſtica* propriamente detta come la *catottrica* è all'*ottica*. *Ved.* ACUSTICA, ECO, e SUONO.

CATADIOTTRICA (*Ottica*). Si dà queſto nome a ciò che appartiene alla *catottrica*, ed alla *diottrica*, vale a dire a ciò che ſpetta alla teoria della luce rifleſſa, e della luce rifratta. *Ved.* CATOTTRICA, e DIOTTRICA. Per eſempio un iſtrumento, o canocchiale che riflette, e rifrange li raggi nello ſteſſo tempo, ſi chiama *teleſcopio catadiottrico*. *Ved.* TELESCOPIO. (O).

CATADUPE (*Idrodin.*), nome che gli antichi davano a ciò che noi oggi nominiamo *cateratte*. *Ved.* CATERATTA.

CATALOGO *delle ſtelle* (*Aſtron.*), è la tavola delle poſizioni delle differenti ſtelle in longitudine, e latitudine, aſcenſione retta, e de-

clinazione per una certa epoca; ſe ne troverà un riſtretto alla parola STELLA.

Il più antico *catalogo* è quello che ci ha conſervato Tolomeo nel ſuo Almageſto, e comprende 1022 ſtelle, le di cui poſizioni ſono a un di preſſo per l'anno 63 dell' era criſtiana, benchè ſiano ſtate applicate all'anno 137; non ſi crede già che l'autore ne ſia ſtato Tolomeo. E' più probabile ch'egli non abbia fatto altro che ridurre all'anno 137 di G. C. quello d' Ipparco, ch' è per l'anno 130 avanti G. C. cangiando 2°. 40' di tutte le longitudini. *Almag.* VIII. 2. Copernico ſi contentò di ridurre al ſuo tempo il *catalogo* di Tolomeo ſenza fare a queſto oggetto veruna oſſervazione.

Parimenti tra gli Arabi, Albategnio, e Ulug-Beg, e fra gli Europei Ticoone Brahè, ed Evelio fecero de' *catalogi* più eſatti, e più ampj. Ma il più grande, ed il più famoſo di tutti è il *catalogo Britannico* di Flamſteed, che oſcì a Londra il 1712 nella ſua *Hiſtoria cæleſtis* pubblicata da principio in un ſolo volume in foglio, ed in tre volumi nel 1725; ed io l'ho fatta riſtampare nel 1783 nell' ottavo volume dell' Effemeridi. Queſto è ſenza confronto il *catalogo* più perfetto, e più ampio che ſia ſtato fatto. In eſſo ſi trovano le longitudini, le latitudini, le aſcenſioni rette, e le declinazioni di 2919 ſtelle dal principio del 1690 determinate dalle oſſervazioni eſatte, ed aſſidue che Flamſteed, aſtronomo reale a Greenwich, avea fatte dal 1676 fino il 1705 con un quadrante murale collocato nel meridiano.

Nella raccolta delle tavole aſtronomiche pubblicate ſotto la direzione dell' Accademia di Berlino nel 1776 ſi ha un *catalogo* di 4535 ſtelle in luogo di 2919 che contiene il *catalogo Britannico*, ma le altre ſi ſono aggiunte dopo li *catalogi* di Evelio, di de la Caille, e di Bradley.

Queſta fu la prima volta che gli aſtronomi poterono computare ſulle poſizioni delle ſtelle a ſegno di ſervirſene ſenza eſame per conchiudere quelle delli pianeti. Queſto *catalogo* fu la baſe di tutti li calcoli, e di tutte le teorie degli aſtronomi fino al tempo in cui il Sig. le Monnier, e l'Ab. de la Caille compoſero de' nuovi *catalogi* per l'anno 1750, de' quali fiamo per parlarne.

Non ſi potrebbe computare al giorno d'oggi ſulle poſizioni delle ſtelle tratte dal *catalogo Britannico* che circa uno o due minuti, perchè molte ſtelle hanno un moto proprio ancora ignoto, di modo che molte ſi allontanano un poco dal moto comune, e dalla legge generale. Ciò appunto ſi fu che determinò gli aſtrooomi a formarne de' nuovi.

Il primo *catalogo* delle ſtelle del de la Caille fu pubblicato l'anno 1757, nel libro ora molto raro che ha per titolo *Aſtronomiæ fundamenta*. Egli è compoſto di 397 ſtelle principali, di cui ne avea determioate le poſizioni con una eſattezza fino allora ſconoſciuta. Dà in queſto libro le oſſervazioni che gli ſervirono a comporre queſto *catalogo*, cioè le altezze corriſpondenti di tutte le ſtelle preſe in numero di dieci, o dodici per ciaſcuna ſtella, e le diſtanze dal zenit, miſurate più volte con due ſtrumenti di ſei piedi di raggio: queſte 397 ſtelle gli coſtarono più tempo, e fatica che non gli avrebbero fatto coſtare 4000 ſecondo il metodo di Flamſteed. Così il Sig. de la Caille ha travagliato per dieci anni, e tutti gli aſtronomi riſguardano queſte poſizioni delle ſtelle come il vero fondamento attuale dell' aſtronomia, e come un capo d'opera.

Queſto primo *catalogo* è ſtato ſuſſeguito da quello delle 1942 ſtelle auſtrali; elleno ſono ſcielte ſul numero incirca di dieci mila, che il Sig. de la Caille oſſervò al Capo di Buona Speranza, ed all' iſole di Francia, e di Borbone dall' anno 1751 fino all'anno 1754 paragonandole colle ſtelle primitive del catalogo precedente. Non ſi ha potuto intraprendere il calcolo delle 8000 ſtelle reſtanti. Queſto ſecondo *catalogo* è ſtato impreſſo nelle *Memorie dell' Accad. per l' anno* 1752 *p.* 539, e nella Raccolta delle oſſervazioni di dieci mila ſtelle auſtrali intitolata *Cælum Auſtrale*, che il Sig. Maraldi ci ha procurata nel 1763. Si trova a Parigi preſſo Deſaint, al prezzo di 15 libbre; ſi hanno pochi eſemplari.

Il terzo *catalogo* del Sig. de la Caille è quello delle ſtelle zodiacali al numero in circa di 600, che oſſervò a Parigi nell' inverno del 1762, con un canocchiale meridiano. Queſta ultima opera, che gli coſtò la vita, è reſtata imperfetta. Nondimeno la gran parte è compiuta, e il Sig. Bailly avendone finiti li calcoli la pubblicò ſul principio del volume dell' Effemeridi, che il Sig. de la Caille avea calcolate per gli anni 1765—1774; ma eſſendo ſtati fatti li calcoli tutti in un colpo, vi ſi trovano dell' imperfezioni.

Nello ſteſſo tempo il Sig. le Monnier s'occupò nel progetto di ſtabilire li fondamenti dell' aſtronomia con un nuovo *catalogo* di ſtelle. Egli ne ha pubblicati li principali riſultati nelli tre primi libri delle ſue *Oſſervazioni* impreſſe in foglio a Louvre.

Il Sig. Mayer, che fece a Gottinga ſimili oſſervazioni, ha laſciato un *catalogo* di 998 ſtelle molto eſatto, il quale è impreſſo nelle ſue opere poſtume, e nella cognizione dei tempi del 1778.

Ci reſta a deſiderare un *catalogo* delle ſtelle boreali più recente che il *catalogo* Britannico, e con le particolarità di quello di de la Caille per le ſtelle auſtrali. Queſto inſaticabile aſtronomo meditò d'intraprenderlo, e di ſtabilirſi per qualche tempo in una delle città meridionali della Francia, dove ſi gode più che a Londra, ed a Parigi la ſerenità del cielo; ma una morte immatura ha privata l'aſtronomia di queſt' opera sì importante. Il Sig. Dagelet, profeſſore nella ſcuola militare, ha avuto il coraggio di ciò in-

intraprendere, e vi si occupa attualmente (Agosto 1783.)

Si pubblicò in Inghilterra il 1772 nell' *Almanacco Nautico* del 1773 un catalogo prezioso di 387 stelle, di cui le ascensioni rette, le declinazioni, le longitudini, e latitudini sono state calcolate dietro le osservazioni del Dot. Bradley, morto nel 1762, e ridotte all'anno 1760. Questa è una parte interessante delle osservazioni fatte per un gran numero d'anni nell' osservatorio reale di Greeawich con eccellenti istrumenti, ma che sono ancora tra le mani degli eredi dell'autore. Questo catalogo fu stampato da Fortin nella sua edizione dell' *Atlante di Flamsteed*: si trova l'*errata* nell'ottavo volume dell' *Effemeridi*. (*D. L.*)

CATEB, nome del pianeta di Mercurio.

CATENA, nell' Agrimensura significa una misura composta di più pezzi di grosso fil di ferro, o di ottone incurvati alle due estremità: ciascuno di questi pezzi ha un piede di lunghezza, compresi li piccioli anelli che li uniscono insieme.

Le catene si fanno ordinariamente della lunghezza d'una pertica del luogo dove se ne vuole far uso, od anche di quattro o cinque tese di lunghezza, ed anche più, se vi sono molte stazioni grandi da misurare, come di otto, o dieci tese. Si distinguono per un grande anello da tesa in tesa. Queste specie di *catene* sono molto comode in ciò che non s'aggruppano come quelle che sono fatte di picciole maglie di ferro. *Ved.* gli articoli Pratica, e Verga, ec.

Nel 1608 si stabilì una nuova misura, o modello di tesa molto giusta al basso della scala del gran Castelletto di Parigi, per far ricorso in caso di bisogno.

La catena serve a prendere le dimensioni dei terreni. Questo è ciò che il P. Mersenno chiama l'*arvipendium* degli antichi. *Ved.* Acra.

S'impiegano anche in luogo di catene delle corde; ma sono queste soggette a molti inconvenienti, che derivano sia dalli differenti gradi di umidità, sia dalla forza, con cui sono tese. Schwenturo nella sua *Geometria pratica* ci dice che ha veduto una corda di sedici piedi di lunghezza ridotta in un'ora di tempo a quindici per la sola caduta della brina. Per prevenir questo inconveniente Wolfio consiglia di attortigliare in senso contrario li piccioli cordoni, di cui la corda è composta, di ammollire la corda nell'olio bollente, e quando ella è secca, di farla passare a traverso della cera fusa affinchè ella non s'imbeva d'umore: una corda così preparata non si allungherà, nè accorcierà del tutto quand'anche si tenesse un giorno intiero sotto acqua.

Uso della catena nell' Agrimensura. La maniera di applicare la *catena* alla misura delle lunghezze è troppo nota, perchè si abbia a descriverla. Lotchè uno registra le dimensioni prese colla *catena*, bisogna che separi la *catena*, e gli anelli con delle virgole; così una linea lunga sessanta tre *catene*, e cinquanta cinque anelli si scrive in questa forma 63, 55. Se il numero degli anelli non si esprime che con un solo carattere, si mette allora un zero innanzi; così dieci *catene*, otto anelli, si scrivono in tal maniera 10, 08.

Si fa uso di questa *catena* per trovare l'area d'un campo, di cui son date le dimensioni in *catene*, ed anelli: *Ved.* Area, Triangolo, Quadrato.

Per prendere colla *catena* un angolo *DAE*, (*Tav. d' Agrimens. Fig.* 1) misurate partendo dalla sommità *A* una picciola distanza fino in *d*, e *c*, poi misurate la distanza *dc*. Per tracciar questa sulla carta prendete a piacere la linea *AE*, e rapportate col mezzo della vostra scala la distanza misurata sul lato ch'ella rappresenta. *Ved.* Scala. In seguito prendendo col vostro compasso la lunghezza misurata sull'altro lato, dalla sommità *A* come centro descrivete un arco *dc*, e dal punto *c* come centro colla distanza misurata *cd* descrivete un altro arco *ab*; dal punto, ove quest'arco taglia il primo si tira la linea *AD*. Con questo mezzo l'angolo è rapportato sulla carta, e si potrà, se si vuole, prendere la quantità sulla linea delle corde. *Ved.* Corda, e Compasso di Proporzione.

Per levare il piano, o per fare il disegno d'un luogo, come *ABCDE* (*Fig.* 2), servendosi della *catena* si farà da principio uno schizzo grossolano, e misurando li diversi lati *AB*, *BC*, *CD*, *DE* si scriverà la lunghezza di ciascun lato a fianco del lato corrispondente nello schizzo o sbozzo. Poscia se si leva il piano al di dentro del luogo proposto, in vece di misurare gli angoli, come sopra, si misureranno le diagonali *AD*, *BD*, e la figura si troverà ridotta in cre triangoli, di cui tutti i lati sono cogniti come nel primo caso, e potranno essere rapportati sulla carta secondo il metodo esposto di sopra.

Se si leva il piano al di fuori del luogo proposto, bisognerà prendere in questo caso gli angoli nella seguente maniera. Per prendere, per esempio, l'angolo *BCD* si prolungheranno le linee *BC*, *CD* a distanze eguali in *a*, *b* (per esempio della lunghezza di cinque catene), e si misurerà la distanza *ab*; si avrà quindi un triangolo isoscele *cab*, nel quale l'angolo *abc* = *BCD* suo opposto è cognito: così pure si conoscerà l'angolo *BCD*, e si potrà descrivere, come qui sopra.

Trovare colla catena la distanza tra due oggetti inaccessibili l'uno rapporto l'altro, da qualunque punto come C (*Fig.* 3), *di cui la distanza da ciascun oggetto A, e B sia accessibile in linea retta.* Si misuri la distanza *CA*, che si suppone di cinquanta *catene*, e la si prolunghi fino *D*, vale a dire cinquanta *catene* ancora più lunga; si misuri ancora *BC*, che si suppone di trenta *catene*, e la si prolunghi fino *E* trenta *catene* ancora più oltre: si formi indi un

trian-

triangolo CDE simile, ed eguale al triangolo ABC; e così misurando la distanza DE si rileva la distanza inaccessibile ricercata.

Trovare la distanza d'un oggetto inaccessibile, come la larghezza d'un fiume, col mezzo della catena. Su d'una delle sponde del fiume sia piantata a giusto perpendicolo una pertica alta quattro o cinque piedi, ove si abbia una fissura in alto, un picciol pezzo di filo di ferro, o d'altra materia simile, ben dritto, e lungo due in tre pollici; voi farete in seguito scorrere questo picciol pezzo dall'alto al basso finchè il vostro occhio scorga, od incontri l'altra sponda riguardando la lunghezza di questo filo di ferro: voi girerete in seguito la pertica, lasciandovi sempre il filo di ferro nella stessa direzione; e riguardando la lunghezza di esso filo come sopra, osservate sul terreno, ove dovete far l'osservazione, il sito, ove mette capo il vostro raggio visuale: finalmente misurate la distanza che v'è dalla vostra pertica a questo ultimo punto. Questa sarà la larghezza proposta del fiume. *Ved.* Agrimensura, Rapportatore, ec. (*E*).

CATENARIA, *nella Geometria trascendente*: linea curva, di cui una catena prende la figura per il proprio peso lorchè ella è sospesa liberamente per li suoi due estremi, sia che queste due estremità siano al livello coll'orizzontale, sia che siano collocate in una linea obliqua all'Orizzonte.

Per concepire la natura di questa curva, supponiamo una linea pesante, e flessibile (*Tav. Mecan. Fig.* 56) di cui le due estremità fisse siano alli due punti G, H; ella s'infletterà per il proprio peso, in una curva GAH, il di cui nome è *catenaria*.

Il P. Reyneau nella sua *Analisi Dimostrata* trova così l'equazione di questa curva. Sia A la sommità della curva, o sia il punto infimo; BD, bd siano parallele all'orizzonte; fD perpendicolare a BD; BD perpendicolare ad AB; e siano li punti B, b, e le linee BD, bd infinitamente prossime l'una all'altra: le leggi della meccanica c'insegnano, che tre potenze che si tengono in equilibrio, sono tra loro come le parallele alle linee delle loro direzioni terminate nel punto promiscuo del concorso; in conseguenza le linee Df e df sono tra loro come le forze verticali ed orizzontali, le quali tendono a mettere la particola Dd nella situazione Dd: ora la prima di queste forze è il peso della porzione AD della catena, ed è rappresentata da AD. L'altra è una forza costante, non essendo essa altro che la resistenza del punto A. Nominandosi dunque ABx, BDy, l'arco AD od il suo peso s, e la forza costante a si avrà $dx : dy :: s : a$, e $dy = \frac{a\,dx}{s}$. Dunque $\frac{dy}{dx} = \frac{a}{s\sqrt{(dx^2 + dy^2)}}$, e $\sqrt{(dx^2 + dy^2)} = a : \left(\frac{dx}{dy}\right)$.

Pare che questa soluzione, benchè molto semplice, lasci ancora dell'oscurità nella mente; ma questo stesso problema è stato risolto in differenti maniere: le più eleganti sono quelle che si trovano nel Saggio del Sig. Giovanni Bernulli sulla manovra de' vascelli, impresso a Basilea il 1714; ed in uno scritto del Sig. Daniele Bernulli di lui figlio (Tom. III delle Mem. dell'Accademia di Pietroburgo).

Per avere l'equazione della *catenaria* bisogna prima decomporre tutte le potenze che agiscono su di ciascun punto, in due altre, di cui una sia parallela all'asse, e l'altra perpendicolare allo stesso. Ciò è sempre possibile poichè non v'è potenza che non si possa ridurre in due altre di posizione data. Inoltre si riguarda la *catenaria* come un poligono infinitilatero. Supponendo poi ciascuna potenza applicata al punto del concorso di due lati, si decomporrà, il ch'è sempre possibile, ciascuna potenza in due altre, che abbiano le direzioni delli due lati contigui: in tal guisa si troverà che ciascun lato della curva è tratto da ciascuna delle sue estremità in senso contrario da due potenze che agiscono secondo le direzioni di questo lato. Ora per avere l'equilibrio, bisogna che le due potenze siano eguali: eguagliandosi dunque queste due potenze tra loro si avrà l'equazione della *catenaria*. Si veda una più lunga relazione nell'opere citate. Ci basta qui d'avere esposto il principio. Se una curva è tirata in ciascun punto da una potenza che sia perpendicolare alla curva, si troverà con questo principio che per avere l'equilibrio, deve ciascuna potenza essere in ragione inversa del raggio della sviluppata della curva al punto dove la potenza agisce.

Molti autori hanno trovato che una volta per essere bene equilibrata deve avere la medesima figura della *catenaria*. In effetto immaginiamoci questa volta in equilibrio come composta di picciole sfere solide che si tocchino, e si uniscano li centri di queste sfere con linee rette; immaginiamoci ancora che la direzione del peso di queste sfere si cangi tutto ad un tratto, e si faccia in senso contrario, e le sfere siano legate assieme con delli fili od altrimenti, di modo che elleno non possano più obbedire all'impulso verticale della gravità; egli è chiaro che l'equilibrio non sarà punto turbato, poichè le potenze equilibrate mantengono ancora il suo equilibrio lorchè senza cangiare queste potenze si faccia che abbiano tutte direzioni contrarie. S'intende di più che in questo caso la volta diverrà una *catenaria*, li di cui piè dritti saranno li punti fissi, e non vi sarà altra differenza che nel rovesciamento della figura. Dunque la curva della *catenaria* è la stessa che quella della volta. *Ved.* Volta. (*O*).

CATERATTA (*Idrodin.*) caduta, o precipizio di un canale, o lido d'un fiume, che ha per causa delle rupi, od altri ostacoli ch'arrestano la corrente, e fanno cade-

re

re l'acqua con molto ſtrepito, e con grand'impeto.

Il Sig. de Maupertuis nella relazione del ſuo viaggio al nord per miſurare la terra, parla delle *cateratte* del fiume di Torneo, e della maniera, con cui la gente del paeſe le valicano con picciole barchette. Si può vedere anche nel tomo I della Storia antica del Sig. Rollin la breve deſcrizione delle *cateratte* del Nilo, e dell' intrepidezza con la quale i popoli del paeſe vi ſi eſpongono.

Strabone chiama *cateratta* anche ciò che ſi nomina al giorno d'oggi *caſcata*; e ciò che noi chiamiamo preſentemente *cateratte*, gli antichi chiamavano *catadupe*.

In tutti quaſi li fiumi, dice il Sig. de Buffon, la pendenza ſi diminuiſce ſinn alla loro imboccatura in modo aſſai inſenſibile; ma in certi ſiti è molto precipitoſa la pendenza, il che forma appunto la *cateratta*, che non è altro ſe non ſe una caduta d'acqua più viva che la corrente ordinaria dei fiumi. Il Reno per eſempio ha due *cateratte*, l'una a Bileſeld, e l'altra preſſo Sciaffuſa. Il Nilo ne ha più, e tra le altre, due violentiſſime che cadono molto dall' alto tra due montagne. Il fiume Vologda in Moſcovia ha pure due *cateratte* preſſo Ladoga: il Zaira fiume del Congo comincia da una molto ſtrepitoſa *cateratta*, che cade dall' alto d'una montagna. Ma la *cateratta* più celebre è quella del fiume Niagara nel Canadà; ella cade da 156 piedi d'altezza perpendicolare, come un prodigioſo torrente, ed ha più d' un quarto di lega di larghezza: la nebbia che fa l'acqua cadendo, ſi vede da cinque leghe, e ſi ſolleva fino alle nuvole, e forma quindi un belliſſimo arcobaleno quando vi riverberano li raggi ſolari. Al diſotto di queſta *cateratta* ſi trovano dei vorzici d'acqua sì terribili che non vi ſi può navigare ſe non a ſei miglia di diſtanza; e al diſopra di queſta *cateratta* il fiume è più ſtretto che nelle terre ſuperiori. (*Ved. Trans. Filoſof. Compend. Vol. VI. part.* 2. *pag.* 119.) Ecco la deſcrizione che ce ne dà il P. Charlavoix. „ La prima mia cura fu di viſitare la più bella „ caſcata che vi ſia forſe in natura; ma io ri„ conoſcn da principio che il barone de la Hon„ tan s'era ingannato ſull'altezza, a figura, ſic„ chè ſa giudicare ch'egli non l'abbia veduta.

„ Egli è certo che ſe ſi miſuri l'altezza dalle „ tre montagne, per dove ella ſa ſracaſſo, non ſi „ ha molto da dibattere di 600 piedi che le dà la „ carta del Sig. de l' Isle, il quale ſenza dubbio „ non ha avanzato queſtn paradoſſo che ſulla ſe„ de del Barone de la Hontan, e del P. Henne„ pin: ma dnpo che io arrivai alla ſommità del„ la terza montagna, ho oſſervato che nello ſpa„ zio di tre leghe che feci in ſeguitn ſino al„ la caduta di queſt' acqua, quantunque con„ venga qualche volta aſcendervi, bilogna an„ cora più diſcendervi; al che ſembrano non a„ vere preſtata attenzione li ſuddetti viaggia„ tori. Siccome poi non ſi può avvicinarſi a „ queſta caſcata che ad un lato, nè la ſi vede „ che di profilo, così non è facile di miſurar„ ne l'altezza cogli ſtrumenti: ſi ha voluto far„ lo con una lunga corda attaccata ad una lun„ ga pertica; e dopo d' avere replicata queſta „ operazione non ſi trovarono che cento quindeci, „ o cento venti piedi di profondità. Ma non „ è poſſibile di aſſicurare ſe la pertica ſia ſtata „ arreſtata da qualche eminenza, perchè quan„ tunque eſſa ſi ſia ritirata bagnata, come anche „ un capo della corda cui era attaccata; non„ dimeno ciò poco prova, poichè l' acqua pre„ cipitando dall' alto della montagna zampilla „ aſſai alto, e ſpumeggia. In quanto a me do„ po d'aver conſiderati tutti li ſiti, dai quali „ eſſa ſi può ben eſaminare, credo di doverle „ dare almeno 140 o 150 piedi.

„ Quanto alla figura, ella è come un ferro „ da cavallo, ed ha circa 400 paſſi di circonfe„ renza: ma preciſamente nella ſua metà ella è „ diviſa in due da un'iſola molto ſtretta, e da „ un mezzo quarto di lega di lunghezza, dove „ termina. E' vero che queſte due parti non „ tardano punto di riunirſi; quella che era dal „ mio lato, e che vedea di profilo, ha più pun„ ti che avanzano; ma quella che ſcopriva in „ faccia, mi parve tutta unita. Il barone de la „ Hontan v' aggiunge un torrente che viene „ dall'oveſt; forſe le acque di neve verranno „ colà a ſcaricarſi formando un torrente, ec. „ *pag.* 332 ec. *tom. III.*

Ha rilevata il Sig. de Buffon una *cateratta* a tre leghe dall'Albania nella nuova Jarck, ch'ha circa cinquanta piedi d'altezza, e da queſta caduta d'acqua ſi ſolleva una nebbia nella quale comparisce un arco celeſte che cangia di luogo a miſura che ſi ſi avvicina od allontana. *Ved. Tranſ. Filoſof. compend. vol. VI, pag.* 119.

In genere in tutti li paeſi, dove il numero degli uomini non è sì conſiderabile per coſtituire delle ſocietà politiche, li terreni ſono più irregolari, ed i letti dei fiumi più eſteſi, meno eguali, e pieni di *cateratte*. Si ſi affaticò per più ſecoli per rendere il Reno, e la Loira navigabili, coll' incaſſare le acque, dirigerle, e nettare il fondo delli detti fiumi in modo da renderé ſicuro il loro corſo. In tutte le terre ove vi ſono pochi abitanti, la natura è rozza, ed alle volte deforme. *Hiſt. Nat.* delli Signori Buffon, e Daubenton *tom. I.*

Si trova ſcritto nella Geneſi all' occaſione del diluvio, che *ſi aprirono le cateratte del cielo*. V'è tutta l'apparenza che la parola *cateratte* in queſto luogo ſignifichi un *grande ſerbatojo d'acqua*.

Il Newton ha dato il nome di *cateratta* alla curva che deſcrivono, ſecondo lui, le particole d' un fluido che ſgorga fuori di un vaſo per un foro orizzontale. *Ved.* IDRODINAMICA. (O).

CATETTO, in *Geometria*, ſi prende generalmente per diſegnare una linea, che cade perpendi-

pendicolarmente su d' un' altra, o su d' una superficie. *Ved.* Perpendicolare.

Li due piccioli lati d'un triangolo rettangolo sono li due *catetti*. *Ved.* Rettangolo. Questa parola è specialmente in uso nella catottrica, o nella parte di ottica che considera le proprietà della luce riflessa.

CATOTTRICA. Scienza della visione riflessa, o la parte d' ottica che insegna le leggi, che segue la luce riflessa dagli specchi. *Ved.* Specchio, e Riflessione. *Ved.* anche Luce, Visione, ed Ottica. Voi troverete in questi articoli li principj, e leggi della *catottrica*. Questa parola viene dal greco κατοπτρον, *speculum*, da κατα, ed ὁπτομαι, *video*.

La *catottrica* tratta non solo della riflessione dei raggi della luce, e delle leggi, con cui essa si riflette, ma ancora delli fenomeni, che ne risultano per rapporto alla visione; e questa parte è estremamente curiosa. Per altro li principj non ne sono bene ancora sviluppati soprattutto rapporto a ciò che concerne il luogo dell' immagine, e la sua grandezza apparente. Su ciò *Ved.* Apparente.

Li principali autori che hanno trattato della *catottrica*, sono tra gli antichi Euclide, avanti G. C., Alhazeno, e Vitellione nelli secoli XI e XII, e tra li moderni il P. Tacquet, il P. Fabri nel suo libro intitolato *Synopsis optica*; Giacomo Gregori nella sua *Optica promota*, e soprattutto il celebre Isacco Bartow nelle sue *Lezioni ottiche*. Quest' ultima opera è, senza contraddizione, la migliore. L' autore sembra avere dimostrato le leggi della *catottrica* con delli principj più esatti, e luminosi che gli autori che l'hanno preceduto. Per altro non tratta egli che delle proprietà degli specchi sferici sia concavi, sia convessi, e niente dice degli specchi piani. Le proprietà di questi ultimi sono dimostrate molto a lungo nel libro I di *catottrica* del P. Tacquet, impresso nella raccolta dalle sue opere in foglio. Il Sig. Roberto Smith nella sua ottica ha pure trattato in esteso delle leggi della *catottrica*.

Catottrica si prende ancora addiettivamente per ciò che riguarda la *catottrica*, o per ciò che accade nella riflessione dei raggi. Parimenti si dice: *quadrante catottrico*, *telescopio catottrico*, ec. *Ved.* Quadrante, Telescopio, ec. (O).

CAVALLO (*Astron.*), nome che si dà alla costellazione del Pegaso.

Cavallo, o picciolo Cavallo, costellazione boreale situata tra il delfino, e la testa del Pegaso: si chiama anche *equuleus minor*, *hinnulus*, *equi caput*, *sectio equina*, *sectio equi minoris*, *cyllarus* (o cavallo) *semiperfectus*. Si chiama questa costellazione *il picciol cavallo* per distinguerlo dal Pegaso ch'è il *cavallo* grande: non se ne vede nelle carte celesti che la metà, come se il resto del corpo fosse ascoso nelle nuvole; siccome anche del Toro non se ne dipinge che la metà. Secondo la Mitologia, questo *cavallo* è quello che Mercurio avea dato a Castore, e che si nominava *cillarus*, *Virg. Georg. III.* 90, o quello di cui Saturno prese la forma, lorchè fu sorpreto con Filira figlia dell' Oceano; ma siccome tutti gli Dei, e tutti gli Eroi dell' antichità hanno fatto uso del *cavallo*, così si diede a questa costellazione una moltitudine immensa d'origini differenti, sulle quali non si sa stabilire niente di positivo. *Ved.* Ceso, *Cælum Astronomico-poeticum*.

Questa costellazione non contiene che dieci stelle, di cui la più bella è segnata colla lettera α, ed è di terza grandezza presso Flamsteed, e di quarta grandezza nel catalogo di de la Caille. La sua longitudine al principio del 1750 era di 10°. 19°. 37′ 54″, e la sua latitudine boreale di 20° 8′ 56″. (*D. L.*)

Cavalletto *del Pittore* (*Astron.*). Costellazione meridionale, che contiene 25 stelle nel *Cælum Australe* del Sig. De la Caille, ove si chiama *Apparatus sculptoris*: la più bella α è di quinta grandezza; la sua ascensione retta per l'anno 1750 è di 1h 38′ 58″ con 30° 49′ 3″ di declinazione meridionale, di maniera che ella passa più di dieci gradi al di sopra dell'orizzonte di Parigi. (*D. L.*)

Cavalletto (*Mec.*). Si dà questo nome ad un' infinità d' istrumenti, la di cui enumerazione non ci appartiene. Il *cavalletto* ordinariamente è un lungo pezzo di legno orizzontale sostenuto da quattro piedi, di cui due sono uniti ad un capo, e gli altri due similmente posti all' altro capo.

Causa (*Mec.*). Si dice di tutto ciò che produce cangiamento di stato in un corpo, vale a dire ciò che gli dà moto, o che l'arresta, o che lo altera.

Questa è una legge generale della natura, che ogni corpo persiste nel suo stato di quiete, o di moto finchè non sopravvenga qualche *causa* che gli cangi stato.

Noi non conosciamo che due sorta di *cause* capaci di produrre, od alterare il moto ne' corpi; le une vengono dall' azione promiscua che li corpi esercitano gli uni sopra gli altri in ragione della loro impenetrabilità: tali sono le impulsioni, e le azioni che ne derivano, come la trazione. *Ved.* Impulsione e Trazione. In sostanza un corpo spinge un altro a cagione dell' impenetrabilità loro; succede altrimenti quando un corpo trae un altro; perchè la trazione, come quella del cavallo attaccato ad una vettura, non è propriamente un' impulsione. Il cavallo spinge la coreggia attaccatagli al petto, e questa essendo attaccata al carro, il carro lo deve seguire.

Si può dunque risguardare l' impenetrabilità de' corpi come una *causa* principale degli effetti che osserviamo in natura; ma vi sono degli altri effetti, che noi non conosciamo chiaramente, come provengano dalla impenetrabilità; perchè noi non possiamo dimostrare per qual im-

pulso

pulso meccanico questi effetti fian prodotti, e tutte le spiegazioni date dell'impulso sono contrarie alle leggi meccaniche, o smentite dalli fenomeni. Tali sono la gravità dei corpi, la forza che ritiene li pianeti nelle loro orbite, ec. *Ved.* GRAVITA', ATTRAZIONE, ec.

Se non si vuole decidere assolutamente che questi fenomeni abbiano una cagione diversa dell'impulso, bisogna almeno guardarsi di credere, e sostenere ch'essi abbiano l'impulso per cagione. Perciò è necessario di riconoscere una classe di effetti, e di *cause* nelle quali l'impulso non agisce, o non si manifesta.

Le *cause* della prima specie, cioè quelle che dipendono dall'impulso, hanno delle leggi del tutto cognite, e sopra queste appunto sono fondate quelle della *Percussione*, e della *Dinamica*. *Ved.* PERCUSSIONE, e DINAMICA.

Non è poi lo stesso delle cause della seconda specie. Non le conosciamo: noo sappiamo dunque che la loro esistenza per gli effetti: il loro effetto solo ci è noto, e la legge di questo effetto non può essere data che per esperienza; poichè non si fa rilevarla a *priori*, essendo la causa incognita. Noi vediamo l'effetto; noi concludiamo ch'egli ha una causa: ma ecco fin dove ci è permesso d'inoltrarsi. Si è scoperta anche per esperienza la legge che seguono i gravi nella loro caduta senza conoscere la causa della gravità.

Egli è un principio comunemente ricevuto in meccanica, ed in molto uso, che gli effetti sono proporzionali alle cause rispettive. Per altro questo principio noo è niente più utile, e secondo che gli assiomi. *Ved.* ASSIOMA. In effetto io vorrei sapere di qual vantaggio egli possa essere.

1°. Se si tratta delle cause della seconda specie che non si conoscono che pegli effetti, non se ne può mai far uso. Perchè se non si conosce l'effetto, esse noo si conosceranno affatto; e se si conosce l'effetto, non si ha bisogno del principio; poichè due effetti differenti essendo dati, non si ha che a paragonarli assieme senza impacciarsi se siano proporzionali o no alle loro cause.

2°. Se si tratta delle cause della prima specie, vale a dire delle cause, che vengono dall'impulso; queste cause non possono giammai essere altro che un corpo, il quale è in moto, o spinge un altro. Ora non solo si hanno delle leggi dell'impulso, e della percussione indipendentemente da questo principio, ma sarebbe anche possibile servendosene di cadere in errore. Io lo faccio vedere all'articolo 119 del mio *Trattato di Dinamica*, e ciò voglio qui ripetere in poche parole.

Sia un corpo M che urti colla velocità v un altro corpo m in quiete; è dimostrato (*Ved.* PERCUSSIONE) che la velocità comune alli due corpi dopo l'urto sarà $\frac{Mv}{M+m}$. Ecco, se si vuole, l'effetto; la causa è nella massa M animata dalla velocità v. Ma qual funzione di M, e di v si prenderà per esprimere questa causa? Sarà questa Mv, o Mvv, o Mav, o Mv^2, ec. e così fino all'infinito? Qualunque di queste funzioni si prenda per esprimere la causa, la velocità prodotta nel corpo m varierà a misura che m varierà, e non sarà per conseguenza proporzionale alla causa; poichè M ed v restando costanti, la causa resta la stessa. Si dirà forse ch'io non prendo qui che una parte dell'effetto, cioè la velocità prodotta nel corpo m, e che l'effetto totale è $\frac{MMv}{M+m}+\frac{Mmv}{M+m}$ vale a dire la somma di due quantità di moto, la quale è uguale, e proporzionale alla causa Mv. Benissimo; ma l'effetto totale, di cui si tratta, è composto di due quantità di moto, che bisogna conoscere separatamente: e come conoscerò io con questo principio che *l'effetto è proporzionale alla sua causa*? Bisogna dunque separare la causa in due parti per ciascuno delli due effetti parziali. E come trarsi da questo imbarazzo?

Sarebbe da desiderarsi che i meccanici intendessero distintamente che noi conosciamo nel moto che il moto medesimo, cioè lo spazio percorso, ed il tempo impiegato a percorrerlo, e che le cause metafisiche ci sono ignote; che ciò che chiamiamo cause, come anche quelle della prima specie, non sono tali che impropriamente: sono elleno effetti, dai quali risultano altri effetti. Un corpo urta un altro, vale a dire questo corpo è in moto, e riscontra un altro; quindi necessariamente succede un cangiamento a questa occasione nello stato delli due corpi a cagione della loro impenetrabilità; si determinano le leggi di questo cangiamento con principj certi, e si riguarda in conseguenza il corpo urtante come causa del moto del corpo urtato. Ma questa maniera di parlare è impropria. La *causa metafisica*, la vera *causa* è ignota. *Ved.* IMPULSO.

Quando si dice *gli effetti sono proporzionali alle loro cause* non si ha un'idea chiara di quello che si dice, o si vuol dire che queste due cause sono tra loro come li corrispondenti effetti? Ora se sono due cause metafisiche, di cui si parla, come si può avanzare una simile asserzione? Gli effetti possono paragonarsi, perchè si dà uno spazio doppio, o triplo, ec. d'un altro percorso nello stesso tempo; ma noo si può dire che una causa metafisica, la quale noo è lo stesso che un'effetto naturale, o per così dire palpabile, sia doppia, o tripla, ec. d'un'altra causa metafisica. Ciò è lo stesso come se si dicesse che una sensazione è doppia d'un'altra, che il bianco è doppio del rosso, ec. Io vedo due oggetti, di cui l'uno è doppio dell'altro: si può forse dire che le mie due sensazioni sono proporzionali ai loro oggetti?

Un altro inconveniente del principio di cui si tratt-

ſtratta, ſi è il gran numero di paralogiſmi nelli quali ſi può inciampare, lorchè malamente ſi diſtinguono le cauſe, che molte inſieme alle volte s'implicano per produrre un effetto unico in apparenza. Niente v'è di più comune di queſta cattiva maniera di ragionare. Concludiamo dunque che il principio, di cui parliamo, è inutile, ed anche dannoſo. V'è tutta l'apparenza che ſe non ſi foſſe ſtato d'avviſo che gli effetti ſono proporzionali alle loro cauſe non ſi farebbe giammai diſputato delle forze vive. *Ved.* Forza. Imperciocchè tutti convengono negli effetti. Che ci reſta dunque? Si ha voluto ſottilizzare, e ſi è imbrogliato tutto in luogo di rischiarare.

CAUSE *finali (Met.)*. Il principio delle *cauſe finali* conſiſte nel cercare le cauſe degli effetti della natura rapporto il fine che il ſuo autore ſi è propoſto nel produrre queſti effetti. Si può dire più generalmente che il principio delle *cauſe finali* conſiſte nel trovare le leggi delli fenomeni con delli principj metafiſici.

Queſta parola fu molto in uſo nella Filoſofia antica, in cui ſi rende ragione di molti fenomeni con de' principj metafiſici. Per eſempio ſi dice: *L'acqua aſcende nelle trombe, perchè la natura ha in orrore il vuoto*; ecco il principio metafiſico affardo con cui ſi ſpiega queſto fenomeno. Anche il cancelliere Bacone, quel genio ſublime, non fa gran caſo dell'uſo delle *cauſe finali* nella Fiſica. *Cauſarum finalium*, dice egli, *inveſtigatio ſterilis eſt, &, tanquam virgo Deo conſecrata, nil parit.* (*De Augment. Scient. lib. 3. cap. 5.*) Quando così parlò Bacone, egli avea ſenza dubbio in viſta il principio delle *cauſe finali*, e lo impiegò in una maniera più ragionevole di quella, con cui l'impiegarono gli ſcolaſtici; perchè l'orrore del vuoto, per eſempio, è un principio più che ſterile, oltre che aſſurdo. Bacone ha ben inteſo che noi vediamo la natura troppo in picciolo per poterſi mettere in luogo del ſuo autore; che noi non vediamo alcuni effetti che ſono collegati con altri, e de' quali non conoſciamo che la catena; che il fine del creatore dee quaſi ſempre ſfuggirci, e ch'egli è un eſporſi ad errore il volerlo rilevare, e ſopratutto ſpiegare in tal modo i fenomeni. Carteſio ha battuta la ſteſſa ſtrada che Bacone, e la ſua filoſofia ha proſcritte le *cauſe finali* con la ſcolaſtica. Per altro un gran filoſofo moderno, il Sig. Leibnitz, ha tentato di riſuſcitare le *cauſe finali* in uno ſcritto ſtampato negli *Atti degli Eruditi* dell'anno 1682 ſotto il titolo *Unicum Opticæ, Catoptricæ & Dioptricæ principium*. In queſt'opera il Sig. Leibnitz ſi dichiarò fortemente per queſta maniera di filoſofare, e ne diede un ſaggio, nel determinare le leggi, cui va ſoggetta la luce.

La natura, dice egli, agiſce ſempre per la via più ſemplice, e più breve; quindi un raggio di luce in uno ſteſſo mezzo va ſempre in linea retta finchè non iſcontra verun oſtacolo: ſe incontra una ſuperficie ſolida, deeſi riflettere in modo che gli angoli d'incidenza, e di rifleſſione ſiano eguali, perchè il raggio obbligato a riflettersi va in queſto caſo da uo punto all'altro per il cammino più breve poſſibile. Ciò ſi trova dimoſtrato per tutto. *Ved.* Specchio, e Rifrazione. Finalmente, ſe un globetto luminoſo incontri una ſuperficie traſparente, egli dee deviare in modo che il ſeno d'incidenza, e quello di rifrazione ſiano in ragione diretta delle velocità nelli due mezzi, perchè in tal caſo va da un punto all'altro nel tempo più breve poſſibile.

Il Sig. de Fermat avanti Leibnitz s'è ſervito di queſto principio per determinare le leggi della rifraaione, e non ſarebbe forſe neceſſario più di quel che diciamo per dimoſtrare quanto l'uſo delle *cauſe finali* ſia dannoſo.

In effetto egli è vero che nella rifleſſione ſugli ſpecchi piani, e conveſſi, il cammino della luce è il più corto poſſibile: ma ciò non è lo ſteſſo negli ſpecchi concavi; ed è facile il dimoſtrare che ſovente queſto cammino in luogo d'eſſere più corto è il più lungo. Io accordo che il P. Tacquet, il quale adottò nella ſua *catottrica* queſto principio del cammino più breve per iſpiegare la rifleſſione, non ſi trova imbarazzato per la difficoltà degli ſpecchi concavi. Ma egli ſpiega col dire che la natura, quando non può prendere la via più breve, prende la più lunga, perchè il cammino più lungo è l'unico determinato come il cammino più corto. Si può ben qui applicare il detto di Ciccrone: *Nihil tam abſurdum excogitari poteſt, quod dictum non ſit ab aliquo philoſophorum.*

Ecco dunque il principio delle *cauſe finali* in difetto ſulla rifleſſione. Egli è ben peggio per la rifrazione; perchè in primo luogo, per qual ragione nella rifleſſione la natura legue eſſa tutto in una volta il cammino più corto, e il più breve tempo; in vece che nella rifrazione ella non impiega che il più breve tempo, e laſcia il più corto cammino? Mi dirà alcuno, perchè nel caſo della rifraaione il più breve tempo ed il più corto cammino s'accordano aſſieme, la buon'ora: ma perchè preferire il tempo al cammino? In ſecondo luogo, ſecondo li Sigg. Fermat, e Leibnitz, li ſeni ſono in ragione diretta delle velocità, mentre dovriano eſſere in ragione inverſa. *Ved.* Rifrazione, ed Azione. Riconoſciamo adunque l'abuſo delle *cauſe finali* per lo ſteſſo ſenomeno, che li di loro partigiani ſi propoſero di ſpiegare coll'ajuto di queſto principio.

Ma s'egli è dannoſo il ſervirſi delle *cauſe finali a priori* onde trovare le leggi dei fenomeni; può eſſere utile, ed almeno è curioſo il far vedere come il principio delle *cauſe finali* s'accorda colle leggi delli fenomeni, purchè ſi abbia cominciato a determinare queſte leggi dipendentemente dalli principj chiari, ed inconcuſſi della Meccanica. Queſto è ciò che de Maupertuis

ſi

ſi è propoſto di fare riguardo la rifrazione in particolare in una Memoria ſtampata tra quelle dell' Accademia delle Scienze l' anno 1744. Noi ne abbiamo parlato alla parola AZIONE. Fa egli al fine, e ſul principio di queſta Memoria delle riflefſioni molto giudizioſe, e filoſofiche ſulle *cauſe finali*. Ha poi eſteſe queſte riflefſioni, e portato più oltre il loro uſo nelle Memorie dell' Accademia di Berlino all' anno 1746, e nella ſua Coſmologia. Moſtra in queſte ſue opere l' abuſo che ſi fa del principio delle *cauſe finali*, per dare delle prove dell' eſiſtenza di Dio cogli effetti li meno importanti della natura, in luogo di cercare in grande le prove di queſta verità sì incontraſtabile. *Ved.* COSMOLOGIA. Ciò che appartiene alla ſapienza del Creatore, dice il Sig. de Fontenelle, ſembra eſſere ancora più al di ſopra della debole noſtra portata, che ciò, che appartiene alla di lui potenza. (*Elogio del Sig. Leibnitz.*) *Ved.* ancora le riflefſioni molto ſaggie del Sig. Mairan ſul principio delle *cauſe finali* nelle Memorie dell'Accademia delle Scienze 1723. (O).

CAUSTICA, *nella Geometria traſcendente*, è il nome che ſi dà alla curva toccata dai raggi riflefſi, o rifratti di qualche altra curva. *Ved.* CURVA. Se un' infinità di raggi di luce infinitamente proſſimi cadano ſu tutta l'eſtenſione d' una ſuperficie, e che queſti raggi ſieno ſuppoſti riflefſi, o rifratti, ſecondo le leggi della riflefſione, e rifrazione, la ſerie dei punti del concorſo delli raggi riflefſi, o rifratti infinitamente proſſimi, formerà un poligono infinitilatero od una curva chiamata *cauſtica*; queſta curva è toccata dalli raggi riflefſi, o rifratti, poichè queſti raggi non ſono che il prolungamento delli piccioli lati della *cauſtica*.

Ciaſcuna curva ha le ſue due *cauſtiche*, il che fa dividere le *cauſtiche* in *catacauſtiche*, ed in *diacauſtiche*; le prime ſono formate per riflefſione, e le altre per rifrazione.

Si attribuiſce ordinariamente l' invenzione delle *cauſtiche* al Sig. Tſchirnhauſen; egli le propoſe all' Accademia delle Scienze l' anno 1682; hanno eſſe queſta oſſervabile proprietà, che quando le curve così prodotte ſono geometriche, ſi poſſono ſempre rettificare.

Così la *cauſtica* formata dalli raggi riflefſi da un quarto di cerchio, è uguale a $\frac{3}{4}$ del diametro. Queſta rettificazione delle *cauſtiche* è ſtata anteriore al calcolo dell' infinito, il quale ci ſomminiſtrò la rettificazione di molte altre curve. *Ved.* RETTIFICAZIONE. L' Accademia nominò un Comitato per eſaminare queſte nuove curve; ed era compoſto delli Signori Caſſini, Mariotte, e de la Hire, li quali miſero in dubbio la deſcrizione, o generazione, che il Sig. Tſchirnhauſen avea data della *cauſtica* per riflefſione del quarto di cerchio: l' autore rifiutò di ſcoprire il ſuo metodo, e il Sig. de la Hire perſiſtette nel ſoſtenere che ſi può ſuppor falſa la detta generazione. Quello che ſi ſa, è, che il Sig. Tſchirnhauſen la propoſe con tanta confidenza, che la inviò all' Accad. di Lipſia, ma ſenza dimoſtrazione. Il Sig. de la Hire ha fatto vedere dopo nel ſuo *trattato delle epicicloidi*, che Tſchirnhauſen s' era effettivamente ingannato nella deſcrizione di queſta *cauſtica*. Si trova nell' *Analiſi degl' infiniteſimi del Marcheſe de l' Hopital* un metodo per determinare le *cauſtiche* di riflefſione, e di rifrazione d' una curva qualunque con le proprietà generali di queſte ſpecie di curve, che il calcolo infiniteſimale rende molto facili a ſcoprirſi, e ad intenderſi.

La parola *cauſtica* viene dal greco καίω, *uro*, perchè li raggi eſſendo raccolti ſulla *cauſtica* in gran quantità poſſono bruciare, ſe la *cauſtica* ſia di poca eſtenſione. Negli ſpecchi parabolici la *cauſtica* dei raggi paralleli all' aſſe è un punto, che ſi chiama *foco della parabola*.

Negli ſpecchi ſferici d' un' eſtenſione di 20 in 30 gradi la *cauſtica* delli raggi paralleli all' aſſe è di poca eſtenſione, il che rende gli ſpecchi ſferici, e parabolici capaci d' abbruciare.

Se molti raggi partano da un punto, e cadano ſu d' una ſuperficie piana, li raggi riflefſi prolungati s' incontrano in un punto; e per trovare queſto punto, baſta condurre dal punto, donde partono li raggi, una perpendicolare alla ſuperficie piana, e prolungarla finchè la parte prolungata ne ſia eguale, ed il punto cercato ſarà all' eſtremità di queſta parte prolungata. *Ved.* SPECCHIO.

Queſta propoſizione può far naſcere ſulle *cauſtiche* una difficoltà capace d' arreſtare li principianti, ed è bene di qui toglierla. Si ſa che nella Geometria degli infiniteſimi una porzione della curva infiniteſima è conſiderata come una linea retta, di cui la tangente n' è la prolungazione. Supponiamo dunque un picciol lato della curva prolungato in rangente; ed immaginiamoci due raggi infinitamente proſſimi, che cadano ſu queſto picciolo lato; apparitce dal fin qui detto che per trovare il punto del concorſo delli raggi riflefſi, baſta condur dal punto donde eſſi partono, una perpendicolare a queſta tangente, e prolungare la medeſima d' una quantità eguale. Pertanto il calcolo, ed il metodo del Marcheſe de l' Hopital ſanno vedere che l' eſtremità di queſta perpendicolare non è un punto della *cauſtica*. Come adunque accordare tutto ciò? Ecco il come. Conſiderandoſi la picciola porzione della curva come una picciola retta, biſogna che le perpendicolari alla curva tirate alli due eſtremi del picciol lato ſiano perfettamente parallele, come lo ſarebbero ſe la ſuperficie totale in luogo d' eſſer curva foſſe retta. Queſto non baſta: le perpendicolari concorrono ad una certa diſtanza, e formano col loro concorſo ciò che ſi chiama raggio della ſviluppata. *Ved.* SVILUPPATA. Perciò biſogna avere riguardo alla poſizione di queſte perpendicolari concorrenti per determina-

minare la posizione delli raggi riflessi, ed in conseguenza il loro punto de concorso, ch'è tutto altro che se la superficie fosse piana. Considerandosi poi una curva come un poligono, le perpendicolari alla curva non possono essere perpendicolari ai lati della curva. Queste sono le linee, che dividono in due angoli eguali l'angolo infinitamente ottuso, che formano li piccioli lati; altrimenti al punto del concorso delli due piccioli lati s'avrebbero due perpendicolari, una a ciascun lato. Ora questo non può essere, perchè a ciascun punto d'una curva non vi ha che una sola perpendicolare. Li raggi incidenti, e riflessi devono fare colla perpendicolare degli angoli eguali. Dietro questa riflessione sulle perpendicolari si possono determinare le *caustiche* risguardando le curve come poligoni; e non si troverà più alcuna assurdità, nè apparente contraddizione tra li principj della Geometria degli infiniti, *Ved.* Differenziale, Infinito, ec. (O).

Per dare al lettore un'idea della maniera con cui si determinano le *caustiche*, trascriveremo qui il breve, ed elegante metodo che si legge nell'*Analisi degli infinitesimi* del March. de l'Hopital per *le caustiche di riflessione*.

Sia AMD una curva capace di riflettere la luce; MC il suo raggio osculatore al punto M; mC il raggio infinitamente prossimo; B il punto luminoso; BM, e Bm due raggi incidenti infinitamente prossimi; MFG, e mFg li raggi riflessi corrispondenti; bisogna determinare il loro punto d'intersezione F, ch'è un punto della *caustica* per riflessione.

Dalli punti B, e F come centro, colli raggi BM, e FM bisogna descrivere gli archi infinitesimi MR, e MO; questi archi saranno eguali, perchè gli angoli MmR, ed MmO sono eguali l'uno all'angolo d'incidenza, e l'altro all'angolo di riflessione; dunque sono essi eguali. *Ved.* Riflessione. Dunque li triangoli rettangoli MOm, ed MRm, ch'hanno comune l'ipotenusa, sono del tutto eguali; dunque $MO = MR$.

Se dal punto C estremo del raggio della sviluppata si conducano le perpendicolari CE, e CG sulli raggi incidenti, e riflessi, e le corrispondenti infinitamente vicine Ce, e Cg, si avrà $CE = CG$; dunque $CE - Ce$, ossia $EQ = BG - Cg$, ossia GS.

Ora sia $BM = y$, ed $EM = a$, si avrà $y : y - a\ MR :: EQ - MO$, ossia $MF : FG$; dunque *componendo*, e passando dal primo all'ultimo rapporto si avrà $2y - a : y :: MF + MG$, ovvero $a : MF$; dunque per fine $MF = \frac{ay}{2y - a}$.

CAZIMI (*Astron.*), questa parola araba viene adoperata dagli astronomi di quel paese per significare il disco del sole. Quando essi dicono che un tal pianeta *è in cazimi*, è come se volessero dire che quegli non è più lontano di 16 minuti dal centro del sole, essendo il semidiametro di questo astro di 16 minuti.

CEFEO (*Astron.*), costellazione boreale chiamata anche *vir regius*, *regulus*, *Jasides* (Figlio di Jaso), *Nereus*, *senex æquoreus*, *juvenis æquoreus*. *Cefeo* era re di Etiopia, o dell'Indie (*Plin. lib. V. cap. XIII*, 31.) perchè li primi greci chiamarono con questo nome d'Indie tutti i luoghi situati al di là del mare mediterraneo. *Cefeo* era padre di Andromeda, e li poeti dicono che Perseo ottenne da Giove, che *Cefeo* colla moglie Cassiopea, e la sua figlia Andromeda fosse collocato tra gli astri. *Ovidio lib. IV*, 670. (*Ved.* Andromeda.). Vi sono alcuni che credono ancora che il centauro Chirone formando le costellazioni l'anno 1350 avanti G. C., abbia loro dato il nome degli Eroi del suo secolo, o dei priocipi, di cui ne sono discendenti. Ecco forse perchè vi si trovano Callisto, Orione, *Cefeo*, Perseo, Andromeda, Cassiopea, Ercole, il Vascello degli Argonauti. (Il Sig. Freret, *difesa della Cronologia pag.* 10, e 501.)

Le stelle di *Cefeo* non sono molto osservabili; se ne trovano 34 nel catalogo Britannico.

CEGINO (*Astron.*) è una stella della terza grandezza, nella spalla sinistra del bifolco segnata γ: la latitudine è di 49° 33′ $\frac{1}{2}$, la sua longitudine all'an. 1750 di 6 segni 140 9′. (O).

CELERITA' (*Mec.*), è l'affezione del moto, per cui un corpo è capace di percorrere un dato spazio in un certo tempo. *Ved.* Moto.

Leibnitz, Bernulli, Wolfio, ed altri partigiani delle *forze vive* pretendono che si deva computare la forza d'un corpo in moto dal prodotto della massa, e del quadrato della sua *celerità*; quelli poi che non hanno adottata la sentenza di questi Filosofi vogliono che la forza non sia altro che la quantità di moto, od il prodotto della massa nella *celerità*. *Ved.* Forze vive.

La *celerità* uniforme è quella che fa percorrere ad un mobile degli spazj eguali in tempi eguali. *Ved.* Uniforme. In uno spazio, in cui non s'incontri veruna resistenza, si può avere un moto perfettamente uniforme, e perciò un movimento perpetuo; perchè in questo spazio niente s'incontra che possa accelerare, o ritardare il moto de'corpi. L'ineguaglianza, o la differenza di tutti li moti che conosciamo, è una dimostrazione contro il moto perpetuo meccanico sì ricercato; è questo impossibile in vista delle perdite continue di forza, che fanno sempre li corpi mossi per la resistenza de'mezzi, oè quali si muovono, per l'attrito delle loro parti ec. Parimenti affinchè il moto perpetuo meccanico si possa ottenere, bisogna trovare un corpo, che sia esente dall'attrito, o che abbia ricevato dal Creatore una forza infinita, con cui possa sormontare le resistenze ogni momento ripetute. Del resto quantunque a parlare esattamente non si dia

ſi dia moto perfettamente uniforme, nondimeno quando un corpo ſi muove in uno ſpazio che ſenſibilmente non reſiſte, e queſto corpo non riceva accelerazione; o ritardo ſenſibile, ſi conſidera il di lui moto come uniforme perfettamente. (*Il Sig. Formey.*)

La *celerità* è conſiderata come aſſoluta, o come relativa. La definizione già data conviene alla velocità ſemplice, o aſſoluta; cioè quella per cui un certo ſpazio ſi percorre in un certo tempo.

La *celerità* propria, od aſſoluta d'un corpo è il rapporto dello ſpazio ch'egli percorre, e del tempo ch'egli vi impiega. La *celerità* riſpettiva è quella con la quale due corpi ſi avvicinano, o ſi allontanano l'uno dall'altro d'un certo intervallo in un tempo determinato, qualunque ſiano le loro *celerità* aſſolute. Perciò la *celerità* aſſoluta è qualche coſa di poſitivo; ma la riſpettiva non è che una ſemplice comparazione che faſſi tra due corpi ſecondo che s'approſſimano, od allontanano promiſcuamente. (*Il Sig. Formey.*)

La *celerità* con cui due corpi s'allontanano, od avvicinano l'uno all'altro, è la loro velocità relativa, o riſpettiva, ſia che ciaſcuno di eſſi ſi muova, ſia che ſi muova un ſolo. Quantunque un corpo ſia in quiete, ſi può riſguardarlo come che abbia una *celerità* relativa rapporto all'altro corpo ſuppoſto in moto. Se due corpi in un ſecondo ſi trovano più vicini, che pria non erano, di due piedi, la *celerità* loro riſpettiva ſarà doppia di quella ch'avrebbero due corpi, ciaſcun de' quali nello ſteſſo tempo aveſſe fatto uo piede l'uno verſo l'altro, poſto già il moto uniforme.

Una *celerità* non uniforme è quella che riceve qualche accreſcimento, o dimiouzione; un corpo ha una velocità accelerata quando qualche nuova forza agiſce ſu di lui, ed aumenta la ſua velocità. Per tal effetto biſogna che la nuova forza, che ſu di lui agiſce, agiſca in tutto od in parte ſecondo la direzione, nella quale fu già moſſo il corpo.

La *celerità* d'un corpo è ritardata quando qualche forza oppoſta gli leva una parte della ſua *celerità*.

La *celerità* d'un corpo è egualmente, od inegualmente accreſciuta, ſecondo che la nuova forza che agiſce ſu di lui, agiſce egualmente, o inegualmente in tempi ſucceſſivi eguali; ed è la ſteſſa egualmente, od inegualmente ritardata, ſecondo che le perdite che fa di *celerità*, ſono eguali, od ineguali in tempi eguali.

Celerità de' corpi moſſi per linee curve. Secondo il ſiſtema di Galileo ſulla caduta de' gravi, ſiſtema ricevuto oggi da tutti, *la celerità* d'un corpo che cade verticalmente è, a ciaſcun momento della ſua caduta, proporzionale alla radice dell'altezza donde cade. Dopo che Galileo ſcoprì queſta propoſizione, riconobbe che ſe un corpo cade lungo un piano inclinato, la *celerità* in fine è la ſteſſa ch'acquiſterebbe caduto verticalmente della ſteſſa altezza; ed eſtende la medeſima concluſione fino ad una ſerie di più piani inclinati che farebbero tra loro degli angoli qualunque ſiano, pretendendo ſempre che la *celerità* in fine della caduta fatta per queſti differenti piani deve eſſere la ſteſſa che ſe la caduta foſſe verticale per la medeſima altezza.

Queſta ultima concluſione fu adottata da tutti li matematici finn l'anno 1693, quando Varignon la dimoſtrò falſa, facendo rimarcare che il corpo, che percorre il primo piano inclinato e che arriva ſul ſecondo, perde una porzione della ſua velocità per l'urto ch'incontra nel piegarſi ſullo ſteſſo ſecondo piano; quindi non è più nello ſteſſo caſo come ſe caduto foſſe per un continuato piano inclinato, cadendo per due inclinati anche tra loro. Il Sig. Varignon avendo rilevato queſto errore riſchiarò la materia di maniera che non ſi poſſa cadere in oppoſto errore, per il quale naturalmente ſi crederebbe che un corpo diſcendendo per una linea curva, vale a dire per una ſerie d'infinito numero di piani inclinati, non poſſa avere dopo la caduta *la celerità* eguale a quella ch'acquiſta un corpo caduto verticalmente dalla ſteſſa altezza. Per moſtrare la differenza di queſti due caſi, fece vedere che quando li piani inclinati ſono uniti ad angoli infinitefimi, come accade nella curva, la *celerità* perduta a ciaſcun delli detti angoli è un'infinitefima quantità del ſecondo ordine, di modo che dopo un infinito numero di queſte cadute, vale a dire dopo la diſceſa totale per la curva, la *celerità* perduta è un infinitefimo del primo ordine, che ſi può traſcurare. Perciò ſi può ſupporre ſenza errore che la velocità in fine della diſceſa per una curva ſia eguale a quella che corriſponde alla diſceſa verticale dalla ſteſſa altezza. *Ved.* il noſtro *Trattato di Dinamica part.* I. ſul fine.

Siccome con un'equazione tra due variabili ſi può eſprimere una curva qualunque, le di cui coordinate ſono le variabili di queſta equazione; così anche ſi può eſprimere per le variabili di un'equazione le differenti *celerità* che due forze produceſſero ſeparatamente in uno ſteſſo corpo; e ſe queſte forze ſi ſuppongono agire parallelamente a due linee date di poſizione, ſulle quali ſiano preſe queſte variabili, la curva eſpreſſa dall'equazione ſarà allora quella che il corpo deſcrive in virtù delle due forze combinate inſieme. Se per eſempio ſi ſuppone che una forza ſia la gravità, l'altra poi ſia un primo impulſo finito, cui non ſuccede alcuna accelerazione, la curva avendo le ordinate in ragione ſuddupliçata delle aſciſſe, ſarà una parabola. *Ved.* PARABOLA.

Per miſurare una *celerità* qualunque d'una maniera coſtante che poſſa ſervire a paragonarla con qualunque altra *celerità*, ſi prende il quozieote dello ſpazio diviſo per il tempo, ſupponendo queſto ſpazio percorſo in virtù della ſteſſa *celerità* poſta coſtante. Se per eſempio un cor-

corpo colla *celerità* attuale può percorrere 80 piedi in 40 ſecondi di tempo, ſi avrà $\frac{80}{40} = 2$ per eſprimere la ſua *celerità* in confronto di quella d'altro corpo, che fa 90 piedi in 30 ſecondi, e che perciò ha la *celerità* $\frac{90}{30} = 3$. In tal modo ſi rileva eſſere tra loro tali *celerità* come 2 al 3.

Sia s lo ſpazio qualunque, t il tempo, $\frac{s}{t}$ ſarà la *celerità*, purchè il moto ſia uniforme. Si può fare una difficoltà ben fondata ſu queſta miſura della *celerità*; ſi dirà che lo ſpazio, ed il tempo ſono due quantità eterogenee, che non ſi poſſono confrontare inſieme, e che perciò non ſi ha un'idea chiara del quoziente $\frac{s}{t}$. Si può riſpondere che queſta eſpreſſione della *celerità* non indica altro ſe non ſe che le *celerità* di due corpi ſono ſempre tra loro come i quozienti degli ſpazj diviſi per li riſpettivi tempi, purchè tanto gli ſpazj, che li tempi ſiano rappreſentati da numeri aſtratti, li quali abbiano tra loro lo ſteſſo rapporto che tra gli ſpazj, e tra li tempi. *Ved.* il fine dell'articolo EQUAZIONE.

Se il moto è variabile, lo ſi ſuppone coſtante nella deſcrizione d'una parte infinitefima ds di ſpazio, ed allora ſi eſprime per $\frac{ds}{dt}$. *Ved* MOTO.

La parola *celerità* ſi prende ſpeſſo in ſenſo figurato; allorchè ſi dice per eſempio quel tal affare ricerca ſpeditezza e *celerità*.

Si dice ſpeſſiſſimo *velocità* in luogo di *celerità*; che già ſignifica lo ſteſſo.

CELIDOGRAFIA (*Aſtron.*); nome che Bianchini ha dato alla ſua deſcrizione delle macchie di venere; queſta parola deriva da κηλὶς *idos macula*. *Ved.* la di lui opera intolata *Heſperi, & Phoſphori nova phænomena*.

CELUB; nome della coſtellazione di Perſeo.

CENTAURO (*Aſtron.*); coſtellazione meridionale, *centaurus*, *ſemivir*, *pelenor*, *Chiron*, *Philyrides*, *pelethronius*, *pholos*, *minotaurus*, *acris venator*; preſſo gli Arabi *albeze*: eglino dipingono un orſo ſu d'un cavallo. Li centauri erano un popolo di paſtori errante intorno al monte Oſſa, e, per quello che ſi dice, inventarono l'arte di domare li cavalli; quindi nacque la favola che eſſi fiano mezzo uomini, e mezzo cavalli. Gli antichi credevano ch'eſiſteſſe veramente una razza d'uomini di tal forma, e ſe ne moſtrò uno in Roma conſervato nel miele. (*Plin. VIII.* 3. Freret *Difeſa della Cronologia. pag.* 143.) Si chiamano ancora *centauri* le guardie di Saturno, e generalmente quelli, che paſſarono per inventori dell'arte di eſercitare li cavalli, o di guardare la greggia a cagione della parola κέντρον, *ſperone*, e ταῦρος *toro*. Quindi ſi attribuiſce a molti Eroi la favola della coſtellazione del *centauro*: altri han detto che il *centauro* era Chirone figurato mezzo uomo, e mezzo cavallo, perchè ſeppe rendere l'arte medica utile agli uomini, ed ai cavalli; altri per fine pretendono che queſto ſia il ſimbolo della voluttà che rende l'uomo ſimile agli animali. Ma noi ignoriamo totalmente la prima origine dell'allegoria che ha fatto collocare il *centauro* nelle coſtellazioni. Gli ſi mette nelle mani un otre pieno di vino, ſimbolo della vindemmia, che ſuccede quando il ſole è preſſo di queſta coſtellazione, come oſſervò il Sig. Dupuis (*Aſtron. T. IV. pag.* 484, e 485.). Di queſta coſtellazione ſi coſtituì la ſettima impreſa di Ercole o il ſuo trionfo ſu d'un toro furioſo, perchè il ſole nel ſegno dell'Aquario fa ſparire queſto moſtro minotauro, o queſta coſtellazione.

Il *centauro* comprende ſolo cinque ſtelle nel catalogo Britannico; ma ve n'è un gran numero nel catalogo di de la Caille, una tra le altre della prima grandezza, ch'era nell'anno 1750 a 215° 42' 29" d'aſcenſione retta, e 59° 47' 8" di deçlinazione auſtrale, di modo che ella s'alza ſopra il noſtro Orizzonte preſſo 19 gradi. (*D. L.*)

CENTESIMO (*Arithm.*) parte d'un tutto ſuppoſto diviſo in cento parti eguali.

CENTRALE (*Mec.*) ſi dice di ciò che ha rapporto ad un centro. *Ved.* CENTRO. Si dice ancora *ecciſſi centrale*, *foco centrale*, *regola centrale*. *Ved.* FOCO, ECCLISSI ec.

Forze centrali ſono forze, o potenze, per cui un corpo moſſo tende verſo un centro del moto, ovvero ſi allontana.

Ella è una legge generale in natura che ogni corpo tenda a muoverſi in linea retta. In conſeguenza un corpo che ſi muove in linea curva, tende perfettamente a ſcappare per la tangente di queſta curva. Quindi per impedire che ſcappi per queſta tangente è neceſſaria una forza reſiſtente che lo riteoga nella curva. Appunto queſta è la forza chiamata *centrale*. Per eſempio un corpo A (*Mec. Fig.* 24) che ſi muove per il cerchio BEA, tende a muoverſi dal punto A ſecondo la tangente AG, e ſi muoverebbe in realtà ſecondo queſta tangente, ſe non vi foſſe una *forza centrale* che lo ſpingeſſe verſo il punto C, e lo faceſſe percorrere la linea AM nel medeſimo tempo ch'egli percorrerebbe AD, di modo che è obbligato a deſcrivere la picciola porzione della curva AE.

S'oſſervi non eſſere ſempre neceſſario che la *forza centrale* ſia ſempre diretta verſo lo ſteſſo punto: ella può cangiare di direzione a ciaſcun iſtante. Baſta che la ſua direzione ſia differente da quella della tangente; onde obblighi il corpo a deſcrivere ona curva. *Ved.* CENTRO DEL MOTO, ed anche FORZA.

Le forze centrali ſi dividono in due ſpecie ſigur-

riguardo alla diversa maniera, con cui sono elleno dirette rapporto il centro, cioè in centripeta, e centrifuga. *Ved.* CENTRIPETA, e CENTRIFUGA.

Leggi delle forze centrali. Il celebre Sig. Huygens fu il primo che scoperse queste leggi. Ma oltre che ce le ha date senza dimostrazione, non determinò altro che le *forze centrali* nel caso del moto d'un corpo per cerchio. Molti autori hanno di poi dimostrato le leggi dateci da Huygens, ed il celebre Newton estese la teoria delle forze centrali a tutte le curve possibili.

Tra gli altri ch'hanno dimostrate le proposizioni di Huygens non vi fu alcuno, il quale abbia ciò eseguito di una maniera più semplice e più chiara che il March. de l'Hopital nelle *Mem. dell'Accad.* 1701. 1°. Comincia egli ad insegnare il modo di confrontare la forza centrale colla gravità; e dà su di ciò la seguente regola generale, che abbraccia tutta la teoria delle *forze centrali*.

Supponiamo che un corpo d'un peso determinato si muova uniformemente attorno d'un centro con una certa velocità; bisogna trovare da quale altezza dovrebbe essere egli caduto per acquistare questa celerità; indi si faccia questa proporzione: come il raggio del cerchio che descrive il corpo è al doppio della sua altezza, così il suo peso è alla sua forza centrifuga. Egli è chiaro che con questa proporzione si può trovare sempre il rapporto della forza centrale d'un corpo col suo peso, e per conseguenza si potranno facilmente paragonare le forze centrali tra loro. Ma se si voglia confrontare tali forze tra loro senza paragonarle al peso, si può servirsi di questo teorema, che le forze centrali di due corpi sono tra loro come i prodotti delle masse per li quadrati delle velocità, divisi per li diametri, o raggi dei cerchi che descrivono. Si può dimostrare questa proposizione senza calcolo dopo il Newton nella seguente maniera. Immaginiamoci li cerchi che si descrivono, come poligoni regolari infinitilateri simili. E' certo che le forze, con le quali ciascun corpo agisce in ciascun degli angoli di questi poligoni, sono come i prodotti delle masse per le loro velocità. Ora nello stesso tempo essi riscontrano tanto più angoli quanto è maggiore la loro velocità, e quanto è più picciolo il cerchio; dunque il numero degli urti nello stesso tempo è come la velocità divisa per il raggio; dunque il prodotto del numero dei colpi in un sol colpo, cioè nella *forza centrale*, farà come il prodotto della massa moltiplicato pel quadrato della velocità diviso per il raggio.

Dunque se due corpi M, m descrivano le circonferenze C, c di due cerchi colle velocità V, v nelli tempi T, t, e le forze centrali de' corpi stessi siano F, f, e li raggi de' cerchi ch'essi descrivono R, r; si avrà $F : f :: \frac{M \times VV}{R} : \frac{m \times vv}{r}$; di più $V : v :: \frac{C}{T} : \frac{c}{t} :: \frac{R}{T} : \frac{r}{t}$; sarà dunque ancora $F : f :: \frac{MR}{TT} : \frac{mr}{tt}$.

2°. E' facile indi di conchiudere che se due corpi di peso eguale descrivono disuguali cerchi in eguali tempi, le loro forze centrali sono come li diametri AB, ed HL (*Tav. Mecc. Fig.* 24); perchè se $m = M$, ed $t = T$ si ha $F : f :: R : r$, ed in conseguenza se le forze centrali di due corpi che descrivono circonferenze di cerchi disuguali, sono come i diametri, questi corpi fanno le loro rivoluzioni in eguali tempi.

3°. La forza centrale d'un corpo che si muove per la circonferenza d'un cerchio, è come il quadrato dell'arco infinitesimo AE diviso per il diametro AB; perchè questo arco infinitesimo descritto in un istante può rappresentare la velocità essendone proporzionale. Perciò se un corpo descrive in tempi eguali con moto uniforme degli archi eguali AE, la forza centrale, da cui è spinto per la circonferenza del cerchio, deve essere costantemente la stessa.

4°. Se due corpi descrivano con moto uniforme differenti circonferenze, le loro forze centrali saranno in ragione composta duplicata delle loro velocità, ed in reciproca dei diametri. Donde ne seguita che se le velocità sono eguali, le forze centrali saranno in ragione reciproca delli diametri; e se li diametri AB, e HL sono eguali, vale a dire se li corpi si muovano sulla stessa circonferenza, ma con ineguali velocità, le forze centrali saranno in ragione duplicata delle velocità. Che se le forze centrali di due corpi mossi per circonferenze differenti siano eguali, li diametri AB, e HL saranno in ragion duplicata delle velocità.

5°. Se due corpi eguali mossi per circonferenze ineguali abbiano eguali forze centrali, li tempi spesi a percorrerle sono in ragione suddoplicata dei diametri; poichè risulta $T^2 : t^2 :: D : d$, essendo $F = f$, ossia $\frac{R}{TT} = \frac{r}{tt}$; e perciò nel caso nostro le circonferenze sono in ragione duplicata delli tempi. Quindi poste le forze eguali, li tempi impiegati a percorrere differenti circonferenze sono proporzionali alle velocità; poichè si ha $\frac{VV}{R} = \frac{vv}{r}$, ossia $\frac{V}{R} \times \frac{R}{T} = \frac{v}{r} \times \frac{r}{t}$, cioè $\frac{V}{T} = \frac{v}{t}$. In genere le forze centrali sono in ragione composta diretta delli diametri, ed inversa duplicata dei tempi periodici, che impiegansi a percorrere le rispettive circonferenze dei cerchi.

6°. Se li tempi nelli quali si percorrono le intiere circonferenze, od archi simili, sono come li diametri, le forze centrali allora sono in ragione reciproca dei diametri.

7°. Se

7°. Se un corpo ſi muove uniformemente nella circonferenza d' un cerchio con la velocità ch' acquiſta egli in fine della caduta dall' altezza FA, noi abbiamo detto che la forza centrale farà alla ſua gravità come la doppia altezza FA, al raggio CA; e per conſeguenza ſe ſi chiama G la gravità d'un corpo, la forza centrifuga ſarà $\frac{2FA \times G}{CA}$. Perciò ſi conoſcerà quale debba eſſere la forza centrifuga, e velocità d'un corpo attaccato ad un filo perchè non rompa queſto filo girando circolarmente: perchè ſupponendo che ſe peſi tre libbre rompi il filo, e che il peſo in vece ſia di due libbre, ſi avrà G uguale a due libbre, e $\frac{2FA \times 2}{CA}$ dovrà eſſere più picciola qnantità che tre libbre; donde deve eſſere $FA < \frac{3CA}{4}$. Così la velocità che deve avere il corpo per non rompere il filo deve eſſere più picciola che quella acquiſtata da un corpo in fine dell' altezza uguale a $\frac{3}{4}$ del raggio. Se li corpi circolino verticalmente, biſogna che $\frac{2AF \times G}{CA} + G$ ſia $<$ di tre libbre.

8°. Se un corpo grave ſi muove uniformemente nella circonferenza d' un cerchio e colla velocità che acquiſterebbe cadendo da un' altezza eguale alla metà del raggio, la forza centrale ſarà allora eguale alla gravità; reciprocamente ſe la forza centrale è uguale alla gravità, il corpo ſi muoverà per la circonferenza del cerchio colla ſteſſa velocità ch' acquiſterebbe cadendo dall' altezza eguale alla metà del raggio.

9°. Se la forza centrale è eguale alla gravità, il tempo impiegato a percorrerſi la circonferenza intiera ſarà al tempo nel quale un grave cade dalla metà del raggio, come la circonferenza al raggio.

10°. Se due corpi ſi muovono in circonferenze diſuguali, e con velocità ineguali, di modo che le velocità ſiano tra loro in ragione inverſa ſudduplicata de' diametri, le forze centrali ſaranno in ragione reciproca duplicata delle diſtanze dal centro delle forze.

11°. Se due corpi ſi muovono in circonferenze ineguali con velocità che ſiano tra loro in ragione reciproca delli diametri, le forze centrali ſaranno in ragione inverſa dei cubi delle diſtanze dal centro delle forze.

12°. Se le velocità di due corpi che ſi muovono in circonferenze ineguali, ſiano in ragione inverſa ſudduplicata dei diametri, i tempi impiegati a fare le intiere rivoluzioni, od a percorrere archi ſimili, che appunto ſono li tempi periodici, o proporzionali agli ſteſſi, ſaranno in ragione inverſa triplicata delle diſtanze dal centro delle forze. Imperciocchè ſe le forze centrali ſono in ragione inverſa duplicata delle diſtanze dal centro, li tempi che li corpi impiegheranno a fare le loro intiere rivoluzioni, od a percorrere degli archi ſimili, ſaranno in ragione inverſa triplicata delle diſtanze.

13°. Queſte differenti leggi ſono facili a dedurſi dalla formula data nel primo articolo per confrontare le forze centrali tra loro. Ora per paragonare le forze centrali delle curve diverſe dal cerchio, biſogna prendere in luogo delli raggi del cerchio, li raggi della ſviluppata di queſte curve, li quali cangiano a ciaſcun punto, e ſi trovano colli metodi geometrici. Donde ſi comprende che quando un corpo deſcrive una curva diverſa dal cerchio il valore della forza centrale cangia a ciaſcun' iſtante, mentre ella è ſempre la ſteſſa quando il corpo deſcrive un cerchio. Biſogna inoltre dividere la quantità trovata col rapporto del ſeno totale al coſeno dell' angolo che la direzione della forza centrale fa colla tangente.

14°. Se un corpo tende a muoverſi ſecondo AD (*Fig.* 25.), e nello ſteſſo tempo ſia ſpinto da una forza centripeta verſo un punto fiſſo C collocato nello ſteſſo piano, deſcriverà egli allora una curva, la cui cavità riguarderà il punto C, e le cui differenti aree compreſe tra due raggi qualunque AC, CB, ſaranno proporzionali alli tempi ſpeſi a percorrere le dette aree, vale a dire ad arrivare dall' eſtremità d' uno di queſti raggi all' eſtremità dell' altro. Perchè ſenza la forza centrale che agiſca ſecondo, BF, il corpo percorre in tempo eguale $BD = AB$: ma a cagione della forza centrale egli deſcriverà la diagonale BE del parallelogrammo $FBDE$ nello ſteſſo tempo che deſcrive AB. Ora il triangolo $CBA = CBD$ per eſſere $BA = BD$; e per eſſere paralleli DE, FB ſi ha $CBE = CBD$. Dunque $CBE = CAB$. Dunque, ec.

15°. Benchè differenti ſiano le forze centrali ne' cerchi, ſi potranno ſempre paragonare inſieme: perchè ſaranno elleno ſempre in ragione compoſta della maſſa dei mobili, e delle loro diſtanze dal centro, ed in fine in inverſa duplicata de' tempi periodici. Se ſi moltiplichi dunque la quantità di materia di ciaſcun mobile per la ſua diſtanza dal centro, e ſe ne divida il prodotto per il quadrato del tempo periodico, li quozienti che ne riſulteranno, ſaranno tra loro come le forze centrali; queſta è una conſeguenza dell' articolo primo.

16°. Se le quantità di materia ſono eguali, biſognerà dividere le diſtanze per li quadrati dei tempi periodici per determinare il rapporto delle forze centrali.

17°. Quando la forza per cui un corpo è ſpinto verſo un punto, non è per tutto la ſteſſa, ma s' accreſce, o diminuiſce a proporzione della diſtanza dal centro; queſta nuova condizione fa allora deſcrivere al corpo differenti curve più o meno compoſte. Se poi la forza decreſce

in ragione inversa duplicata delle distanze dal centro, il mobile descriverà allora un'ellisse ch'è una curva ovale, nella quale si trovano due punti detti *fochi*, di cui l'uno occupa il centro C, verso il quale è diretta la forza di cui parliamo; in modo che a ciascuna rivoluzione il corpo una volta s'avvicina, ed un'altra s'allontana da questo punto. L'orbità appartiene ancora a questa specie di curva, sicchè in questo caso il mobile può ancora descrivere un cerchio. Il mobile può ancora, supponendosi in lui una massima velocità, descrivere due altre sezioni coniche, cioè la parabola, e l'iperbole; le quali non ritornano già allo stesso punto. Se la forza cresce nello stesso tempo che la distanza, ed in ragione della distanza medesima, il corpo descriverà ancora un'ellisse: ma il punto verso il quale si dirigerà la forza, sarà allora il centro dell'ellissi, ed il mobile a ciascuna rivoluzione s'avvicinerà due volte, e due volte si allontanerà da questo punto. Può succedere pure in questo caso che il corpo si muova in un cerchio. *Ved.* Orbita, Pianeta, Trajettoria, e Projettile. *Ved.* pure il *Principj Matematici del* Newton *lib. I*, e gli *Elem. di Mec.* del Wolfio.

Le curve possono essere considerate, o come curve rigorose, o come poligoni infinitilateri: ora l'espressione della *forza centrale* è differente in ambedue i casi: questo singolare paradosso sarà spiegato all'articolo Curva.

Regola centrale è una regola o metodo scopetto da Tommaso Baker, geometra Inglese, al mezzo della quale si trova il centro, ed il raggio del cerchio che può tagliare una parabola data da dei punti, di cui le ascisse rappresentano le radici reali del terzo, o quarto grado, che si si è proposto di costruire. *Ved.* Costruzione.

La *regola centrale* è soprattutto fondata su questa proprietà della parabola; che se si tira in questa curva una perpendicolare ad un diametro qualunque, il rettangolo formato dai segmenti di questa linea è uguale al rettangolo fatto dalla porzione corrispondente del diametro, e dal parametro dell'asse.

La *regola centrale* è preferibile, secondo Baker, al metodo di Cartesio per costruire l'equazioni, in ciò, che in questo si ha bisogno di preparare l'equazione levandogli il secondo termine; mentre che nel metodo di Baker non si ha questo imbarazzo, poichè dà esso il mezzo di costruire coll'intersezione d'un cerchio, e d'una parabola ogni equazione che non sorpassa il quarto grado senza fare svanire, o cangiare alcun termine. *Ved. le Transf. Filos. n°.* 137. Ma egli è molto facile, attenendosi allo spirito del metodo di Cartesio, di costruire, per mezzo del cerchio, e della parabola, tutte l'equazioni del terzo, e quarto grado senza farne svanire il secondo termine. *Ved. la soluzione di questo problema all'articolo* 386 *delle sezioni coniche* del Sig de l'Hopital. (*O*).

CENTRARE, (*Astron.*) si dice *centrare un canocchiale*, fare in maniera che l'asse *ottico* passi per il centro dell'obbiettivo, di maniera che tutte le parti della lontananza siano simili, e similmente poste per rapporto all'asse del canocchiale. Il mezzo più semplice si è di coprire l'obbiettivo con un diafragma che si fa passare sopra la sua superficie, presentandola al sole, di maniera che la luce riflessa dalla parte convessa faccia un cerchio concentrico, e parallelo a quello dell'immagine tramandata dalla superficie concava. (*D. L.*)

CENTRIFUGO, (*Meccan.*) *Forza centrifuga* è quella con cui un corpo che gira intorno un centro, tenta di allontanarsi da siffatto centro.

Ella è una delle leggi costanti della natura, che ogni movimento è per se stesso rettilineo (*Ved.* Movimento), e che un mobile non si svierà mai dalla direzione rettilinea del suo primiero moto, fino a tanto che egli non vi sarà obbligato da qualche nuova forza impressa in una direzione differente. Dopo questo nuovo impulso, il movimento diviene composto: ma egli continua sempre in linea retta, quantunque la direzione della linea sia cangiata. (*Ved.* Composizione.)

Affinchè un corpo si muova per curva, conviene che egli riceva in cadaun istante una nuova impulsione, ed in una direzione differente della sua propria, perchè una curva non può ridursi a delle linee rette, se non in quanto che esse si considerano infinitamente picciole; per conseguenza, se un corpo attratto continuamente verso un centro, è spinto oltre a ciò verso una direzione che non passa per questo centro, egli descriverà allora una curva, in cadaun punto *A* della quale (*Tav. Meccan. Fig.* 24.) egli tenterà di allontanarsi dalla curva, e di continuare il suo moto per la tangente *AD*; ciò che egli farebbe in effetto se niente lo impedisse; di maniera che nello stesso tempo che egli descrive l'arco *AE*, si allontanerebbe, in virtù della sua *forza centrifuga*, per la lunghezza della linea *DE* perpendicolare ad *AD*; così supponendo l'arco *AE* infinitamente picciolo, la *forza centrifuga* è proporzionale alla linea *DE* perpendicolare ad *AD*.

Un corpo obbligato a descrivere un cerchio, lo descrive più ampio, che gli sia possibile, essendo un cerchio più grande in qualche modo meno circolare, meno curvo, o meno differente di una retta di quello sia un cerchio più picciolo. (*Ved.* Curvatura.) Lorchè dunque un corpo descrive un picciolo cerchio, soffre più alterazione nel suo movimento, ed esercita più vivamente la sua *forza centrifuga*, di quello che se egli ne descrivesse un grande, vale a dire, che la *forza centrifuga* è sempre proporzionale, poste tutte le cose uguali, alla curvatura del cerchio, per cui il corpo è trasportato.

Ciò che dissimo del cerchio, s'intenda per

tutte le altre curve. Poichè una curva, qualunque ella siasi, può considerarsi come formata da un infinito numero di archetti di circolo infinitamente piccioli, descritti da differenti raggi, di maniera che le vie, nelle quali una curva ha la sua maggior inflessione, sono quelle nelle quali la *forza centrifuga* è la più grande, posto il resto eguale; perciò in una stessa curva la *forza centrifuga* del corpo, che la descrive, varia secondo li differenti punti, ne' quali egli si trova.

Si possono vedere le leggi, e la teoria delle *forze centrifughe* esposte più in dettaglio nell'articolo delle forze centrali, alla parola CENTRALE. (O).

CENTRIPETO. (*Meccan.*) *Forza centripeta* è quella, per cui un mobile spinto in una retta *A G* (*Fig.* 24.), è continuamente sviato dal suo movimento rettilineo, e viene sollecitato a muoversi per curva.

Quindi considerando l'arco *A E* infinitamente picciolo, la *forza centripeta* è proporzionale alla retta *D E* perpendicolare ad *A D*; donde ne segue che la *forza centripeta* o centrale, e la *forza centrifuga* sono uguali. *Ved.* CENTRALE. (O).

CENTRO, *in Geometria*, preso in un senso generico, dinota un punto egualmente distante dall'estremità di una linea, di una figura, di un corpo, o il mezzo di una linea, o d'un piano per cui un corpo è diviso in due parti uguali.

CENTRO *d'un cerchio*, è quel punto che si trova in mezzo al cerchio, situato in modo che tutte le linee condotte da esso punto alla circonferenza sono uguali. Euclide dimostra che l'angolo al *centro* è doppio dell'angolo alla circonferenza; vale a dire, che l'angolo che si fa da due linee, che sono tirate dalle due estremità di un arco di cerchio al *centro*, è doppio dell'angolo che è formato da due linee tirate dalle estremità dello stesso arco, e che terminano alla circonferenza in un punto. *Ved.* CIRCONFERENZA, ed ANGOLO. (E).

CENTRO *d'una sezione conica*, è il punto in cui concorrono tutti li diametri. *Ved.* DIAMETRI, e SEZIONI CONICHE. Questo punto, nell'ellisse è al di dentro della figura, e nell'iperbole è al di fuori. *Ved.* ELLISSE, ed IPERBOLE.

CENTRO *di una curva di un genere più elevato*. Quest'è il punto in cui concorrono due diametri. *Ved.* DIAMETRO.

Lorchè tutti li diametri concorrono in uno stesso punto, Newton chiama questo punto *centro generale*. *Ved.* CURVA. Il Sig. Ab. de Gua, nelli suoi *usi dell'Analisi di Cartesio*, diede un metodo per trovare li *centri* generali delle curve, e delle importanti osservazioni rapporto alla definizione dei *centri* generali data da Newton.

Il Sig. Abbate de Gua, chiama *centro generale di una curva* un punto del suo piano tale, che tutte le rette, che vi passano, abbiano dall'una, e dall'altra parte di questo punto delle porzioni uguali terminate alla curva; ed egli osserva, 1°. che questa definizione è molto conveniente, al significato in cui ordinariamente si prende la parola *centro*; 2°. che la definizione di Newton è compresa nella sua; 3°. che solamente servendosi della sua definizione si può arrivare alle condizioni che Newton assegnò per le curve, che hanno, secondo questo grande geometra, un *centro generale*; dal che sembra derivarne questa conseguenza, che Newton quando determinò questi *centri* abbia avuto più tosto di mira la definizione del Sig. Abbate de Gua, di quello che la sua propria. *Ved. l'opera citata* del Sig. Ab. de Gua, *pag.* 17. *e seg.*

Il Sig. Cramey nella sua *introduzione all'analisi delle linee curve*, dà un metodo esattissimo per determinare li *centri* generali. Nell'estratto, che diede il *Giornale de' dotti* del 1740, dell'opera del Sig. Ab. de Gua, si trova sul fine un'annotazione assai importante intorno il metodo di questo valente geometra per trovare li *centri* generali. (O).

CENTRO *di gravità*, *in Meccanica*, è quel punto situato in un corpo internamente, di maniera che qualunque piano vi passi, divide il corpo in due segmenti, che si equilibrano, vale a dire, tali che l'uno non può fare che l'altro si muova.

Donde ne viene, che se si impedisca la discesa del *centro* di gravità, cioè, se si sospenda un corpo dal suo *centro* di gravità, egli resterà in riposo.

La gravità totale di un corpo può essere riunita nel suo *centro* di gravità. Le rette che passano per il *centro* di gravità, si chiamano *diametri di gravità*: tal che l'intersezione di due diametri di gravità determina il *centro*. *Ved.* DIAMETRO.

Ogni piano che passa per il *centro* di gravità, o, ciò che è lo stesso, ogni piano in cui si trova questo *centro*, si chiama *piano di gravità*; ed è perciò che la sezione comune di due piani di gravità, è un diametro di gravità.

Nelli corpi omogenei, che possono dividersi in parti uguali, e simili, il *centro* di gravità è lo stesso che il *centro* della figura, od il punto di mezzo del corpo: viene da ciò che se si taglia una retta in due parti uguali, il punto della sezione sarà il *centro* di gravità.

Centro comune di gravità di due corpi, è un punto collocato in quella linea retta, che congiunge li *centri* di gravità di questi due corpi, di maniera che se si sostenga tal punto, li due corpi mentovati resterebbero in riposo, e la gravità dell'uno non supererebbe quella dell'altro; così il punto di sospensione, nella bilancia ordinaria, o nella romana, cioè il punto in virtù di cui li due pesi sono equilibrati, è il *centro* comune di gravità delli due pesi.

Leg-

Leggi del centro di gravità.

1°. *Se si uniscano* (*Tav. di Mecc. Fig.* 26), *li centri di gravità di due corpi A, e B, con una retta AB, le distanze BC, e CA dal centro comune di gravità C alli centri particolari di gravità B, ed A, saranno fra di loro in ragione reciproca dei pesi. Ved.* Bilancia, e Leva.

Dunque se li pesi *A*, e *B* sono uguali, il *centro comune di gravità C* sarà nel mezzo della retta *AB*. Di più poichè $A : B :: BC : AC$, ne segue che $A \times AC = B \times BC$; ciò che dimostra, che le forze dei corpi in equilibrio, devono stimarsi dal prodotto della massa, e della distanza dal *centro* di gravità. Il che si suole chiamare ordinariamente *momento delli corpi. Ved.* Momento.

Di più, poichè $A : B :: BC : AC$, puossi conchiudere $A + B : A :: BC + AC : BC$; ciò che fa vedere che per ritrovare il *centro* comune di gravità *C* di due corpi, non s'avrà che a prendere il prodotto di uno di questi due pesi moltiplicato per la distanza *AB* de' *centri* particolari di gravità *AB*, ed a dividerlo per la somma dei pesi *A*, e *B*. Supponiamo, per esempio, $A = 12$, $B = 4$, $AB = 24$; si averà dunque $BC = \frac{24 \times 12}{16} = 18$, e se il peso *A* è dato, come anche la distanza *AB* dei centri particolari di gravità, ed il *centro* comune di gravità *C*, si avrà il peso di $B = \frac{A \times AC}{BC}$, vale a dire che esso si troverà, dividendo il momento del peso dato, per la distanza del peso, che si ricerca, dal *centro* comune di gravità. Supponiamo $A = 12$, $BC = 18$, $AC = 6$, e si averà $B = \frac{6 \times 12}{18} = \frac{12}{3} = 4$.

2°. Per determinare il *centro comune di gravità di più corpi dati a, b, c, d,* (*Ved. la stessa Fig.*) trovisi nella linea *AB* il *centro* comune di gravità dei due primi corpi *a*, e *b*, che io supporrò in *F*; concepiscasi ancora un peso $a+b$ applicato in *F*, e trovisi nella linea *FE* il *centro* comune di gravità dei due pesi $a+b$ e *c* che io supporrò in *G*; finalmente suppongasi un peso $a+b+c$ applicato in *G*, uguale ai due pesi $a+b$, e *c*, e si trovi il *centro* comune di gravità di questo peso $a+b+c$ e di *d*, il quale io supporrò in *H*, e questo punto *H* sarà il *centro* comune di gravità di tutti li corpi sudetti $a+b+c+d$; operando ugualmente si può trovare il *centro* di gravità d'un qualsivoglia numero maggiore di corpi.

3°. *Se due pesi D ed E* (*Fig.* 27), *siano sospesi da una linea CO che non passa per il loro centro comune di gravità, trovare qual di loro deggia preponderare.*

A tal oggetto converrà moltiplicar cadauno peso per la sua distanza dal *centro* di sospensione, e quello dalla cui parte si troverà il prodotto maggiore, sarà il preponderante, e la differenza fra loro due sarà la quantità di cui esso supererà l'altro.

Li momenti dei pesi *D*, ed *E*, sospesi da una linea, che non passa per il *centro* di gravità, essendo in ragion composta dei pesi *D*, ed *E*, e delle distanae dal punto di sospensione, ne viene ancora di conseguenza, che il momento di un peso attaccato precisamente al punto *C*, non avrà alcun effetto per rapporto agli altri pesi *D*, ed *E*.

4°. *Siano più corpi, a, b, c, d,* (*Fig.* 28) *sospesi in C per una linea retta CO, che non passa pel loro centro di gravità. Si propone di determinare da qual parte accaderà la preponderanza, e qual ne sarà la quantità.*

Si moltiplicheranno a questo fine li pesi *c*, e *d* per la loro distanza *CE*, e *CB* dal punto di sospensione, e la somma sarà il momento del loro peso, o il loro momento verso la destra. Si moltiplicheranno in seguito li pesi *a* e *b* per le loro distanze *AC*, e *CD*; e la somma sarà il momento verso la manca; si sottrerrà l'uno di questi momeori dall'altro, ed il quoziente dinoterà la preponderanza cercata.

5°. *Un numero qualunque di pesi a, b, c, d, essendo sospeso in C mercè una linea CO che non passa per il loro centro comune di gravità, ed essendo la preponderanza verso la destra: determinare un punto F, in cui la somma di tutti li pesi essendo sospesa, la preponderanza continuerà ad essere la stessa che nella prima situazione.*

Si trovi il momento dei pesi *c* e *d*, vale a dire, $c \times CE$ e $d \times CB$, e poichè il momento dei pesi sospesi in *F* deve essere precisamente lo stesso, il momento trovato dei pesi *c* e *d* sarà dunque il prodotto di *CF* per la somma dei pesi. Essendo dunque questo momento diviso per la somma dei pesi, il quoziente darà la distanza *CF*, dalla quale la somma dei pesi esser dee sospesa, affinchè la preponderanza, del pari che prima, continui ad esser la stessa.

6°. *Trovare il centro di gravità di un parallelogrammo, e di un parallelepipedo.*

Si tiri la diagonale *AD*, ed *EG* (*Fig.* 29) ugualmente che *CB* ed *HF*. E poichè cadauna delle diagonali *AD* e *CB* divide il parallelogrammo *ACDB* in due parti uguali e simili, cadauna d'esse dunque passa per il *centro* di gravità. Dunque il punto d'interlezione *I* è il *centro* di gravità del parallelogrammo.

Del pari, poichè li piani *CBFH*, ed *ADGE* dividono il parallelepipedo in due parti uguali e simili, essi passano ambedue per il suo *centro* di gravità: dunque la loro interlezione *IK* è il

diametro di gravità, ed il mezzo ne è il *centro*.

Parimenti si può trovare il *centro* di gravità nelli prismi, e nelli cilindri, prendendo la metà della retta che congiunge le loro basi opposte.

Nelli poligoni regolari, il *centro* di gravità è lo stesso che quello del cerchio circonscritto od inscritto ad essi.

7°. *Trovare il centro di gravità di un cono, e di una piramide.*

Il *centro* di gravità di un cono è nel suo asse AC (*Fig.* 30). Se dunque si faccia $AC = a$, $CD = r$, p la circonferenza di cui il raggio è r, $AP = x$, $Pp = dx$, il peso dell'elemento del cono sarà $\frac{p r x^2 dx}{2 a^2}$, ed il suo momento sarà $\frac{p r x^3 dx}{2 a^2}$; e per conseguenza l'integrale dei momenti sarà $\frac{p r x^4}{8 a^2}$, la quale divisa per l'integrale dei pesi $\frac{p r x^3}{6 a^2}$, dà la distanza del *centro* di gravità della porzione AMN dalla sommità $A = \frac{6 a^2 p r x^4}{8 a^2 p r x^3} = \frac{3}{4} x = \frac{3}{4} AP$; dal che ne segue che il *centro* di gravità del cono intero è lontano dall'apice per $\frac{3}{4}$ di AC; parimenti si trova la distanza del *centro* di gravità della piramide dall'apice di questa piramide $= \frac{3}{4}$ di AC.

8°. *Determinare il centro di gravità di un triangolo* DAC (*Fig.* 31).

Si tiri la retta AD al punto D, che è in mezzo di BC; e poichè il triangolo DAB è uguale al triangolo DAC, si potrà dividere cadauno di questi triangoli in uno stesso numero di piccioli pesi, applicati nello stesso modo all'asse comune AD, di maniera che il *centro* di gravità del triangolo DAC farà collocato in AD. Ora per determinare precisamente questo punto, sia $AD = a$, $BC = b$, $AP = x$, $MN = y$, e si avrà $AP : MN :: AD : BC$, ciò che darà $x : y :: a : b$

$y = \frac{bx}{a}$; donde ne segue che il momento $yx\,dx = \frac{b x^2 dx}{a}$, ed $\int . y x\,dx = \frac{b x^3}{3 a}$, integrale che essendo divisa per l'area AMN del triangolo, cioè da $\frac{b x^2}{2 a}$ dà la distanza del *centro* di gravità dall'apice $= \frac{2 a b x^3}{3 a b x^2} = \frac{2}{3} x$; e così sostituendo a per x, la distanza del *centro* totale di gravità dall'apice farà $= \frac{2}{3} a$.

9°. *Trovare il centro di gravità della porzione di parabola* SAH (*Fig.* 32.).

Si trova la sua distanza dall'apice A essere $= \frac{3}{5} AE$ per li metodi precedenti.

10°. *Il centro di gravità di un arco di cerchio è lontano dal centro* di quest'arco, per la lunghezza di una retta, che è la quarta proporzionale all'arco mentovato, alla sua corda, ed al raggio. La distanza del *centro* di gravità di un settore di cerchio dal *centro* di questo cerchio, sta alla distanza del *centro* di gravità dell'arco dallo stesso *centro*, nella proporzione di 2 a 3.

Li centri di gravità dei segmenti delle conoidi, delle paraboloidi, delle sferoidi, dei coni troncati, ec. domandano dei calcoli alquanto più complicati, ma altronde si trovano della stessa maniera. *Ved. il Corso di Matematica* del Wolfio.

11°. *Determinare meccanicamente il centro di gravità dei corpi.*

Si collochi il corpo dato HI (*Fig.* 33) sopra una corda tesa, o sopra il lembo di un prisma triangolare FG, e si avanzi esso corpo più o meno, fino a tanto che le parti sue sieno in equilibrio. Il piano verticale che passa per KL, passerà per il *centro* di gravità: si muti situazione al corpo, e si avanzi esso più o meno sopra la corda, o sopra il lembo di un prisma, fino a tanto che egli resti in equilibrio sopra qualche linea MN; e l'intersezione delle due linee MN, e KL determinerà sopra la base del corpo il punto O corrispondente al *centro* di gravità.

Si può fare lo stesso collocando il corpo sopra una tavola orizzontale, e facendolo uscire da essa per quanto sarà possibile senza che egli cada: Ciò facendo in due differenti posizioni in lunghezza, ed in larghezza, ne verrà che la comune intersezione delle linee che nelle due situazioni corrispondono all'estremità della tavola, determinerà il *centro* di gravità. Puossi ancora ottenere lo stesso situando il corpo sopra la punta di un ago di maniera che egli resti in equilibrio. Si rinvenne nel corpo umano, che il *centro* di gravità è situato fra le natiche ed il pube, di maniera che la gravità del corpo è riunita affatto in quel luogo, in cui la natura ha collocate le parti genitali. Dal che Wolfio prende occasione di ammirare la saggezza del Creatore, che collocò il membro virile, in quella situazione, ch'è la più propria di tutte alla copula.

Riflessio-

Rifleſſione falſa, e indecente, poichè queſta legge non ha luogo nella maggior parte degli animali.

12.° Ogni figura ſuperficiale, o ſolida, prodotta dal movimento di una linea o di una ſuperficie, è uguale al prodotto della quantità che la genera, per la linea che deſcrive il ſuo *centro* di quantità. *Ved.* l' articolo CENTROBARICO.

Queſto teorema ſi conſidera come una delle più belle ſcoperte che s'abbia fatto negli ultimi tempi, e queſto è il fondamento del *metodo centrobarico*. Pappo ha il merito di averne data la prima idea, ma il P. Guldin Geſuita portò queſto metodo alla maggior perfezione. Leibnizio ha provato che queſta propoſizione ha ancora luogo, ſe l'aſſe od il *centro* cóntinuamente cangiaſſero durante il movimento: potrebbeſi inferire un'infinità di corollarj, ſe quivi foſſe poſſibile rapportare tutto in particolare. *Ved. nelle Memor. dell' Accad. anno 1714. uno ſcritto* del Sig. Varignon *ſopra queſto ſoggetto.* (*Chambers.*)

* (*Movimento del centro di gravità*). Lorchè più corpi ſi muovono inſieme in linea retta, ſia che ſi muovano in uno ſteſſo piano, ſia in piani differenti, il loro *centro* comune di gravità ſi muove nella ſteſſa direzione, nella quale giace in quiete.

Ecco una dimoſtrazione generica; nella quale non ſi ſcompongono, come ſi fa ordinariamente, li movimenti, in altri che ſiano paralleli, alle rette date di poſizione. Cominciamo con alcune definizioni.

I. Si dice che due corpi M, ed N (*Fig.* 34) deſcrivono ſimilmente le rette MQ, NS, quando queſte linee e le loro parti corriſpondenti ſono percorſe in tempi proporzionali, cioè a dire, ſe ſi ha $MQ:NS::MP:NR::PQ:RS$, e che li tempi impiegati a percorrere le linee intiere MQ, NS, ſiano fra di loro come li tempi impiegati a percorrere le parti corriſpondenti MP, ed NR, o PQ, ed RS delle due ſteſſe linee.

Donde ne ſegue che ſe li tempi impiegati a percorrere le linee intiere MQ, ed NS ſono uguali, eſſer dovranno ancora uguali li tempi impiegati a percorrere le loro parti corriſpondenti MP ed NR, PQ ed RS.

E' chiaro dunque che tutti li movimenti uniformi ſono ſimili. Poichè marcando il tempo impiegato a percorrere una linea, colla lettera iniziale T poſta avanti di queſta linea, ſi ha in queſti movimenti, $MQ:MP::T.MQ:T.MP$; ed $NS:NR::T.NS:T.NR$. Dunque ſe ſi ha $MQ:MP::NS:NR$, ſi avrà $T.MQ:T.MP::T.NS:T.NR$. Donde ne ſegue che le rette intiere MQ, NS, e le loro parti omologhe MP, NR, ſaranno percorſe nella ſteſſa maniera. Ma in ſeguito, noi riſguardiamo il movimenti ſimili ſotto un punto di viſta più generale. Queſti movimenti eſſer poſſono uniformi, o variati ſecondo una legge qualunque, poſto che eſſi ſiano aſtretti alla condizione di ſopra mentovata, la quale è il carattere della di loro ſomiglianza. In ſeguito ſi fiſſerà in cadaun caſo particolare il ſignificato delle parole, *ſimilmente*, o *movimenti ſimili*, per rapporto alla ſpecie particolare del moto che s'avrà in viſta.

Avvertaſi che parlando di ſpazj percorſi da corpi, io ſupporrò, ad oggetto di brevità, o che cadaun corpo è aſſai picciolo onde ſtimarſi concentrato in un ſolo e medeſimo punto, che per conſeguenza ſi può prendere per il ſuo centro di gravità; o che queſti ſpazj ſono realmente quelli che percorrono li centri di gravità dei corpi, qualunque ſiaſi la grandezza di eſſi corpi.

II. LEMMA. *Se in un quadrilatero qualunque: $ABCD$ (Fig. 35 e 36), di cui i quattro lati poſſano eſſere ſituati, o no in uno ſteſſo piano, ſi dividano li lati oppoſti, o le due diagonali, e li due lati oppoſti di maniera che ſi abbiano le due proporzioni qualunque eſſe ſi ſiano,*

$$AF:FB::DH:HC,$$
$$AE:ED::BG:GC;$$

che poſcia ſi tirino le rette FH, EG; queſte linee ſi taglieranno in un punto O, e ſi avranno queſte due ſerie di proporzionali:

$$EO:OG::AF:FB::DH:HC,$$
$$FO:OH::AE:ED::BG:GC.$$

1.° Si conducano, e ſi prolunghino indefinitamente le rette BD, FE, GH. Le due rette BD, FE, ſono ſituate nello ſteſſo piano ABD, e per conſeguenza eſſe s'incontreranno in un punto; del pari le due rette BD, GH, s'incontreranno, eſſendo eſſe poſte nello ſteſſo piano CBD.

Per il punto D conducaſi parallelamente ad AB, la retta DI, che incontra FE nel punto I; e parallelamente a BC, ſi conduca la retta DL, che incontra GH nel punto L. Li triangoli ſimili AEF, DEI ci danno $AE:ED::AF:DI=\frac{AF\times ED}{AE}$. Parimenti eſſendo ſimili i triangoli CHG, DHL, ſi ha $DL=\frac{CG\times DH}{CH}$. Dunque $DI:DL::\frac{AF\times ED}{AE}:\frac{CG\times DH}{CH}::\frac{AF\times CH}{DH}:\frac{CG\times AE}{ED}::FB:BG$; perchè per ipoteſi, $FB=\frac{AF\times CH}{DH}$, e $BG=\frac{CG\times AE}{ED}$. Donde ne ſegue, per li principj della Geometria, che le tre linee BD, FI, GL concorreranno in uno ſteſſo punto K; e ciò quando pure le rette AD, BC, non ſaranno in uno ſteſſo piano. Dunque le quattro li-

nee

nee *F K*, *G K*, *B G*, *F H* sono in uno stesso piano; e per conseguenza le due linee *E G*, *F H* si tagliano in un punto *O* qualunque.

2°. Avendo tirata la retta indefinita *F G M*, si conduca *C M* parallela ad *A B*; e dal punto *H*, si tiri alli punti *I*, *M*, le rette *H I*, *H M* che sono in uno stesso piano, il quale contiene la retta *C D*, e le parallele *C M*, *D I*. Li triangoli simili *C G M*, *B G F* per ipotesi, e li triangoli simili *D E I*, *A E F*, danno questa serie di rapporti uguali, *C M* : *B F* :: *C G* : *G B* :: *D E* : *A E* :: *D I* : *A F*. Del pari, *C M* : *B F* :: *D I* : *A F*, o *alternando C M* : *D I* :: *B F* : *A F* :: *C H* : *H D*. Dunque li due triangoli *C H M*, *D H I* sono simili perchè gli angoli *C*, e *D* sono uguali, essendo formati da lati paralleli scambievolmente, e perchè tali angoli hanno proporzionali i lati, dai quali sono chiusi. Dunque li tre punti *M*, *H*, *I* sono collocati sopra una sola, e stessa linea retta.

Li triangoli simili *C G M*, *B G F*, per ipotesi, e li triangoli simili *D E I*, *A E F* danno questa serie di rapporti uguali, *G M* : *G F* :: *C G* : *G B* :: *D E* : *A E* :: *E I* : *E F*. Donde risulta, per la geometria, che le rette *I M*, *E F* sono parallele.

Per tanto, le parallele *E G*, *I M*, e li triangoli simili *D H I*, *C H M*, per ipotesi, danno *E O* : *O G* :: *I H* : *H M* :: *D H* : *H G* :: *A F* : *F B*. Dunque si avrà *E O* : *O G* :: *A F* : *F B* :: *D H* : *H C*.

3°. Si avrà facendo delle simili considerazioni *F O* : *O H* :: *F E* :: *E I* :: *H E* : *E D* :: *B G* : *G C*.

III. Teorema. *Se due corpi A, e B, (Fig. 37 e 38) descrivono similmente, e nello stesso tempo le rette A D, B C, situate, o no nello stesso piano; e se il centro di gravità del loro sistema si muova, questo centro avrà un moto simile a quello dei due corpi A, e B.*

Avendo condotte le rette *A B*, *C D*, si dividano queste linee alli punti *F*, *H*, di maniera che si abbia *B* : *A* :: *A F* : *F B* :: *D H* : *H C*. Il punto *F* sarà il *centro* di gravità del sistema dei due corpi, al momento che essi cominciano a percorrere le due rette *A D*, *B C*; ed il punto *H* sarà il *centro* di gravità del sistema, nel momento in cui esse finiranno di percorrere le stesse linee. Bisogna dunque dimostrare, che se si tira la retta *F H*, il *centro* di gravità del sistema sarà continuamente su di questa linea, e che egli la descriverà con un moto simile a quelli de' corpi *A*, e *B*.

Dividansi le rette *A D*, *B C* nelli punti indeterminati *E*, e *G*, di maniera che si abbia *A E* : *E D* :: *B G* : *G C*; conducasi la retta *E G*. Avendo li due corpi dei movimenti simili, arriverano nello stesso tempo alli due punti *E*, *G*. Ora, a cagione delle due proporzioni *A F* : *F B* :: *D H* : *H C*, ed *A E* : *E D* :: *B G* : *G C*, le rette *F H*, *E G* si tagliano nel punto *O*, e si hanno le due serie di proporzionali *E O* : *O G* :: *H F* : *F B* :: *D H* : *H C* :: *B* : *A*; *F O* : *O H* :: *A E* : *E D* :: *B G* : *G C*. Donde ne segue che il *centro* di gravità del sistema arriva in *O*, lorchè i corpi arrivano in *E* e *G*; e che questo *centro* si muove con un movimento simile a quelli degli stessi corpi.

IV. Corollario I. Riguardando li due corpi *A* e *B* come riuniti al *centro* di gravità del loro sistema, e non formando che un solo e stesso corpo che descrive la retta *F H*; se si combini questo corpo con un altro che si muova della stessa maniera, si avrà, per la dimostrazione precedente, che il *centro* di gravità del nuovo sistema muoverassi con un movimento simile a quelli delli corpi, dei quali è composto il sistema. Lo stesso si dimostrerà andando da luogo in luogo, per un sistema composto di quattro, di cinque corpi, ed in generale di un numero qual si voglia.

Così si può dire in genere, che se in un sistema composto da un numero qualunque di corpi tutti li corpi si muovono similmente, ed in uno stesso tempo, il *centro* di gravità di tutto il sistema si muoverà della stessa maniera.

V. Coroll. II. Se le rette *A D*, *B C*, descritte da due corpi *A* e *B*, sono in uno stesso piano, la retta *F H* descritta dal *centro* di gravità del lor sistema, sarà ancora in questo stesso piano; e se vi sia un terzo corpo, che si muova come li due primi, e nello istesso piano che essi, il *centro* di gravità del sistema delli tre corpi si muoverà ancora similmente nello stesso tempo, e nel medesimo piano.

VI. Coroll. III. Supponghiamo che le rette *A D*, *B C* (*Fig. 39 e 40*), descritte dalli due corpi proposti *A* e *B*, siano parallele, e per conseguenza nello stesso piano. Le rette *B A*, *C D*, che sono situate in questo piano, essendo prolungate, se occorre, si riuniranno in un punto *S*; e poichè si ha *B* : *A* :: *A F* : *F B* :: *D H* : *H C*, si avrà *componendo A F* : *A F* + *F B*, od *A B* :: *D H* : *D H* + *H C*, o *D C*; e *alternando*, *A F* : *D H* :: *A B* : *D C*. Ora, a cagione delle parallele *A D*, *B C*, si ha *A B* : *D C* :: *S A* : *S D* :: *S B* : *S C*. Dunque *A F* : *D H* :: *S A* : *S D* :: *S B* : *S C*; e per conseguenza le rette *A D*, *B C*, *F H* sono parallele.

Lo stesso sarà in generale per un numero qualunque di corpi. Se tutti questi corpi descrivono similmente, e nello stesso tempo delle rette parallele, che possano essere o non essere tutte nello stesso piano, il *centro* di gravità del loro sistema descriverà similmente, e nello stesso tempo una retta parallela alli sentieri percorsi da tutti li corpi.

VII. Coroll. IV. Siano due corpi *A*, e *B* (*Fig. 41 e 42*) che descrivano similmente nello stesso tempo li lati omologhi, e paralleli l'uno all'altro, dei due poligoni simili *A D E*, *B C G M*; egli è chiaro (per le dimostrazioni precedenti) che il *centro* di gravità *F* del loro si-

ſiſtema deſcriverà ſimilmente, e nello ſteſſo tempo li lati *FH*, *HN*, *NO* d'un poligono, li quali ſaranno paralleli riſpettivamente alle rette *AD* e *BC*, *DE* e *CG*, *EP* e *GM*. Or poichè li due poligoni *ADEP*, *BCGM* ſono ſimili, e per conſeguenza ſi ha *AD* : *BC* :: *DE* : *CG* :: *EP* : *GM*; ne ſegue perciò che tutte le linee *AB*, *DC*, *EG*, *PM*, andranno a concorrere in uno ſteſſo punto *S*. Dunque li tre poligoni *ADEP*, *BCGM*, *FHNO* ſono compoſti di uno ſteſſo numero di triangoli ſimili *SAD*, *SBC*, *SFG*, ec. Dunque queſti tre poligoni ſono ſimili. Dunque il *centro* di gravità del ſiſtema deſcrive il contorno di un poligono ſimile a quelli che deſcrivono li corpi *A*, e *B*.

Se un terzo corpo *I* deſcriva il contorno di un poligono *IRVT* ſimile a quelli de' quali ſi tratta, egli è evidente, ſempre per li principj ſtabiliti, che il *centro* di gravità del ſiſtema delli tre corpi *A*, *B*, *I*, deſcriverà il contorno di un poligono ſimile alli precedenti. Lo ſteſſo ſi dica di un numero qual ſi ſia di corpi.

VIII. Corollario V. Immaginiamoci che li lati dei poligoni dell'articolo precedente divengano infinitamente piccioli, ma che il loro numero ſi aumenti all'infinito; allora tutti queſti poligoni diverranno delle curve ſimili, delle quali le parti infinitamente picciole, e corriſpondenti ſaranno parallele l'una all'altra. Parimenti lorchè più corpi percorrono ſimilmente e nello ſteſſo tempo li contorni delle curve ſimili, e compoſte di elementi corriſpondenti, paralleli tra di loro, il *centro* di gravità del ſiſtema deſcrive nella ſteſſa maniera una curva ſimile alle precedenti, ed alle medeſime parallele elemento ad elemento.

IX. *Oſſervazione*. Si ha fatto attenzione ſenza dubbio nell'eſpoſizione del teorema dell'articolo III a queſte parole: *ſe il centro di gravità del loro ſiſtema ſi muova*. Queſta reſtrizione fu annotata, purchè può darſi che il *centro* di gravità ſia immobile.

In effetto ſupponiamo due corpi *A*, e *B* (*Fig.* 43.), che deſcrivano ſimilmente, e nello ſteſſo tempo, ed in ſenſo contrario le rette *AD*, *BC*, che ſiano tra loro reciprocamente proporzionali, di maniera che ſi abbia *A* : *B* :: *BC* : *AD*; il *centro* di gravità reſterà in quiete. Poichè ſe ſi tirino le rette *AB*, *CD*, che ſi tagliano in *F*, e che per il punto *F* ſi conduca la retta *EFK*, che incontra *AD*, e *BC* alli punti *E* e *K*, ſi avrà queſta ſerie di proporzionali, *A* : *B* :: *BC* : *AD* :: *BF* : *AF* :: *CF* : *DF* :: *BK* : *AE* :: *KC* : *ED*. Donde ne ſegue che il punto *F* è il *centro* di gravità del ſiſtema al principio, ed al fine del movimento, e lorchè li due corpi ſono arrivati alli punti corriſpondenti *E*, e *K* dei loro ſentieri. Dunque il *centro* di gravità non cangia ſituazione.

Conſiderando pertanto il corpo *A* come il ſiſtema di più corpi che vanno per una parte, ed il corpo *B*, come il ſiſtema di più corpi che vanno per una parte oppoſta; puoſſi conchiudere generalmente, che ſe un ſiſtema è compoſto da un numero qualunque di corpi che vanno partitamente gli uni in un ſenſo, e gli altri in un altro oppoſto, e che li *centri* di gravità delle due parti del ſiſtema deſcrivano ſimilmente, e nello ſteſſo tempo, delle rette parallele, reciprocamente proporzionali alle ſomme dei corpi che compongono queſte due parti; il *centro* di gravità del ſiſtema generale ſi rimarrà in quiete.

Riſulta dunque da tutto ciò che precede, che quando più corpi ſi muovono ſimigliantemente, e nello ſteſſo tempo; od il *centro* di gravità del loro ſiſtema ſi muove, ed allora egli ſi muove della ſteſſa maniera che tutti li corpi; oppure egli reſta in quiete.

X. Il Sig. d'Alembert dimoſtrò, nel ſuo *trattato di Dinamica*, che la ſteſſa propoſizione ha luogo eziandio nelli caſi, ne' quali li corpi di un ſiſtema agiſcono gli uni ſopra gli altri d'una maniera qualunque. *Ved. queſto Trattato.* (*L. B.*)

* Centro *di movimento*. Punto intorno di cui girano, o poſſono eſſere riſguardati come giranti ſi più corpi che coſtituiſcono uno ſteſſo ſiſtema.

* Centro *d'oſcillazione*. Si chiama *pendulo* compoſto l'unione di più corpi legati ſolidamente fra eſſi, e che oſcillano intorno d'uno ſteſſo aſſe fiſſo; e *centro d'oſcillazione* il punto di queſto pendulo, nel quale converrebbe collocare un picciolo corpo di maſſa inſenſibile (che ſi chiama *pendulo ſemplice*), affinchè queſto ſecondo pendulo, oſcillando ſolo, e liberamente, faccia le ſue oſcillazioni nello ſteſſo tempo che il pendulo compoſto. *Ved. le leggi d'oſcillazione dei pendoli ſemplici* alla parola Pendulo.

Problema. *Determinare la lunghezza EQ*, (*Fig.* 44) *in un pendulo ſemplice che faccia le ſue oſcillazioni nello ſteſſo tempo che un pendulo compoſto; cioè un ſiſtema di corpi A*, *B*, *C*, (*Fig.* 45) *legati fra eſſi con verghe inflеſſibili ſenza gravità, o attaccati ſolidamente ad un piano materiale ſenza peſo, e ſenza inerzia che oſcilla attorno il punto fiſſo O*.

Conſideriamo primieramente cadauno dei corpi *A*, *B*, *C*, come ſe foſſe ſolo; e decomponiamo il ſuo peſo in due forze, l'una diretta ſecondo la verga alla quale egli è applicato, l'altra perpendicolare alla ſteſſa verga. Egli è chiaro che le forze della prima ſpecie ſono diſtrutte dalla reſiſtenza del punto *O*; e che quelle della ſeconda, che io rappreſento per *Aa*, *Bb*, *Cc*, ſono le ſole che farebbero oſcillare li corpi. Conducaſi la verticale *OK*, ſi chiami *g* la gravità, cioè a dire lo ſpazio che il peſo farebbe percorrere in un iſtante a un corpo cadendo liberamente; *r* il ſeno totale; *m* il ſeno dell'angolo *AOK*; *n* il ſeno dell'angolo *BOC*; *q* il ſeno dell'angolo *COK*. Le forze *Aa*, *Bb*, *Cc*,

Cc, essendo supposte della stessa natura che la gravità g, si avrà $Aa = g \times \frac{m}{s} = gm$; $Bb = gn$; $Cc = gq$.

Pertanto siccome li corpi A, B, C, formano uno stesso sistema, e che cadauno di essi non può muoversi senza agire sopra gli altri, sia per accelerare, sia per ritardare li loro movimenti, si ha necessariamente equilibrio fra li movimenti perduti da una parte, e li movimenti acquistati dall'altra. Io suppongo che il corpo A, che avrebbe percorso Aa, se fosse stato solo, percorra semplicemente Ag, a causa della reazione degli altri corpi; che il corpo B, in vece di percorrere Bb, percorra Bb; che il corpo C in vece di percorrere Cc, percorra Ci. Si vede che $A \times ga$ è la quantità del movimento perduto dal corpo A; che $B \times bb$ è la quantità del movimento guadagnato da B; che $C \times ci$ è la quantità del movimento guadagnato da Ci ora queste quantità di movimento devono essere risguardate come forze che si equilibrano, agindo nelle estremità delle braccia della leva OA, OB, OC. Dunque si ha l'equazione (M), $A \times ga \times OA = B \times bb \times OB + C \times ci \times OC$.

Li corpi A, B, C, conservando sempre fra di essi la stessa posizione, gli archi Ag, Bb, Ci, sono evidentemente simili; dunque se si supponga $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$, $Ag = f$, si avrà $Bb = \frac{fb}{a}$; $Ci = \frac{fc}{a}$; $ga = gm - f$; $bb = \frac{fb}{a} - gn$; $ci = \frac{fc}{a} - gq$. Sostituendo per ga, bb, ci, OA, OB, OC, li loro valori nell'equazione (M), ella diverrà $A(gm - f)a = B\left(\frac{fb}{a} - gn\right)b + C\left(\frac{fc}{a} - gq\right)c$; donde si deduce $f = \frac{g(mAa^2 + nBab + qCac)}{Aa^2 + Bb^2 + Cc^2}$.

Sia H il centro di gravità del sistema, e siano condotte dalli punti A, B, C, H, perpendicolarmente ad OK le rette AV, BE, CK, HD: si avrà per la proprietà del centro di gravità, $A \times AV + B \times BE + C \times CK = (A + B + C) \times HD$. Ma $AV = ma$, $BE = nb$, $CK = qc$, $HD = rb$, chiamando b la retta OH, r il seno dell'angolo HOK; dunque $Amma + Bnb + Cqc = (A + B + C)rb$, e per conseguenza $f = gr \times \frac{ab(A + BC)}{Aa^2 + Bb^2 + Cc^2}$.

Vediamo dunque mercè questa espressione della forza acceleratrice semplice f del corpo A, che se si fa l'angolo QEM del pendulo semplice (*Fig.* 44) uguale all'angolo HOC del pendulo composto (*Fig.* 45); vediamo, io dico, che scomponendo gli archi simili descritti dalli punti Q ed A, in un stesso numero d'elementi corrispondenti l'uno all'altro, due elementi corrispondenti saranno percorsi in tempi uguali, e per conseguenza gli archi intieri saranno ancora percorsi in tempi uguali, se la forza acceleratrice semplice del punto Q, che è gr, e quella del punto A, che è f, sono fra esse come gli archi, o come li raggi EQ, OA. La durata uguale de' movimenti, od in *sincronismo* del pendulo semplice, e del pendulo composto, è dunque fondata sopra questa proporzione, $gr : \frac{grab(A + B + C)}{Aa^2 + Bb^2 + Cc^2} :: EQ : a$; ciò che dà $EQ = \frac{Aa^2 + Bb^2 + Cc^2}{(A + B + C)b}$.

Parimenti, *per avere l'espressione della lunghezza del pendulo semplice che fa le sue oscillazioni nello stesso tempo che il pendulo composto conviene moltiplicare cadaun corpo del pendulo composto per il quadrato della sua distanza dall'asse di rotazione; unire insieme tutti questi prodotti, e dividere la somma per il prodotto della somma di tutti li corpi, moltiplicata per la distanza del centro di gravità del sistema dall'asse di rotazione.*

Si osserverà che li due angoli QEM, HOK, deggiono essere assai piccioli, se si vuole che non solamente le oscillazioni corrispondenti, o della stessa ampiezza dei due pendoli siano della stessa durata, ma eziandio che le oscillazioni siano almeno sensibilmente della stessa durata, quantunque le ampiezze siano differenti.

Osserviamo ancora, che se le verghe od i legami che uniscono li corpi del sistema avessero peso, od inerzia, si potrebbe scomporli in un' infinità di piccioli corpi, che si riguarderebbero come efficienti uno stesso sistema, cui si applicarebbe la regola precedente, che è assolutamente generale, qualunque siasi il numero dei corpi elementari del pendulo composto.

Corell. Se si prolunghi la lunghezza EQ, (*Fig.* 44), da O in t, (*Fig.* 45), il punto t sarà ciò che si chiama *centro d'oscillazione* del pendulo composto. Questo punto può essere risguardato come caricato di tutti li corpi componenti il sistema, ed egli fa le sue oscillazioni della stessa maniera, e nello stesso tempo che il pendulo semplice, di cui EQ, od Ot ne è la lunghezza.

Si dee rimarcare che il punto t è differente dal centro di gravità H, e che $Ot > OH$, ciò che si dimostrerà comparando l'espressione di Ot con quella di OH.

Applichiamo questa teoria ad alcuni esempj.

Tro-

Trovare il centro d' oscillazione di una linea retta AB (Fig. 46), che oscilla intorno la sua estremità A.

Sia $AB = a$; $AP = x$, $Pp = dx$; si nomini S la somma dei prodotti degli elementi Pp, per li quadrati delle loro distanze dal punto A. Si avrà $S = \int x^2\, dx$, integrazione nella quale (dopo di averla effettuata); converrà fare $x = a$; ciò che dà $S = \frac{a^3}{3}$. Dividendo questa quantità per il prodotto della linea AB moltiplicata per la distanza del suo centro di gravità dal punto A, cioè, per $a \times \frac{a}{2}$, si avrà $\frac{2}{3}\, a$ per la distanza del *centro d' oscillazione* dal punto A.

Trovare il centro di oscillazione del triangolo isoscele ABC (Fig. 47), che oscilla intorno d' un asse MX passando per la sommità A, perpendicolare all' altezza AH, e situato nel piano del triangolo.

Siano $AH = a$, $BC = c$, $AP = x$, $Pp = dx$; e chiamisi S la somma dei prodotti degli elementi $NN'\, nn'$ per li quadrati delle loro distanze dall' asse MX: Si avrà $NN' = \frac{bx}{a}$; $NN'\, nn' = \frac{bx\, dx}{a}$; $S = \int \frac{bx^2\, dx}{a}$, integrazione in cui (dopo di averla effettuata) conviene fare $x = a$. Così $S = \frac{ba^3}{4}$. Dividendo questa quantità per il prodotto dell' area del triangolo, moltiplicato per la distanaa del suo centro di gravità dall' npice A, cioè per $\frac{ab}{2} \times \frac{2}{3}\, a$, si avrà $\frac{3}{4}\, a$ per la distanza del *centro di oscillazione* del triangolo dall' asse MX.

Trovare il centro di oscillazione di un triangolo isoscele ABC, (Fig. 48) che oscilla intorno di un asse MX, che passa per la sommità A, ed in uno stesso tempo è perpendicolare all' altezza AH, ed al piano del triangolo.

Questo caso è differente affatto dal precedente, ed alcuni autori si sono ingannati.

Siano $AH = a$; $BC = b$: $AP = x$; $Pp = dx$. Prendiamo sopra PN la parte indeterminata $PQ = z$, e $Qq = dz$. Conviene primieramente cercare la somma de' prodotti degli elementi Qq per li quadrati delle loro distanze dall'asse MX. Ora chiamando questa somma Z, si ha $Z = \int dz\, (xx + zz)$, integrazione in cui non vi ha che z di variabile, e nella quale (dopo averla effettuata) convien fare $z = \frac{bx}{2a}$; di poi raddoppiare Z per avere la somma dei prodotti degli elementi della linea NN' per li quadrati delle loro distanze dall' asse MX; donde ne siegue che questa ultima somma è $\frac{bx^3}{4} + \frac{b^3x^3}{12a^2}$.

Ora chiamiamo S la somma dei prodotti degli elementi $NN'\, nn'$, per li quadrati delle loro distanze dall'asse MX, si avrà $S = \int dx \left(\frac{bx^2}{a} + \frac{b^3x^3}{12a^2}\right)$, in cui si dovrà fare $x = a$, dopo aver effettuata l' integrazione; ficchè $S = \frac{ba^3}{4} + \frac{b^3a}{48}$.

Dividendo questa quantità per il prodotto dell' area del triangolo moltiplicata per la distanza del suo centro di gravità dall' asse MX, cioè per $\frac{ab}{2} \times \frac{2}{3}\, a$, si avrà $\frac{3}{4}\, a + \frac{b^2}{16a}$ per la distanza del *centro di oscillazione* del triangolo dall' asse MX.

La maniera è la stessa per le altre figure piane, parimenti che per le solide. (*L. B.*)

* Centro *di percussione*. Si chiama *centro di percussione* un punto, in cui la massa di un sistema di corpi A, B, C, (*Fig.* 49) (che bisogna considerare, come attaccati solidamente, a distanze invariabili le une dalle altre, sopra un piano materiale, senza peso, e senza inerzia, mobile intorno all' asse O), essendo supposta riunita, ed agindo perpendicolarmente sopra l' estremità di una leva uguale alla distanza di questo punto dall' asse O, darebbe il più forte colpo possibile ad un ostacolo che gli venisse opposto.

Problema. *Determinare il centro di percussione di un sistema di corpi legati fra essi col mezzo di verghe inflessibili, prive di peso, che oscilla intorno un asse fisso.*

Consta primieramente con evidenza che il *centro di percussione* è collocato nella direzione del risultato dei movimenti di rotazione di tutti li corpi A, B, C; di maniera che si tratta soltanto di trovare la posizione, e la quantità di codetto risultato.

Li corpi A, B, C, essendo sforzati di muoversi contemporaneamente da una causa qualunque, prendono delle velocità proporzionali alle loro distanze AO, BO, CO, dall'asse di rotazione. Dunque le loro quantità di movimento, o le forze che le animano, possono essere espresse rispettivamente dalli prodotti $A \times AO$, $B \times BO$, $C \times CO$; e queste forze agiscono secondo le rette

te AN, BN, CN, perpendicolari alle distanze OA, OB, OC. Sia N il punto di concorso di AN, e di BN; io conduco la retta ON, sopra la quale, come diametro, io descrivo una semicirconferenza di cerchio che passerà per li punti A, e B, poichè gli angoli OAN, OBN sono retti. Il punto N essendo necessariamente uno di quelli per cui passa la direzione del risultato delle due forze $A\times AO$, $B\times BO$, io suppongo che ZN sia questa direzione. Dal punto Z ove ella taglia la semicirconferenza $OABN$, al punto O, conducasi la tetta ZO, che incontra in H la retta AB che unisce li due corpi A e B. Ciò posto, si sa per la meccanica, che le due forze $A\times AO$, $B\times BO$ sono fra di loro come li seni degli angoli BNZ, ANZ, o degli angoli BOZ, AOZ; si avrà dunque, $A\times AO : B\times BO :: \text{sen. } BOZ : \text{sen. } AOZ$. Ora se dalli punti A e B si calino sopra OZ le perpendicolari AR, BS, e che si chiami 1 il seno totale, si ha sen. $BOZ = \frac{BS}{BO}$, sen. $AOZ = \frac{AR}{OA}$; dunque si avrà $A\times AO : B\times BO :: \frac{BS}{BO} : \frac{AR}{AO}$, oppure (per cagione delli triangoli simili BHS, AHR) $A\times AO : B\times BO :: \frac{HB}{BO} : \frac{AH}{OA}$; ciò che dà $A\times AH = B\times BH$, e fa vedere che il punto H è il *centro* di gravità delli due corpi A, e B. Il risultato di queste due forze $H\times AO$, $B\times BO$, è dunque perpendicolare alla retta OHZ condotta dal punto O, e dal *centro* di gravità del sistema particolare delli due corpi A e B. Di più nominando Z questo risultato, si ha per la meccanica $Z : B\times BO :: \text{sen. } ANB : \text{sen. } ANZ :: \text{sen. } AOB : \text{sen. } AOZ$, oppure (abbassando dalli punti B, ed H le perpendicolari BX, HV sopra OA prolungata) $:: \frac{BX}{BO} : \frac{HV}{OH}$, oppure (essendo simili i triangoli BAX, HAV) $:: \frac{AB}{BO} : \frac{AH}{HO}$, oppure (essendo anche il punto H il *centro* di gravità delli due corpi A, e B) $:: \frac{A+B}{BO} : \frac{B}{OH}$; dal che si deduce, conchiudendo dal primo rapporto all'ultimo, $Z = (A+B)\times OH$. Conoscendo Z si troverà OZ, osservando che, se si considerano li momenti per rapporto al punto O, il momento del risultato Z deve essere uguale alla somma dei momenti delle sue due forze componenti $A\times AO$, $B\times BO$; ciò che dà $(A+B)\times OH\times OZ = (A\times AO)\times AO + (B\times BO)\times BO$; e per conseguenza $OZ = \frac{A\times(AO)^2 + B\times(BO)^2}{(A+B)\times HO}$. Ecco dunque primieramente la formula per determinare il centro Z di percussione del sistema delli due corpi A, e B.

Sia N' il punto di concorso della forza Z, e della forza $C\times CO$ del corpo C; questo punto è necessariamente collocato nella direzione del risultato di queste due forze, direzione che si supporrà essere ZN'. Si conduca la retta ON sopra cui come diametro, descrivasi una semicirconferenza di cerchio che passerà per li punti Z, e C, poichè gli angoli OZN, OCN sono retti. Avendo tirata la retta CH, dal punto Z dove ZN incontra la semicirconferenza $OZCN$, si conduca al punto O la retta ZO che incontra CH in H'. Ciò posto, si avrà $Z : C\times CO :: \text{sen. } CNZ : \text{sen. } ZNZ :: \text{sen. } COZ : \text{sen. } ZOZ$, oppure (abbassando dai punti C, e H le perpendicolari CS, HR sopra OZ) $:: \frac{CS}{CO} : \frac{HR}{OH} :: \frac{CH}{CO} : \frac{HH}{OH}$; ciò che dà, conchiudendo dal primo rapporto all'ultimo, $\frac{Z\times HH'}{OH} = C\times CH$, od $(A+B)\times HH' = C\times CH$; e ciò fa vedere che il punto H è il *centro* di gravità del sistema delli tre corpi A, B, C. Così il risultato delle due forze Z, e $C\times CO$, o delle tre forze $A\times AO$, $B\times BO$, $C\times CO$, è perpendicolare alla retta OZ condotta per il punto O, e per il *centro* di gravità H del sistema delli tre corpi A, B, C. Sia chiamato Z' questo stesso risultato, si avrà $Z' : C\times CO :: \text{sen. } ZNC : \text{sen. } ZNZ :: \text{sen. } ZOC : \text{sen. } ZOZ$ oppure (abbassando dalli punti C ed H le perpendicolari CX, HV, sopra OZ prolungata) $:: \frac{CX}{CO} : \frac{HV}{OH}$, oppure (essendo simili i triangoli HCX, HHV) $:: \frac{CH}{CO} : \frac{HH}{OH}$, oppure (essendo il punto H il *centro* di gravità del sistema dei tre corpi A, B, C) $:: \frac{A+B+C}{CO} : \frac{C}{OH}$; ficchè concludendo dal primo rapporto all'ultimo, $Z = OH\times(A+B+C)$. Conoscendo Z', si conoscerà OZ, mercè la considerazione che il momento del risultato Z' relativamente al punto O, deve essere uguale alla somma dei momenti delle tre forze componenti $A\times AO$, $B\times BO$, $C\times CO$, relativamente allo stesso punto; la qual considerazione dà $(A+B+C)\times OH\times ZO = (A\times AO)\times AO + (B\times BO)\times BO + (C\times CO)\times CO$, e per conseguenza

$$ZO = \frac{A\times(AO)^2 + B\times(BO)^2 + C\times(CO)^2}{(A+B+C)\times OH}.$$

Egli è chiaro, che lo stesso metodo è applicabile ad un sistema di quanti si vogliano corpi, e che

e che si troveranno sempre delli risultati analoghi ai precedenti, di modo che si può concludere in generale, 1.° *che il centro di percussione di un sistema qualunque di corpi è collocato sopra la retta condotta per il centro di rotazione, e per il centro di gravità del sistema.* 2.° *che la distanza del centro di percussione dal centro di rotazione è uguale al quoziente che risulta dividendo la somma dei prodotti dei corpi moltiplicati cadauno per il quadrato della sua distanza dall'asse di rotazione, per la somma di tutti li corpi moltiplicata per la distanza del centro di gravità del sistema dall'asse di rotazione.*

Si vede che il *centro di percussione*, ed il *centro di oscillazione* si confondono, poichè essi sono collocati alla stessa distanza dall'asse di rotazione. Si avrebbe potuto determinarli con lo stesso metodo; ma per variare gli usi dei principj della meccanica, io ho creduto doverli cercare rispettivamente con metodi particolari. (*L. B.*)

* Centro *di conversione*: egli è quello che alcuni autori chiamano il punto intorno cui un corpo d'altronde libero, gira o tende a girare, quando egli è spinto disugualmente nelli suoi differenti punti, o da una potenza di cui la direzione non passa per il suo *centro* di gravità.

Giovanni Bernoulli (*Ved. le sue opere Tomo IV. pag.* 265) chiama questo stesso punto *centro spontaneo di rotazione*, come se dicesse *centro volontario di rotazione*, per distinguerlo dal *centro* di rotazione sforzato. Il metodo di trovare il *centro* spontaneo di rotazione è semplicissimo, col mezzo del seguente teorema.

Lemma. *Allorchè un corpo è spinto seguendo una direzione, che non passa pel suo centro di gravità, 1.° questo centro è mosso della stessa maniera che se egli si trovasse sulla direzione della forza impressa. 2.° Il corpo gira, almeno al primo istante, come se il centro di gravità fosse fisso intorno un asse condotto da questo centro, perpendicolarmente al piano che passa per questo stesso punto, e per la direzione della forza.*

Sia un corpo di figura qualunque (*Fig.* 50) spinto da una forza *F*, di cui la direzione *FK* passa fuori del suo *centro* di gravità *G*. Per questo punto e per la retta *FK*, sia condotto il piano *MRD* che divide il corpo in due parti, e sia tirato l'asse *GV* perpendicolare a questo piano. Io prendo *FA* per rappresentare la forza *F*; ed avendo divisa questa linea *FA* in due parti uguali al punto *B* sopra *FB* come diagonale, io costruisco il parallelogrammo *FNBO*, di cui il lato *FN* passa per il *centro* di gravità *G*, e di cui il lato *FO* è perpendicolare ad *FB*. La metà *FB* della forza *FA* può decomporsi in due altre forze *FA*, *FO*. Sia prolungata *FG*, di maniera che sia $GT = FG$, e sia presa $TQ = FN$. Immaginiamoci *FN* che sia applicata al punto *T* della sua direzione, e che sia rappresentata da *TQ*; di poi sia decomposta questa forza in due altre *TP*, *TZ*, l'una perpendicolare, l'altra parallela a *KGS*.

Ciò posto è chiaro che il corpo è mosso della stessa maniera, che se invece di essere animato dalla forza primitiva *FA*, egli lo fosse dalle quattro forze *BA*, *FO*, *TP*, *TZ*. Ora 1.° le due forze *BA*, *TP*, essendo parallele ed uguali, e passando a uguali distanze dal *centro* di gravità, come apparisce con evidenza, esse hanno per risultato una forza *GE* che passa per il centro di gravità *G*, che loro è parallela, e che risulta uguale alle di loro somme, poichè elle agiscono nello stesso senso. Di più, poichè $BA + TH = FA$, si avrà ancora $GE = FA$; donde ne segue che il *centro* di gravità *G* è mosso esattamente della maniera stessa che s'egli si trovasse in direzione della forza proposta *FA*.

2.° Le due forze *FO*, *TZ* sono evidentemente uguali, parallele, e passano ad uguali distanze dal *centro* di gravità *G*, secondo le direzioni opposte; dunque esse non possono far avanzare questo *centro* nè secondo *GK*, nè secondo *GS*, nè secondo verun'altra direzione; dunque in virtù di queste due forze, il *centro* di gravità *G* dee stare immobile. Ma dall'altra parte, queste due stesse forze non si distruggono, poichè esse non sono direttamente opposte; dunque tutto l'effetto che esse possono produrre, è di far girare, almeno al primo istante, il corpo, nello stesso senso, intorno l'asse *GV*, agindo perpendicolarmente alle estremità delle braccia di leva *GH*, *GI*. Dunque se dal punto *G* come *centro*, con il raggio *GH*, o *GI*, si descrive un cerchio, si potrà immaginare, relativamente al movimento di rotazione, che la forza *TZ*, in vece di agire secondo *ITZ*, all'estremità del raggio *GI*, agisca secondo *HFO*, all'estremità del raggio *GH*. Allora il momento della forza che fa girare il corpo nel senso *HbIi* è $(FO + TZ) \times GH$, oppure a $FO \times FK$, ovvero a $BN \times FK$. Ora essendo simili i triangoli *FKG*, *FBN*, si ha $BN \times FK = FB \times GK$, e per conseguenza a $BN \times FK = a\ FB \times GK = FA \times GK$, ch' è l'espressione del momento della forza proposta *FA* rapporto all'asse *GV*. Dunque il corpo tenderà a girare intorno quest'asse, della stessa maniera che se il *centro* di gravità fosse fisso.

Osservazione. Se il piano *MRD* dividerà, o no, il corpo in due parti uguali, e simili, il movimento del *centro* di gravità è sempre lo stesso. Ma il movimento di rotazione instantanea intorno l'asse *GV* non si perpetua che nel primo caso; poichè quando le due parti del corpo non sono uguali, e simili, le forze centrifughe, in virtù delle quali le molecule del corpo tendono ad allontanarsi dall'asse *GV*, non si pongono in equilibrio. L'asse *GV* s'inclina da una parte, o dall'altra, ed il corpo gira intorno in differenti sensi sopra il suo *centro* di gravità. Tutti questi movimenti sono riducibili a calcolo, ser-

vendoſi dei principj precedenti; ma io ſuppongo qui che il piano perpendicolare all'aſſe di rotazione divida il corpo in due parti uguali, e ſimili, ed allora il movimento di rotazione reſta ſempre lo ſteſſo, come il movimento di traſlazione del *centro* di gravità; ſicchè ſe queſta condizione non ha luogo, io non conſidero il movimento di rotazione intorno l'aſſe propoſto, che per il primo iſtante.

Problema. *Determinare il centro ſpontaneo di rotazione di un corpo qualunque.*

Rappreſentiamo il corpo col mezzo della bachetta AB, (*Fig.* 51) che io ſuppongo ſpinta perpendicolarmente da una forza F, di cui la direzione FK, non paſſa per il ſuo mezzo o *centro* di gravità C. Si vede, per il lemma precedente, che il *centro* di gravità C ſi allontanerà da C in H perpendicolarmente ad AB, della ſteſſa maniera che ſe la forza F paſſaſſe per C, e che la bacchetta foſſe traſportata parallelamente a ſe ſteſſa da AB in ab. Nominando M la maſſa del corpo, V la velocità CH, ſi avrebbe

$$V = \frac{F}{M}.$$

2°. Immaginiamoci che il punto H ſia fiſſo, e che, mentre il punto C arriva da C in H, la bacchetta ab giri intorno il punto H, e prenda la poſizione Nn. Fatto centro il punto H, col raggio dato HR, ſia deſcritto l'arco Rr, e col raggio variabile HT, l'arco Tt. Nominando R il raggio dato HR, v la velocità angolare Rr del punto R, z il raggio variabile HT: la velocità angolare, Tt del punto T ſarà rappreſentata da $\frac{zv}{R}$. Moltiplichiamo queſta velocità per la molecula di materia collocata in T (molecula che chiameremo m); noi avremo $\frac{mzv}{R}$ per quantità del moto angolare di m, ed $\frac{mz^2v}{R}$ per il momento di queſta quantità di moto rapporto al *centro* H di rotazione. Dunque il momento della quantità del movimento angolare impreſſo a tutta la maſſa del corpo ſarà eſpreſſo da $\int \frac{mz^2v}{R}$, eſpreſſione in cui la frazione $\frac{v}{R}$ è una quantità coſtante per tutti li punti del corpo. Chiamiamo S la quantità $\int mz^2$, preſa in tutta l'eſtenſione del corpo; s la diſtanza CK della direzione della forza F dal *centro* di gravità C; e conſideriamo che la forza F agindo all'eſtremità del braccio della leva CK, produca il movimento angolare: noi avremo queſta ſeconda equazione, $Fc = \frac{Sv}{R}$, oppure $v = \frac{FcR}{S}$.

Supponiamo intanto che la bacchetta arrivata nella poſizione Nn taglia in z la retta AB che è la poſizione iniziale; allora il punto z ſarà il *centro* ſpontaneo di rotazione. Supponiamo che il raggio R che è dato, ma arbitrario, divenga $= HZ$, e che gli ſpazj CH, Zz ſiano infinitamente piccioli; egli è chiaro che in virtù del movimento di traſlazione, il punto z di AB percorre $zZ = CH = V$, e che in virtù del movimento di rotazione, egli è condotto da Z in z per lo ſpazio $Zz = v$. La poſizione del punto z ſarà dunque determinata dalla condizione che ſi ha $V = v$, cioè $\frac{F}{M} = \frac{FcR}{S}$; donde ſi deduce $R = \frac{S}{Mc}$, o $Cz = \frac{S}{M \times CK}$, eſpreſſione della diſtanza del *centro* ſpontaneo di rotazione dal *centro* di gravità del corpo.

Si vede che la forza F non è già di queſto valore, e che per conſeguenza la poſizione del *centro* ſpontaneo di rotazione ſarà ſempre la ſteſſa, qualunque ſia la quantità della forza F, poſto ſoltanto che la direzione di queſta forza paſſi alla ſteſſa diſtanza CK del *centro* di gravità.

Si dee rimarcare che in genere il *centro* ſpontaneo di rotazione cangia a cadaun iſtante. Perchè queſto punto dee trovarſi, 1°. ſopra una retta perpendicolare ad FK; 2°. alla diſtanza Cz del *centro* di gravità C, di maniera che egli ſia collocato ſucceſſivamente ſopra tutti li punti della circonferenza d'un cerchio deſcritto dal *centro* C, col raggio Cz. Può farſi eziandio che il *centro* ſpontaneo di rotazione ſia ſempre lo ſteſſo. Se ſi abbia, per eſempio, una linea retta caricata di due maſſe diſuguali, e ſe s'imprimano in ſeſo contrario a queſte maſſe delle velocità che loro ſiano reciprocamente proporzionali; il ſiſtema girerà attorno il *centro* di gravità che dimorerà immobile, ed il *centro* ſpontaneo di rotazione ſi confonderà col *centro* di gravità.

Si oſſerverà ancora, che il *centro* ſpontaneo di rotazione può trovarſi collocato fuori del corpo; poichè ſi vede per l'eſpreſſione $Cz = \frac{S}{M \times CK}$, che S ed m reſtando ſempre lo ſteſſo, ſi potrà aumentare Cz quanto piacerà, di-

Digitized by Google

minuendo la distanza *C K* della direzione della potenza dal *centro* di gravità. (*L. B.*)

*Centro *dei corpi pesanti*, è nel nostro globo lo stesso che il *centro* della terra, verso cui tutti li corpi gravi hanno una specie di tendenza. Sarà bene frattanto rimarcare che li corpi gravi non tenderebbero veracemente verso un *centro*, che nel caso che la terra fosse perfettamente sferica; ma siccome ella è una sferoide schiacciata verso i poli, come la teoria, e le osservazioni il dimostrano, li corpi pesanti, rigorosamente parlando, non tendono verso uno stesso punto: dunque rigorosamente non vi ha *centro dei corpi gravi*. Pertanto siccome la terra differisce assai poco dalla figura sferica, così si considerano tutti li corpi pesanti, come rendenti verso uno stesso punto. E si prende d'ordinario il *centro* della terra, per il *centro* comune della tendenza dei *gravi*.

Centro *di equilibrio*, in un sistema di corpi, è quel punto intorno a cui questi corpi sarebbero in equilibrio, o, ciò che è lo stesso, un punto tale che se il sistema fosse sospeso, o sostenuto da questo punto solo, egli resterebbe in equilibrio. Il punto d'appoggio di una leva è il suo *centro* di equilibrio. *Ved.* Appoggio e Leva.

Con questa occasione noi crediamo di dover qui indicare un principio di equilibrio, trovato dal S. March. di Courtivron dell'Accademia delle Scienze, e la di cui dimostrazione fu letta nell'Accademia li 13. Giugno 1750. Ecco questo principio. Di tutte le situazioni che prende successivamente un sistema di corpi animati da forze qualunque si siano, e legati gli uni cogli altri con fili, o leve, od altri simili mezzi che supporsi vogliano, la situazione, dove il sistema ha la maggior somma dei prodotti delle masse per il quadrato delle velocità, è la stessa che quella in cui converrebbe primieramente situarlo, affinchè restasse in equilibrio. In effetto una quantità variabile diviene la più grande, lorchè il suo accrescimento, e per conseguenza la causa del suo accrescimento è = o: ora un sistema di corpi, la forza de' quali aumenta continuamente, perchè il risultato delle pressioni agenti cagiona accelerazione, giungerà al suo *maximum* delle forze quando la somma delle pressioni sarà nulla; ed è ciò appunto quello che accade, quando egli ha preso la situazione che cerca l'equilibrio.

L'autore non si limitò a questa dimostrazione, che, sebbene ella sia vera ed esatta, è alquanto metafisica, e potrebbe essere contrastata cavillosamente dagli avversarj delle forze vive. *Ved.* Forza. Egli ne dà uo' altra più geometrica, e del tutto rigorosa: ma convien rimettere questo dettaglio importante alla sua stessa Memoria, che sembra degna dell'attenzione dei Geometri. (*O.*)

CENTROBARICO, *metodo centrobarico*, in *Meccanica*, è un metodo che serve a misurare o determinare la quantità d'una superficie, o d'un solido, considerandoli come formati dalli movimenti d'una linea, o di una superficie, e moltiplicando la linea o la superficie generatrice per il sentiero percorso dal suo centro di gravità. Questo metodo è racchiuso nel teorema seguente, e ne' suoi corollarj.

Ogni superficie piana o curva, od ogni solido prodotto dal moto o di una linea, o di una superficie, è uguale al prodotto di questa linea o superficie per il giro del centro di gravità, vale a dire, *per la linea che descrive questo centro di gravità*. *Ved.* Centro di gravità. Ecco la dimostrazione che alcuni autori credettero poter dare a questo teorema.

Supponiamo il peso della linea, o superficie generante riunito nel suo centro di gravità; il peso totale prodotto dal suo movimento sarà uguale al prodotto del peso mosso per il viaggio del centro di gravità: ma quando le linee e le figure sono riguardate come corpi pesanti omogenei, i loro pesi sono allora fra di essi come il loro volume, e per conseguenza il peso mosso diviene allora la linea o figura generatrice, ed il peso prodotto è la grandezza generata; dunque la figura generata è uguale al prodotto della linea, o della figura generatrice per la linea descritta dal suo centro di gravità. Non è molto difficile il soddisfare con questa dimostrazione, la quale per altro è del tutto insufficiente, e molto vaga, come si trova in Wolfio, donde Chambers trasse una parte di questo articolo.

Per porre il nostro lettore a portata di trovarne una pruova migliore, consideriamo una leva caricata di due pesi, e immaginiamoci un punto fisso in questa leva prolungata, o no, a piacere. Si sa (*Ved.* Centro e Leva) che la somma dei prodotti fatti da cadaun peso, per la distanza da questo punto, è uguale al prodotto della somma dei pesi per la distanza del loro centro di gravità da tal punto. Se dunque si faccia girare la leva intorno questo punto fisso, ne segue che essendo proporzionali le circonferenze ai raggi, le somme dei prodotti di cadaun peso per il sentiero o circonferenza che egli descrive, è uguale al prodotto della somma dei pesi per la circonferenza descritta dal centro di gravità. Questa dimostrazione fatta per due pesi, si applica parimenti, e con la stessa facilità a qualunque numero si voglia.

Corollario I. Poichè un parallelogrammo *A B C D*, (*Tav. Meccan. Fig.* 52) può riguardarsi come prodotto dal movimento della retta *C D* mossa sempre parallelamente a se stessa lungo un'altra retta *C A*, e nella direzione di essa; e poichè in questo movimento il sentiero del centro di gravità è uguale ad *E F* perpendicolare a *C D*, vale a dire, all'altezza del parallelogrammo; dunque la sua area è uguale al prodotto della base *C D*, o della linea che descrive il parallelogrammo coll'altezza *E F*. *Ved.* Parallelogrammo.

Questo corollario potrebbe far nascere qualche sospetto intorno la verità, e generalità della regola precedente; poichè si potrebbe dire che la linea CD movendosi lungo di CA, il centro di gravità di questa linea che è il suo punto di mezzo, descrive una linea uguale, e parallela a CA, e che perciò l'area del parallelogrammo $ACDB$ è il prodotto di CD per AC; ciò che sarebbe falso. Ma si può rispondere che CA non è propriamente la direttrice di CD, quantunque CD si muova lungo CA; che questa direttrice è propriamente la linea EF, che misura la distanza di AB da CD; e che il sentiero del centro di gravità per il quale conviene moltiplicare la linea che descrive CD, non è il sentiero assoluto di questo centro, ma il suo sentiero stimato nel senso della direttrice o il sentiero che egli fa in un senso perpendicolare alla linea che lo descrive. Questa annotazione è necessaria per prevenire li paralogismi, ne' quali si potrebbe incorrere applicando senza precauzione la regola precedente alla misura delle superficie, e dei solidi.

Corol. II. Si proverà nella stessa maniera che la solidità di ogni corpo descritto da un piano che discende sempre parallelamente a se stesso, lungo la retta AC, e secondo la direzione di questa retta, dee trovarsi moltiplicando il piano che descrive per la sua altezza. *Ved.* Prisma e Cilindro.

Corol. III. Poichè il cerchio si descrive mercè la rivoluzione del raggio CL, (*Fig.* 53) attorno il centro C, e che il centro di gravità del raggio CL è nel suo mezzo F, il cammino del centro di gravità è dunque quivi una circonferenza d'un cerchio X descritto da un raggio ch' è la metà, e per conseguenza l'area del cerchio è uguale al prodotto del raggio CL, per la circonferenza che descriverebbe un raggio metà di CL; ciò che si sa d'altronde. *Ved.* Cerchio.

Corol. IV. Se un rettangolo $ABCD$, (*Tav. Mec. Fig.* 54) gira intorno al suo asse AD, il rettangolo descriverà con questo movimento un cilindro, ed il lato BC la superficie di questo cilindro: ma il centro di gravità della retta BC è nel suo mezzo F, ed il centro di gravità del piano che genera il cilindro, è nel mezzo G della retta EF. Così il sentiero di questo ultimo centro di gravità è la circonferenza d'un cerchio descritto dal raggio EG, e quello del primo la circonferenza d'un cerchio descritto dal raggio EF; dunque la superficie del cilindro è il prodotto dell'altezza BC per la circonferenza d'un cerchio descritto dal raggio EF, e la solidità del cilindro è il prodotto del rettangolo $ABCD$, suo generatore per la circonferenza di un cerchio descritto dal raggio EG metà di EF, semidiametro del cilindro. Supponiamo, per esempio, l'altezza del piano che genera il cilindro, quella cioè del cilindro $BC = a$, il diametro della base $DC = r$, si avrà dunque $EG = \frac{1}{2} r$; e supponendo che il semidiametro sia alla circonferenza come r è ad m, la circonferenza descritta dal raggio $\frac{1}{2} r$ sarà $= \frac{1}{2} m r$; donde ne segue che moltiplicando $\frac{1}{2} m r$ per l'area del rettangolo $AC = ar$, si avrà la solidità del cilindro $= \frac{1}{2} mar^2$; ma $\frac{1}{2} m a r^2 = \frac{1}{2} r \times mr \times a$; e $\frac{1}{2} mrr$ = all'area del cerchio descritto dal raggio EG; dunque è evidente che il cilindro è uguale al prodotto della sua base per la sua altezza, ciò che sappiamo altronde.

Parimenti essendo il *centro* di gravità della retta AB (*Tav. Meccan. Fig.* 30) nel suo mezzo M, e descrivendosi la superficie del cono retto, facendo muovere il triangolo ABC attorno ad uno de' suoi lati AB, preso per asse, si può conchiudere che se $PM = \frac{1}{2} BC$, la superficie del cono sarà uguale al prodotto del suo lato AB, per la circonferenza del cerchio descritto dal raggio PM, vale a dire di un raggio che è la metà del semidiametro della base BC.

Supponiamo, per esempio, $BC = r$, $AB = a$, essendo il raggio alla circonferenza come 1 è ad m, si avrà dunque $PM = \frac{1}{2} r$, e la circonferenza descritta da questo raggio $= \frac{1}{2} mr$; e così moltiplicando $\frac{1}{2} mr$, per il lato AB del cono, il prodotto che sarà $\frac{1}{2} amr$, dovrà rappresentare la superficie del cono: ma $\frac{1}{2} amr$, è il prodotto di $\frac{1}{2} a$ per mr; dunque la superficie del cono retto è il prodotto della circonferenza della sua base, per la metà del suo lato; ciò che altrove si fa manifesto.

Corol. V. Se il triangolo ACB (*Tav. Meccan. Fig.* 55.), gira attorno di un asse, egli descrive un cono: ma se si taglia CB in due parti eguali al punto D, se si tiri la retta AD,

AD, e fia $AO = \frac{2}{3} AD$, egli è dimoſtrato che il *centro* di gravità ſarà allora ſituato in O; dunque la ſolidità del cono è uguale al prodotto del triangolo CAB, per la circonferenza del cerchio deſcritto dal raggio PO. Ora AD è ad AO, come BD ad OP. Inoltre è $AO = \frac{2}{3} AD$, e $DB = \frac{1}{2} CB$; dunque $OP = \frac{2}{3} DB = \frac{1}{3} CB$. Supponiamo, per eſempio, $CB = r$; $AB = a$, e la ragione del raggio alla circonferenza quella di 1 ad m; ſi avrà dunque $OF = \frac{1}{3} r$, la circonferenza deſcritta da queſto raggio $= \frac{2}{3} mr$, il triangolo $ACB = \frac{1}{2} ar$, e per conſeguenza la ſolidità del cono $= \frac{1}{2} r \times a \times \frac{1}{3} mr = \frac{1}{6} amr^2$; ma $\frac{1}{6} amr^2 = \frac{1}{2} r \times mr \times \frac{1}{3} a$, oſſia al prodotto della baſe del cono per la terza parte della ſua altezza, ciò che altrove ſi fa noto.

Queſto teorema così generico, e bello ſopra il *centro* di gravità può annoverarſi fra le più curioſe ſcoperte fatte in geometria. Da gran tempo fu queſto inſegnato da Pappo: ma il P. Guldin, Gaſuita, è il primo che lo abbia eſpoſto in tutta la ſua luce, e che n'abbia moſtrato l'uſo con gran copia d'eſempj.

Molti altri geometri ſe ne ſervirono, dopo Pappo, e Guldin, per miſurare li ſolidi e le ſuperficie prodotte da una rotazione intorno ad un aſſe fiſſo, ſopra tutto avanti di aver avuto il ſoccorſo che dà, rapporto a ciò, il calcolo integrale; ſi potrebbe queſto teorema impiegare tutt'ora in certi caſi ne' quali il calcolo integrale riuſciſſe difficile.

Oſſervò Leibnizio che queſto metodo ſarebbe ottimo eziandio, quando pure l'aſſe od il *centro* cangiaſſero continuamente durante il movimento. (O).

Il Sig. Varignon diede nel volume dell'Accademia del 1714, una Memoria che ha per titolo: *Riflеſſione ſopra l'uſo che la meccanica può avere in geometria*. Qui egli dimoſtra la proprietà del *centro* di gravità, di cui noi abbiamo parlato in queſt' articolo, e delle altre maggiori proprietà più generiche, e curioſe ancora. Si può far uſo utilmente di ſiffatte proprietà per riſolvere con maggior facilità certi problemi di meccanica; per eſempio ſe ſi domanda qual figura debba avere una curva GAH (*Fig.* 56.), affinchè girando intorno l'aſſe GH, ella produceſſe una ſuperficie curva maggiore di quella che produrrebbe girando intorno di GH ogni altra linea curva che paſſaſſe per li ſteſſi punti G, H, e che foſſe della ſteſſa lunghezza della curva che ſi cerca: ſi troverebbe, ſenza alcun calcolo, ſervendoſi del teorema precedente, che la curva GAH, che ſi ricerca, deve eſſer quella che prenderebbe una catena caricata di un' infinità di piccioli peſi, attaccandola alli punti G, ed H; poichè una catena che è di tal modo attaccata, dee diſporſi di maniera che il *centro* di gravità dei peſi che la compongono, cioè il *centro* di gravità della curva ſteſſa, diſcenda più baſſo che ſia poſſibile: donde ne ſegue, che la corva formata da queſta catena avrà il ſuo *centro* di gravità più lungi dall'orizzontale GH, che ogni altra linea curva della medeſima lunghezza, che paſſa per li ſteſſi punti. Per conſeguenza il cerchio deſcritto dal *centro* di gravità della curva formata dalla catena lorchè queſta curva gira intorno di GH, è maggiore del cerchio deſcritto dal *centro* di gravità d'ogn'altra curva della ſteſſa lunghezza, che paſſa per li ſteſſi punti G, H; dunque la ſuperficie del ſolido prodotto dalla prima curva, è maggiore d'ogn'altra. Si vede dunque che il problema riducaſi a trovare la curva fatta dalla catena; curva ricoooſciuta dalli geometri ſotto il nome di *catenaria*, e di cui ne diedero la coſtruzione da lungo tempo. (*Ved.* CATENARIA.)

La parola *centrobarico* è formata dalle parole κέντρον, *centrum*, *centro*, e βάρος, *pondus*, *peſo*. (O).

CEPPO o PEDULE. (*Idraul.*) tubo che s'erge in mezzo d'un bacino, e dal quale eſce il getto. Si colloca a piombo dell'acquidoccio, e ſi fa dello ſteſſo diametro; ed è terminato da un cannello di rame mobile, per poter levarlo quando ſi vogliano eſtrarre le immondezze, che impediſcono l'oſcita dell'acqua. (K).

CERAZIA, (*Aſtron.*) ſecondo certi autori, è una cometa cornuta, che appariſce ſpeſſo barbuta, e qualche volta con una coda. Eſſi pretendono che alcuna di queſte comete raſſomigli in figura alla luna nuova: quelle poi ch'hanno le code, le hanno incurvate verſo in ſu, o verſo l'ingiù; altre poi le hanno in ogni parte d'egual larghezza, e denſità, ec. *Hevelii cometographia*.

CERBERO, (*Aſtron.*) coſtellazione boreale introdotta da Evelio, per chiudere quattro ſtelle che ſono nella mano di Ercole, od in vicinanza. Flamſteed l'ha adottata nal ſuo *catalogo Britannico*, ed è figurata nel di lui *Atlante celeſte*.

Il trionfo di Ercole ſu Cerbero viene ſpiegato, ſecondo il Sig. Dupuis, per il cadere del picciolo cane; in ſoſtanza egli ſi dipinge cogli attributi del ſerpente, o dell'idra, che ſi leva ſopra la ſua teſta. Ercole ſi avvicina allora all'orizzonte, il che fece immaginare la ſua diſce-

ſa

ſa all'inferno. *Ved.* la mia *Aſtronomia tom. IV pag.* 494. (*D. L.*)

CERCATORE (*Aſtron.*), picciolo canocchiale che ſi adatta al teleſcopio, od a grandi canocchiali acromatici, che hanno un campo aſſai picciolo, e ſolo ſerve per trovare facilmente gli aſtri. Se ne vede uno in *E E* (*Tav. di Aſtron. Fig.* 224.). Il *cercatore* ha un gran campo, e fa comparire l'aſtro facilmente facendolo venire ſulli fili che s'incrocicchiano al foco del *cercatore*; e ſe il di lui aſſe è eſattamente parallelo a quello del teleſcopio, l'aſtro ſi vede alla metà del campo del teleſcopio. (*D. L.*)

CERCHIO DI RIFLESSIONE (*Aſtron.*), è un iſtrumento circolare proprio per oſſervare le diſtanze, e le altezze in mare.

Cerchio *dell'alto ſolſtizio*, nome che ſi dà qualche volta al tropico del Cancro.

Cerchio, *in Geometria*, figura piana rinchiuſa da una ſola linea, che girando torna in ſe ſteſſa; in mezzo di queſta v'è un punto poſto in guiſa che le linee da eſſo tirate alla circonferenza ſono ſempre tra loro eguali. *Ved.* Centro.

Propriamente parlando, il *cerchio* è uno ſpazio chiuſo dalla circonferenza, benchè nell'uſo volgare con queſta parola s'intenda la circonferenza ſola. *Ved.* Circonferenza.

Ogni *cerchio* ſi ſuppoſe diviſo in 360 gradi che ſi ſegnano così 360°; ciaſcun grado ſi divide in 60 minuti così ſegnati ', ciaſcun minuto in 60 ſecondi così eſpreſſi '', ciaſcun ſecondo in 60 terzi ch'hanno queſto ſegno ''', ec. Si divide il cerchio in 360 parti, perchè tal numero ha la maſſima poſſibile quantità di diviſori a preferenza d'ogni altro numero tra queſti limiti. *Ved.* Grado, Minuto, Diviſore, ec.

Si trova l'area d'un *cerchio* moltiplicando la circonferenza per la quarta parte del diametro, o la metà della circonferenza per il ſemidiametro. Si può avere l'area a un di preſſo, trovando la quarta proporzionale al 1000, al 785, ed al quadrato del diametro.

Li *cerchi*, e le figure ſimili, che vi ſi poſſono iſcrivere, ſono ſempre tra loro come i quadrati dei diametri; o, come s'eſprimono i Geometri, i *cerchi* ſono tra loro in ragione duplicata dei diametri, e perciò delli raggi.

Il *cerchio* è uguale ad un triangolo, di cui la baſe è la circonferenza, e l'altezza il raggio. Li *cerchi* ſono dunque in ragione compoſta delle circonferenze, e delli raggi.

Trovare la proporzione del diametro del cerchio alla circonferenza. Trovate, tagliando continuamente gli archi in due parti eguali, i lati delli poligoni iſcritti, finchè arriverete al lato, che ſoſtenta un arco sì picciolo che con eſſo ſi confonda. Trovato tal lato, cercate il lato del poligono ſimile circoſcritto; moltiplicate in ſeguito ciaſcuno di queſti poligoni per il numero dei ſuoi lati, il che darà il perimetro di ciaſcuno: la ragione del diametro alla circonferenza del *cerchio* ſarà maggiore che quella del diametro al perimetro del poligono circoſcritto, ma minore di quella del diametro al perimetro del poligono iſcritto. Cognita poi la differenza tra queſti due poligoni, ſi avrà facilmente il rapporto del diametro alla circonferenza del *cerchio* benchè per approſſimazione, e non in rigore geometrico.

Quindi Wolfio lo trova eguale a quello di 10,000,000,000,000,000 a 31,415,926,536,897,932. Archimede ha data per ragione proſſima quella di 7 a 22. Lodolfo di Ceulen portò tal ricerca al più alto grado di eſattezza, e trovò, prendendo l'unità per diametro, eſſere la circonferenza = 3.14,159,265,358,979,323,846,264,338,387,950. Mezio ci ha data la proporzione la migliore di tutte queſte, che ſi hanno, eſſendo eſpreſſa in pochi numeri. Suppone egli il diametro di 113 parti, e trova la circonferenza di 355, ſecondo il ſuo calcolo.

Circoſcrivere un cerchio ad un poligono regolare dato. Tagliate due angoli del poligono *E*, e *D* (*Tav. di Geom. Fig.* 23) in due parti eguali: dal punto del concorſo *F* delle linee *EF*, *DF* preſo per centro col raggio *EF* deſcrivete un *cerchio*, e ſarà queſto il ricercato.

Iſcrivere un poligono regolare dato in un cerchio. Dividete prima 360 per il numero dei lati del dato poligono, onde conoſcere la quantità dell'angolo *EFD*. Ciò fatto, applicate la corda *ED* di queſto angolo alla circonferenza tante volte quante potrete, e così avrete iſcritto al *cerchio* il dato poligono.

Per tre punti A, B, C, che non ſono in diritto (*Fig.* 24), *deſcrivere un cerchio.*

Fatti centri li punti *A*, e *C*, collo ſteſſo raggio qualunque ſi deſcrivano, uno dirimpetto all'altro, gli archi che ſi taglieranno in *D*, ed *E*; parimenti dalli punti *G* e *B* collo ſteſſo raggio qualunque ſe ne deſcrivano due altri che ſi taglino in *G*, ed *H*: ſi tirino poſcia le rette *DE*, *GH*; il punto *I* della loro interſezione ſarà il centro del *cerchio* ricercato. Quindi nella ſteſſa maniera dati tre punti nella circonferenza d'un *cerchio*, ſi trova il di lei centro.

Dunque ſe tre punti d'una circonferenza coincidono coo tre punti d'un'altra circonferenza, li *cerchi* riſpettivi ſono eguali. Dunque anche ad un triangolo può circoſcriverſi un *cerchio*. *Ved.* Triangolo.

Si dimoſtra in Ottica che un *cerchio* ſembra molto allungato all'occhio, nè gli può mai apparire vero *cerchio* ſe non quando il raggio viſuale cade perpendicolare allo ſteſſo *cerchio*, ed inſieme paſſa per il di lui centro. In tutti gli altri caſi appariſce bislungo, e perchè apparisca circolare biſogna che in realtà ſia bislungo. *Ved.* Prospettiva.

Li *cerchi paralleli*, o *concentrici* ſono quelli, che ſono egualmente lontani gli uni dagli altri in tutte le loro parti, o quelli che ſi deſcrivono l'uno entro l'altro collo ſteſſo centro. All'

opposto quelli i quali sono descritti con differenti centri, sono detti *eccentrici*, l'uno rapporto all'altro. *Ved.* CONCENTRICO, ECCENTRICO, ec.

La quadratura del *cerchio*, od il modo di fare un quadrato, la di cui superficie sia perfettamente, e geometricamente eguale a quella del *cerchio*, è un problema che occupò li matematici di ogni secolo. *Ved.* QUADRATURA.

Molti sostengono ch'è ciò impossibile da trovarsi; almeno questo porta una difficoltà, che dura ancora da tanto tempo. Archimede è quello tra gli antichi geometri che s'avvicinò di più alla *quadratura del cerchio*. (*Chambers.*)

Cerchi di gradi superiori sono curve, nelle quali (*Tav. d'Analisi Fig. 9*) $AP^{\frac{m}{m}} : PN^{\frac{m}{n}} :: PN^{\frac{m}{n}} : PB^{\frac{n}{n}}$, ovvero $AP^{\frac{m}{m}} : PN^{\frac{m}{n}} :: PN^{\frac{m}{n}} : PB^{\frac{n}{n}}$. Per altro impropriamente si chiamano *cerchi* siffatte curve; perchè si è convenuto di chiamare *cerchio* la sola figura, la di cui equazione è $AP \times PB = PN^2$: ma si possono immaginare de' *cerchi* di più gradi, come delle parabole di più gradi, benchè il nome di *parabola* non convenga rigorosamente che alla *parabola* di Apollonio. *Ved.* PARABOLA.

Cor. I. Supponiamo $AP = x$, $PN = y$, $AB = a$, e indi avremo $BP = a - x$; sicchè risulta $x^{\frac{m}{m}} : y^{\frac{m}{n}} :: y^{\frac{m}{n}} : a - x^{\frac{n}{n}}$, il che dà un'equazione, la quale determina li *cerchi* di gradi superiori fino all'infinito; cioè $y^{\frac{m+n}{n}} = a^{\frac{m}{n}} x^{\frac{m}{n}} - x^{\frac{m+n}{n}}$. Ciò s'ottiene in una maniera più semplice con quest'altra equazione $y^{\frac{m+n}{n}} = (a-x)^{\frac{m}{n}} x^{\frac{m}{n}}$.

Cor. II. Se $m = 1$, si ha $y^2 = ax - xx$, e per conseguenza si ha il *cerchio* ordinario, cioè quello del primo grado o primo ordine. Se poi $m = 2$, si avrà $y^3 = ax^2 - x^3$, equazione che appartiene al *cerchio* del secondo grado, o del secondo ordine.

CERERE (*Astron.*), nome della costellazione della Vergine.

CERNIERA (*Mecc.*), pezzo su cui s'aggirano col mezzo d'un anello, o d'un asse le due parti d'una scatola, le due gambe d'un compasso, ec.

CERVA (*Astron.*), nome della costellazione di Cassiopea.

CESIL, nome ebraico di una costellazione, applicato da alcuni ad orione, da altri allo scorpione, od alle orse. *Ved.* la mia *Astronomia art.* 611. (*D. L.*)

CHIASSIAJUOLA (*Idrod.*), condotto lungo di pietra sotterraneo, destinato a tradurre le acque d'una sorgente in un serbatojo, o bacino, per uso delle fontane.

CHIAVE (*Idr.*), cilindro di rame forato orizzontalmente, che s'introduce in un foro orizzontale di un altro tubo dello stesso metallo, e che si fa girare affine di dare o di impedire l'uscita all'acqua che serve ad una fontana.

Vi sono molte sorta di *chiavi*; alcune sono a testa quadrata, altre a braccia, altre a due o tre acque, di modo che chiudendo un getto se ne apre un altro. E' cosa essenziale che le aperture delle *chiavi* siano proporzionate al diametro del canaletto della fontana, di modo che passi per il foro orizzontale del cilindro quasi altrettanta acqua, quanta ne passa per l'apertura del tubo. Quando le *chiavi* sono collocate appresso il bacino, devono avere di apertura tre quarti del diametro del canaletto della fontana, e sarebbe anche meglio se la avessero eguale. Ma quando le *chiavi* sono lontane dal bacino, possono aver un'apertura un terzo minore del canaletto. (*K*).

CHIAVICA (*Idraulica*), canale destinato a ricevere, ed a scolare le acque putrefatte, e le immondizie.

Qualunque conservatojo di acqua si abbia, ossia canale, ossia peschiera, si richiede uno scolo, tanto per conservare quel sito netto, quanto per un passaggio all'acqua superflua. Se fosse uno stagno, un vivajo, si leva il balzo, e si vuota l'acqua per avere del pesce e ristabilire l'argine.

Nell'uso ordinario la *chiavica* è differente dalla cloaca; nella *chiavica* si scolano le acque e le immondizie, e nella cloaca si corrompono. Perciò il canale di una *chiavica* deve avere un declivio conveniente, per cui possano le immondizie essere portate fuori dalle acque. (*K*).

CHILIADE (*Arit.*), unione di molte cose, le quali si contano col mille. Perciò una *chiliade* o *mille* sono lo stesso.

CHILIOGONO (*Geom.*), è una figura piana e regolare di mille lati, e di altrettanti angoli. Sebbene l'occhio non si possa formare una immagine distinta, possiamo tuttavia averne un'idea chiara nello spirito, e facilmente dimostrare, che la somma di tutti i suoi angoli è eguale a 1996 angoli retti: perchè gli angoli interni di ogni figura piana sono eguali a due volte altrettanti angoli retti, meno quattro, quanti sono i lati che ha la figura. Il che facilmente si può dimostrare dividendo la figura in altrettanti angoli, quanti ha lati. Questi triangoli averanno ciascheduno per base un lato della figura, e ciascheduno avrà la sua sommità in un punto posto al di dentro della figura. *Ved.* TRIANGOLO. (*O*).

CHIOMA DI BERENICE, (*Astronom.*) antica costellazione boreale; di essa si parlò nell'Almagesto di Tolomeo fra le stelle informi del lione, sebbene non faccia una costellazione; egli dice che avvi un ammasso che si chiama li capelli [illegible], senza parlare di *Berenice*. *Ved.* su questo il Sig. Bailly, *Tom. II. pag.* 199. Proclo nella sua sfera ci dice, che questa costellazio-

sione fu celebrata dal Poeta Callimaco (256 anni circa avanti l'era volgare) che poi fu seguito da Catullo, da Igino, ec. Tolomeo Lago, primo di questo nome, Re di Egitto, sposò Berenice, che fu madre di Tolomeo Filadelfo. Suo figlio Tolomeo Evergete, soprannomato Geramo, ossia Fulminante, sposò *Berenice* sua sorella, da cui ebbe Tolomeo Filopatore. Questa *Berenice*, moglie di Tolomeo Evergete, fu quella che avendo veduto partire suo marito per l'Asia condottiero della sua armata, fece voto di tagliare li suoi capelli se tornava vincitore; in fatto li appese al Tempio di Venere. Il giorno dopo questi capelli disparvero. Il Re ne mostrò un sommo dispiacere, e Conone suo matematico, per consolarlo, gli fece osservare sette stelle, le quali non appartenevano ad alcuna costellazione, dicendogli essere la *Chioma di Berenice*; ed il poeta Callimaco di Cirene da questo ne trasse l'argomento di un'elegia, che rese famosa questa nuova costellazione. Catullo che l'imitò, così parla di Conone.

Idem me ille Conon cœlesti numine vidit
E Berenicæo vertice cæsariem.

Pare che Virgilio l'abbia egualmente avuta in vista, allora quando canto nell'egloga sua terza:

In medio duo signa, Conon, & quis fuit alter,
Descripsit radio totum qui gentibus orbem?

Conone e Callimaco attribuirono a questa costellazione sette stelle situate al nord della coda del lione, formando una specie di triangolo; ma vi sono pure tre stelle che in Tolomeo appartengono alla costellazione del lione, e devonsi riportare a quelle della *chioma di Berenice*, vale a dire le stelle 23, 24 e 27. Si chiamano queste stelle *tricas*, perchè in greco τρίχες, vuol dire capelli. Queste stelle, che al tempo di Tolomeo, appartenevano al lione, alcune volte si attribuirono alla costellazione della Vergine. (*Stæfler, in Procli sphæram commentarius, fol.* 120.) Bayer osserva che prima si pingeva un fascio di biada, (*Ved. Cæsius, pag.* 134), e presso gli Arabi conservò il nome di *buzimeth*, ossia fascio di biada. La ragione che può dar luogo a questa denominazione antica, può essere per l'unione di tutte le costellazioni vicine; vi si vede il bifolco, il carro, i buoi; bisognava anche porvi li fasci di biada; ed il Sig. Dupuis fa vedere che questa costellazione col suo levare eliaco annunzia il tempo delle messi. (*Astron. T. IV. pag.* 405.) (*D. L.*)

CHIUSA, dalla parola latina *excludere*, impedire, *in Idraulica*, si dice in generale di tutte le opere di muro e di legno che si fanno per sostenere od innalzare le acque; così pure le dighe, che si costruiscono nelli fiumi per impedire loro di seguire il pendio naturale, o per distorle, in molti luoghi si chiamano *chiuse*. Ma questo termine particolarmente significa una specie di *canale* rinchiuso tra due porte; una superiore che i lavoratori chiamano *porta di testa*; e l'altra inferiore che chiamano *porta bagnata*, che nelle navigazioni artifiziali serve a conservare le acque, e a dar passaggio alli battelli con egual facilità tanto nell'ascendere che nel discendere, a differenza delli pertugi, che non sono se non semplici aperture lasciate in una diga, serrate con degli aghi appoggiati uno sopra l'altro, o porticelle, che perdono molta acqua, e rendono difficile il passaggio salendo o discendendo. *Ved. l'Architettura Idraulica* del Sig. Belidor.

Fine del Tomo Primo.

047343

Digitized by Google